# Detecção de Irregularidades no Comércio de Madeira no Brasil: Uma Aplicação de Teoria dos Grafos

Luiz Bravin, Jaime Carneiro, Walléria Simões, Ximena Gomez

Novembro 2024

# 1 Introdução

Este trabalho apresenta uma abordagem analítica para avaliar o comércio de madeira de tipo Mandioquiero no Brasil, baseada em técnicas de teoria dos grafos. A partir dos dados de transporte de madeira dos sistemas de Documentos de Origem Florestal (DOF) e das guias florestais (GF) de diferentes estados brasileiros no periodo de 2017 ate 2020, propomos uma metodologia que explora quatro análises essenciais: a existência de empresas suspeitas, a importância estrutural de certas empresas, o impacto de caminhos suspeitos na conectividade do sistema e o uso de algoritmos de rotas mínimas para uma análise temporal do fluxo de madeira.

## 2 Definições

A atividade madeireira no Brasil possui uma complexa cadeia logística que pode ser representada de forma eficiente utilizando a teoria dos grafos. Nesse contexto, as operações envolvem três principais tipos de agentes: as empresas de **Manejo**, responsáveis pela extração da madeira; as empresas de **Pátio**, que processam e transformam a madeira em derivados; e os **Consumidores Finais**, que adquirem os produtos para consumo. Essas características permitem modelar essa cadeia como um dígrafo, em que os vértices representam as empresas e o peso das arestas corresponde ao volume de madeira transitado.

Como nas empresas de Pátio pode haver transporte mútuo de madeira, utiliza-se um dígrafo para a modelagem. Cada vértice do tipo **Manejo** possui apenas arestas de saída, enquanto os vértices do tipo **Final** possuem apenas arestas de entrada. Já os vértices do tipo **Pátio** podem ter tanto arestas de entrada quanto de saída.

Em termos matemáticos, define-se a atividade madeireira em um grafo dirigido  $G = \{V, E, W\}$ , onde:

$$V = V_{\text{pto}} \cup V_{\text{f}} \cup V_{\text{m}}$$

•  $V_{\text{pto}}$ : Empresas Patio

•  $V_{\rm f}$ : Empresas Finais

• V<sub>m</sub>: Empresas de Manejo

A coleção de arestas direcionadas, denotada por E, representa transações de madeira. Uma aresta direcionada de um nó  $v_i$  para  $v_j$  indica o transporte de produtos de madeira de  $v_i$  para  $v_j$ .

As entradas  $w_{ij}$  na matriz de pesos W representam o volume total da espécie S transportado de  $v_i$  para  $v_j$ .

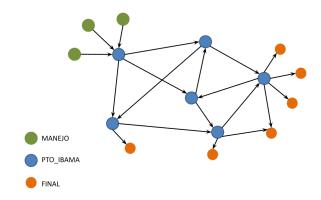


Figura 1: Exemplo de grafo

#### Definição 2.1. Vértice de Corte

Um vértice de corte, também chamado de ponto de articulação [1], é um vértice cuja remoção aumenta a quantidade de componentes do grafo. No contexto, pontos de articulação são empresas que, ao serem removidas do grafo, aumentam as componentes conexas existentes. Ou seja, elas são empresas importantes para os caminhos das madeiras de seus vizinhos.

#### Definição 2.2. Empresa Importante de Classe Grau

Uma empresa do tipo Pátio é considerada importante de *Classe Grau* se ela possui grau maior ou igual ao limite superior dos graus das empresas do tipo Pátio. Para calcular o limite superior dos graus, utilizamos o conceito de Wilton de O. Bussab [2], da forma:

Q1:  $1^{\circ}$  Quartil dos graus da empresa do tipo Pátio Q3:  $3^{\circ}$  Quartil dos graus da empresa do tipo Pátio IQ: Interquartil LS: Limite Superior IQ = Q3 - Q1 LS = Q3 + 1.5 ·IQ

#### Definição 2.3. Empresa Importante de Classe Volume

Uma empresa do tipo Pátio é considerada importante de Classe Volume se ela possui grau

maior ou igual ao limite superior dos volumes das empresas do tipo Pátio. Para calcular o limite superior dos volumes, utilizamos o conceito de Wilton de O. Bussab [2], da forma:

Q1:  $1^{0}$  Quartil dos volumes da empresa do tipo Pátio Q3:  $3^{0}$  Quartil dos volumes da empresa do tipo Pátio IQ: Interquartil LS: Limite Superior IQ = Q3 - Q1 LS = Q3 + 1.5 · IQ

### Definição 2.4. Strong Component

Dizemos que um vértice de um grafo é fortemente ligado a outro se um está ao alcance do outro e vice-versa. Essa ligação forte entre duas empresas é uma relação de equivalência, ou seja, uma relação reflexiva, simétrica e transitiva. Assim, cada classe de equivalência dessa relação induz um subgrafo fortemente conexo. Cada um desses subgrafos é uma componente forte [3] (= strong component) do grafo.

### Definição 2.5. Weak Component

Uma componente de um grafo direcionado é chamada de fracamente conexa se existe um caminho entre cada par de vértices na componente não orientado subjacente. [4]

## Definição 2.6. Empresa Suspeita

Para um vértice v qualquer do tipo Pátio no grafo, o fluxo de madeira que entra em v (= input) é a soma dos fluxos nos arcos que entram em v. O fluxo que sai de v (= output) é a soma dos fluxos nos arcos que saem de v [3].

$$output(v) = \sum_{\substack{u \in V \\ (v,u) \in E}} w(v,u)$$
$$input(v) = \sum_{\substack{u \in V \\ (u,v) \in E}} w(u,v)$$

Diz-se que uma empresa é suspeita quando a relação entre  $\operatorname{output}(v)/\operatorname{input}(v) > 1$ , ou seja, quando o fluxo de saída  $(\operatorname{output})$  é maior que o fluxo de entrada  $(\operatorname{input})$ . Define-se também  $\operatorname{inflow}(G)$  como sendo a soma dos volumes que saem dos vértices do tipo Manejo, e  $\operatorname{outflow}(G)$  como a soma dos volumes que entram em vértices de Saída.

$$outflow(G) = \sum_{v \in V_f} \sum_{\substack{u \in V \\ (u,v) \in E}} w(u,v)$$
$$inflow(G) = \sum_{v \in V_m} \sum_{\substack{u \in V \\ (v,u) \in E}} w(v,u)$$

## Definição 2.7. Cadeia de Suprimentos

Uma cadeia de suprimentos de um nó v é um caminho direcionado sem loops, começando em uma floresta licenciada e terminando no nó v. Uma cadeia de suprimentos associada a um nó  $v \in V_m \cup V_{pto}$  é uma sequência ordenada de nós  $sc_v = \{v_{c0}, v_{c1}, \dots, v_{cs}\}$ , onde  $v_{cs} = v$ ,  $v_{c0} \in V_m$  (sendo  $v_{c0}$  uma floresta licenciada),  $v_{ci} \in V_c$ ,  $i = 1, \dots, s - 1$ ,  $v_{ci} \neq v_{cj}$  para todo  $i \neq j$ , com uma aresta direcionada de  $v_{ci-1}$  para  $v_{ci}$  para  $i = 0, \dots, s$ .

## 3 Desenvolvimento

Para a análise das empresas suspeitas, utilizamos os dados apresentados no artigo de Nonato [5], abrangendo o período mais recente, de 2017 a 2020. Já para a identificação das empresas importantes, limitamos a análise aos dados de 2017, em função da complexidade computacional associada ao processamento. Adicionalmente, escolhemos estudar o tipo de madeira Mandioqueiro, pois ele está relacionado a um grafo distinto, que ainda não foi explorado no artigo mencionado.

#### 3.1 Dados Utilizados

A análise apresentada neste trabalho baseia-se em um conjunto de dados sobre o transporte de madeira no Brasil. O arquivo de dados contém informações estruturadas sobre transações realizadas entre empresas madeireiras, incluindo detalhes sobre origem, destino, produto transportado, volume e data de emissão. A seguir, apresentamos uma descrição detalhada de cada coluna do conjunto de dados:

- OrigemID\_number: Identificador único (CPF/CNPJ) da empresa de origem responsável pelo envio da madeira.
- **TpRem**: Tipo de remetente, que pode ser, por exemplo, *PTO\_IBAMA*, indicando que a empresa é registrada no sistema do IBAMA.
- NomeOrigem: Nome da empresa remetente, responsável pela transação.
- Coordenadas Origem: Coordenadas geográficas da localização da empresa de origem no formato (latitude, longitude).
- **DestinoID\_number**: Identificador único (CPF/CNPJ) da empresa de destino que recebe a madeira.
- TpDes: Tipo de destinatário, seguindo a mesma lógica de TpRem.
- NomeDestino: Nome da empresa destinatária.
- Coordenadas Destino: Coordenadas geográficas da localização da empresa de destino no formato (latitude, longitude).

