



Création d'un modem

Picard Arthur

Département Sciences du Numérique - Première année
2022-2023

Table des matières

1	Introduction	4
2	Modem de fréquence	4
2.1	Construction du signal modulé en fréquence	4
2.1.1	Génération du signal NRZ	5
2.1.2	Génération du signal modulé en fréquence	6
3	Canal de transmission à bruit additif, blanc et Gaussien	8
4	Démodulation par filtrage	8
4.1	Synthèse du filtre passe-bas	9
4.2	Synthèse du filtre passe-haut	10
4.3	Résultats obtenus avec un ordre des filtres de 61	11
4.4	Modification de l'ordre des filtres	14
4.5	Utilisation des fréquences de la recommandation V21	16
5	Démodulateur de fréquence adapté à la norme V21	18
5.1	Contexte de synchronisation idéale	18
5.1.1	Principe de fonctionnement de ce récepteur	18
5.1.2	Résultats obtenus	19
5.2	Gestion d'une erreur de synchronisation de phase porteuse	19
5.2.1	Impact d'une erreur de phase porteuse sur le modem implanté précédemment	19
5.2.2	Principe de fonctionnement de cette nouvelle version du modem de fréquence	19
5.2.3	Résultats obtenus	20
6	Conclusion	20

Table des figures

1	Signal modulé en fréquence	4
2	Tracé de NRZ en fonction du temps	5
3	Tracé de la densité spectrale NRZ en fonction du temps	5
4	Tracé de la comparaison de la densité spectrale NRZ et de SNRZ en fonction du temps	6
5	Tracé du signal x en fonction du temps.	6
6	Tracé de la densité spectrale du signal x en fonction de la fréquence.	7
7	Démodulation par filtrage.	8
8	Tracé de la réponse impulsionnelle du passe-bas.	9
9	Tracé de la réponse fréquentielle du passe-bas.	9
10	Tracé de la réponse impulsionnelle du passe-haut.	10
11	Tracé de la réponse fréquentielle du passe-haut.	10
12	Tracé de la sortie des filtres passe-haut et passe-bas.	11
13	Tracé de l'entrée du filtre passe-bas et la densité spectrale du filtre.	11
14	Tracé de l'entrée du filtre passe-haut et la densité spectrale du filtre.	12
15	Tracé de la sortie du filtre passe-bas et la densité spectrale du filtre.	12
16	Tracés de la sortie du filtre passe-haut et la densité spectrale du filtre.	13
17	Tracé des signaux de sortie des filtres passe-bas et passe-haut.	14
18	Tracés des réponses fréquentielles et impulsionnelles des filtres.	14
19	Tracés de la sortie du filtre passe-haut et passe-bas et la densité spectrale des filtres.	15
20	Tracé des signaux de sortie des filtres passe-bas et passe-haut.	16
21	Tracés des réponses fréquentielles et impulsionnelles des filtres.	16
22	Tracés de la sortie du filtre passe-haut et passe-bas et la densité spectrale des filtres.	17

23	Démodulation FSK. Synchronisation supposée idéale.	18
24	Démodulation FSK - Gestion d'une erreur de phase porteuse.	19
25	Image reconstituée à partir du corrélateur.	20

1 Introduction

L'objectif de ce projet était de créer un modem suivant la recommandation V21 de l'UIT (Union Internationale des Télécommunications). Ce modem aura un débit maximal de 300 bit/s. La première étape consistera à former le signal 2-FSK à transmettre à partir d'un fichier d'information binaire (modulation).

La deuxième étape est de bruite le signal avec un bruit Gaussien pour correspondre à la réalité des transmissions.

La troisième étape est de créer un récepteur pour lire les données envoyées. Pour cela, il a été choisi de construire ce récepteur grâce à 3 méthodes différentes : La première par filtrage, la deuxième par démodulation FSK avec la synchronisation supposée idéale et la troisième par démodulation FSK avec prise en compte une erreur de synchronisation entre émetteur et récepteur.

2 Modem de fréquence

2.1 Construction du signal modulé en fréquence

La première étape du projet consiste à réaliser la modulation de fréquence, i.e. transformer l'information binaire à transmettre en un signal modulé en fréquence (exemple sur la figure 1).

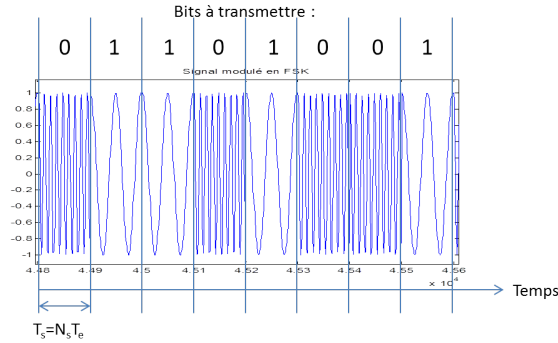


FIGURE 1 – Signal modulé en fréquence

Le signal modulé en fréquence $x(t)$ est généré de la manière suivante :

$$x(t) = (1 - NRZ(t)) \times \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) + NRZ(t) \times \cos(2\pi F_1 t + \phi_1) \quad (1)$$

où $NRZ(t)$ est un signal de type NRZ polaire formé à partir de la suite de bits à transmettre en codant les 0 et les 1 par des niveaux 0 et 1 de durée T_s secondes. ϕ_0 et ϕ_1 sont des variables aléatoires indépendantes uniformément réparties sur $[0, 2\pi]$ qui peuvent être obtenues sous matlab en utilisant $rand*2*pi$.

2.1.1 Génération du signal NRZ

1. Pour configurer mon modem, j'ai commencé en générant une série de bits binaires aléatoires et indépendants à l'aide de la fonction `randi.m` de Matlab, qui seront ensuite utilisés pour la transmission.
2. Tracé du tracé de NRZ à partir des bits générés aléatoirement.

