

ED – Seminario

20/10/2016

Grafos

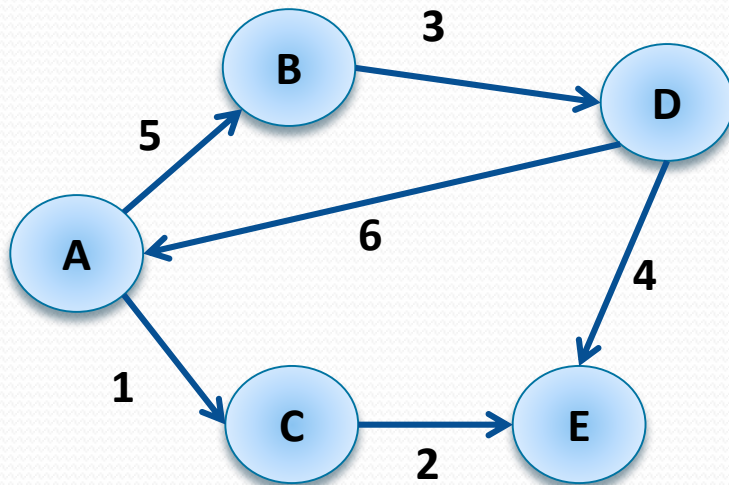
María del Rosario Suárez Fernández

Floyd-Warshall

- Algoritmo que calcula todos los caminos de coste mínimo entre cualquier par de nodos del grafo
- Características del grafo
 - Ponderado
 - Conexo
 - Dirigido

Floyd-Warshall - Ejercicio

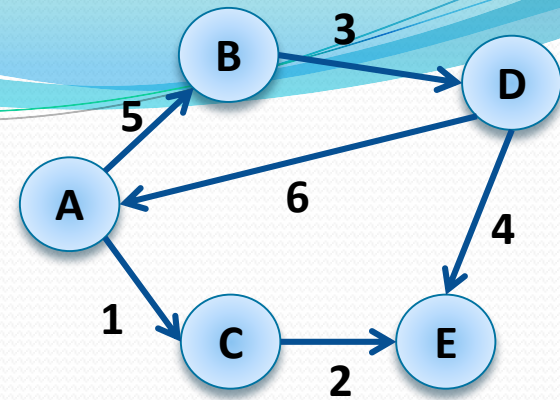
Encontrar el camino mínimo entre cada par de nodos



Matriz de pesos

	A	B	C	D	E
A	∞	5	1	∞	∞
B	∞	∞	∞	3	∞
C	∞	∞	∞	∞	2
D	6	∞	∞	∞	4
E	∞	∞	∞	∞	∞

Floyd-Warshall - Ejercicio



Encontrar el camino mínimo entre cada par de nodos

Inicialización

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	∞	∞
B	∞	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	∞	∞	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

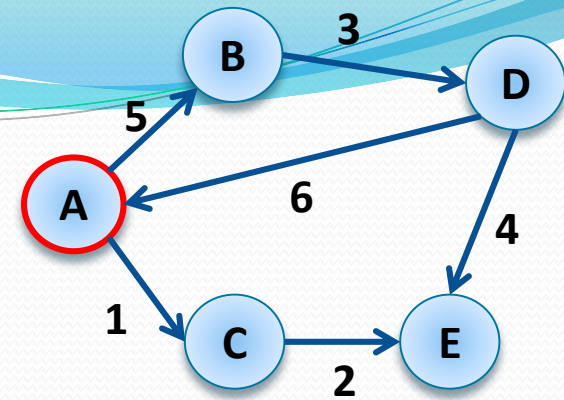
Matriz P

	A	B	C	D	E
A					
B					
C					
D					
E					

Nodos a evaluar

A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo A

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	∞	∞
B	∞	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	∞	∞	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A					
B					
C					
D					
E					

$(B,A)+(A,B)$ Y (B,B) \rightarrow No se trata

$(B,A)+(A,C)$ Y (B,C)
 $\infty + 1$ y ∞ \rightarrow No cambia

$(B,A)+(A,D)$ Y (B,D)
 $\infty + \infty$ y 3 \rightarrow No cambia

$(B,A)+(A,E)$ Y (B,E)
 $\infty + \infty$ y ∞ \rightarrow No cambia

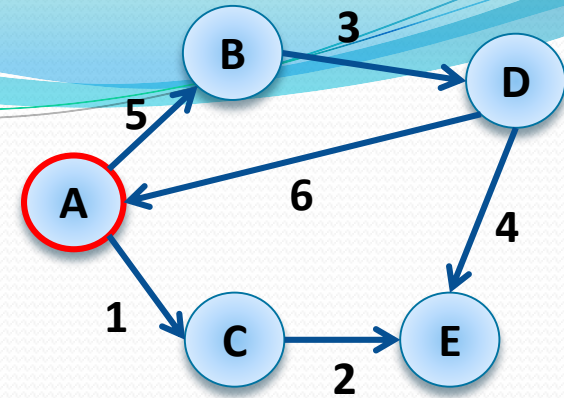
$(C,A)+(A,B)$ Y (C,B)
 $\infty + 5$ y ∞ \rightarrow No cambia