- **Produto**: Especificação do produto transportado, como "Madeira serrada (tábua)", "Madeira Aplainada 4 Faces (S4S)" ou "Sarrafo".
- Volume: Quantidade transportada expressa em metros cúbicos (m3).
- **DtEmissao**: Data de emissão do documento que formaliza a transação, permitindo a análise temporal das operações.

## 3.2 Estrutura dos Dados

Os dados são armazenados em formato tabular (CSV), com cada linha representando uma transação individual. Um exemplo de registro é mostrado abaixo:

OrigemID\_number, TpRem, NomeOrigem, CoordenadasOrigem, DestinoID\_number, TpDes,

 ${\tt NomeDestino}$ ,  ${\tt CoordenadasDestino}$ ,  ${\tt Produto}$ ,  ${\tt Volume}$ ,  ${\tt datetimeDtEmissao}$ 

07470272000102,PTO\_IBAMA,HERMES BAHNER & CIA LTDA - ME,PR - CRUZ MACHADO

(-26.035083 - -51.330222),73998130000139,PTO\_IBAMA,FAERBER INDÚSTRIA DE MÓVEIS LTDA,

SC - PORTO UNIAO (-26.35025 - -51.082389), Madeira serrada (prancha),0.975,2017-06-12

## 3.3 Características do Conjunto de Dados

Este conjunto de dados apresenta algumas características importantes:

- Abrangência Geográfica: Os dados incluem empresas localizadas em diferentes estados brasileiros, com coordenadas precisas para análises espaciais.
- Diversidade de Produtos: Diferentes tipos de produtos de madeira são transportados, permitindo análises específicas por categoria.
- Perspectiva Temporal: O período analisado vai de 2017 a 2020, permitindo estudar padrões ao longo do tempo.
- Identificação das Empresas: Cada empresa é identificada pelo CPF ou CNPJ, o que possibilita a criação de grafos detalhados e a análise de relações comerciais.

Esses dados fornecem uma base robusta para modelar e analisar o fluxo de madeira no Brasil, identificar padrões anômalos e propor medidas para uma fiscalização mais eficaz.

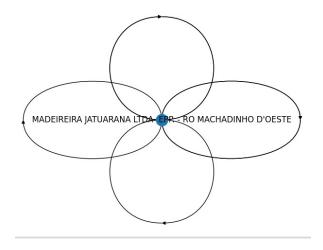


Figura 2: Exemplo de laços em um vértice do tipo Pátio

## 3.4 Análise 1: O papel das Empresas Importantes no Grafo

Na análise da Rede de Comércio de Madeira, observa-se um aspecto peculiar: a ocorrência de laços, situações em que uma empresa transfere madeira para outra sede registrada sob o mesmo CNPJ. Para fins de modelagem, optou-se por desconsiderar esses laços, mantendo, contudo, os vértices correspondentes, de forma a estruturar a rede como um dígrafo.

Outro aspecto recorrente na rede é a presença de múltiplas transações entre duas empresas. Para simplificar a representação, somaram-se os pesos das arestas com a mesma direção entre os mesmos pares de vértices, restringindo-se, assim, a no máximo duas arestas por par de vértices: uma em cada direção..

Adicionalmente, em casos raros, uma mesma empresa pode atuar como Manejo e Pátio. Nessas situações, ao transformar as empresas em vértices, adotou-se a tipagem como Manejo, garantindo maior consistência na modelagem.