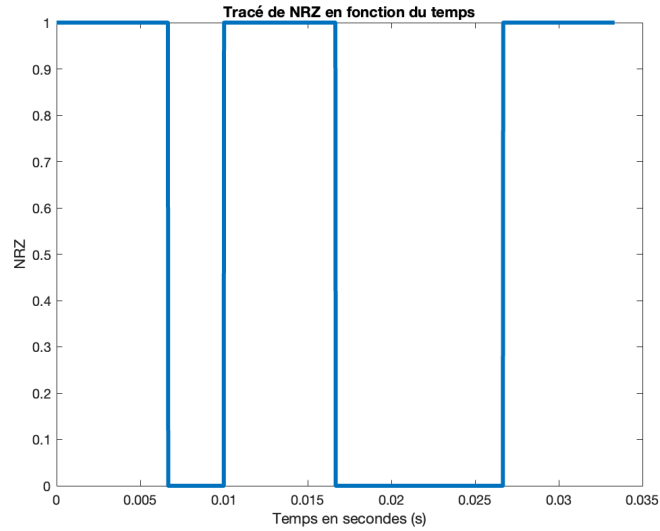


FIGURE 2 – Tracé de NRZ en fonction du temps

3. Tracé de la densité spectrale de NRZ numérique

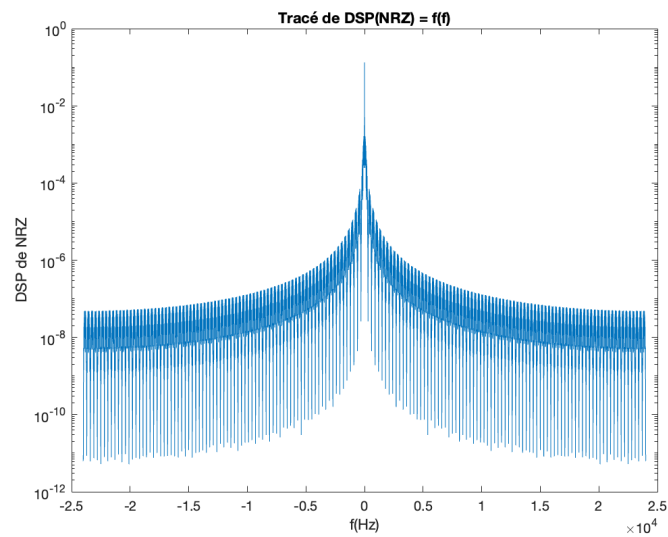


FIGURE 3 – Tracé de la densité spectrale NRZ en fonction du temps

4. Tracé de la densité spectrale de NRZ et de SNRZ la densité spectrale théorique de NRZ.

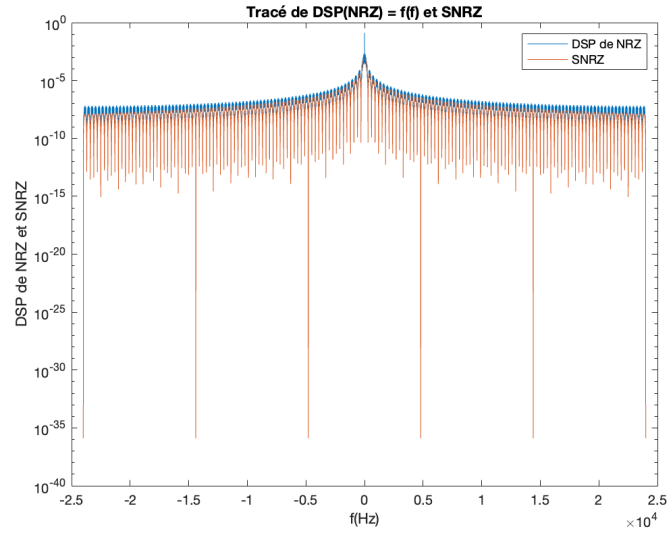


FIGURE 4 – Tracé de la comparaison de la densité spectrale NRZ et de SNRZ en fonction du temps

D'après la figure 4, aucune différence entre le tracé théorique et numérique n'est visible à part la présence d'un bruit.

2.1.2 Génération du signal modulé en fréquence

— Tracé de x créé à partir de NRZ généré aléatoirement en fonction du temps.

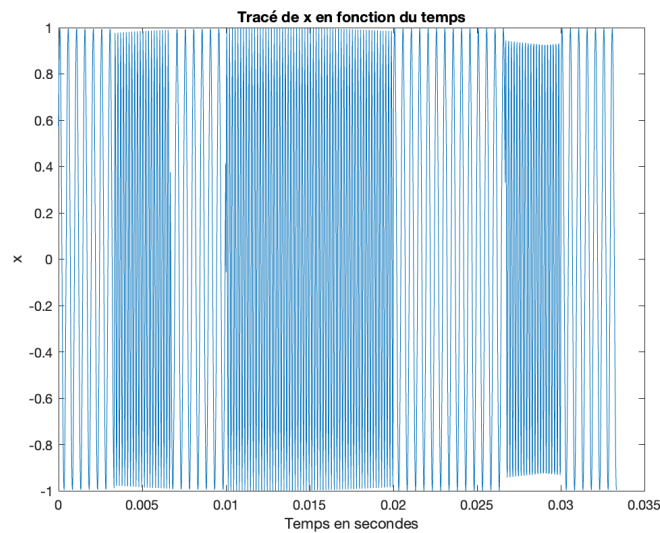


FIGURE 5 – Tracé du signal x en fonction du temps.

Avec des fréquences ne respectant pas les fréquences attendues pour le modem V21. $F_0 = 6000$ Hz et $F_1 = 2000$ Hz Il est possible en observant le signal de reconnaître les bits 1 et 0.

- Détermination de la densité spectrale théorique du signal x .

$$f(t) = \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) \quad (2)$$

$$H(t) = -NRZ(t) \times \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) \quad (3)$$

$$g(t) = NRZ(t) \times \cos(2\pi F_1 t + \phi_1) \quad (4)$$

$$R_x(\tau) = R_f + R_H + R_g \quad (5)$$

$$R_x(\tau) = \frac{1}{2} \times \cos(2\pi F_0 \tau) + R_{NRZ}(\tau) \times \left(\frac{1}{2} \times \cos(2\pi F_0 \tau) + \frac{1}{2} \times \cos(2\pi F_1 \tau) \right) \quad (6)$$

Par passage à la transformée de Fourier on obtient :

$$S_x(f) = \frac{1}{4} \times [\delta(f - F_0) + \delta(f + F_0)] + S_{NRZ}(f) \times \frac{1}{4} \times ([\delta(f - F_0) + \delta(f + F_0)] + [\delta(f - F_1) + \delta(f + F_1)]) \quad (7)$$

- Tracé de la densité spectrale du signal x

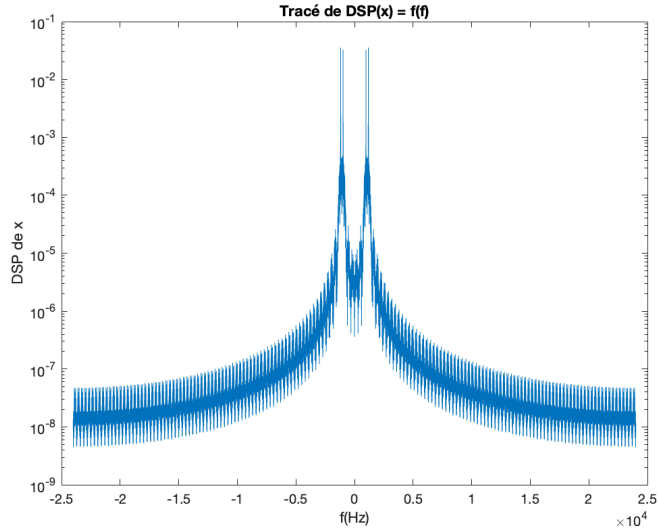


FIGURE 6 – Tracé de la densité spectrale du signal x en fonction de la fréquence.

