

# MASTERARBEIT

## **Organisation von Bloom-Filters zur effizienten k-nächste-Nachbarn-Suche in kontextzentrischen sozialen Netzen**

Judith Greif





# MASTERARBEIT

## **Organisation von Bloom-Filtern zur effizienten k-nächste-Nachbarn-Suche in kontextzentrischen sozialen Netzen**

Judith Greif

Aufgabenstellerin: Prof. Dr. Claudia Linnhoff-Popien

Betreuer:  
Mirco Schönfeld  
Dr. Martin Werner

Abgabetermin: 26. Juli 2016





Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Masterarbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.

München, den 26. Juli 2016

.....  
*(Unterschrift der Kandidatin)*



## Abstract



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Hintergrund</b>	<b>3</b>
2.1. Kontextzentrische soziale Netze . . . . .	3
2.1.1. AMBIENCE . . . . .	4
2.2. Bloom-Filter . . . . .	4
2.2.1. Distanzmaße . . . . .	5
2.2.2. Teil- und Obermengenbeziehung . . . . .	6
2.2.3. Hashfunktionen . . . . .	7
2.2.4. Bloom-Filter-Varianten und Anwendungen . . . . .	8
2.3. Indexstrukturen . . . . .	8
2.3.1. B-Bäume . . . . .	9
2.3.2. B <sup>+</sup> -Bäume . . . . .	10
<b>3. Verwandte Themen</b>	<b>13</b>
3.1. Implementierung von Bloom-Filtern . . . . .	13
3.2. Netzwerkanwendungen mit Bloom-Filtern . . . . .	15
3.3. Indexstrukturen für Bloom-Filter . . . . .	16
3.4. <i>k</i> -nächste-Nachbarn-Suche . . . . .	18
<b>4. Implementierung</b>	<b>21</b>
4.1. BloomFilterTree . . . . .	21
4.1.1. Aufbau . . . . .	21
4.1.2. Umsetzung . . . . .	22
4.1.3. Einfügen . . . . .	23
4.1.4. <i>k</i> -Nächste-Nachbarn-Suche . . . . .	24
4.2. Alternative Ansätze . . . . .	24
4.2.1. Einfügen gemäß Jaccard-Distanzen . . . . .	24
4.2.2. Doppelt verkettete Liste . . . . .	24
<b>5. Evaluation</b>	<b>25</b>
<b>6. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>27</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>29</b>
A.1. Die Klasse BloomFilterTree . . . . .	29
A.2. Die Klasse BloomFilter . . . . .	31
A.3. Die Methode computeSubsetId() der Klasse BloomFilterLeaf() . . . . .	33
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>35</b>



# 1. Einleitung

Die digitale Kommunikation hat im letzten Jahrzehnt einen rapiden Wandel erlebt. Soziale Online-Netzwerke<sup>1</sup> haben an Bedeutung gewonnen und zu neuen Kommunikationsmustern im Internet geführt. Sofortnachrichtendienste und Instant-Messenger ersetzen zunehmend Kommunikationsformen wie SMS und Telefonie. Das Smartphone hat das Mobiltelefon als mobiles Endgerät fast vollständig abgelöst. Feststehende Desktop-Rechner mit einem gleich bleibenden Netzzugang sind außerhalb von Firmen und Bildungseinrichtungen rückläufig. Dagegen sind Notebooks und Tablets weiterhin auf Erfolgsszug<sup>2</sup>.

Die Kommunikation im Internet ist jedoch nach wie vor Ende-zu-Ende- beziehungsweise adressbasiert. Das spiegelt sich im Aufbau der bestehenden sozialen Online-Netzwerke wider: Kommunikation basiert darin auf Online-Freundschaft. Mobilität und spezifischer Kontext der Mitglieder werden kaum berücksichtigt. In der Realität verlieren die Webbrowser-Schnittstellen der sozialen Netzwerke jedoch an Bedeutung. So veröffentlichte Facebook 2014 eine Studie zum Nutzerverhalten von US-Bürgern in einer Multigeräte-Welt<sup>3</sup>. Danach nutzten 60% der Erwachsenen in den USA täglich mindestens zwei Endgeräte, knapp 25% sogar drei Geräte. Mehr als 40% begannen den Tag mit einem Gerät und beendeten ihn mit einem anderen. Das Smartphone ist dabei das Gerät, das am häufigsten mitgenommen wird und eine zentrale Rolle in der Kommunikation per E-Mail und in sozialen Netzen einnimmt. Das Szenario, in dem Alice vor ihrem Desktop-Rechner zu Hause oder im Büro sitzt und über die Webbrowser-Schnittstelle Nachrichten an ihren Facebook-Freund Bob schreibt, gehört demnach der Vergangenheit an. Stattdessen verwendet Alice wohl eher ein Tablet, ein Notebook und ein Smartphone und kommuniziert mit Bob je nach Aufenthaltsort und Kontext ganz unterschiedlich.

So stellt sich die Frage nach einer Neuorientierung der sozialen Online-Netze: Nicht nur in der praktischen Umsetzung, also durch Schaffung unterschiedlicher Schnittstellen und neuer Funktionalitäten, sondern im Sinne eines tatsächlichen Paradigmenwechsels. Ein kontextzentrisches soziales Netz basiert in seiner Struktur nicht auf Ende-zu-Ende-Kommunikation, adressbasiertem Routing und einem gleich bleibenden Netzzugang. Kommunikation beruht allein auf Kontext-Ähnlichkeit statt auf virtueller Freundschaft. Diese Überlegungen sind z.B. in das soziale Online-Netz AMBIENCE eingeflossen. Nachrichten werden darin auf Grund von zeitlicher und räumlicher Ähnlichkeit ausgetauscht, Sender und Empfänger bleiben weitgehend anonym. Ein solches Netz erfordert eine neue Kommunikationsstruktur. Nachrichten werden nicht aktiv von einem Sender für einen spezifischen Empfänger verfasst und an ihn verschickt. Stattdessen kann ein Sender eine Nachricht verfassen und z.B. an einem WiFi-Access Point hinterlegen. Mitglieder des Netzwerks, die sich in der Nähe des Access Points aufhalten, können die dort vorhan-

<sup>1</sup>Der englische Begriff hierfür lautet *Online Social Network (OSN)*. Die Begriffe *Soziales Netz*, *Soziales Online-Netz* und *Soziales Online-Netzwerk* werden im Folgenden synonym verwendet.

<sup>2</sup>Laut Analysen der Marktforschungsinstitute Gartner und IDC, vgl. z.B. [http://www.golem.de/news\\_pc-markt-absatz-von-pcs-geht-weiter-erheblich-zurueck-1601-118505.html](http://www.golem.de/news_pc-markt-absatz-von-pcs-geht-weiter-erheblich-zurueck-1601-118505.html).

<sup>3</sup>Vgl. <https://www.facebook.com/business/news/Finding-simplicity-in-a-multi-device-world>.

## 1. Einleitung

denen Nachrichten mit gezielten Anfragen durchsuchen und die zum jeweiligen Kontext ähnlichen Nachrichten abrufen.

Damit stellt sich die Frage: Wie lassen sich die Nachrichten an einem Host, also z.B. an einem WiFi-Access Point, so organisieren, dass die  $k$  ähnlichsten Nachrichten möglichst schnell und effizient gefunden werden? Wenn das soziale Netz wachsen und über den Status eines Prototypen hinaus erfolgreich sein soll, ist das von entscheidender Bedeutung. Mengentheoretisch betrachtet handelt es sich dabei um das Problem der  $k$ -nächsten-Nachbarn-Suche, die zu einer Anfrage die  $k$  ähnlichsten Elemente einer Menge, hier bestehend aus den Nachrichten an einem Host, finden soll.

Damit verknüpft ist die Frage nach der Nachrichtenform. Wie können Multimedia-Nachrichten wie Bilder, Textdateien oder Links effizient, einheitlich und sicher vor unbefugtem Zugriff hinterlegt und verschickt werden? Zudem muss die Ähnlichkeit oder Unähnlichkeit von Nachrichten ermittelt werden können, d.h. der  $k$ -nächste-Nachbarn-Suche muss ein Ähnlichkeitsmaß zu Grunde liegen. AMBIENCE verwendet dazu eine Bloom-Filter-Konstruktion. Eine Nachricht wird als Menge von Zeichenketten aufgefasst, die mit geeigneten Hashfunktionen in ein Bit-Array fester Länge eingefügt werden. Ähnlichkeit zwischen Nachrichten ist damit als Ähnlichkeit zwischen Bloom-Filtern definiert. Nachrichten werden in Form von Bloom-Filtern kodiert, gespeichert und verglichen. Als Ähnlichkeitsmaß dient die Jaccard-Distanz, mit der sich die Ähnlichkeit von Mengen beschreiben lässt.

Die folgende Arbeit behandelt daher die Organisation von Bloom-Filtern zur effizienten  $k$ -nächste-Nachbarn-Suche in kontextzentrischen sozialen Netzen. Das folgende Kapitel 2 gibt einen Überblick über mengentheoretische und probabilistische Grundlagen, verwendete Datenstrukturen und ihre Nutzung in AMBIENCE. Kapitel 3 gibt einen Überblick über verwandte Arbeiten und Fragestellungen. Das entwickelte Verfahren wird anschließend in Kapitel 4 dargestellt. Kapitel 5 vergleicht die Implementierung mit dem bisherigen, nicht optimierten Ansatz. Im abschließenden Kapitel 6 wird ein Fazit gezogen und auf mögliche zukünftige Arbeiten eingegangen.

## 2. Hintergrund

Im Folgenden wird das Konzept des *kontextzentrischen sozialen Netzes* erläutert, das dieser Arbeit zu Grunde liegt. Anschließend werden mengentheoretische und probabilistische Grundlagen und Verfahren sowie Daten- und Indexstrukturen dargestellt, die Eingang in diese Arbeit gefunden haben. Es wird erläutert, inwiefern sie für das soziale Online-Netz AMBIENCE relevant sind oder darin verwendet werden.

### 2.1. Kontextzentrische soziale Netze

Mit Zunahme der mobilen Endgeräte und dem Erfolgszug des Smartphones lässt sich eine Tendenz beobachten, die von bestehenden sozialen Online-Netzwerken wenig abgebildet wird: Weg von adressbasiertem Routing und Ende-zu-Ende-Kommunikation hin zu *context-awareness* und *information-centric networking*.

Der Begriff context-awareness wurde von Schilit et al. 1994 geprägt und bezeichnet die Nutzung von Kontextinformationen als Informationsquelle für Anwendungen und Netzwerke<sup>1</sup>. Information-centric networking (ICN) bezeichnet ein neuartiges Konzept für Netzwerke, die nicht auf Ende-zu-Ende- oder Sender/Empfänger-Kommunikation basieren, sondern auf den im Netzwerk vorhandenen Informationen<sup>2</sup>. Der Begriff *Kontext* im Zusammenhang mit interaktiven Anwendungen wurde bereits in den 90er Jahren geprägt. Die klassische Definition von Dey und Abowd lautet:

Context is any information that can be used to characterize the situation of an entity. An entity is a person, place, or object that is considered relevant to the interaction between a user and an application including the user and application themselves<sup>3</sup>.