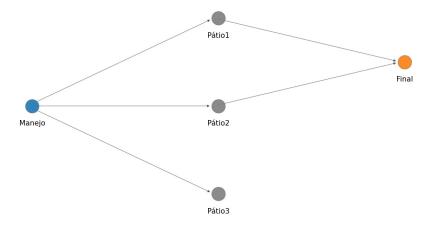


Figura 3: Exemplo em que o vértice Pátio 3 não consegue chegar até um vértice Final Após identificar as empresas consideradas importantes, foi necessário garantir que estas

possuíssem conexões que envolvessem tanto um manejo quanto um destino final. Essa etapa é fundamental, pois, na ausência dessas conexões, seria inviável realizar uma análise dos fluxos das componentes conexas que englobam tais empresas. Para esse fim, optou-se por criar árvores geradoras, que permitem verificar as conexões necessárias no grafo direcionado, assegurando a integridade das relações analisadas.

Porém, apenas o primeiro bfs não garante a existência de um caminho entre cada pátio e um destino final. Por isso, aplicamos novamente o algoritmo, mas dessa vez com os pátios importantes sendo as raízes. Caso algum dos pátios não tenha pelo menos um caminho até um destino final, ele é removido da lista de pátios importantes.

Para analisar a importância de cada empresa quanto ao fluxo de madeira, precisamos encontrar as componentes fracamente conexas que as contêm, visto que as componentes fortemente conexas não possuem manejo e destino final, devido ao fato de esses vértices possuírem apenas entrada ou saída de madeira, nunca ambas. Adquirimos todas as componentes fracamente conexas do grafo utilizando a função  $weakly\ connected\ components$  da biblioteca networkX [6], mas consideramos apenas as que possuem ao menos uma empresa importante.

## 3.5 Análise 2: Exploração das Empresas Suspeitas

Inicialmente, definiu-se um grafo cujos vértices correspondem às empresas e as arestas correspondem às relações comerciais de envio e chegada de madeira. A princípio, arestas paralelas serão unificadas e terão seus pesos somados. Nesse grafo, seguindo a metodologia apresentada por Nonato [5], foram analisadas as empresas suspeitas representadas por v, onde  $v \in V_p$ . Para isso, procedeu-se com a ordenação decrescente das razões associadas às empresas, definidas como  $r = \frac{\text{output}(v)}{\text{input}(v)}$ . A partir dessa ordenação, foram identificados os caminhos que chegam até essas empresas com os maiores valores dessa razão, partindo de um vértice u, com  $u \in V_m$ . Para encontrar tais caminhos, utiliza-se uma variante do algoritmo de Dijkstra, que, ao receber as arestas com sentidos invertidos e com seus respectivos volumes multiplicados por -1, retorna os caminhos de peso mínimo. Além disso, também utiliza-se o algoritmo de Eppstein, que calcula os k caminhos de peso mínimo entre dois vértices.

#### Identificação de Caminhos

Após identificar as empresas suspeitas, foram analisados os caminhos que conectam empresas de manejo  $(u \in V_m)$  às empresas suspeitas  $(v \in V_p)$ .

Para isso, utilizou-se:

- Algoritmo de Dijkstra: Adaptado para calcular os caminhos de menor peso, onde:
  - As arestas tiveram seus sentidos invertidos.
  - Os pesos foram multiplicados por -1, permitindo identificar os caminhos de maior volume no sentido original.
- Algoritmo de Eppstein: Aplicado para calcular os k melhores caminhos (de menor peso) entre dois nós.

Essa abordagem combinada foi essencial, pois, enquanto o algoritmo de Dijkstra encontrava um único caminho principal entre um nó inicial e uma concessão, o algoritmo de Eppstein permitia explorar rotas alternativas. Muitas vezes, entre dois pontos intermediários, existiam caminhos diferentes com volumes maiores do que os considerados inicialmente por Dijkstra.

Por exemplo, ao identificar um caminho de A para B e de A para C por Dijkstra, havia casos em que de A para B existiam outros caminhos diferentes que apresentavam volumes superiores aos do caminho de A a C. Com o algoritmo de Eppstein, garantiu-se que os k caminhos mais pesados e curtos entre os pontos fossem explorados, aumentando a precisão e a abrangência da análise.

### Análise Temporal

Para capturar a evolução temporal das transações, o grafo foi recalculado mês a mês:

- Grafo Acumulativo: Em cada mês, consideraram-se apenas as transações realizadas até o período em questão.
- Caminhos Mensais: Os algoritmos de Dijkstra e Eppstein foram aplicados para identificar os k melhores caminhos acumulativos até aquele mês.
- Visualização: Foram registrados os volumes transportados e as alterações nos caminhos ao longo do tempo.