$(C,A)+(A,C)$ Y (C,C) \rightarrow No se trata

$(C,A)+(A,D)$ Y (C,D)
 $\infty + \infty$ y ∞ \rightarrow No cambia

$(C,A)+(A,E)$ Y (C,E)
 $\infty + \infty$ y 2 \rightarrow No cambia

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo A

$(D,A) + (A,B)$ Y (D,B)
 $6 + 5$ y ∞ → Se cambia

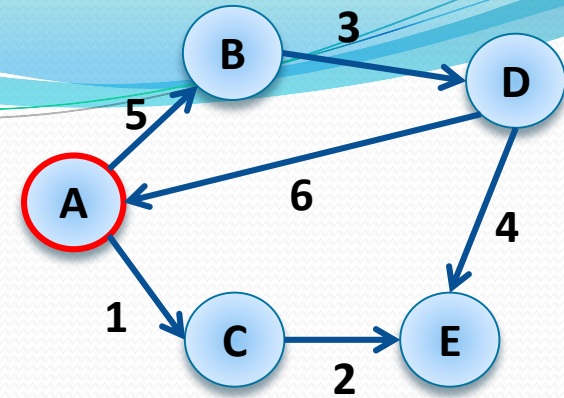
Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	∞	∞
B	∞	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	∞	∞	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A					
B					
C					
D					
E					

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo A

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	∞	∞
B	∞	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	∞	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

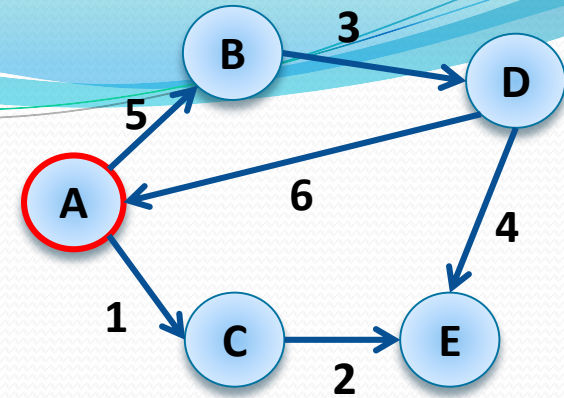
Matriz P

	A	B	C	D	E
A					
B					
C					
D		A			
E					

$(D,A)+(A,B)$ Y (D,B)
 $6 + 5$ y ∞ → Se cambia

$(D,A)+(A,C)$ Y (D,C)
 $6 + 1$ y ∞ → Se cambia

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo A

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	∞	∞
B	∞	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

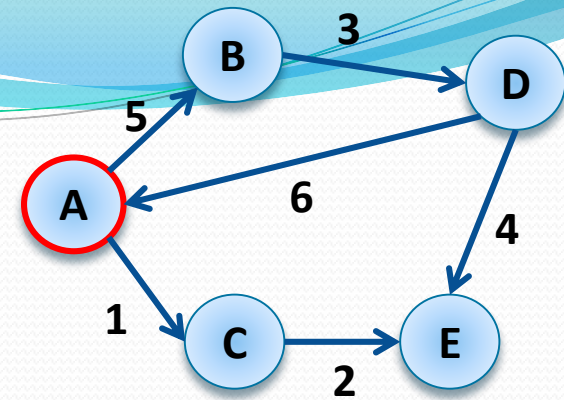
Matriz P

	A	B	C	D	E
A					
B					
C					
D		A	A		
E					

$(D,A)+(A,B)$ Y (D,B)
 $6 + 5$ y ∞ → Se cambia

$(D,A)+(A,C)$ Y (D,C)
 $6 + 1$ y ∞ → Se cambia

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo A

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	∞	∞
B	∞	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A					
B					
C					
D		A	A		
E					

$(D,A)+(A,B) \text{ Y } (D,B)$
 $6 + 5 \text{ y } \infty \rightarrow \text{Se cambia}$

$(D,A)+(A,C) \text{ Y } (D,C)$
 $6 + 1 \text{ y } \infty \rightarrow \text{Se cambia}$

$(D,A)+(A,D) \text{ Y } (D,D) \rightarrow \text{No se trata}$

$(D,A)+(A,E) \text{ Y } (D,E)$
 $\infty + \infty \text{ y } \infty \rightarrow \text{No cambia}$

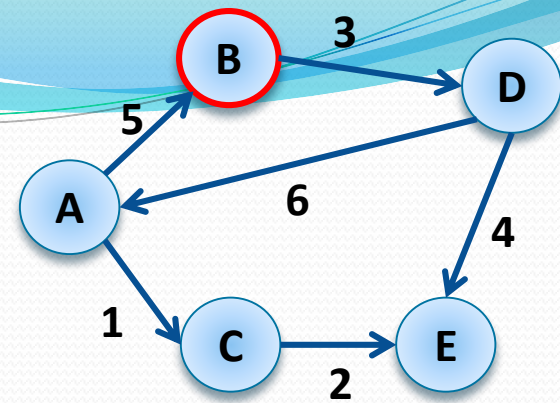
$(E,A)+(A,B) \text{ Y } (E,B)$
 $\infty + 5 \text{ y } \infty \rightarrow \text{No cambia}$