- En utilisant des outils tels que le périodogramme ou le périodogramme de Welch, nous pouvons visualiser la distribution de la puissance en fréquence en Hz sous forme de graphique. Nous pouvons constater que la puissance est concentrée aux fréquences F_0 et F_1 , qui sont les fréquences utilisées pour la modulation. Cela corrobore les résultats théoriques obtenus dans la section précédente.

3 Canal de transmission à bruit additif, blanc et Gaussien

Nous allons considérer que le canal de propagation ajoute au signal émis un bruit que l'on suppose blanc et Gaussien et qui modélise les perturbations introduites.

La puissance du bruit Gaussien à ajouter devra être déduite du rapport signal sur bruit (SNR : Signal to Noise Ratio) souhaité pour la transmission donné en dB :

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_x}{P_b}$$

P_x représente la puissance du signal modulé en fréquence et P_b la puissance du bruit ajouté.

4 Démodulation par filtrage

La figure 7 présente le récepteur implanté pour retrouver, à partir du signal modulé en fréquence bruité, le message binaire envoyé.

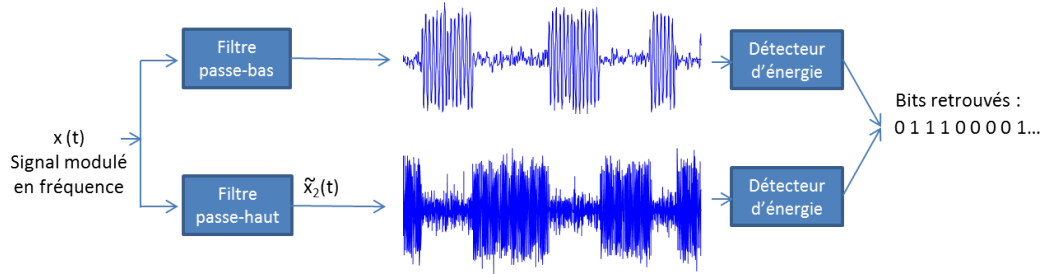


FIGURE 7 – Démodulation par filtrage.

Un filtre passe-bas permet de filtrer les morceaux de cosinus à la fréquence $F_0 = 6000\text{Hz}$, tandis qu'un filtre passe-haut permet de filtrer les morceaux de cosinus à la fréquence $F_1 = 2000\text{Hz}$. Une détection d'énergie réalisée tous les T_s secondes permet de récupérer, à partir des signaux filtrés, les bits 0 et 1 transmis.

4.1 Synthèse du filtre passe-bas

En posant : $B = \frac{F_1 + F_0}{2}$ l'expression littérale de la réponse impulsionnelle du passe-bas en fonction du temps :

$$f(t) = 2 \times \frac{B}{F_e} \text{sinc}\left(2 \times \frac{B}{F_e} \times t\right) \quad (8)$$

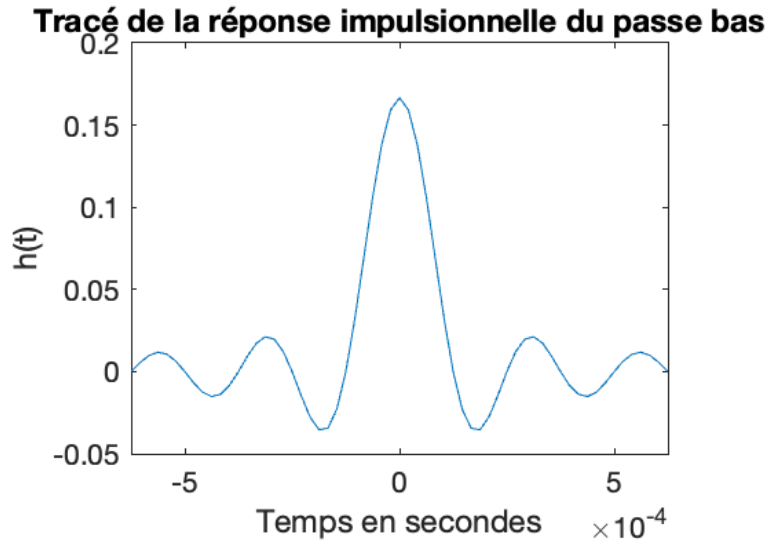


FIGURE 8 – Tracé de la réponse impulsionnelle du passe-bas.

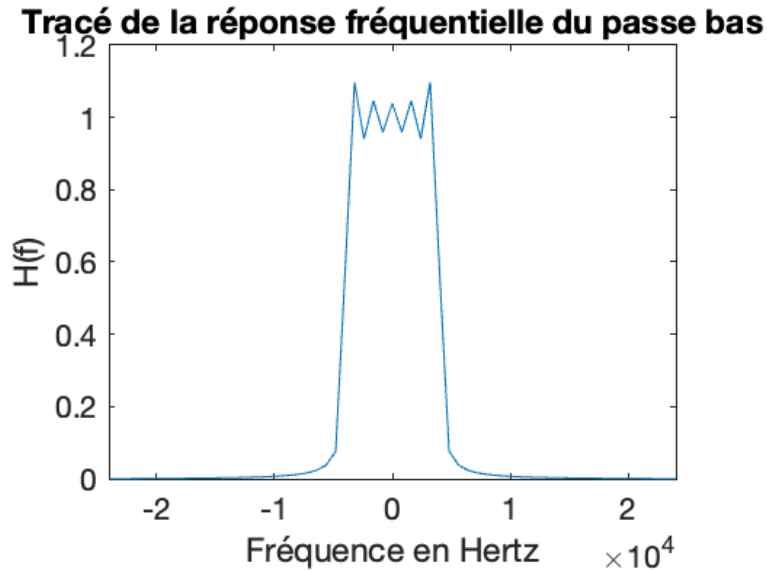


FIGURE 9 – Tracé de la réponse fréquentielle du passe-bas.