Esta abordagem permitiu monitorar como os fluxos de madeira evoluíram ao longo do tempo, destacando padrões anômalos e empresas com comportamento atípico.

## 4 Resultados

## 4.1 O Grafo

Durante a construção do grafo, observamos que grande parte das empresas finais não possuía coordenadas geográficas nos dados disponíveis. Como estas coordenadas são essenciais para a representação gráfica, decidimos não incluir as empresas finais na visualização. Isto permitiunos manter a coerência na apresentação do grafo e focar nos vértices com informação completa, nomeadamente as empresas gestoras e estaleiros. Contudo, deve-se notar que as empresas finais representam uma parte importante do sistema e a sua ausência no grafo pode limitar certos aspectos da análise visual.

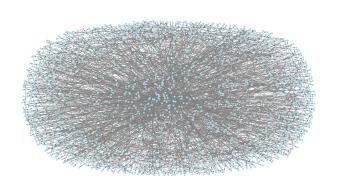


Figura 4: Representação do grafo.

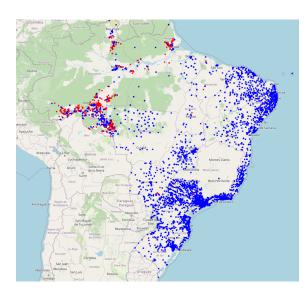


Figura 5: Empresas madeireiras no Brasil. Em vermelho, empresas de manejo. Em azul, empresas de pátio. As finais não estão representadas.

## 4.2 Empresas de Corte

É importante destacar que cada vértice do tipo Pátio pode se conectar a até 2126 vértices diferentes, sendo 413 Pátios considerados Importantes de Classe Grau. Como esperado, todos os vértices classificados como Importantes de Classe Grau são também pontos de articulação, ou seja, sua remoção resulta em um aumento no número de componentes do grafo.

Quantidade de Pátios	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	Limite Superior	Grau Máximo
3141	4	11	30	69	2126

Tabela 1: Resumo estatístico referentes aos graus dos vértices do tipo Pátio.

Dos 3141 vértices do tipo Pátio, 150 são considerados Importantes de Classe Volume. Diferentemente dos vértices Importantes de Classe Grau, apenas um desses são pontos de articulação.

Quantidade de Pátios	$Q_1(m^3)$	$Q_2(m^3)$	$Q_3(m^3)$	Limite Superior (m <sup>3</sup> )	Peso Máximo (m <sup>3</sup> )
3141	4 2.26	12.39	64.45	105.67	4333.57

Tabela 2: Resumo estatístico referentes ao peso das arestas entre vértices do tipo Pátio

Inicialmente a razão entre a saída e entrada ( $R = \frac{outflow(G)}{inflow(G)}$ ) foi de 2.26, indicando que pode haver transações suspeitas na rede, porém não podemos afirmar isso, devido ao fato das transações serem por data.

A análise do fluxo foi feita em cada empresa importante chamando a função getTimberFlow, que nos retorna o total que entra e que sai, na componente conexa que a contém e no subgrafo feito retirando o vértice da empresa.

Ao analisar os dados do ano de 2018, foi possível identificar 778 componentes fracamente conexas e 620 empresas importantes, considerando o limite superior do volume de madeira. Estas foram salvas em um arquivo juntamente com a quantidade de componentes fracamente conexas do subgrafo que se obtém ao removê-las.

Entre essas empresas, 192 não são pontos de inflexão, o que representa 24,6% das empresas analisadas. Dentre as que são pontos de inflexão, a que gera o maior número de componentes conexas gera 1771 componentes e tem um volume de 180,6751 m³. Além disso, conseguimos identificar a empresa que possui o maior volume de madeira: 4333,5728 m³, mas que gera apenas 782 componentes fracamente conexas no seu respectivo subgrafo.

```
620.000000
mean
          788.919355
std
           62.195481
min
          778.000000
25%
          778.000000
50%
          779.000000
75%
          782.000000
         1771.000000
Name: Conected_Components, dtype: float64
                       Volume Conected Components
          CPF CNPJ
     8444391000145 180.6751
```

Figura 6: Dados das componentes fracamente conexas.

```
count
          620.000000
          531.565569
mean
          564.952358
std
min
          105.915300
25%
          185.780325
50%
          317.196500
75%
          657.617000
         4333.572800
Name: Volume, dtype: float64
                         Volume Conected Components
           CPF CNPJ
     24827134000149
                      4333.5728
```

Figura 7: Dados dos volumes.