$(E,A)+(A,C) \text{ Y } (E,C)$
 $\infty + 1 \text{ y } \infty \rightarrow \text{No se trata}$

$(E,A)+(A,D) \text{ Y } (E,D)$
 $\infty + \infty \text{ y } \infty \rightarrow \text{No cambia}$

$(E,A)+(A,E) \text{ Y } (E,E) \rightarrow \text{No se trata}$

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo B

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	∞	∞
B	∞	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

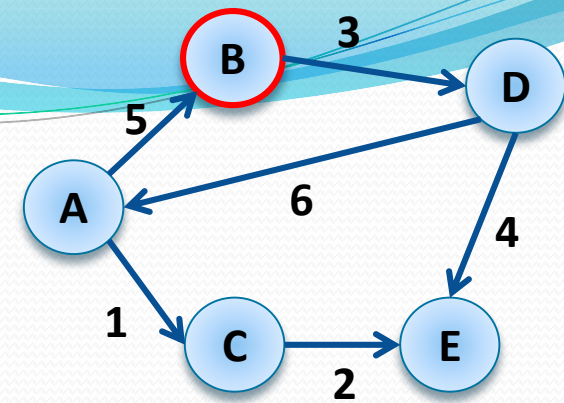
	A	B	C	D	E
A					
B					
C					
D		A	A		
E					

$(A,B)+(B,A)$ Y $(A,A) \rightarrow$ No se trata

$(A,B)+(B,C)$ Y (A,C)
 $5 + \infty$ y $1 \rightarrow$ No cambia

$(A,B)+(B,D)$ Y (A,D)
 $5 + 3$ Y $\infty \rightarrow$ Cambia

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo B

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	∞
B	∞	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

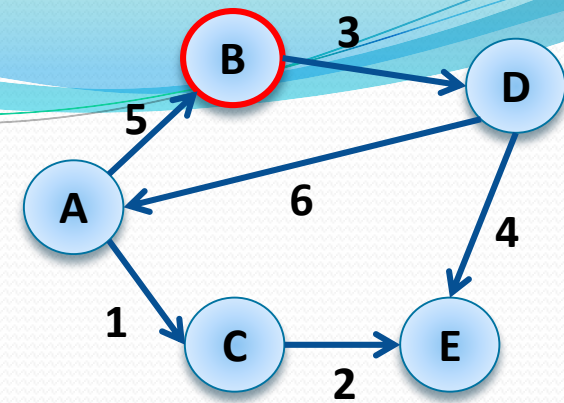
	A	B	C	D	E
A				B	
B					
C					
D		A	A		
E					

$(A,B)+(B,A)$ Y $(A,A) \rightarrow$ No se trata

$(A,B)+(B,C)$ Y (A,C)
 $5 + \infty$ y $1 \rightarrow$ No cambia

$(A,B)+(B,D)$ Y (A,D)
 $5 + 3$ Y $\infty \rightarrow$ Cambia

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo B

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	∞
B	∞	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	
B					
C					
D		A	A		
E					

$(A,B)+(B,A)$ Y $(A,A) \rightarrow$ No se trata

$(A,B)+(B,C)$ Y (A,C)
 $5 + \infty$ y 1 \rightarrow No cambia

$(A,B)+(B,D)$ Y (A,D)
 $5 + 3$ Y $\infty \rightarrow$ Cambia

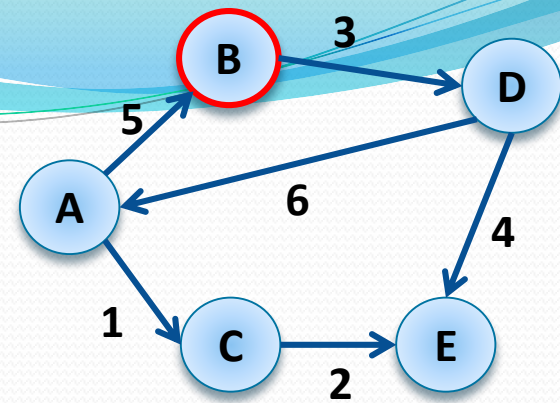
$(A,B)+(B,E)$ Y (A,E)
 $5 + \infty$ y $\infty \rightarrow$ No cambia

$(B,A)+(C,B)$ Y (C,A)
 $\infty + \infty$ y $\infty \rightarrow$ No cambia

$(B,A)+(D,B)$ y (D,A)
 $\infty + 11$ y 6 \rightarrow No cambia

$(B,A)+(E,B)$ y (E,A)
 $\infty + \infty$ y $\infty \rightarrow$ No cambia

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo B

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	∞
B	∞	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	
B					
C					
D		A	A		
E					