Diese Definition lässt sich für soziale Online-Netze eingrenzen auf

[...] any information that can be used to infer aspects of the surroundings of an entity in a way, in which some applications may have interest. Surroundings include all information that could possibly impact the behaviour of the entity<sup>4</sup>.

Ein kontextzentrisches soziales Netz ist also ein soziales Online-Netz, das auf Kontext-Variablen wie Ort und Zeit als Informationsquellen basiert und in der Regel dezentral organisiert ist, z.B. durch eine Peer-to-Peer- statt einer Client/Server-Architektur. Kommunikation beruht darin allein auf Kontext-Ähnlichkeit, nicht auf Online-Freundschaft:

A context-centric online social network is an online social network in which the edges of the social graph are defined from context information and context

---

<sup>1</sup>Vgl. [SAW94]: 85.

<sup>2</sup>Vgl. [ADI<sup>+</sup>12] für eine ausführliche Darstellung.

<sup>3</sup>[DA99]: 306f..

<sup>4</sup>[WDS15]: 2.

## 2. Hintergrund

matching algorithms. An edge between two profiles exists for a fixed information object if and only if the two profiles share the relevant context as defined by the publisher<sup>5</sup>.

### 2.1.1. AMBIENCE

AMBIENCE ist ein soziales Online-Netzwerk, das 2015 als Prototyp implementiert wurde und sich an diesem neuen Paradigma orientiert. Die vorliegende Arbeit hat das Ziel, einen spezifischen Aspekt des Netzwerks zu optimieren, nämlich die Organisation der Nachrichten für  $k$ -nächste-Nachbarn-Anfragen an einen Host. Nachrichten und Anfragen werden in AMBIENCE als Bloom-Filter kodiert. Bei einer Anfrage wird also ein Anfrage-Filter mit einer Menge von Bloom-Filtern verglichen, die an einem Host gespeichert sind. Aktuell werden die Filter dort einfach als unsortierte Liste gespeichert. Die Laufzeit für  $k$ -nächste-Nachbarn-Anfragen an einen Host mit  $n$  Filtern liegt damit in  $O(n^2)$ . Dieses Laufzeitverhalten gilt es zu optimieren, wenn das Netzwerk wachsen und über den Status eines Prototypen hinaus erfolgreich sein soll.

## 2.2. Bloom-Filter

Ein Bloom-Filter ist eine probabilistische Datenstruktur zur Beschreibung von Mengen und wurde in der ursprünglichen From 1970 von Burton H. Bloom eingeführt<sup>6</sup>. Er besteht aus einem Bit-Array der festen Länge  $m$ , dessen Elemente zunächst alle auf 0 gesetzt sind. Das Einfügen von Informationsobjekten basiert auf der Berechnung einer festen Anzahl unabhängiger Hashfunktionen  $k$ , die positive Werte kleiner als  $m$  annehmen. Soll ein Objekt in den Filter eingefügt werden, werden seine Hashwerte berechnet und die entsprechenden Bits im Filter gesetzt<sup>7</sup>.

Die Hashwerte werden für Anfragen an den Filter verwendet. Ist ein Objekt im Filter enthalten, sind seine charakteristischen Bits gesetzt worden, d.h. man kann eine Anfrage nach seinen Hashwerten durchführen und mit großer Wahrscheinlichkeit ermitteln, ob es im Filter vorhanden ist. Sind ein oder mehrere Bits des Anfrageobjekts nicht gesetzt, ist es mit Sicherheit nicht im Filter vorhanden. Es gibt also keine falsch negativen Antworten. Allerdings kann es sein, dass ein Element nicht in den Filter eingefügt wurde, obwohl alle seine Bits gesetzt sind (falsch positive Antworten). Grund dafür ist die Kollisions-eigenschaft von Hashfunktionen, die ein großes Universum von Objekten auf einen sehr viel kleineren Wertebereich, hier die Länge des Bloom-Filters, abbilden. Es kann somit zu Kollisionen zwischen unterschiedlichen Informationsobjekten bzw. ihren charakteristischen Hashwerten kommen. Die Falsch-Positiv-Rate eines Bloom-Filters ist abhängig von  $m$ ,  $k$  und der Anzahl der eingefügten Elemente  $n$  und lässt sich berechnen als<sup>8</sup>

$$f = \left(1 - \left(1 - \frac{1}{m}\right)^{kn}\right)^k.$$

---

<sup>5</sup>[WDS15]: 4.

<sup>6</sup>Vgl. [Blo70].

<sup>7</sup>Vgl. [BM04]: 487.

<sup>8</sup>Vgl. ebd. für eine umfassende Darstellung.

Aus der Kollisionseigenschaft folgt auch, dass ein einmal eingefügtes Objekt nicht mehr aus einem Bloom-Filter entfernt werden kann. Das könnte offensichtlich zu falsch negativen Ergebnissen für andere Objekte führen.

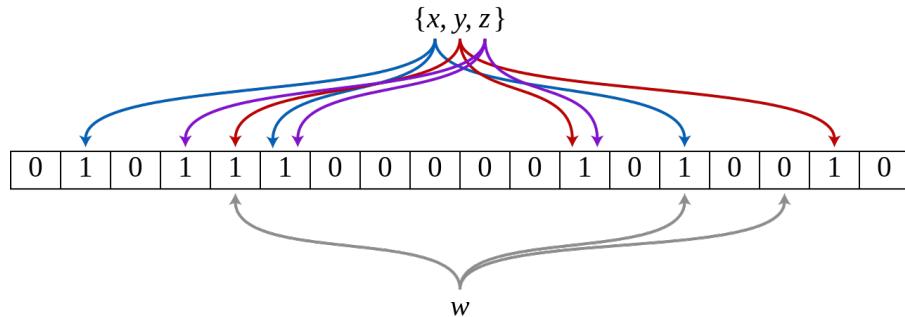


Abbildung 2.1.: Bloom-Filter, in den die Objekte  $x$ ,  $y$  und  $z$  eingefügt wurden. Das Objekt  $w$  ist nicht im Filter vorhanden.

### 2.2.1. Distanzmaße

Um die Ähnlichkeit zweier Mengen zu ermitteln, werden unterschiedliche Distanzmetriken oder Ähnlichkeitsmaße verwendet. Für den Vergleich von Bloom-Filtern und insbesondere für die  $k$ -nächste-Nachbarn-Suche muss ein geeignetes Ähnlichkeitsmaß zur Anwendung kommen. Bayardo et al. verwenden dazu die *Kosinus-Ähnlichkeit*<sup>9</sup>, Sakuma und Sato definieren die Ähnlichkeit von Bloom-Filtern als die Anzahl gleicher 1-Bits<sup>10</sup>. Ist diese für zwei Filter identisch, werden die Bit-Arrays negiert und die Anzahl gleicher 0-Bits ermittelt.

In AMBIENCE wird eine Abschätzung der *Jaccard-Distanz* zur Ermittlung der Ähnlichkeit von Bloom-Filtern verwendet. Die Jaccard-Distanz zwischen zwei Mengen  $A$  und  $B$  ist definiert als

$$J_\delta(A, B) = 1 - J(A, B) = \frac{|A \cap B| - |A \cup B|}{|A \cup B|},$$

wobei

$$J(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}$$

den *Jaccard-Koeffizienten* bezeichnet. Die Jaccard-Distanz nimmt Werte im Bereich  $[0, 1]$  an. Identische Mengen haben eine Jaccard-Distanz von 0, Mengen ohne gemeinsame Elemente haben eine Jaccard-Distanz von 1. Für Bloom-Filter lässt sich die Jaccard-Distanz analog berechnen. Die Vereinigungsmenge zweier Bloom-Filter  $F$  und  $G$  lässt sich als bitweises logisches Oder, die Schnittmenge als bitweises logisches Und repräsentieren. Auch hier nimmt die Jaccard-Distanz offensichtlich Werte zwischen 0 und 1 an. Je ähnlicher die Filter sind, desto kleiner ist ihre Jaccard-Distanz. Die Jaccard-Distanz zwischen Bloom-Filtern ist, anders als die von Sakuma und Sato verwendete Distanzmetrik, nicht transitiv in dem Sinne, dass zwei Filter, die beide eine geringe Jaccard-Distanz zu einem dritten

<sup>9</sup>Vgl. [BMS07]: 131.

<sup>10</sup>Vgl. [SS11]: 321.

## 2. Hintergrund

Filter aufweisen, untereinander nicht ähnlich sein müssen. Man betrachte z.B. die Filter  $F_1$ ,  $F_2$  und  $F_3$  mit folgenden Werten: Die Jaccard-Distanzen zwischen  $F_1$ ,  $F_2$  und  $F_3$  betragen somit:

$$J_\delta(F_1, F_3) = 1 - J(F_1, F_3) = 1 - \frac{|F_1 \cap F_3|}{|F_1 \cup F_3|} = 1 - \frac{5}{10} = 0.5$$

$$J_\delta(F_2, F_3) = 1 - J(F_2, F_3) = 1 - \frac{|F_2 \cap F_3|}{|F_2 \cup F_3|} = 1 - \frac{5}{10} = 0.5$$

$$J_\delta(F_1, F_2) = 1 - J(F_1, F_2) = 1 - \frac{|F_1 \cap F_2|}{|F_1 \cup F_2|} = 1 - 0 = 1$$

Daran wird deutlich: Obwohl  $F_1$  und  $F_2$  jeweils die Hälfte der Elemente mit  $F_3$  gemeinsam haben, lässt sich daraus kein Wert für die Ähnlichkeit zwischen  $F_1$  und  $F_2$  ableiten. Sie sind sich im Gegenteil maximal unähnlich.

### 2.2.2. Teil- und Obermengenbeziehung

Will man Bloom-Filter z.B. nach Ähnlichkeit gruppieren, kann man stattdessen Teil- und Obermengenbeziehungen zwischen ihnen betrachten. Die Teilmengenbeziehung zwischen zwei Bloom-Filtern sei hier wie folgt definiert:

Ein Bloom-Filter  $F$  ist *Teilmenge* eines Bloom-Filters  $G$ , wenn darin mindestens die gleichen 0-Bits gesetzt sind wie in  $G$  (und möglicherweise weitere, zusätzliche 0-Bits).

Die Obermengenbeziehung zwischen zwei Bloom-Filtern sei hier wie folgt definiert:

Ein Bloom-Filter  $F$  ist *Obermenge* eines Bloom-Filters  $G$ , wenn darin mindestens die gleichen 1-Bits gesetzt sind wie in  $G$  (und möglicherweise weitere, zusätzliche 1-Bits).

Der maximal gefüllte Filter, in dem alle Bits gesetzt sind, ist damit Obermenge aller Filter derselben Länge (auch von sich selbst). Der leere Filter ist die (triviale) Teilmenge aller

$F_1$	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
$F_2$	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
$F_3$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Abbildung 2.2.: Jaccard-Distanzen zwischen Bloom-Filtern.

Filter derselben Länge (auch von sich selbst). Teil- und Obermengen sind Umkehrungen voneinander, d.h. wenn  $F$  Teilmenge von  $G$  ist, folgt daraus, dass  $G$  Obermenge von  $F$  ist, und umgekehrt.