Para a análise do fluxo, filtramos novamente as empresas como foi dito anteriormente e salvamos um arquivo detalhando a quantidade de componentes, fluxo de entrada e saída da componente com a empresa e sem, além da proporção saída/entrada. Dos 620 pátios, apenas 250 estão em uma componente fracamente conexa e possuem um caminho até um manejo e um final. Das 778 componentes conexas, apenas uma contém essas empresas.

```
250,000000
mean
          393.508317
std
          386.208495
min
          105.915300
25%
          175.192525
50%
          257,262300
75%
         458.966125
max
         3808.638400
Name: Volume_Saida, dtype: float64
         CPF CNPJ Volume Saida Tamanho Componente Com InFlow Com OutFlow Sem InFlow Sem OutFlow
                                                                                                          Out/In
                                                    85534.4963 212857.9826
218 8215495000188
                       3808.6384
                                             124024
                                                                              15364.2684
                                                                                          192646.0252
                                                                                                       12.538575
         CPF CNPJ
                       Volume Conected Components
    8215495000188 3808.6384
```

(a) Dados da empresa mais importante em relação ao volume, note que não é a mesma encontrada antes de filtrarmos novamente.

```
count
         250.000000
mean
           6.380697
std
           4.218530
min
           2.488236
25%
           3.098035
50%
           5.093181
75%
           8.185690
max
          19.716156
Name: Out/In, dtype: float64
          CPF CNPJ Volume Saida Tamanho Componente Com InFlow Com OutFlow Sem InFlow Sem OutFlow
                                                                                                            Out/In
248
     14362469000185
                          462.79
                                               124024
                                                       85534.4963 212857.9826
                                                                                  9727.249 191783.9606
                                                                                                        19.716156
          CPF CNPJ
                    Volume Conected Components
     14362469000185 462.79
```

(b) Dados da empresa mais importante em relação à proporção saída/entrada

Figura 8: Saída no terminal pós segundo filtro.

## 4.3 Caminhos de Empresas Suspeitas

A primeira parte do algoritmo identificou a empresa 14159781000176 como suspeita, quando definimos k=3 caminhos. Na segunda parte, a partir da empresa encontrada, consegue-se achar todas as alterações que ocorreram nesses 3 caminhos ao longo do tempo.

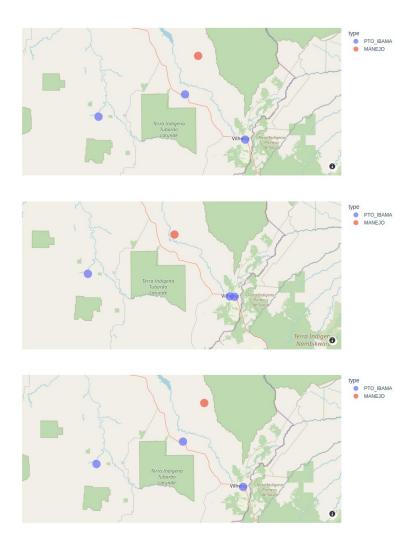


Figura 9: Empresa suspeita (vermelho) e empresas parceiras (azul).

É fácil perceber que os caminhos encontrados cercam terras indígenas. Segundo a Fiocruz [7], "Um mapeamento da exploração madeireira em Rondônia, divulgado pelo Sistema de Monitoramento da Exploração Madeireira (Simex), revelou que, entre agosto de 2019 e julho de 2020, um total de 69.794 hectares de floresta tiveram exploração de madeira no estado de Rondônia. Os dados revelaram que a TI Tubarão Latundê foi a terra indígena mais afetada nesse período."

Para facilitar a visualização, fizemos um *gif*, que pode ser acessado pelo *github* do projeto [8] no caminho docs/path\_animation.gif, onde encontra-se uma animação da evolução do

grafo de caminhos da empresa suspeita encontrada ao longo do período vigente, e abaixo imagens para representá-lo.