$(C,B)+(B,C)$ Y (C,C) → No se trata

$(C,B)+(B,D)$ Y (C,D)
 $\infty + 3$ y ∞ → No cambia

$(C,B)+(B,E)$ Y (C,E)
 $\infty + \infty$ y ∞ → No cambia

$(D,B)+(B,C)$ Y (D,C)
 $11 + \infty$ y 7 → No cambia

$(D,B)+(B,D)$ Y (D,D) → No se trata

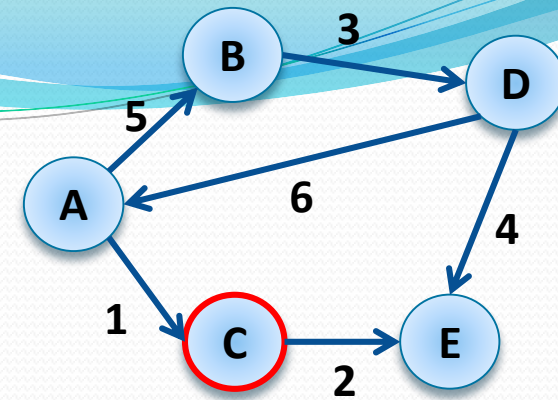
$(D,B)+(B,E)$ Y (D,E)
 $11 + \infty$ y 4 → No cambia

$(E,B)+(B,C)$ Y (E,C)
 $\infty + \infty$ y ∞ → No cambia

$(E,B)+(B,D)$ Y (E,D)
 $\infty + 3$ y ∞ → No cambia

$(E,B)+(B,E)$ Y (E,E) → No se trata

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo C

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	∞
B	∞	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	
B					
C					
D		A	A		
E					

$(C,A)+(B,C) \text{ Y } (B,A)$
 $\infty + \infty \text{ y } \infty \rightarrow$ No cambia

$(C,A)+(A,C) \text{ Y } (A,A) \rightarrow$ No se trata

$(C,B)+(B,C) \text{ Y } (B,B) \rightarrow$ No se trata

$(C,B)+(A,C) \text{ y } (A,B)$
 $\infty + 1 \text{ y } 5 \rightarrow$ No cambia

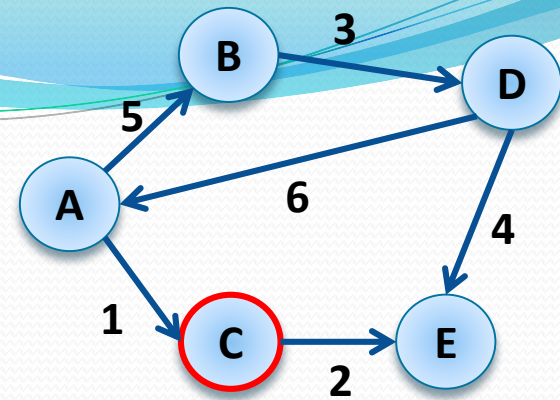
$(B,C)+(C,D) \text{ Y } (B,D) \rightarrow$ No se trata

$(B,C)+(C,E) \text{ Y } (B,E)$
 $\infty + 2 \text{ y } \infty \rightarrow$ No cambia

$(A,C)+(C,D) \text{ Y } (A,D)$
 $1 + \infty \text{ y } \infty \rightarrow$ No cambia

$(A,C)+(C,E) \text{ Y } (A,E)$
 $1 + 2 \text{ y } \infty \rightarrow$ Si cambia

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo C

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	3
B	∞	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	C
B					
C					
D		A	A		
E					

$(C,A)+(B,C) \text{ Y } (B,A)$
 $\infty + \infty \text{ y } \infty \rightarrow$ No cambia

$(C,A)+(A,C) \text{ Y } (A,A) \rightarrow$ No se trata

$(C,B)+(B,C) \text{ Y } (B,B) \rightarrow$ No se trata

$(C,B)+(A,C) \text{ y } (A,B)$
 $\infty + 1 \text{ y } 5 \rightarrow$ No cambia

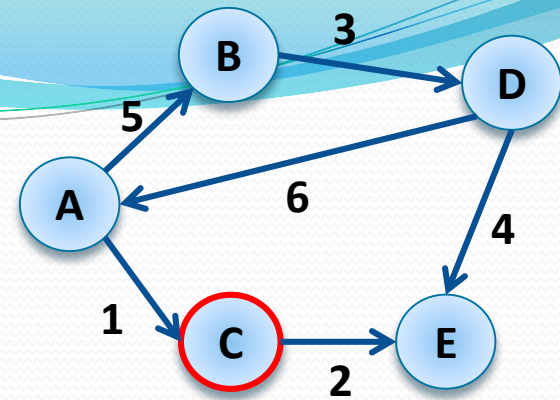
$(B,C)+(C,D) \text{ Y } (B,D) \rightarrow$ No se trata

$(B,C)+(C,E) \text{ Y } (B,E)$
 $\infty + 2 \text{ y } \infty \rightarrow$ No cambia

$(A,C)+(C,D) \text{ Y } (A,D)$
 $1 + \infty \text{ y } \infty \rightarrow$ No cambia

$(A,C)+(C,E) \text{ Y } (A,E)$
 $1 + 2 \text{ y } \infty \rightarrow$ Cambia

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo C

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	3
B	∞	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	C
B					
C					
D		A	A		
E					