4.2 Synthèse du filtre passe-haut

Tracé de la réponse impulsionnelle du passe haut

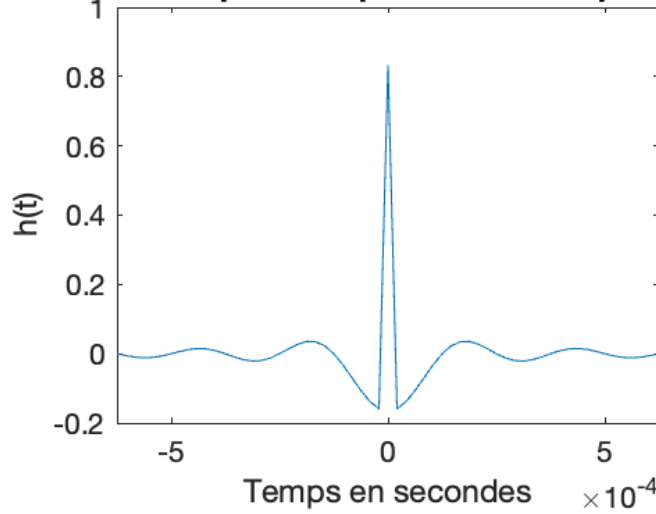


FIGURE 10 – Tracé de la réponse impulsionnelle du passe-haut.

Tracé de la réponse fréquentielle du passe haut

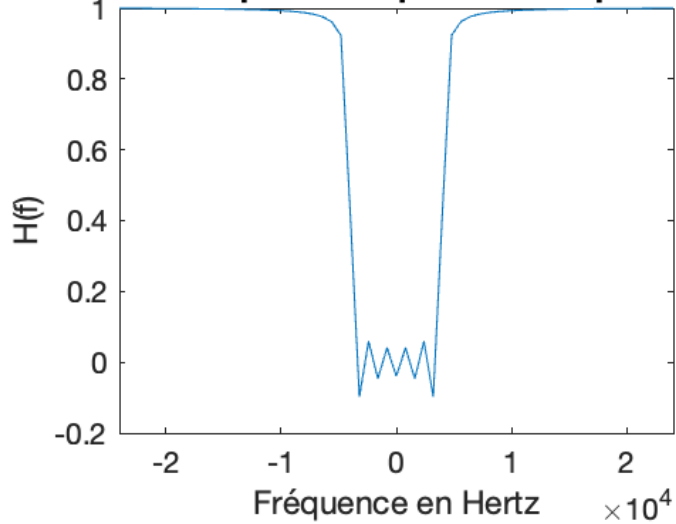


FIGURE 11 – Tracé de la réponse fréquentielle du passe-haut.

4.3 Résultats obtenus avec un ordre des filtres de 61

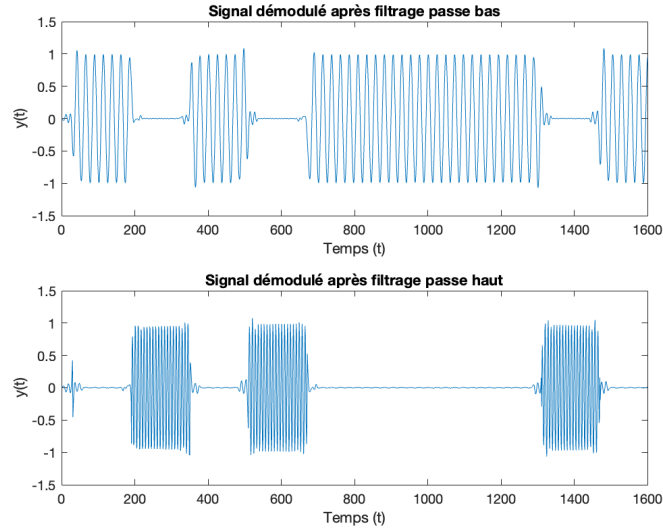


FIGURE 12 – Tracé de la sortie des filtres passe-haut et passe-bas.

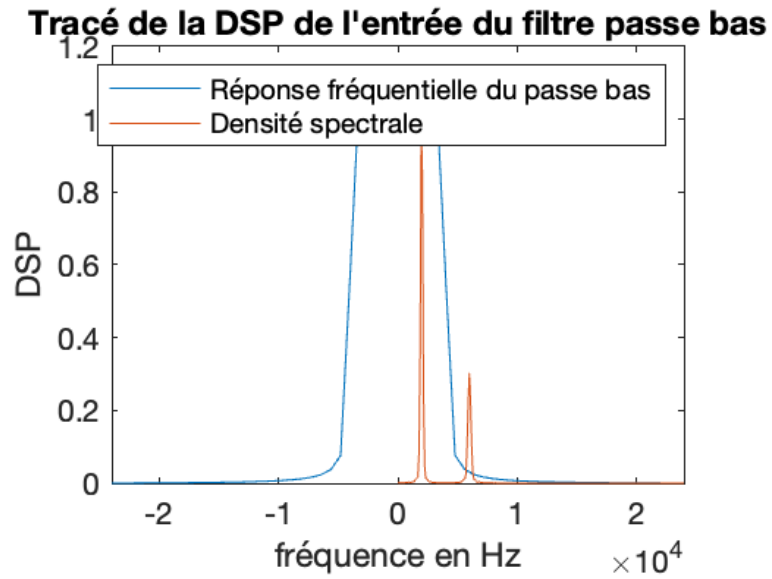


FIGURE 13 – Tracé de l'entrée du filtre passe-bas et la densité spectrale du filtre.

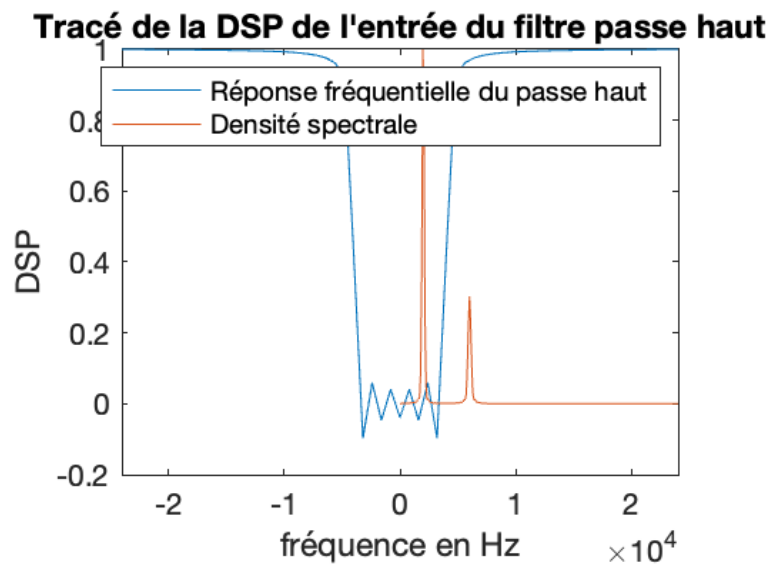


FIGURE 14 – Tracé de l'entrée du filtre passe-haut et la densité spectrale du filtre.

