

# Análisis de Algoritmos y Matemáticas Discretas

## Tarea 4

Antonio Barragán Romero

### Análisis de complejidad de MO-LTE

Sea  $N$  la cantidad de elementos en nuestro arreglo y  $Q$  la cantidad de queries. Como se vio en clase el Algoritmo de Mo contesta las queries en cierto orden y para ello lo que hace es que mantiene un arreglo  $[l, r]$ , que se "expande" o se "contrae" (al pasar de una query a otra), el cual mantiene la respuesta para ese intervalo. Entonces la complejidad depende de que tanto  $[l, r]$  se "expande" o se "contrae", además de la complejidad de obtener la respuesta.

Para contar la cantidad de números o iguales a cierta  $M$  en cierto  $[l, r]$ , lo que haremos será tener un arreglo  $[0, 10^6]$  el cual contara las repeticiones de cada número en  $[l, r]$ . Entonces cuando requiramos la cantidad de números menores o iguales a cierta  $M$  en  $[l, r]$ , simplemente tendremos que sumar la cantidad de repeticiones en  $[0, M]$ . Por ello usaremos un **Fenwick Tree**<sup>1</sup>, pues nos permite calcular la suma de repeticiones en  $[0, M]$  en  $O(\log N)$  además de que permite actualizar la cantidad de repeticiones de un elemento en  $O(\log N)$ .

Como se vio en clase la complejidad está dada por la cantidad de movimientos de  $l$  y de  $r$  la cual, notemos además que anteriormente vimos que cada movimiento es  $O(\log N)$ . Para contar la cantidad que se mueve el  $r$ , notemos que en cada bloque mueve  $O(N)$ , hay  $\sqrt{N}$  bloques y cada movimiento cuesta  $O(\log N)$ , entonces su complejidad es  $O(N\sqrt{N}\log(N))$ . Para el caso de la  $l$ , notemos que como se ordenan por bloque se puede mover a lo más  $\sqrt{N}$  y eso por cada query, como cada movimiento cuesta  $O(\log N)$  tenemos que la complejidad es  $O(Q\sqrt{N}\log(N))$ . Además notemos que el obtener la respuesta cuesta  $O(\log(N))$  y eso se hace por cada query, entonces la complejidad es  $O(Q\log(N))$ . En total la complejidad es

$$O((N + Q)\sqrt{N}\log(N)) + O(Q\log(N)) = O((N + Q)\sqrt{N}\log(N)).$$

---

<sup>1</sup>[https://cp-algorithms.com/data\\_structures/fenwick.html](https://cp-algorithms.com/data_structures/fenwick.html)