$(C,A)+(D,C) \text{ Y } (D,A)$
 $\infty + 7 \text{ y } 6$ → No cambia

$(C,A)+(E,C) \text{ Y } (E,A)$
 $\infty + \infty \text{ y } \infty$ → No cambia

$(C,B)+(D,C) \text{ Y } (D,B)$
 $\infty + 7 \text{ y } 11$ → No cambia

$(C,B)+(E,C) \text{ y } (E,B)$
 $\infty + \infty \text{ y } \infty$ → No cambia

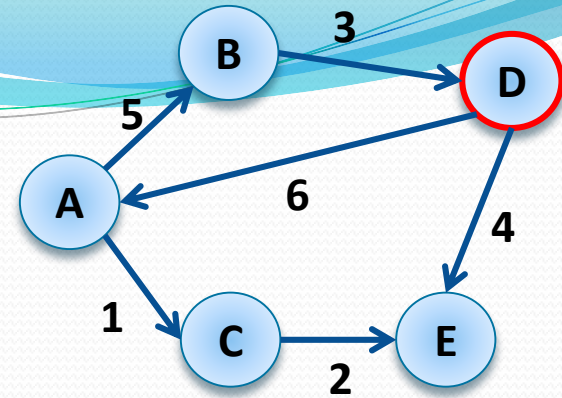
$(D,C)+(C,D) \text{ Y } (D,D)$ → No se trata

$(D,C)+(C,E) \text{ Y } (D,E)$
 $7 + 2 \text{ y } 4$ → No cambia

$(E,C)+(C,D) \text{ Y } (E,D)$
 $\infty + \infty \text{ y } \infty$ → No cambia

$(E,C)+(C,E) \text{ Y } (E,E)$ → No se trata

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo D

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	3
B	∞	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

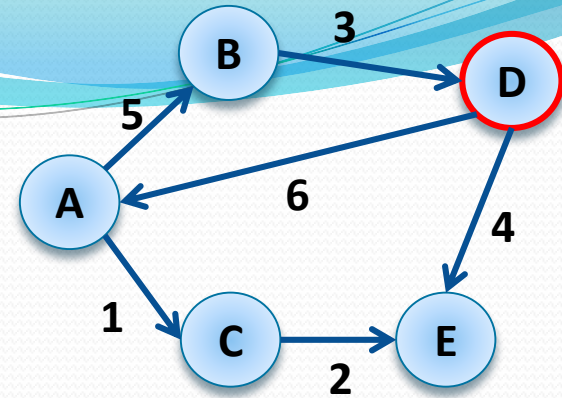
Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	C
B					
C					
D		A	A		
E					

$(D,A)+(C,D)$ Y $(C,A) \rightarrow$ No cambia

$(D,A)+(B,D)$ Y $(B,A) \rightarrow$ Cambia
 $6 + 3$ y ∞

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo D

$(D,A)+(C,D)$ Y $(C,A) \rightarrow$ No se trata

$(D,A)+(B,D)$ Y $(B,A) \rightarrow$ Cambia
 $6 + 3$ y ∞

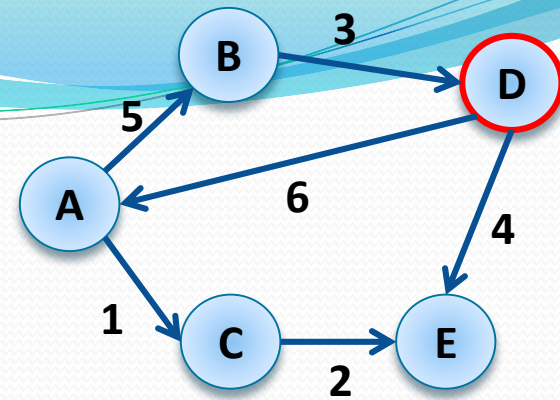
Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	3
B	9	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	C
B	D				
C					
D		A	A		
E					

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo D

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	3
B	9	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	C
B	D				
C					
D		A	A		
E					