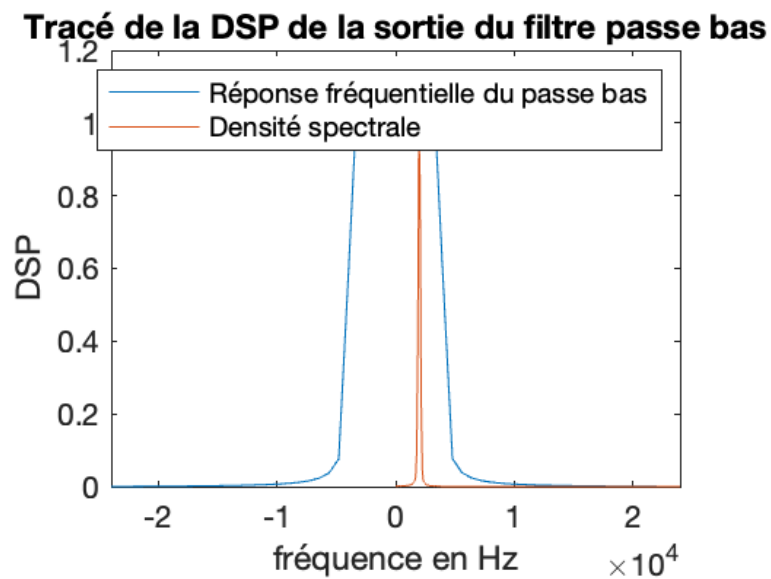


FIGURE 15 – Tracé de la sortie du filtre passe-bas et la densité spectrale du filtre.

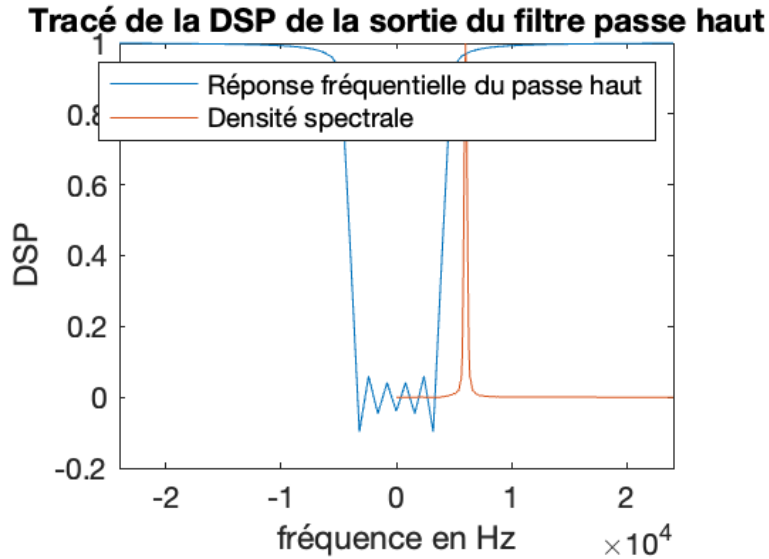


FIGURE 16 – Tracés de la sortie du filtre passe-haut et la densité spectrale du filtre.

Conclusions du filtrage à l'ordre 61.

D'après la figure 13 , la réponse fréquentielle du passe-bas est bien un signal porte.

D'après la figure 14, la réponse fréquentielle du passe-haut est bien une porte inversée.

Pour le filtre passe-bas (figure 13), on remarque deux pics de la densité spectrale de l'entrée. En comparant les deux tracés, on remarque que le pic avec la plus faible intensité est exclu du filtre passe-bas. Cette hypothèse se vérifie sur la figure 15 ou la sortie du filtre passe-bas ne contient que le pic de forte intensité.

Pour le filtre passe-haut (figure 14), on remarque deux pics de la densité spectrale de l'entrée. En comparant les deux tracés, on remarque que le pic avec la plus forte intensité est exclu du filtre passe-haut. Cette hypothèse se vérifie sur la figure 16 où la sortie du filtre passe-haut ne contient que le pic de faible intensité.

Le taux d'erreur pour le passe-bas d'ordre 61 est 1.7 %. Le taux d'erreur pour le passe-haut d'ordre 61 est 10 %.

Cela pour un nombre de bits égal à 1000 et $F_0 = 6000Hz$ et $F_1 = 2000Hz$.

4.4 Modification de l'ordre des filtres

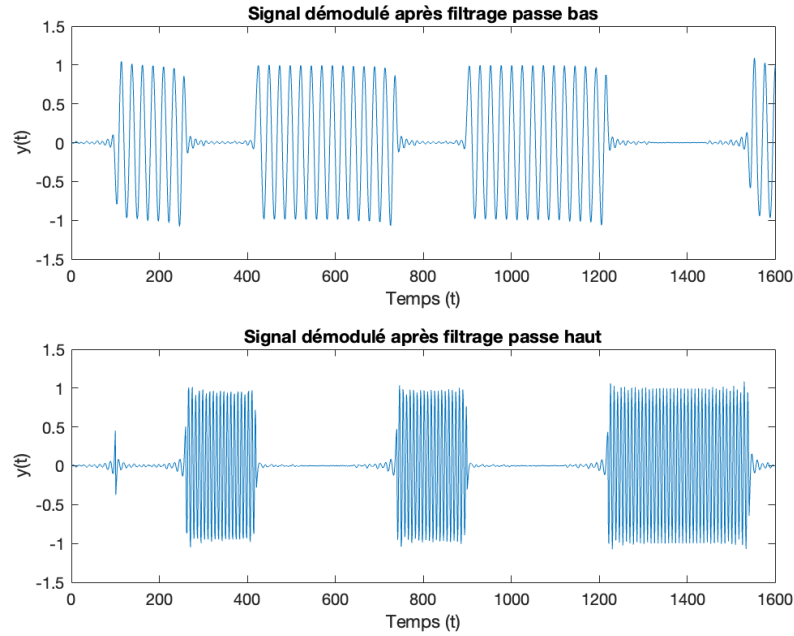


FIGURE 17 – Tracé des signaux de sortie des filtres passe-bas et passe-haut.

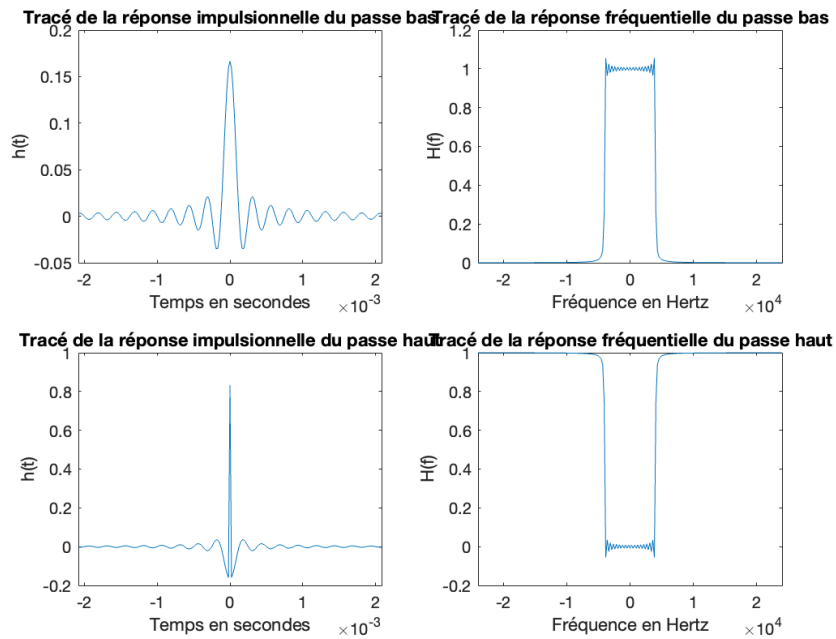


FIGURE 18 – Tracés des réponses fréquentielles et impulsionnelles des filtres.