Zwischen den Bloom-Filtern in Abb. 2.2 bestehen folgende Teil- und Obermengenbeziehungen:  $F1$  und  $F2$  sind Teilmengen von  $F3$ .  $F3$  ist Obermenge von  $F1$  und  $F2$ . Zwischen den maximal unähnlichen Filtern  $F1$  und  $F2$  bestehen keine Teil- und Obermengenbeziehungen.

$F1$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
$F2$	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
$F3$	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0

Abbildung 2.3.: Teil- und Obermengenbeziehungen zwischen Bloom-Filtern.

Teil- und Obermengenbeziehung sind außerdem transitiv, was an Abb. 2.3 deutlich wird:  $F1$  ist Teilmenge von  $F2$ , damit auch Teilmenge von  $F3$ .  $F3$  ist Obermenge von  $F2$ , damit auch Obermenge von  $F1$ .

Teil- und Obermengenbeziehungen sind also im Gegensatz zur Jaccard-Distanz dazu geeignet, transitive Ähnlichkeitsbeziehungen zwischen Bloom-Filtern abzubilden. Diese Eigenschaft spielt eine zentrale Rolle im hier entwickelten Verfahren, das in Kap. 4 ausführlich dargestellt wird.

### 2.2.3. Hashfunktionen

Die Frage nach den idealen Hashfunktionen für einen Bloom-Filter ist nicht eindeutig zu beantworten<sup>11</sup>. Grundsätzlich muss zwischen kryptografischen Hashfunktionen wie MD5 und SHA und gewöhnlichen Hashfunktionen wie Murmur- oder Jenkins-Hashfunktionen unterschieden werden. Die Berechnung von kryptografischen Hashfunktionen dauert in der Regel länger, dafür haben sie bestimmte Eigenschaften wie eine hohe Kollisionsresistenz und Gleichverteilung der Ergebniswerte.

Werden Bloom-Filter z.B. zum schnellen Nachschlagen in großen, verteilten Datenbanken eingesetzt, wird auf die kryptografischen Eigenschaften zu Gunsten des verminderten Rechenaufwandes verzichtet. Das NoSQL-Datenbanksystem Cassandra und das Hadoop-Framework für skalierende, verteilte arbeitende Software verwenden beispielsweise Bloom-Filter in Kombination mit Murmur- und Jenkins-Hashfunktionen. Darüber hinaus ist MD5 für Bloom-Filter weit verbreitet. Die Murmur-Hashfunktionen weisen gleichzeitig

---

<sup>11</sup>Vgl. [BM04]: 487.

## 2. Hintergrund

gute Verteilungseigenschaften auf und lassen sich vergleichsweise schnell berechnen, weswegen sie generell für den Einsatz in Bloom-Filtern empfohlen werden<sup>12</sup>. AMBIENCE verwendet Murmur-Hashfunktionen zur Generierung der Bloom-Filter. Für die eigene Implementierung wurde der Murmur2-Hash verwendet<sup>13</sup>.

### 2.2.4. Bloom-Filter-Varianten und Anwendungen

Wegen ihres geringen Speicherbedarfs und einfachen Implementierung erfreuen sich Bloom-Filter in unterschiedlichsten Versionen großer Beliebtheit. Wichtige Varianten sind z.B. *Attenuated Bloom Filter*, *Counting Bloom-Filter* und *Compressed Bloom Filter*. Ein Counting Bloom-Filter benötigt mehr Speicherplatz als ein klassischer Bloom-Filter, dafür können Objekte wieder daraus entfernt werden<sup>14</sup>. Komprimierte Bloom-Filter werden eingesetzt, wenn Bloom-Filter als Nachrichten mit begrenzter Länge versendet werden oder die übertragene Datenmenge minimiert werden soll<sup>15</sup>. Attenuated Bloom-Filter<sup>16</sup> können als Array von Bloom-Filtern betrachtet werden und können z.B. in einem Netzwerk Informationen darüber enthalten, welche Dienste an einem anderen Knotenverfügbar sind. Besonders häufig kommen Bloom-Filter in verteilten Anwendungen und Netzwerkdiensten zum Einsatz<sup>17</sup>.

Neben Hadoop und Cassandra werden Bloom-Filter in unzähligen, zum Teil hoch skalierten Anwendungen eingesetzt. Weitere Beispiele sind der quelloffene Webproxy Squid und der Chrome-Browser, wo Bloom-Filter zum schnellen Nachschlagen als bösartig eingestufter Webseiten verwendet werden. Broder und Mitzenmacher formulieren das Bloom-Filter-Prinzip wie folgt:

Wherever a list or set is used, and space is at a premium, consider using a Bloom filter if the effect of false positives can be mitigated<sup>18</sup>.

## 2.3. Indexstrukturen

Zur effizienten Bearbeitung von Anfragen und Operationen kommen in der internen Schicht von Datenbanksystemen spezielle Datenstrukturen und Speicherverfahren zum Einsatz. Sie werden *Indexstrukturen* genannt und organisieren die Daten an Hand von Indizes, um die gewünschten Operationen zu unterstützen<sup>19</sup>.

Ein *Index* oder *Verzeichnis* einer Datei enthält Informationen über ihre Struktur, wobei mit „Datei“ in diesem Zusammenhang eine komplette Datenstruktur gemeint ist, also z.B. ein Suchbaum oder ein Array. Indexstrukturen lassen sich danach klassifizieren, wie sie die Daten organisieren:

<sup>12</sup>Vgl. <http://spyced.blogspot.de/2009/01/all-you-ever-wanted-to-know-about.html>.

<sup>13</sup>Vgl. <https://sites.google.com/site/murmurhash/MurmurHash2.cpp> für den Quellcode.

<sup>14</sup>Vgl. [FCAB00].

<sup>15</sup>Vgl. [Mit02].

<sup>16</sup>Vgl. [SS11]: 316 und 318.

<sup>17</sup>Vgl. [BM04] für eine ausführliche Darstellung.

<sup>18</sup>[BM04]: 486.

<sup>19</sup>Trotz der großen Verbreitung von Indexstrukturen in Datenbanksystemen scheinen in der Literatur keine überblicksartigen Darstellungen zu existieren. Der aktuelle Abschnitt stützt sich daher im Wesentlichen auf das Skript zur Vorlesung *Anfragebearbeitung und Indexstrukturen in Datenbanksystemen* im Wintersemester 2013/2014 an der Ludwig-Maximilians-Universität München (vgl. [Kri14]).

1. *Daten-organisierende Indexstrukturen* werden zur Organisation der tatsächlich anfallenden Daten eingesetzt – meist in Form von *Suchbäumen*.
2. *Raum-organisierende Indexstrukturen* werden zur Organisation des Speichers eingesetzt, in dem die Daten gehalten werden. Sie verwenden vor allem *dynamische Hashverfahren*.
3. *Hybride Indexstrukturen* sind eine Kombination der vorgenannten Klassen und basieren auf *Hashbäumen*.

Eine gute bzw. effektive Indexstruktur sollte folgenden Anforderungen genügen:

1. *Effiziente Suche*: Eine Suchanfrage auf der Indexstruktur soll in optimaler Zeit ein Ergebnis liefern. D.h. die Anfrage soll in möglichst wenig Schritten an die Seite oder Seiten weiter geleitet werden, die die angefragten Daten enthalten.
2. *Dynamisches Einfügen, Modifizieren und Löschen von Datensätzen*: Die zu organisierende Datenmenge verändert sich möglicherweise über die Zeit, was durch die Indexstruktur widergespiegelt und unterstützt werden muss.
3. *Erhalt der lokalen Ordnung*: Falls es Datensätze gibt, deren Schlüssel in der angewandten Ordnungsrelation (z.B. die Kleiner-Gleich-Ordnung) aufeinander folgen, sollte die Indexstruktur diese Ordnung übernehmen. Suchbäumen erfüllen diese Eigenschaft, nicht aber lineare Hashverfahren. Die Wahl bzw. Implementierung der Indexstruktur muss also zum Anwendungsfall passen.
4. *Spechereffizienz*: Effiziente Speichernutzung ist für real existierende und hoch skalierende Anwendungen von zentraler Bedeutung.

Weitere mögliche Anforderungen sind *Machbarkeit* und *Implementierungskosten*. Sie sind für die vorgestellte Implementierung nachrangig in dem Sinne, dass der Nachweis der Machbarkeit durch die Implementierung selbst erfolgt. Da AMBIENCE ein Prototyp ist und im akademischen Umfeld entwickelt wurde, kann die wirtschaftliche Kalkulation der Kosten, wie sie ein Unternehmen vornehmen würde, außer Acht gelassen werden.

Für Implementierung (vgl. Kap. 4) und Evaluation (vgl. 5) stehen daher die Anforderungen 1–4 im Mittelpunkt. Als weiteres Kriterium, das nicht zu den allgemeinen Anforderungen an Indexstrukturen zählt, wurden die Aufbaukosten der Indexstruktur betrachtet.

### 2.3.1. B-Bäume

B-Bäume sind eine weit verbreitete Form der Suchbäume und wurden zuerst 1972 von Rudolf Bayer und Edward M. McCreight vorgestellt. Sie erfüllen unter anderem folgende Eigenschaften:

1. *Aufbau*: B- und B<sup>+</sup>-Bäume wachsen und schrumpfen von der Wurzel ausgehend.
2. *Balanciertheit*: Alle Blätter sind auf demselben Level.
3. *Minimaler Grad/Ordnung*: B- und B<sup>+</sup>-Bäume sind definiert durch die Ordnung oder den minimalen Grad  $t$ , d.h. jeder Knoten außer der Wurzel enthält mindestens  $t$  Schlüssel.
4. *Suchbaumeigenschaft*: Schlüssel sind aufsteigend sortiert.
5. *Verzweigungsgrad*: Ein innerer Knoten mit  $k$  Schlüsseln hat genau  $k+1$  Kinder<sup>20</sup>.

---

<sup>20</sup>Vgl. [OW12]: 339–348. Den Grad bzw. die minimale Ordnung betreffend ist die Nomenklatur in der Literatur uneinheitlich. [OW12] sprechen in Anlehnung an [Knu99] von B-Bäumen der Ordnung  $m$  und fordern, dass jeder Knoten mit Ausnahme der Wurzel und der Blätter mindestens  $\lceil \frac{m}{2} \rceil$  enthalte (vgl. ebd.: 342f.). Stein et al. definieren den minimalen Grad wie oben beschrieben (vgl. [SCLR09]: 489). Kriegel verwendet dasselbe Kriterium, bezeichnet es jedoch als Grad  $m$  (vgl. [Kri14]: 9).