$$(D,A)+(C,D) \text{ Y } (C,A) \\ 6 + \infty \text{ y } \infty$$

→ No se trata

$$(D,A)+(B,D) \text{ Y } (B,A) \\ 6 + 3 \text{ y } \infty$$

→ Cambia

$$(D,A)+(A,D) \text{ Y } (A,A)$$

→ No se trata

$$(D,B)+(C,D) \text{ Y } (C,B) \\ 11 + \infty \text{ y } \infty$$

→ No cambia

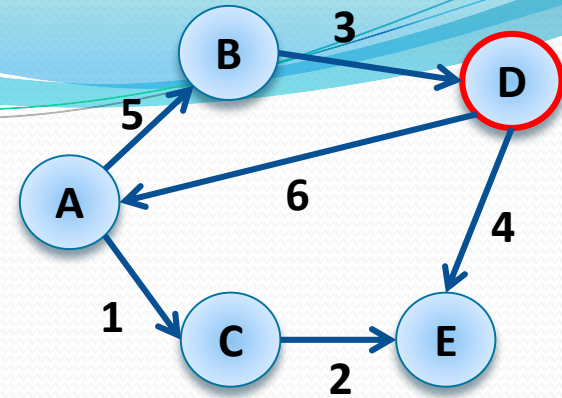
$$(D,B)+(B,D) \text{ Y } (B,B)$$

→ No se trata

$$(D,B)+(A,D) \text{ Y } (A,B) \\ 11 + 8 \text{ y } 5$$

→ No cambia

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo D

$(D,C)+(C,D)$ Y (C,C) → No se trata

$(D,C)+(B,D)$ Y (B,C)
 $7 + 3$ y ∞ → Cambia

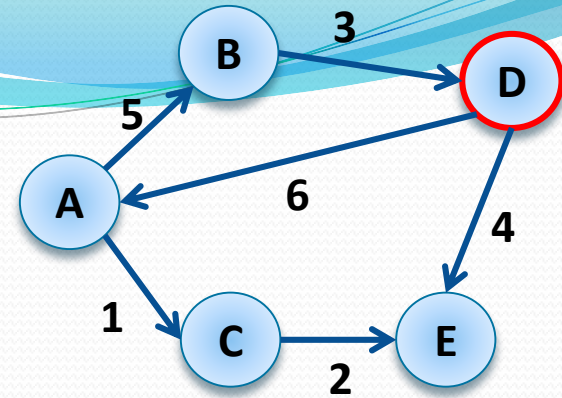
Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	3
B	9	0	∞	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	C
B	D				
C					
D		A	A		
E					

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo D

$(D,C)+(C,D)$ Y (C,C) → No se trata

$(D,C)+(B,D)$ Y (B,C)
 $7 + 3$ y ∞ → Cambia

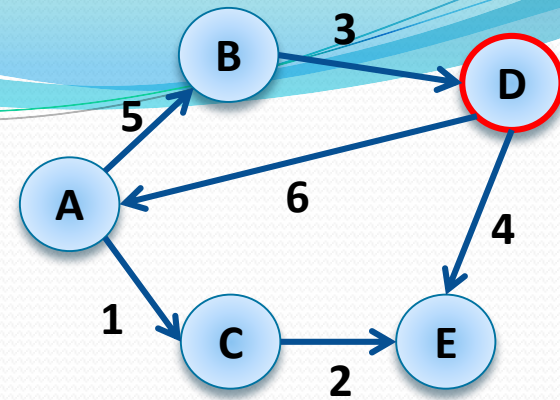
Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	3
B	9	0	10	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	C
B	D		D		
C					
D		A	A		
E					

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo D

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	3
B	9	0	10	3	∞
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	C
B	D		D		
C					
D		A	A		
E					

$(D,C)+(C,D)$ Y (C,C) → No se trata

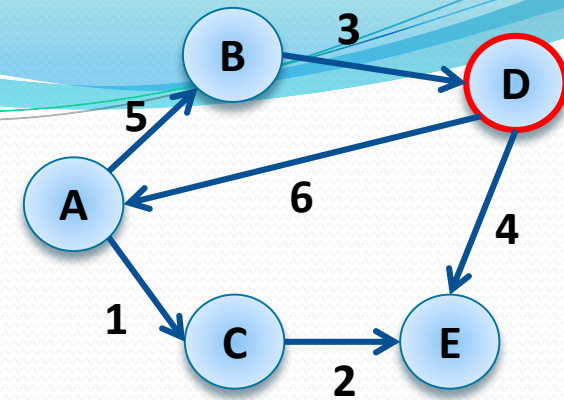
$(D,C)+(B,D)$ Y (B,C)
 $7 + 3$ y ∞ → Cambia

$(D,C)+(A,D)$ Y (A,C)
 $7 + 8$ y 1 → No cambia

$(C,D)+(D,E)$ Y (C,E)
 $\infty + 4$ y 2 → No cambia

$(B,D)+(D,E)$ Y (B,E)
 $3 + 4$ y ∞ → Cambia

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo D

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	3
B	9	0	10	3	7
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	C
B	D		D		D
C					
D		A	A		
E					

$(D,C)+(C,D)$ Y (C,C) → No se trata

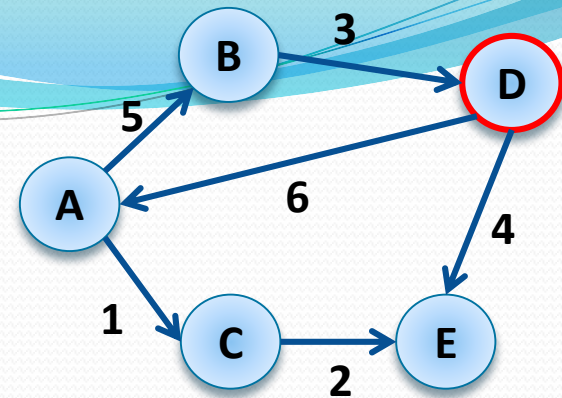
$(D,C)+(B,D)$ Y (B,C)
 $7 + 3$ y ∞ → Cambia

$(D,C)+(A,D)$ Y (A,C)
 $7 + 8$ y 1 → No cambia

$(C,D)+(D,E)$ Y (C,E)
 $\infty + 4$ y 2 → No cambia

$(B,D)+(D,E)$ Y (B,E)
 $3 + 4$ y ∞ → Cambia

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo D

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	3
B	9	0	10	3	7
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	C
B	D		D		D
C					
D		A	A		
E					