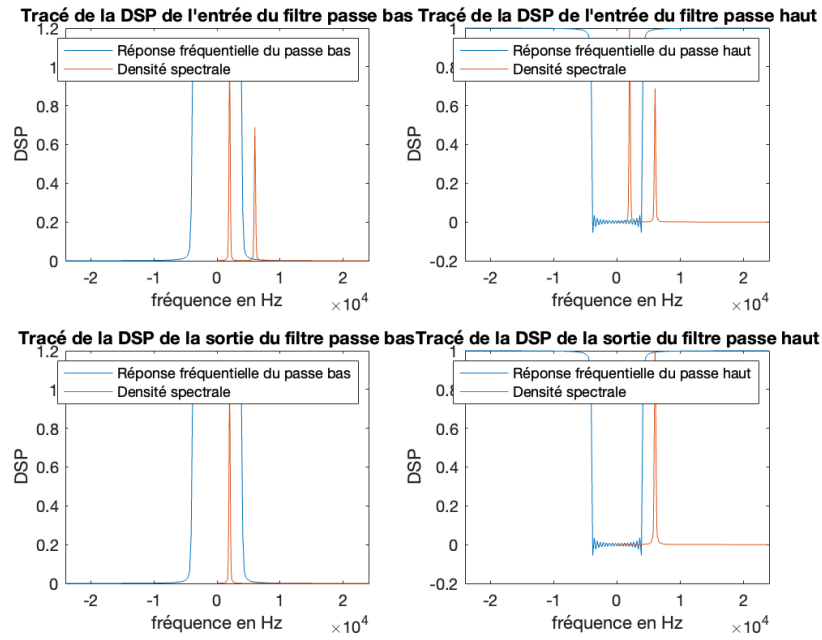


FIGURE 19 – Tracés de la sortie du filtre passe-haut et passe-bas et la densité spectrale des filtres.

Le taux d'erreur pour le passe-bas d'ordre 201 est 49.4 %. Le taux d'erreur pour le passe-haut d'ordre 201 est 49.5 %.

Cela pour un nombre de bits égal à 1000 et $F_0 = 6000Hz$ et $F_1 = 2000Hz$.

On en déduit que les taux d'erreur pour l'ordre 201 sont bien supérieurs à l'ordre 61. Ces erreurs sont dues à l'ordre élevé qui peut entraîner des problèmes d'approximation.

4.5 Utilisation des fréquences de la recommandation V21

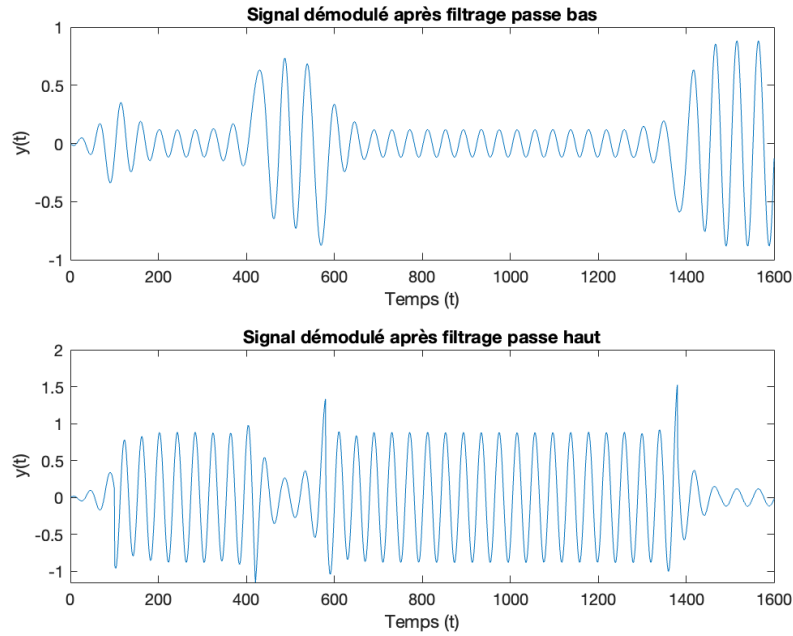


FIGURE 20 – Tracé des signaux de sortie des filtres passe-bas et passe-haut.

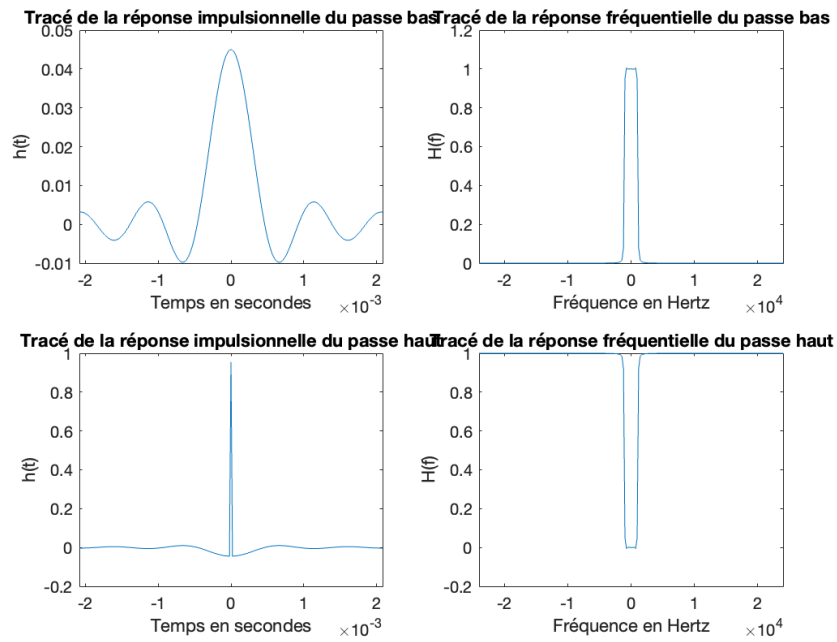


FIGURE 21 – Tracés des réponses fréquentielles et impulsionnelles des filtres.