## 2. Hintergrund

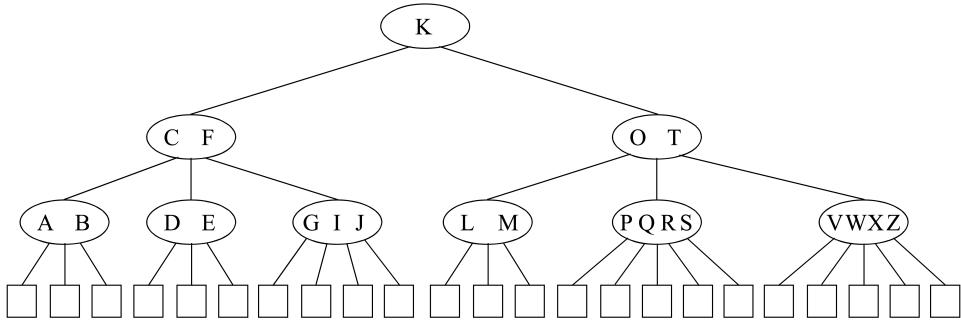


Abbildung 2.4.: Ein B-Baum der Ordnung 2.

Unterstützte Operationen sind in der Regel Einfügen, Suchen und Löschen von Datensätzen. Dabei ist die Löschoperation am aufwendigsten zu implementieren, da auch das Löschen eines Schlüssels aus einem inneren Knoten betrachtet werden muss. Ein Schlüssel aus einem inneren Knoten kann nicht direkt gelöscht werden, da er zusätzlich als Separator für seine Kindknoten dient. Es muss daher ein neuer Separator aus dem rechten oder linken Kindknoten entnommen und in den Knoten eingefügt werden. Falls damit die B-Baum-Eigenschaften verletzt werden, d.h. der Kindknoten anschließend zu wenig Schlüssel enthält, muss eine Underflow-Behandlung eingeleitet werden, bei dem der Kindknoten mit einem Geschwisterknoten verschmolzen wird. Der Underflow kann sich rekursiv bis zur Wurzel fortsetzen und dafür sorgen, dass der Baum eine Ebene verliert und eine neue Wurzel erhält.

### 2.3.2. $B^+$ -Bäume

Das entwickelte Verfahren stützt sich stark auf  $B^+$ -Bäume, eine Erweiterung der B-Bäume. Sie unterscheiden sich von ihnen in folgenden Eigenschaften:

1. *Minimale Schlüsselanzahl*: Jeder innere Knoten enthält mindestens einen Schlüssel.
2. *Ordnungsrelation*: Der Kindknoten zwischen den Schlüsseln  $k1$  und  $k2$  enthält alle Schlüssel  $\geq k1$  und  $< k2$ .
3. *Speicherung der Datensätze*: Alle Schlüssel werden auch in den Blättern gespeichert. Die tatsächlichen Datensätze sind mit dem entsprechenden Schlüssel im Blatt verknüpft.
4. *Sequentielle Verkettung*: Alle Blätter sind gemäß der Ordnung auf den Primärschlüsseln verkettet.

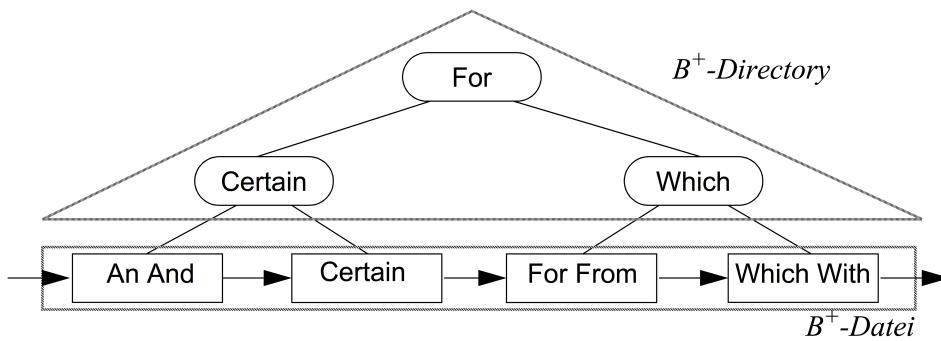


Abbildung 2.5.: Ein B<sup>+</sup>-Baum der Ordnung 2.

Die wesentlichen Vorteile gegenüber dem B-Baum sind der höhere Verzweigungsgrad und die Bereichssuche. Tab. 2.1 vergleicht die durchschnittlichen Laufzeiten für Einfügen, Suchen und Löschen in B-Bäumen und  $B^+$ -Bäumen:

	Einfügen	Suchen	Löschen	Bereichssuche
<b>B-Baum</b>	$O(\log(2t - 1))$	$O(\log(2t - 1))$	$O(\log(2t - 1))$	$\times$
<b>B<sup>+</sup>-Baum</b>	$O(\log(2t - 1))$	$O(\log(2t - 1))$	$O(\log(2t - 1))$	$O(\log 2t - 1)$

Tabelle 2.1.: Laufzeiten von Operationen auf Suchbäumen.

Daran wird deutlich, dass die Kosten für Einfügen, Suchen und Löschen in beiden Varianten vom Parameter  $t$  abhängen. Da die inneren Knoten im B<sup>+</sup>-Baum mehr Schlüssel enthalten als im B-Baum, wird der Baum breiter und flacher. Geht man davon aus, dass ein Zugriff auf einen inneren Knoten einem Plattenzugriff entspricht, wird deutlich, dass sich damit die Kosten für Einfügen, Suchen und Löschen gegenüber dem B-Baum reduzieren lassen.

Die sequentielle Verkettung der Blätter im B<sup>+</sup>-Baum ermöglicht zudem eine Bereichssuche. Das ist ein immenser Vorteil gegenüber dem B-Baum, bei dem jeder für eine Bereichssuche jeder einzelne Datensatz mit Kosten von  $O(\log(2t - 1))$  gesucht werden muss. Diese Kosten fallen beim B<sup>+</sup>-Baum nur für den ersten Datensatz mit dem kleinsten Primärschlüssel an. Anschließend kann eine doppelt verkettete Liste traversiert werden.



### 3. Verwandte Themen

Bloom-Filter spielen eine wichtige Rolle in AMBIENCE. Somit stellte sich weder die Frage, ob überhaupt Bloom-Filter eingesetzt werden sollen, noch nach ihrer optimalen Implementierung. AMBIENCE diente vielmehr als Schnittstelle für den eigenen Entwurf.

Dennoch wurden die Bloom-Filter auch selbst implementiert, um die eigenen Berechnungen zu überprüfen und mit realistischen Werten arbeiten zu können. Das folgende Kapitel stellt in Abschnitt 3.1 zunächst dar, auf welche Arbeiten und bewährten Techniken dabei Bezug genommen wurde.

Ziel dieser Arbeit war eine optimale Lösung für das Anwendungsszenario von AMBIENCE. Eine solche wird vom aktuellen Stand der Forschung nicht abgedeckt. Die Darstellung des aktuellen Forschungsstandes konzentriert sich wegen der Fülle der Einsatzmöglichkeiten auf Bloom-Filter in Netzwerkanwendungen und Indexstrukturen sowie die  $k$ -nächste-Nachbarn-Suche. Überlegungen und Arbeiten, die Eingang in die eigene Implementierung gefunden haben, werden in den Abschnitten 3.2, 3.3 und 3.4 vorgestellt.

#### 3.1. Implementierung von Bloom-Filtern

Gemäß dem Bloom-Filter-Prinzip bietet sich die Verwendung von Bloom-Filtern an, wenn Speicherplatz effektiv genutzt werden soll und gleichzeitig die Auswirkungen von falsch Positiven abgemildert werden können (vgl. Abschnitt 2.2.4). Die mathematischen Grundlagen wie Minimierung der Falsch-Positiv-Rate, Abschätzung der Anzahl eingefügter Elemente, Abschätzung der Jaccard-Distanz etc. werden von Bloom<sup>1</sup>, Broder, Mitzenmacher<sup>2</sup> sowie Werner et al.<sup>3</sup> ausführlich dargestellt, um nur einige zu nennen.

Wie in den Abschnitten 2.2.3 und 2.2.4 erwähnt, werden Bloom-Filter im Apache-Projekt Cassandra eingesetzt. Sie dienen dort zum schnellen Nachschlagen in Tabellen, den so genannten *SSTables*. Die Cassandra-Entwickler, namentlich Jonathan Ellis, haben sich eingehend mit der Implementierung von Bloom-Filtern und optimalen Hashfunktionen beschäftigt. Diese Überlegungen haben keinen Eingang in wissenschaftliche Veröffentlichungen gefunden, sind jedoch sehr praxisrelevant<sup>4</sup>. Zur Wahl der Hashfunktionen schreibt Ellis:

---

<sup>1</sup>Vgl. [Blo70].

<sup>2</sup>Vgl. [BM04] und [Mit02].

<sup>3</sup>Vgl. [WDS15].

<sup>4</sup><http://cassandra.apache.org/> ist die Hauptseite des Cassandra-Projekts. Der Cassandra-Quellcode ist frei verfügbar unter <https://github.com/apache/cassandra>. Datenmodell und Architektur werden z.B. unter <http://wiki.apache.org/cassandra/DataModel>, <http://wiki.apache.org/cassandra/ArchitectureOverview> und <http://prettyprint.me/prettyprint.me/2010/05/02/understanding-cassandra-code-base/index.html> beschrieben. Für diese Arbeit wurden auch eine programmatische Rede (vgl. <https://youtu.be/WD1v6jr5fKY>) und ein Blog (vgl. <http://spyced.blogspot.de/>) von Ellis berücksichtigt.

### 3. Verwandte Themen

[I]t turns out that it's surprisingly hard to find good information on one part of the implementation: how do you generate an indefinite number of hashes? Even small filters will use three or four; a dozen or more is not unheard of<sup>5</sup>.

Die mathematischen Grundlagen der Generierung von  $i$  Hashfunktionen mit möglichst gleich verteilten Ergebnissen sind bei Kirsch und Mitzenmacher<sup>6</sup> zu finden. Viele Bloom-Filter-Implementierungen wie *PyBloom* verwenden jedoch Hashfunktionen, deren Ergebnisse nicht gleich verteilt sind. Das Problem ist, dass damit häufig eine deutlich höhere Falsch-Positiv-Rate im Bloom-Filter erzielt wird als rein rechnerisch zu erwarten wäre.

Der Grund für die Verwendung minderwertiger Hashfunktionen ist Ellis zu Folge, dass die meisten Implementierungen auf schnelle Berechnung der Hashwerte abzielten statt auf Gleichverteilung der Ergebnisse. Das ist aber für einen Bloom-Filter essentiell, wenn z.B. wie in Cassandra teure Eingabe/Ausgabe-Operationen durch den Einsatz von Bloom-Filters reduziert werden sollen. Weist der Bloom-Filter eine erhöhte Falsch-Positiv-Rate auf, beispielsweise von 140% gegenüber dem erwarteten Wert, reduziert das die positiven Effekte des Bloom-Filters drastisch.

Ellis präsentiert zwei Lösungsansätze: Entweder kryptografische Hashfunktionen oder Murmur- und Jenkins-Hashfunktionen mit guter Gleichverteilung der Ergebnisse. Kryptografische Hashfunktionen wurden bereits in Abschnitt 2.2.3 dargestellt. Der Nachteil daran ist, dass sie in der Regel aufwändiger zu berechnen sind als gewöhnliche Hashfunktionen. Das spielt z.B. bei der einmaligen Berechnung eines Fingerabdrucks keine große Rolle. Die Performanz von Bloom-Filters wird dadurch aber beeinträchtigt.