$(D,C)+(C,D)$ Y (C,C) → No se trata

$(D,C)+(B,D)$ Y (B,C)
 $7 + 3$ y ∞ → Cambia

$(D,C)+(A,D)$ Y (A,C)
 $7 + 8$ y 1 → No cambia

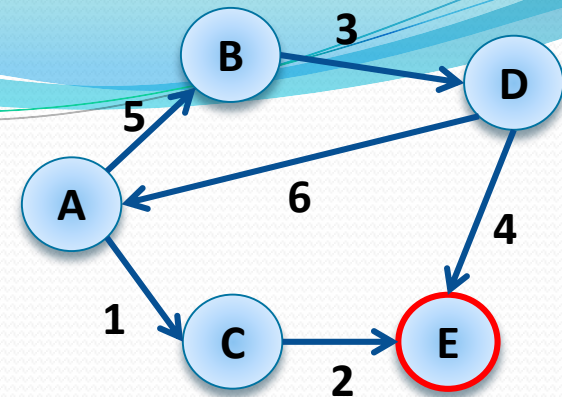
$(C,D)+(D,E)$ Y (C,E)
 $\infty + 4$ y 2 → No cambia

$(B,D)+(D,E)$ Y (B,E)
 $3 + 4$ y ∞ → Cambia

$(A,D)+(D,E)$ Y (A,E)
 $8 + 4$ y 3 → No cambia

$(E,D)+(D,E)$ Y (E,E) → No se trata

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo E

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	3
B	9	0	10	3	7
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	C
B	D		D		D
C					
D		A	A		
E					

$(E,A)+(D,E)$ Y (D,A)
 $\infty + 4$ y 6 → No se trata

$(E,A)+(C,E)$ Y (C,A)
 $\infty + 2$ y ∞ → No cambia

$(E,A)+(B,E)$ Y (B,A)
 $\infty + 7$ y 9 → No cambia

$(E,A)+(A,E)$ Y (A,A) → No se trata

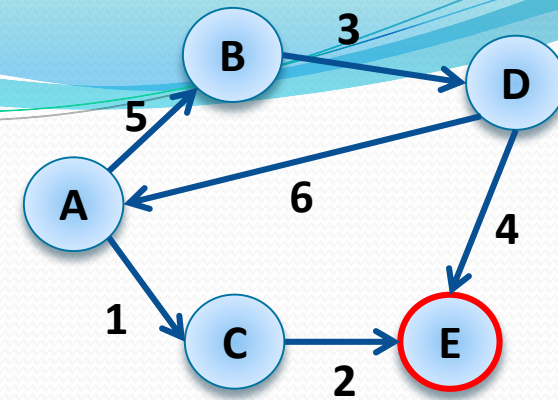
$(E,B)+(D,E)$ Y (D,B)
 $\infty + 4$ y 11 → No cambia

$(E,B)+(C,E)$ Y (C,B)
 $\infty + 2$ y ∞ → No cambia

$(E,B)+(B,E)$ Y (B,B) → No se trata

$(E,B)+(A,E)$ Y (A,B)
 $\infty + 3$ y 5 → No cambia

Floyd-Warshall - Ejercicio



Nodo E

Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	3
B	9	0	10	3	7
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	C
B	D		D		D
C					
D		A	A		
E					

$(E,C)+(D,E) \text{ Y } (D,C)$
 $\infty + 4 \text{ y } 7$ → No cambia

$(E,C)+(C,E) \text{ Y } (C,C)$ → No se trata

$(E,C)+(B,E) \text{ Y } (B,C)$
 $\infty + 7 \text{ y } 10$ → No cambia

$(E,C)+(A,E) \text{ Y } (A,C)$
 $\infty + 3 \text{ y } 1$ → No cambia

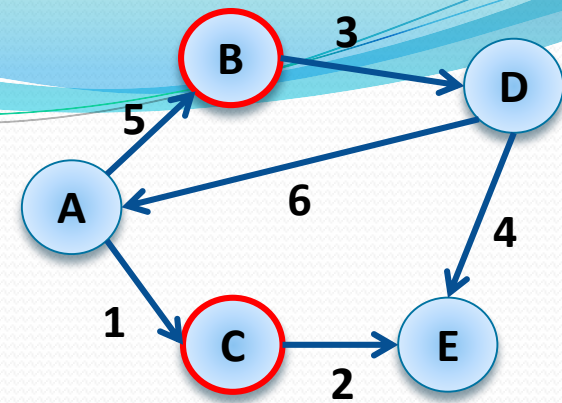
$(E,D)+(D,E) \text{ Y } (D,D)$ → No se trata

$(E,D)+(C,E) \text{ Y } (C,D)$
 $\infty + 2 \text{ y } \infty$ → No cambia

$(E,D)+(B,E) \text{ Y } (B,D)$
 $\infty + 7 \text{ y } 3$ → No cambia

$(E,D)+(A,E) \text{ Y } (A,D)$
 $\infty + 3 \text{ y } 8$ → No cambia

Floyd-Warshall - Ejercicio



Matriz A

	A	B	C	D	E
A	0	5	1	8	3
B	9	0	10	3	7
C	∞	∞	0	∞	2
D	6	11	7	0	4
E	∞	∞	∞	∞	0

Matriz P

	A	B	C	D	E
A				B	C
B	D		D		D
C					
D		A	A		
E					

- Coste del camino de $B \rightarrow C$
 - Miro la matriz de pesos
 - Coste = 10
- Camino de $B \rightarrow C$
 - Miró la matriz de predecesores