Com a evolução cronológica, podemos ver que o crescimento do volume dos caminhos entre 2019 e 2020 é bastante acelerado, o que faz sentido com a informação da Fiocruz.

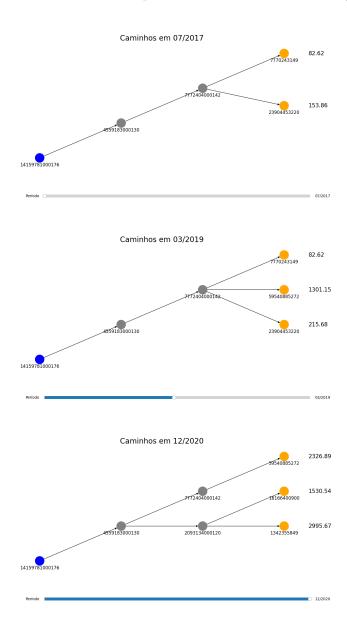


Figura 10: Caminhos da empresa suspeita, respectivamente, no inicio, meio e fim do periodo vigente dos dados. Os números à direita representam a soma dos volumes das arestas do caminho correspondente.

## 5 Conclusões

O estudo proposto aplicou a teoria dos grafos para analisar irregularidades no comércio de madeira no Brasil, evidenciando o potencial dessa abordagem para identificar padrões suspeitos e agentes críticos na cadeia de suprimentos. A modelagem da rede como um dígrafo possibilitou classificar as empresas em três categorias principais, permitindo a definição de métricas como grau, volume de transações e conectividade. A análise identificou empresas importantes e suspeitas, baseando-se em critérios quantitativos e qualitativos, e demonstrou que pontos de articulação e cadeias de suprimentos desempenham papéis fundamentais na dinâmica da rede. Essa metodologia, além de identificar irregularidades, proporciona insights valiosos para a gestão sustentável e fiscalização do setor.

Ademais, a inclusão de análises temporais e espaciais aprimorou a compreensão dos fluxos de madeira ao longo do tempo, destacando empresas com comportamentos atípicos e próximas a áreas sensíveis, como terras indígenas. A combinação de algoritmos de Dijkstra e Eppstein ofereceu uma visão detalhada sobre os caminhos críticos, evidenciando como anomalias podem ser detectadas de forma mais eficiente. Os resultados sugerem que ferramentas baseadas em grafos podem ser altamente eficazes para políticas públicas e investigações ambientais, reforçando a necessidade de maior integração entre dados logísticos e tecnologias de monitoramento.

Para mais detalhes, acesse o repósitório do projeto github do projeto [8].

## Referências

- [1] Maria Soledad. Notas de aula do curso de Matemática Discreta. 2024.
- [2] W. O. Bussab e P. A. Morettin. Estatística Básica. 9ª ed. São Paulo: Saraiva, 2017.
- [3] Paulo Feofiloff. Algoritmos para Grafos. Atualizado em 2020-04-03, © Paulo Feofiloff, IME-USP. 2020. URL: https://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos\_para\_grafos/aulas/strong-comps.html#sec:strong-component.
- [4] Jayme Luiz Szwarcfiter. Teoria Computacional de Grafos. 1ª ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2018, p. 49.
- [5] Luis Gustavo Nonato et al. «Analyzing Timber Trade in Brazil: assessing timber networks and supply chains». Em: *University of São Paulo, ICMC-USP, Brazil* (2024).
- [6] NetworkX Developers. NetworkX. Version 3.4.2, Release date: Oct 21, 2024. NetworkX. 2024. URL: https://networkx.org/documentation/stable/index.html.
- [7] Fiocruz. Terra Indígena Tubarão Latundê sofre com graves impactos ambientais, como extração ilegal de madeira, desmatamento e o uso de agrotóxicos em áreas limítrofes a ela. Acesso em: 21 nov. 2024. URL: https://mapadeconflitos.ensp.fiocruz.br/conflito/terra-indigena-tubarao-latunde-sofre-com-graves-impactos-ambientais-como-extracao-ilegal-de-madeira-desmatamento-e-o-uso-de-agrotoxicos-em-areas-limitrofes-a-ela/.

[8] MisterCapote. Atividade Madeireira. https://github.com/mistercapote/atividade\_madeireira/. Acesso em: 21 nov. 2024.