Mit Murmur- oder Jenkins-Hashfunktionen gibt es zwei Möglichkeiten, eine beliebige Anzahl von Hashfunktionen mit guter Gleichverteilung der Ergebnisse zu erzeugen. Entweder berechnet man den  $i$ -ten Hashwert als  $\text{hash}_0 + i * \text{hash}_1$  wie von Kirsch und Mitzenmacher beschrieben und in Cassandra angewendet. Alternativ nimmt man den  $i$ -ten Hashwert als Startwert für die Berechnung des  $i+1$ -ten Hashwerts. Dieser Ansatz wurde in Hadoop gewählt und wird auch hier verwendet.

Zur Organisation der Bloom-Filter äußert sich Ellis ebenfalls, jedoch nur auf seinem Twitter-Account und ohne auf Details einzugehen:

Rather than naively checking every Bloom Filter for the element, organize the BF in a hierarchy akin to B+ tree<sup>7</sup>.

Zwar ist hier offensichtlich von der Suche nach einem Element in einem Bloom-Filter die Rede, nicht nach einem Bloom-Filter selbst wie in AMBIENCE. Dennoch zeichnet sich ab, dass ein B<sup>+</sup>-Baum als Indexstruktur für Bloom-Filter in Erwägung gezogen werden sollte.

Damit sind die Gemeinsamkeiten zwischen Cassandra und AMBIENCE erschöpft. Es war zunächst überlegt worden, Cassandra zur Evaluation der eigenen Implementierung zu nutzen, d.h. die eigenen Datensätze in eine Cassandra-Installation zu überführen und z.B. die Laufzeiten der  $k$ -Nächste-Nachbarn-Suche zu vergleichen. Der entscheidende Unterschied zu Cassandra ist jedoch, dass in AMBIENCE die Bloom-Filter selbst die Datensätze sind, während sie in Cassandra zum Nachschlagen der Datensätze verwendet werden. Damit erwies sich die Evaluation mit Cassandra als nicht praktikabel. Die Publikationen

---

<sup>5</sup>Vgl. <http://spyced.blogspot.de/2009/01/all-you-ever-wanted-to-know-about.html>.

<sup>6</sup>Vgl. [KM06].

<sup>7</sup>Vgl. <https://twitter.com/spyced/status/707266703751651328>.

aus dem Cassandra-Umfeld wurden daher ausschließlich bezüglich Implementierung der Bloom-Filter, Wahl und Berechnung der Hashfunktionen berücksichtigt. Der Hinweis auf  $B^+$ -Bäume in Zusammenhang mit Bloom-Filtern unterstützte zudem die Entscheidung für diese Indexstruktur.

### 3.2. Netzwerkanwendungen mit Bloom-Filtern

Bloom-Filter werden in zahlreichen Netzwerk-Anwendungen eingesetzt. Das erscheint auf den ersten Blick interessant für AMBIENCE als soziales Online-Netz. Ein guter Überblick über Netzwerk-Anwendungen mit Bloom-Filtern findet sich bei Broder und Mitzenmacher:

The aim of this paper is to survey the ways in which Bloom filters have been used and modified in a variety of network problems, with the aim of providing a unified mathematical and practical framework for understanding them and stimulating their use in future applications<sup>8</sup>.

Die Autoren beschreiben unter anderem die Verwendung von Bloom-Filtern zur Kollaboration in Overlay- und Peer-to-Peer-Netzwerken<sup>9</sup>, jedoch mit einem entscheidenden Unterschied zur Fragestellung: Zwar werden die Anfragen in AMBIENCE von einem mobilen Endgerät an einen Host gesendet, also über das Netzwerk übertragen. Die  $k$ -Nächste-Nachbarn-Suche bezieht sich jedoch auf die Menge der an einem Host gespeicherten Bloom-Filter. Unter diesen sollen die ähnlichsten möglichst schnell und effizient gefunden werden. Ab dem Zeitpunkt, zu dem die Anfrage am Host eingegangen ist, werden aber keine Nachrichten mehr im Netzwerk übertragen. Die  $k$ -Nächste-Nachbarn-Suche findet nur auf dem Host selbst statt und erst das Ergebnis wird an das anfragende Gerät übermittelt.

Ähnlich verhält es sich mit der Arbeit von Agarwal und Trachtenberg. Dort werden Counting Bloom-Filter verwendet, um die Abschätzung von Mengendifferenzen auf unterschiedlichen Hosts zu optimieren<sup>10</sup>. Daran werden zwar die Vorteile von Bloom-Filtern bei der blinden Kalkulation von Mengenunterschieden deutlich, ohne dass ihre Elemente bzw. die Objekte in den Bloom-Filtern bekannt sein müssen. Wie bei Werner et al. beschrieben, kann diese Eigenschaft den Schutz der Privatsphäre in einem sozialen Online-Netz verbessern<sup>11</sup>. Auch hier findet die Abschätzung der Mengendifferenzen jedoch zwischen zwei unterschiedlichen Hosts statt, weswegen dieser Ansatz für AMBIENCE nicht genutzt werden kann. Gleches gilt für die Arbeiten von Byers et al.<sup>12</sup>, Shiraki et al.<sup>13</sup>, Zhang<sup>14</sup> und Zhu et al.<sup>15</sup>. Überall dort werden Bloom-Filter im Zusammenhang mit Netzwerken eingesetzt, doch keiner der Ansätze lässt sich auf AMBIENCE anwenden.

---

<sup>8</sup>[BM04]: 485.

<sup>9</sup>Vgl. ebd.: 486.

<sup>10</sup>Vgl. [AT06].

<sup>11</sup>Vgl. [WDS15]: 2 und 5.

<sup>12</sup>Vgl. [BCM02].

<sup>13</sup>Vgl. [STT<sup>+</sup>09].

<sup>14</sup>Vgl. [Zha12].

<sup>15</sup>Vgl. [ZJW04].

### 3.3. Indexstrukturen für Bloom-Filter

Ein Überblick über Indexstrukturen für Datenbank-Managementsysteme auf Hauptspeicherbasis findet sich bei Lehman und Carey<sup>16</sup>. Die Publikation ist nicht ganz aktuell, kann aber zu einem besseren Verständnis der Indexstrukturen aus Abschnitt 2.3 beitragen. Wichtig ist vor allem die Erkenntnis, dass der Einsatz einer Hauptspeicher-Datenstruktur sinnvoll sein kann, um die Performanz von Anfragen auf größeren Datenmengen zu verbessern. B- und B<sup>+</sup>-Bäume werden allgemein als Hauptspeicher-Datenstrukturen verwendet. Ein Vorteil davon ist die Reduzierung der Plattenzugriffe bei der Suche nach Datensätzen. In der Regel benötigen sie viel weniger Speicherplatz als das tatsächliche Datenaufkommen. Außerdem kann in der Indexstruktur häufig mit Zeigern gearbeitet werden, ohne alle vorhandenen Daten tatsächlich in der Datenstruktur halten zu müssen.

Nachdem sich abzweichnete, dass die Organisation der Bloom-Filter durch eine geeignete Indexstruktur erfolgen könnte, wurde mit der Suche begonnen. Adaptierungen der kanonischen Formen für spezifische Anwendungen finden sich in der Literatur zu Hauf. Wenig überraschend ist darunter keine, die das spezifische Szenario von AMBIENCE abbildet.

Hellerstein und Pfeffers<sup>17</sup> Publikation von 1994 stellt den *RD-Tree* als Indexstruktur für objektrelationale Geo-Datenbanken vor. Abgesehen davon, dass der objektrelationale Ansatz mittlerweile kaum noch verfolgt wird, ist die Indexstruktur optimiert für Geodaten. Diese haben spezielle Eigenschaften wie z.B. Inklusionsbeziehungen zwischen Punkten und Flächen oder Flächen untereinander, die in der Indexstruktur abgebildet und von Suchanfragen unterstützt werden müssen. Spezielle Indexstrukturen für Geodaten erschienen daher ungeeignet, da sie einerseits einen unnötigen Implementierungsaufwand erfordern, der für die vorhandenen Daten nicht erforderlich wäre, andererseits die *k*-Nächste-Nachbarn-Suche unnötig erschweren. Zu diesen speziellen Indexstrukturen zählt auch der *R-Baum* zur Organisation von minimalen umgebenden Rechtecken. Eine Variante davon ist der *bichromatic Rdnn-Tree* von der Yang und Lin<sup>18</sup>. Diese Arbeit erschien insofern interessant, als die Autoren nicht nur Punkt-Anfragen, sondern *k*-Nächste-Paare und *k*-Nächste-Nachbarn-Paare betrachten und ihre Indexstruktur dafür optimiert haben. Mangels Ähnlichkeit von Bloom-Filtern und spatialen Datensätzen wurde jedoch auch dieser Ansatz verworfen.

Am stärksten wurde schließlich die Arbeit „Evaluation of the Structured Bloom Filters Based on Similarity“ von Hiroshi Sakuma und Fumiaki Sato berücksichtigt<sup>19</sup>. Sie behandelt zwar ein Netzwerk-Problem, doch ließen sich Teile der Indexstruktur für AMBIENCE adaptieren. Kern der Arbeit ist ein Baum aus Bloom-Filtern zur Minimierung der Weiterleitungen von Anfragen in einem Verteilten System. Die Indexstruktur ist ein Baum aus Bloom-Filtern, an dem jeder im Netzwerk beteiligte Knoten einen Teil hält (vgl. Abb. 3.1). Er ist nach Ähnlichkeit zwischen Bloom-Filtern aufgebaut. Wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben, dient als Ähnlichkeitsmaß jedoch nicht die Jaccard-Distanz, sondern die Anzahl gleicher 1-Bits. Die Datensätze werden nicht im Baum selbst gehalten, sondern die Knoten des Baums dienen dem Management bzw. der Organisation. Da es sich um ein Verteiltes System handelt, aus dem Knoten ausscheiden oder neu hinzukommen können,

---

<sup>16</sup>Vgl. [LC86].

<sup>17</sup>Vgl. [HP94].

<sup>18</sup>Vgl. [YL02]

<sup>19</sup>Vgl. [SS11].