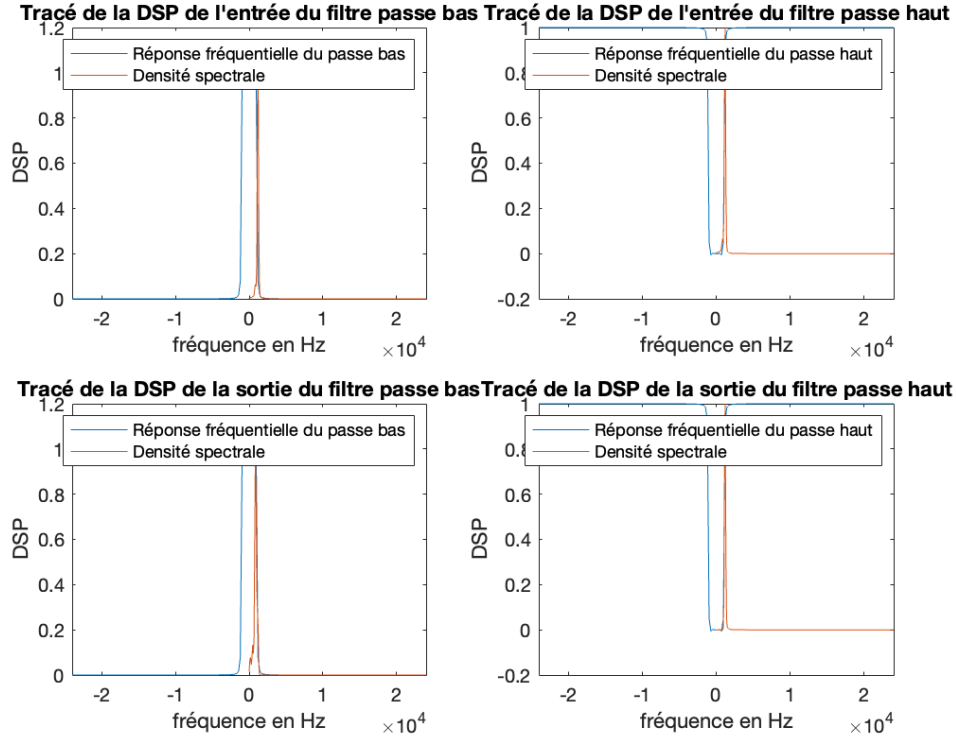


FIGURE 22 – Tracés de la sortie du filtre passe-haut et passe-bas et la densité spectrale des filtres.

En suivant les recommandations en fréquences V21 ($F_0 = 6000Hz$ et $F_1 = 2000Hz$), on obtient : Le taux d'erreur pour le passe-bas d'ordre 5 est 1.6 %. Le taux d'erreur pour le passe-haut d'ordre 10 est 10.7 %. Cependant, lorsque le bruit est nul le taux d'erreur n'est pas nul. Une modification du filtre pour avoir un taux d'erreur paraît impossible car la fréquence de coupure est déjà au milieu des deux fréquences. De plus, augmenter l'ordre du filtre entraîne plus d'erreurs. De même, le changement de fenêtre de troncature paraît être une bonne idée seulement l'écart entre les deux fréquences est trop faible il y aura donc aussi de nombreuses erreurs.

5 Démodulateur de fréquence adapté à la norme V21

5.1 Contexte de synchronisation idéale

La figure 23 présente le récepteur implanté afin de retrouver, dans un contexte de synchronisation idéale, le message binaire envoyé à partir du signal modulé en fréquence suivant la recommandation V21.

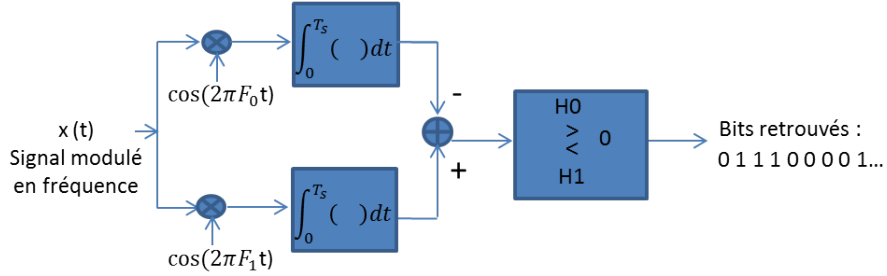


FIGURE 23 – Démodulation FSK. Synchronisation supposée idéale.

5.1.1 Principe de fonctionnement de ce récepteur

Calcul des intégrales

$$\int_0^{T_s} \cos(2\pi F_0 t + \phi_0)^2 dt = \frac{T_s}{2} + \frac{\sin(2\pi F_0 T_s + \phi_0)}{8\pi F_0} - \frac{\sin(\phi_0)}{8\pi F_0} \quad (9)$$

La valeur numérique de l'intégrale est : 0.001629 avec un déphasage de 0.

$$\int_0^{T_s} \cos(2\pi F_1 t + \phi_1)^2 dt = \frac{T_s}{2} + \frac{\sin(2\pi F_1 T_s + \phi_1)}{8\pi F_1} - \frac{\sin(\phi_1)}{8\pi F_1} \quad (10)$$

La valeur numérique de l'intégrale est : 0.00165 avec un déphasage de $\pi/2$.

$$I = \int_0^{T_s} \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) \times \cos(2\pi F_1 t + \phi_1) dt \quad (11)$$

$$I = \frac{\sin(2\pi(F_0 + F_1)T_s + \phi_0 + \phi_1)}{8\pi(F_0 + F_1)} - \frac{\sin(\phi_0 + \phi_1)}{8\pi(F_0 + F_1)} + \frac{\sin(2\pi(F_0 - F_1)T_s + \phi_0 - \phi_1)}{8\pi(F_0 - F_1)} - \frac{\sin(\phi_0 - \phi_1)}{8\pi(F_0 - F_1)} \quad (12)$$

La valeur numérique de l'intégrale avec un déphasage de $\pi/2$: -3.1×10^{-4} .

Ce récepteur dispose de deux intégrales. Ces deux intégrales sont précédées par un produit de convolution avec $\cos(2\pi F_0 t + \phi_0)$ ou $\cos(2\pi F_1 t + \phi_1)$. Puis, en intégrant ce produit de convolution, on ne garde que la composante disposant de la même fréquence et du même déphasage. Cela est expliqué par le calcul (11) qui montre bien que la valeur numérique de l'intégrale est négligeable devant la valeur numérique de l'intégrale (9) ou (10).

Ainsi, les deux intégrales et les deux produits de convolution permettent de séparer les deux cosinus du signal x ce qui nous permet d'analyser les bits envoyés.