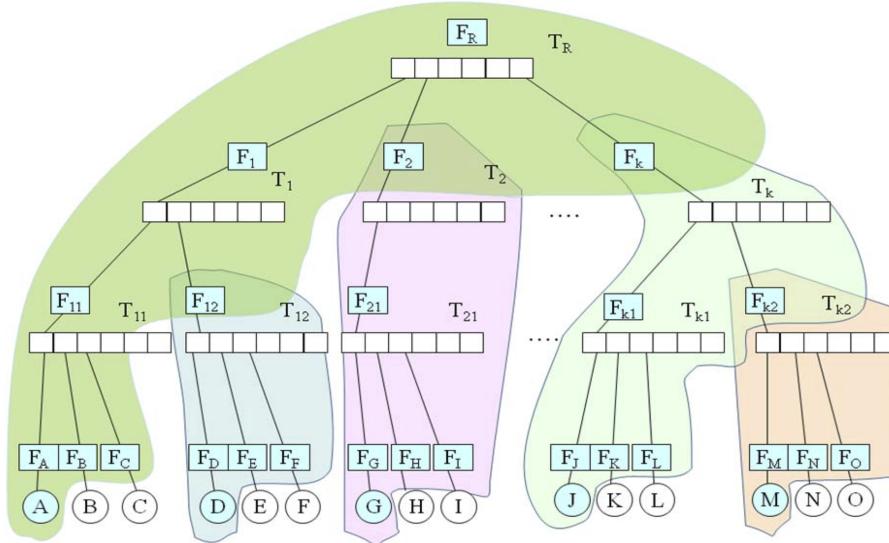


Abbildung 3.1.: Bloom-Filter-Baum bei Sakuma und Sato ([SS11]: 320).

müssen regelmäßige Updates per Broadcast-Nachrichten an alle Knoten im Baum propa-  
giert werden. Ein Knoten ist darin für den unter ihm liegenden Teilbaum verantwortlich.  
D.h. in Abb. 3.1 hält der Wurzelknoten hält Informationen über das gesamte Netzwerk,  
Knoten  $T_{k2}$  hingegen hält nur Informationen über den orangefarbenen Teilbaum.

Im Zentrum stehen zwei Aspekte, die von den Autoren evaluiert und mit bestehenden Methoden verglichen werden: Anzahl der Schritte bei der Anfrage-Weiterleitung und Restrukturierung des Baumes beim Ausscheiden und Beitreten von Knoten<sup>20</sup>. Die Anfrage-Weiterleitung basiert dabei auf der Baumstruktur, die Restrukturierung auf der Anordnung der Bloom-Filter nach Ähnlichkeit. Beide Aspekte sind für AMBIENCE weniger relevant: Erstens findet die  $k$ -Nächste-Nachbarn-Suche auf ein und demselben Host statt. Anfragen müssen also nicht an andere Hosts weiter geleitet werden. Daher wurde darauf verzichtet, in inneren Knoten Informationen über die Geschwisterknoten vorzuhalten. Zweitens ist davon auszugehen, dass die Indexstruktur an einem Host nach dem Aufbau relativ stabil bleibt. Insbesondere können Ausscheiden, Beitreten und Ausfall von Knoten in einem Verteilten System vernachlässigt werden. Die Restrukturierungskosten für die Indexstruktur wurden daher nicht näher betrachtet.

Bezüglich der Management-Methoden treffen Sakuma und Sato in naheliegender Weise eine Unterscheidung zwischen physischen und logischen Knoten. Physische Knoten sind die tatsächlich im Netzwerk vorhandenen Hosts. Logische Knoten sind die Baumkno-  
ten. Sie sind für die Weiterleitung von Anfragen und die Aktualisierung des Baumes bei Restrukturierung des Netzwerkes zuständig. Diese Aufteilung wurde nicht in die Imple-  
mentierung übernommen, sondern es gibt nur eine Art von Knoten. Grund hierfür ist wiederum, dass die tatsächlichen Datensätze bei Sakuma und Sato keine Bloom-Filter sind. Die Bloom-Filter dienen lediglich der Strukturierung des Netzwerks und der effi-

<sup>20</sup>Vgl. [SS11]: 316.

### 3. Verwandte Themen

zienten Weiterleitung von Anfragen. Da die Bloom-Filter in AMBIENCE selbst die Datensätze sind, musste diese Unterscheidung nicht getroffen werden. Vielmehr wurden die Bloom-Filter selbst bzw. ihre IDs als Primärschlüssel verwendet (vgl. Kap. 4 für Details der Implementierung).

Zur Verwaltung der Bloom-Filter im Baum wurde ein wichtiges Element übernommen: Jeder Knoten besitzt einen konsolidierten Bloom-Filter zur Verwaltung der Index-Informationen<sup>21</sup>. Konkret bedeutet das, dass beim Einfügen eines Objekts in den Baum das bitweise binäre Oder des eingefügten Filters und des konsolidierten Filters jedes Teilbaums gebildet wird. Der konsolidierte Filter jedes Knotens besteht damit aus dem bitweisen binären Oder aller Filter, die in diesen Teilbaum eingefügt wurden<sup>22</sup>. Dieser Faktor ist entscheidend für die Beschleunigung der  $k$ -Nächste-Nachbarn-Suche, wie in den Kapiteln 4 und 5 dargestellt wird.

In Abschnitt 2.2.1 wurde erläutert, dass die Jaccard-Distanz im Unterschied zum Ähnlichkeitsmaß bei Sakuma und Sato nicht transitiv ist. Die Organisation der Bloom-Filter im Baum nach Ähnlichkeit konnte daher für AMBIENCE nicht angewendet werden. Des Weiteren stellte sich heraus, dass die Autoren zwar beständig von einem B-Baum sprechen, in Wirklichkeit aber einen  $B^+$ -Baum implementiert haben. Auch ohne Implementierungsdetails lässt sich das z.B. daran erkennen, dass alle Primärschlüssel auch in den Blättern zu finden sind<sup>23</sup>. Die eigene Implementierung verwendet einen  $B^+$ -Baum.

Im Unterschied zum B-Baum existieren für den  $B^+$ -Baum wenig kanonische Implementierungen. An dieser Stelle sei die Arbeit von Jan Jannink genannt, der insbesondere die Löschoperation im  $B^+$ -Baum sowohl theoretisch als auch mit Codebeispielen erläutert<sup>24</sup>. Die eigene Implementierung folgt nicht der von Jannink, doch wird die Löschoperation von ihm sehr gut veranschaulicht<sup>25</sup>.

## 3.4. $k$ -nächste-Nachbarn-Suche

Einen anderen Ansatz verfolgen Bayardo et al., die das mit der  $k$ -Nächsten-Nachbarn-Suche verwandte Problem der  $k$ -Nächsten-Paare untersuchen<sup>26</sup>. Die Autoren haben einen viel zitierten und frei verfügbaren Algorithmus<sup>27</sup> entwickelt, um die  $k$ -Nächste-Paare-Suche auf dünn besetzten Vektoren zu optimieren:

Given a large collection of sparse vector data in a high dimensional space, we investigate the problem of finding all pairs of vectors whose similarity score (as determined by a function such as cosine distance) is above a given threshold. We propose a simple algorithm based on novel indexing and optimization strategies that solves this problem without relying on approximation methods or extensive parameter tuning<sup>28</sup>.

---

<sup>21</sup>Vgl. [SS11]: 319

<sup>22</sup>Vgl. ebd.: 320.

<sup>23</sup>Vgl. ebd.: 319/Abb. 4.

<sup>24</sup>Vgl. [Jan95].

<sup>25</sup>Vgl. z.B. ebd.: 36/Abb. 1.

<sup>26</sup>Vgl. [BMS07].

<sup>27</sup>Vgl. <https://code.google.com/archive/p/google-all-pairs-similarity-search/> für den Quellcode.

<sup>28</sup>[BMS07]: 131.

Diese Verallgemeinerung der *k*-Nächsten-Nachbarn-Suche wird auch als „similarity join problem“<sup>29</sup> bezeichnet, der entwickelte Algorithmus ist unter dem Namen „all pairs“ oder „all pairs similarity search“<sup>30</sup> bekannt.

Für diese Arbeit wurde der All-Pairs-Algorithmus nur theoretisch betrachtet. Grund hierfür ist neben dem abweichenden Distanzmaß vor allem der abweichende Ansatz, die Suchfunktion selbst und nicht die Indexstruktur zu optimieren. Zwar werden auch für All-Pairs Indexstrukturen auf Kandidatenmengen an Hand von Schranken aufgebaut<sup>31</sup>. Dies geschieht jedoch dynamisch und generiert keine persistente Datenstruktur, was das Ziel dieser Arbeit war. Zukünftige Arbeiten könnten jedoch prüfen, ob All-Pairs für AMBIENCE eingesetzt werden kann (vgl. hierzu Kap. 6).

---

<sup>29</sup>[BMS07]: 132.

<sup>30</sup>Vgl. z.B. <http://mlwave.com/tutorial-google-all-pairs-similarity-search/>.

<sup>31</sup>Vgl. [BMS07]: 132.



# 4. Implementierung

Das folgende Kapitel beschreibt die eigene Entwicklung einer Indexstruktur zur Optimierung der  $k$ -Nächsten-Nachbarn-Suche nach Bloom-Filters in AMBIENCE. Sie heißt *BloomFilterTree*. Abschnitt 4.1.1 beschreibt den konzeptionellen Aufbau. Die praktische Umsetzung wird in Abschnitt 4.1.2 dargestellt. Die zentralen Operationen zum Einfügen von Bloom-Filters und die  $k$ -nächste-Nachbarn-Suche werden in den Abschnitten 4.1.3 und 4.1.4 erläutert. Abschließend wird dargestellt, welche alternativen Ansätze während der Implementierung verfolgt und weshalb sie letztlich verworfen wurden (vgl. Abschnitt 4.2). Evaluation des Verfahrens und Gegenüberstellung mit der naiven Implementierung finden sich im folgenden Kapitel 5.

## 4.1. BloomFilterTree

Um möglichst plattformunabhängig zu bleiben, wurde die Implementierung in C++ realisiert. Ausgewählte Codebeispiele finden sich im Anhang (vgl. Kapitel A). Zunächst war überlegt worden, teilweise auf bestehende Bibliotheken für Bloom-Filter und Baumstrukturen zurückzugreifen wie die bekannte *Open Bloom Filter*-Bibliothek von Arash Partow<sup>1</sup>. Darauf wurde schließlich aus zwei Gründen verzichtet: Erstens liegt der Fokus der Arbeit nicht auf der Implementierung von Bloom-Filters, sondern sie dienten als Schnittstelle. Durch die Verwendung bestehender Bibliotheken wäre außerdem zu befürchten, dass Messergebnisse einerseits durch den Rechnenaufwand für nicht benötigte Operationen, andererseits durch in AMBIENCE nicht vorhandene Optimierungen verfälscht würden.

Eine Bibliothek für B<sup>+</sup>-Bäume ist z.B. das *STX B+ Tree package* von Timo Bingmann<sup>2</sup>. Wie in Abschnitt 3.3 dargestellt, existieren keine bekannten Varianten von Indexstrukturen, die sich unverändert für AMBIENCE übernehmen ließen. Auch eine bestehende Bibliothek müsste also stark abgewandelt werden. Gleichzeitig könnten dieselben Verfälschungen auftreten wie bei Verwendung einer Bloom-Filter-Bibliothek. So wurde auch davon abgesehen.

### 4.1.1. Aufbau

Am vielversprechendsten erschien es, wie Sakuma und Sato in ihrer Arbeit über „Structured Bloom Filters Based on Similarity“<sup>3</sup> zunächst von einem B<sup>+</sup>-Baum auszugehen (vgl. Abschnitt 3.3). Dieser wurde zuerst implementiert mit allen Eigenschaften wie in Abschnitt 2.3 beschrieben. Anschließend wurde er schrittweise für die Organisation der Bloom-Filter erweitert:

---

<sup>1</sup>Vgl. <https://github.com/ArashPartow/bloom> für den Quellcode.

<sup>2</sup>Vgl. <https://github.com/bingmann/stx-btree> für den Quellcode.

<sup>3</sup>Vgl. [SS11].

#### 4. Implementierung

1. Die Datensätze sind Bloom-Filter, d.h. die jedes Blatt enthält Zeiger auf die  $n$  Bloom-Filter-Objekte, die darin eingefügt wurden. Bloom-Filter-Objekte werden über ihre ID als Primärschlüssel identifiziert.
2. Jeder Baumknoten hat einen Vereinigungs-Bloom-Filter. Er wird aus dem bitweisen logischen Oder aller Bloom-Filter gebildet, die in den darunter liegenden Teilbaum eingefügt wurden (vgl. Abschnitt 3.3).

Abb. 4.1 veranschaulicht den Aufbau eines BloomFilterTree. Die Baumknoten sind darin blau markiert. Sie enthalten die Primärschlüssel der Bloom-Filter sowie Zeiger auf die Kind- bzw. Nachbarknoten. Jeder Knoten hat einen weiß markierten Vereinigungs-Bloom-Filter. Die tatsächlichen Datensätze sind violett markierte Bloom-Filter. Die Blätter verweisen jeweils auf die darin eingefügten Filter.

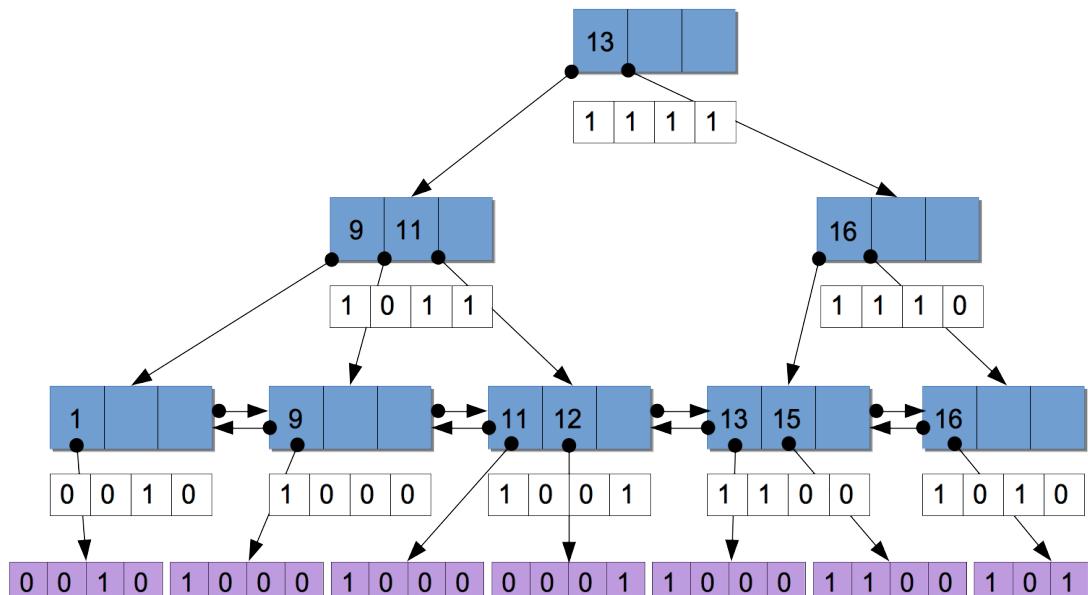


Abbildung 4.1.: Aufbau eines BloomFilterTree mit Bloom-Filtern als Datensätzen und Vereinigungs-Bloom-Filtern an allen Knoten.

#### 4.1.2. Umsetzung

Die Klasse `BloomFilterTree` enthält schließlich alle notwendigen Parameter und Operationen zur Organisation der Bloom-Filter. Dazu gehören die  $B^+$ -Baum-Operationen wie Einfügen und Suchen von Schlüsseln, Traversieren der Blätter, boolesche Abfrage nach Enthaltensein eines Schlüssel im Baum, Zählen der Blätter und viele mehr. Darüber hinaus gibt es zahlreiche weitere Methoden:

1. *Management-Methoden* zum Berechnen der Jaccard-Distanzen zu allen Filtern im Baum,  $k$ -Nächste-Nachbarn-Suche in der naiven Version, Traversieren der Datensätze (also der Bloom-Filter) etc..
2. Die *zentralen Methoden* des Verfahrens: Einfügen der Bloom-Filter nach Ähnlichkeit und  $k$ -Nächste-Nachbarn-Suche.
3. *Mess- und Vergleichsmethoden*, z.B. um die Varianten der  $k$ -Nächste-Nachbarn-Suche, die Aufbaukosten und den Speicherbedarf der Datenstrukturen zu vergleichen.

Die Header-Datei der Klasse `BloomFilterTree` ist im Anhang abgedruckt (vgl. Abschnitt A.1). In der Klasse `BloomFilter` wurden alle Parameter und Operationen auf Bloom-Filtern realisiert, die sich im Laufe der Arbeit als wichtig erwiesen. Dazu gehören:

1. *Typische Bloom-Filter-Parameter und -Methoden* wie Anzahl der Hashfunktionen, Daten-Array und Setzen von Bits.
2. *Mathematische Methoden und Vergleichsoperationen* wie Berechnung von Teil- und Obermengen, bitweises logisches Und und Oder, Berechnung und Abschätzung der Jaccard-Distanz etc..
3. *Methoden zum Bloom-Filter-Management* wie Einfügen von zufälligen Elementen aus einem Wörterbuch, zufällige Initialisierung mit Werten aus  $\{0, 1\}$  usw..

Die Header-Datei der Klasse `BloomFilter` ist im Anhang abgedruckt (vgl. Abschnitt A.2).

#### 4.1.3. Einfügen

Das Verfahren zum Einfügen zählt zu den wichtigsten Methoden der Indexstruktur und ist entscheidend für die Optimierung von Laufzeit und CPU-Zeit der  $k$ -Nächste-Nachbarn-Suche. Der Algorithmus basiert auf den Teil- und Obermengenbeziehungen zwischen Bloom-Filtern und nutzt die Vereinigungs-Bloom-Filter der bereits existierenden Knoten, um die optimale Position zum Einfügen eines neuen Bloom-Filters in den BloomFilterTree zu finden: Falls der Baum noch leer ist, wird ein neuer Blattknoten erstellt und das Bloom-Filter-Objekt als erstes Datenobjekt dort eingefügt. Der neue Knoten wird die Wurzel des BloomFilterTree. Andernfalls wird ausgehend vom Wurzelknoten rekursiv die optimale Position für den Bloom-Filter im Baum gesucht. Dazu werden die Teil- und Obermengen-IDs des Filters berechnet. Dem Filter wird die neue Teilmengen-ID zugewiesen er wird gemäß der  $B^+$ -Baum-Regeln in den Baum eingefügt. Sind Teilmengen- und Obermengen-IDs unterschiedlich, wird ein zweites Datenobjekt mit der Obermengen-ID erstellt und ebenfalls in den Baum eingefügt. Falls der BloomFilterTree während des Einfügens um eine Ebene gewachsen ist, wird der Elternknoten des alten Wurzelknoten zur neuen Wurzel. Abbildung ?? verdeutlicht den Ablauf des Einfüge-Algorithmus: Die Hauptarbeit des Einfügens findet in den Blattknoten statt, wo die optimalen Teilmengen- und Obermengen-IDs der Filter berechnet werden. Die Funktion `computeSubsetId()` der Klasse `BloomFilterLeaf` ist beispielhaft im Anhang abgedruckt (vgl. A.3). Sie dient der Berechnung der optimalen Teilmengen-ID eines einzufügenden Bloom-Filters. Die Funktion `computeSupersetId()` berechnet in ähnlicher Weise die optimale Obermengen-ID. Dabei werden folgende Schritte ausgeführt:

*4. Implementierung*

**4.1.4. k-Nächste-Nachbarn-Suche**

**4.2. Alternative Ansätze**

**4.2.1. Einfügen gemäß Jaccard-Distanzen**

**4.2.2. Doppelt verkettete Liste**

## **5. Evaluation**



## **6. Zusammenfassung und Ausblick**

Zukünftige Arbeiten: \* Löschen aus BloomFilterTree \* All-Pairs-Similarity-Search nach Bayardo et al. \* Restrukturierungskosten



# A. Anhang

## A.1. Die Klasse BloomFilterTree

```
// BloomFilterTree.hpp, Judith Greif
// Description: Header for class BloomFilterTree

#ifndef BloomFilterTree_hpp
#define BloomFilterTree_hpp

#include "BloomFilterNode.hpp"
#include "BloomFilterIndexNode.hpp"
#include "BloomFilterLeaf.hpp"

using namespace std;

class BloomFilterTree {

private:
    int t;                                // Order = minimum degree
    int filtersize;                         // Size of associated Bloom filters (# of bits)

public:
    BloomFilterNode *root;                  // Pointer to root node
    BloomFilterTree(int _t, int _s);
    ~BloomFilterTree();
    BloomFilterNode *getRoot();

    // Tree management
    void traverse();
    void traverseFilters();
    double computeMinJaccard(BloomFilter *filter);
    double computeMaxJaccard(BloomFilter *filter);
    int getMinJaccardKey(BloomFilter *filter);
    BloomFilter *getMinJaccardFilter(BloomFilter *filter);
    int getMinKey();
    int getMaxKey();
    vector<BloomFilter> collectAllFilters();
    int countFilters();
    int countUnionFilters();
    int computeSubsetId(BloomFilter *filter);
    int computeSupersetId(BloomFilter *filter);
    bool contains(int k);
    BloomFilterNode *search(int k);
    vector<pair<int, double>>computeAllDistances(BloomFilter *filter);
    vector<pair<int, double>>computekDistances(BloomFilter *filter, int k);
    int countLeaves();
}
```

## A. Anhang

```
// Measurement and comparison
vector<pair<BloomFilter, double>> compare(BloomFilter *filter, int k);
vector<int> compareMem();
vector<double> compareConstrCost();
vector<int> compareComplSimQuery(BloomFilter *filter);
vector<int> compareComplSimQueryVec(BloomFilter *filter, int k);

// Insertion
void insert(BloomFilter *filter);
void insertAsSets(BloomFilter *filter);

// Similarity queries
BloomFilter *simQuery(BloomFilter *filter);
vector<BloomFilter*> simQueryVec(BloomFilter *filter, int k);
};

#endif
```

## A.2. Die Klasse BloomFilter

```

//  BloomFilter.hpp, Judith Greif
//  Description: Header for class BloomFilter

#ifndef BloomFilter_hpp
#define BloomFilter_hpp

#include <iostream>
#include <vector>
#include <cstdlib>
#include <random>
#include <math.h>
#include <string>
#include <functional>

using namespace std;

const int NUM_FILTERS = 100;
const int NUM_ELEMENTS = 50;
const int NUM_QUERYFILTERS = 10;
const int seed = rand();

class BloomFilter {

private:
    int id;
    int count;           // # of elements inserted
    int size;            // # of bits
    int d;               // # of hash functions
    int *data;

public:
    BloomFilter();
    BloomFilter(const BloomFilter& fSource);
    BloomFilter(int _id, int _size);
    ~BloomFilter();
    BloomFilter & operator = (const BloomFilter &fSource);
    void setId(int value);
    int getId();
    int getSize();
    void setValue(int index, int value);
    int *getData();
    void printData();
    void printArr();
    void initRandom();
    double fractionOfZeros();
    double eSize();
    BloomFilter *logicalOr(BloomFilter *filter);
    BloomFilter *logicalAnd(BloomFilter *filter);
    bool isSubset(BloomFilter *filter);
    bool isSuperset(BloomFilter *filter);
    int mySupersetCount();
}