5.1.2 Résultats obtenus

Le taux d'erreur, lorsque le bruit est nul, est bien de 0 %. On en conclut que ce récepteur est plus efficace que le récepteur avec filtrage.

5.2 Gestion d'une erreur de synchronisation de phase porteuse

Le problème de la synchronisation entre l'émetteur et le récepteur est un problème important lorsque l'on réalise une transmission. Les deux doivent être parfaitement synchronisés en temps et en fréquence pour que le démodulateur implanté précédemment fonctionne, ce qui en pratique n'est bien entendu pas possible. Afin que le modem puisse continuer à fonctionner en présence d'une erreur de phase porteuse, celui-ci doit être modifié. La figure 25 présente un démodulateur permettant de s'affranchir de problèmes de synchronisation de phase entre les oscillateurs d'émission et de réception.

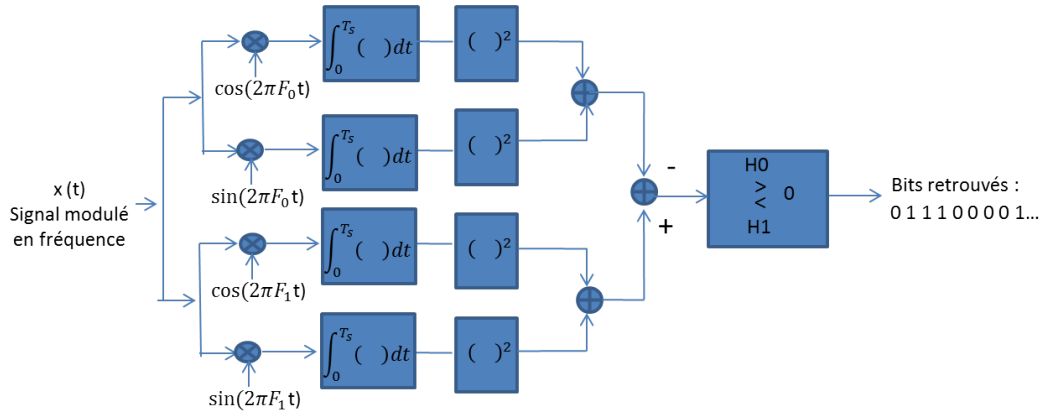


FIGURE 24 – Démodulation FSK - Gestion d'une erreur de phase porteuse.

5.2.1 Impact d'une erreur de phase porteuse sur le modem implanté précédemment

L'erreur de phase porteuse a un impact significatif sur les performances du récepteur. Cette erreur entraîne une augmentation du taux d'erreur de la transmission de données. Avec un filtre d'ordre 61, un respect des fréquences V21 ($F_0 = 1180Hz$ et $F_1 = 980Hz$.) et des fréquences de la porteuse ($F_0 = 3000Hz$ et $F_1 = 7000Hz$.), le taux d'erreur obtenu est de 51 %

5.2.2 Principe de fonctionnement de cette nouvelle version du modem de fréquence

Ce nouveau démodulateur permet de réutiliser le même principe que le premier avec les produits de convolution. Cependant, ici deux nouveaux produits de convolution sont présents avec deux sinus. Ainsi, en sortie de l'intégrale, il est possible de connaître l'écart entre les fréquences de deux phases. Donc, il est possible de compenser l'erreur de synchronisation de phase porteuse.

5.2.3 Résultats obtenus

Il est trouvé que le taux d'erreur est bien de 0 % sans bruit.
En exploitant les morceaux d'images, on retrouve l'image mystère :

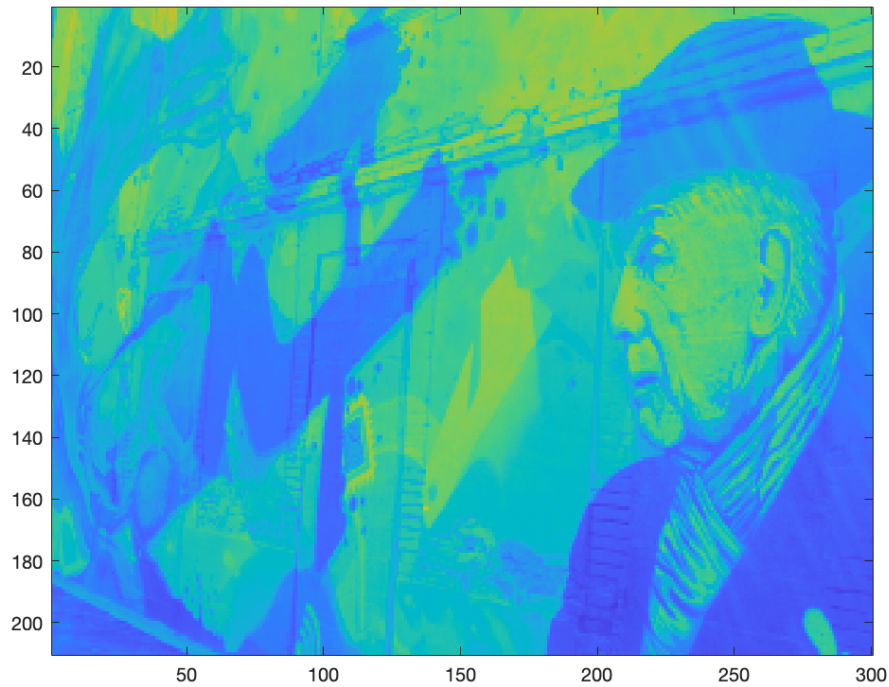


FIGURE 25 – Image reconstituée à partir du corrélateur.

6 Conclusion

Ce projet permet donc de montrer une implantation d'un modem selon les recommandations V21. Plusieurs moyens ont été mis en place pour envoyer de l'information. Le filtrage s'est montré peu efficace et avec un taux d'erreur élevé surtout lorsque l'ordre du filtre augmente. La deuxième méthode avec un récepteur adapté à la norme V21 était elle bien plus efficace que le filtrage avec un taux d'erreur nul lorsqu'il n'y a pas de bruit. Néanmoins, cette solution possède des limites car elle ne fonctionne que dans le cas où il y a présence d'une synchronisation parfaite des phases porteuses. Ceci est un problème conséquent pour pour un modem car en réalité les fréquences ne seront jamais identiques. On aurait, donc, constamment un taux d'erreur de bits transmis d'environ 50 %. Finalement, la troisième méthode implantée (la meilleure) reprend le principe du récepteur précédent. Cependant, il possède une gestion des erreurs de synchronisation. Ainsi, le taux d'erreur de bits transmis est de 0 sans bruit et avec des phases non synchronisées.

Donc, pour implanter le meilleur modem avec les ressources que l'on a eu pour ce projet serait d'utiliser le dernier récepteur avec gestion des erreurs de synchronisation de phase porteuse.