```

## A. Anhang

```
int mySubsetCount();
int binomialCoefficient(int n, int k);
int setOnes();
int setZeros();
int validOnes();
int possibleFreeZeros();
int possibleAddedOnes();
double setUnion(BloomFilter *filter) const;
double setIntersection(BloomFilter *filter) const;
double computeAmbienceJaccard(BloomFilter *filter);
double computeJaccard(BloomFilter *filter) const;
double eUnion(BloomFilter *filter);
double eIntersect(BloomFilter *filter);
void add(string &elem);
void increment();
int getNumHashes();
bool checkCorrectFillDegree();
};

#endif
```

### A.3. Die Methode `computeSubsetId()` der Klasse `BloomFilterLeaf()`

```

int BloomFilterLeaf::computeSubsetId(BloomFilter *filter) {
    vector<pair<int, double>> subsets;
    vector<int> freeIds;
    vector<pair<int, int>> goodIds;
    BloomFilterLeaf *tmp = this;
    double jacc;
    int minId = filters[0]->getId()-1;
    int maxId;
    int optId;
    bool no_subsets = true;
    while (tmp != NULL) {

        // Collect all filters that filter is subset of
        for (int i=0; i<tmp->getCount(); i++) {
            if ((tmp->filters[i])->isSubset(filter)) {
                jacc = computeJaccard(tmp->filters[i], filter);
                subsets.push_back(make_pair(tmp->filters[i]->getId(), jacc));
                no_subsets = false;
            }
        }
        maxId = tmp->filters[tmp->getCount()-1]->getId()+1;
        tmp = tmp->getNext();
    }

    // Sort subsets by jacc distances in ascending order
    sort(subsets.begin(), subsets.end(), [](const pair<int, double> &left,
    const pair<int, double> &right) {
        return left.second < right.second;
});

    // Collect free ids
    tmp = this;
    freeIds.push_back(minId);
    freeIds.push_back(maxId);
    while (tmp != NULL) {
        for (int i=0; i<tmp->getCount()-2; i++) {
            for (int j=tmp->filters[i]->getId()+1; j<tmp->filters[i+1]->getId(); j++) {
                if (j<tmp->filters[i+1]->getId()) {
                    freeIds.push_back(j);
                }
            }
        }
        if (tmp->getCount() < tmp->getMax()) {
            if (tmp->getNext() != NULL) {
                int start = tmp->filters[tmp->getCount()-1]->getId()+1;
                int last = tmp->getNext()->filters[0]->getId();
                for (int j=start; j<last; j++) {
                    freeIds.push_back(j);
                }
            }
        }
    }
}

```

## A. Anhang

```
    }

}

tmp = tmp->getNext();
}

sort(freeIds.begin(), freeIds.end(), less<int>());

// If there are no subsets, return smallest free id as pair with numerical distance 0
if (no_subsets == false) {

    // Determine optimal id
    // Check subsets in ascending order
    // Get next greater and smaller id
    int distNeg = subsets[0].first - minId;
    int distPos = maxId - subsets[0].first;
    for (int i=0; i<subsets.size(); i++) {
        optId = subsets[i].first;
        int j=0;
        while (freeIds[j] < subsets[i].first) {
            if (optId-freeIds[j] < optId-minId) {
                minId = freeIds[j];
                distNeg = optId-minId;
            }
            j++;
        }

        j=freeIds.size()-1;
        while (freeIds[j] > subsets[i].first) {
            if (freeIds[j]-optId < maxId-optId) {
                maxId = freeIds[j];
                distPos = maxId-optId;
            }
            j--;
        }
        goodIds.push_back(make_pair(minId, distNeg));
        goodIds.push_back(make_pair(maxId, distPos));
    }

    // Sort next smaller and greater ids by numerical distance in ascending order
    sort(goodIds.begin(), goodIds.end(), [] (const pair<int, int> &left,
        const pair<int, int> &right) {
        return left.second < right.second;
});
}

else {
    goodIds.push_back(make_pair(freeIds[0], 0));
}

// Return first element
return goodIds[0].first;
}
```

# Abbildungsverzeichnis

2.1.	Bloom-Filter (Bildnachweis: <a href="https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bloom_filter.svg">https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bloom_filter.svg</a> ) . . . . .	5
2.2.	Jaccard-Distanzen zwischen Bloom-Filtern . . . . .	6
2.3.	Teil- und Obermengenbeziehungen zwischen Bloom-Filtern . . . . .	7
2.4.	Ein B-Baum der Ordnung 2 (Bildnachweis: [Kri14]: 9) . . . . .	10
2.5.	Ein B <sup>+</sup> -Baum der Ordnung 2 (Bildnachweis: [Kri14]: 10) . . . . .	11
3.1.	Bloom-Filter-Baum bei Sakuma und Sato (Bildnachweis: [SS11]: 320) . . . . .	17
4.1.	Aufbau eines BloomFilterTree . . . . .	22



# Literaturverzeichnis

- [ADI<sup>+</sup>12] AHLGREN, BENGT, CHRISTIAN DANNEWITZ, CLAUDIO IMBRENDA, DIRK KUTSCHER und BÖRJE OHLMAN: *A Survey of Information-Centric Networking*. Communications Magazine, IEEE, 50(7):26–36, 2012.
- [AT06] AGARWAL, SACHIN und ARI TRACHTENBERG: *Approximating the number of differences between remote sets*. In: *Information Theory Workshop, 2006. ITW '06 Punta del Este. IEEE*, Seiten 217–221, March 2006.
- [BCM02] BYERS, JOHN, JEFFREY CONSIDINE und MICHAEL MITZENMACHER: *Fast Approximate Reconciliation of Set Differences*. In: *BU Computer Science TR*, Seiten 2002–2019, 2002.
- [Blo70] BLOOM, BURTON H.: *Space/Time Trade-offs in Hash Coding with Allowable Errors*. Communications of the ACM, 13(7):422–426, 1970.
- [BM04] BRODER, ANDREI und MICHAEL MITZENMACHER: *Network Applications of Bloom Filters: A Survey*. Internet Mathematics, 1(4):485–509, 2004.
- [BMS07] BAYARDO, ROBERTO J., YIMING MA und RAMAKRISHNAN SRIKANT: *Scaling Up All Pairs Similarity Search*. In: *Proceedings of the 16th international conference on World Wide Web*, Seiten 131–140. ACM, 2007.
- [DA99] DEY, ANIND K. und GREGORY D. ABOWD: *Towards a Better Understanding of Context and Context-Awareness*. In: *Handheld and Ubiquitous Computing*, Seiten 304–307. Springer, 1999.
- [FCAB00] FAN, LI, PEI CAO, JUSSARA ALMEIDA und ANDREI BRODER: *Summary Cache: A Scalable Wide-Area Web Cache Sharing Protocol*. IEEE/ACM Transactions on Networking (TON), 8(3):281–293, 2000.
- [HP94] HELLERSTEIN, JOSEPH M. und AVI PFEFFER: *The RD-Tree: An Index Structure for Sets*. Technischer Bericht, University of Wisconsin-Madison, Computer Sciences Department, 1994.
- [Jan95] JANNINK, JAN: *Implementing Deletion in B+-Trees*. ACM Sigmod Record, 24(1):33–38, 1995.
- [KM06] KIRSCH, ADAM und MICHAEL MITZENMACHER: *Less Hashing, Same Performance: Building a Better Bloom Filter*. In: *European Symposium on Algorithms*, Seiten 456–467. Springer, 2006.
- [Knu99] KNUTH, DONALD E.: *The Art of Computer Programming*, Band 3. Addison Wesley Longman, 1999.
- [Kri14] KRIEGEL, HANS-PETER: *Skript zur Vorlesung Anfragebearbeitung und Indexstrukturen in Datenbanksystemen*. 1994–2014.
- [LC86] LEHMAN, TOBIN J. und MICHAEL J. CAREY: *A Study of Index Structures for Main Memory Database Management Systems*. In: *Proc. VLDB*, 1986.
- [Mit02] MITZENMACHER, MICHAEL: *Compressed Bloom Filters*. IEEE/ACM Transactions on Networking (TON), 10(5):604–612, 2002.
- [OW12] OTTMANN, THOMAS und PETER WIDMAYER: *Algorithmen und Datenstrukturen*. Spektrum Akademischer Verlag, 5 Auflage, 2012.
- [SAW94] SCHILIT, BILL, NORMAN ADAMS und ROY WANT: *Context-aware Computing Applications*. In: *Mobile Computing Systems and Applications, 1994. WMCSA 1994. First Workshop on*, Seiten 85–90. IEEE, 1994.

## Literaturverzeichnis

- [SCLR09] STEIN, CLIFFORD, THOMAS H. CORMEN, CHARLES E. LEISERSON und RONALD L. RIVEST: *Introduction to Algorithms*. MIT Press, 3rd Auflage, 2009.
- [SS11] SAKUMA, HIROSHI und FUMIAKO SATO: *Evaluation of the Structured Bloom Filters Based on Similarity*. In: *Advanced Information Networking and Applications (AINA), 2011 IEEE International Conference on*, Seiten 316–323, März 2011.
- [STT<sup>+</sup>09] SHIRAKI, TORU, YUICHI TERANISHI, SUSUMU TAKEUCHI, KANAME HARUMOTO und SHOJIRO NISHIO: *A Bloom Filter-Based User Search Method Based on Movement Records for P2P Network*. In: *Applications and the Internet, 2009. SAINT '09. Ninth International Symposium on*, Seiten 177–180. IEEE, Juli 2009.
- [WDS15] WERNER, MARTIN, FLORIAN DORFMEISTER und MIRCO SCHÖNFELD: *AMBIENCE: A Context-Centric Online Social Network*. In: *12th IEEE Workshop on Positioning, Navigation and Communications (WPNC '15)*, 2015.
- [YL02] YANG, CONGJUN und KING-IP LIN: *An Index Structure for Improving Closest Pairs and Related Join Queries in Spatial Databases*. In: *Database Engineering and Applications Symposium, 2002. Proceedings. International*, Seiten 140–149. IEEE, 2002.
- [Zha12] ZHANG, ZHENGHAO: *Analog Bloom Filter: Efficient simultaneous query for wireless networks*. In: *Global Communications Conference (GLOBECOM), 2012 IEEE*, Seiten 3340–3346. IEEE, 2012.
- [ZJW04] ZHU, YIFENG, HONG JIANG und JUN WANG: *Hierarchical Bloom Filter Arrays (HBA): A Novel, Scalable Metadata Management System for Large Cluster-based Storage*. In: *Cluster Computing, 2004 IEEE International Conference on*, Seiten 165–174. IEEE, 2004.