Camino a partir de la matriz P

Matriz P					
	A	B	C	D	E
A				B	C
B	D		D		D
C					
D		A	A		
E					

A partir de la matriz P vamos a obtener el camino con el método recursivo

```
public void Path(T origen, T destino) {  
    T medio = P[Obtener(origen)][Obtener(destino)];  
    if (medio!=null) {  
        Path (origen, medio);  
        System.out.print ('-' + medio);  
        Path (medio, destino);  
    }  
}  
  
System.out.print (origen);  
Path (origen, destino);  
System.out.println ('-' + destino);
```



B

Path(B,C)

-C

B

Path(B,C)

-C



medio = P(B,C) = D



Path(B,D)

-D



Path(D,C)

B

Path(B,C)

-C



medio = P(B,C) = D



Path(B,D)

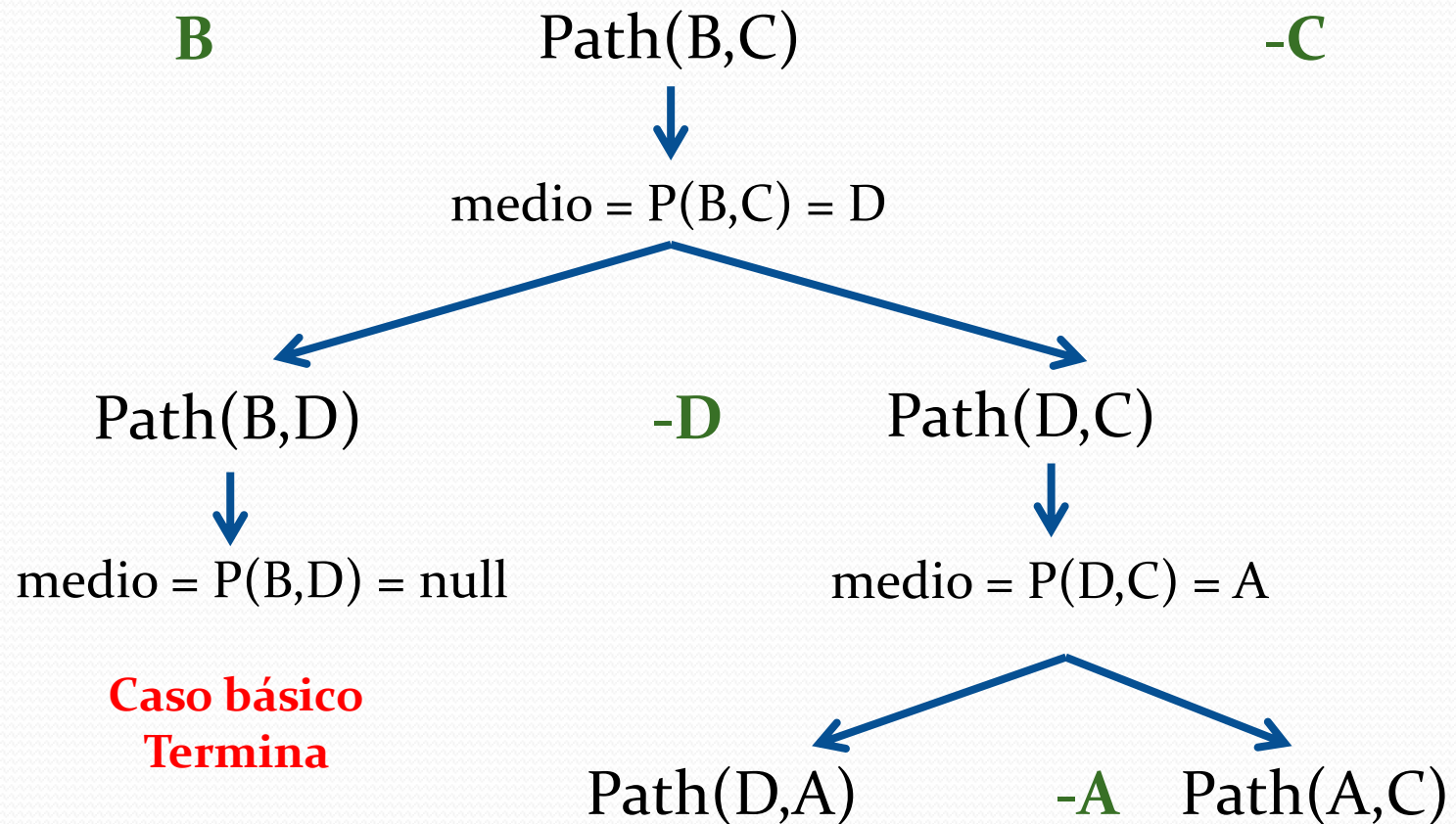
-D

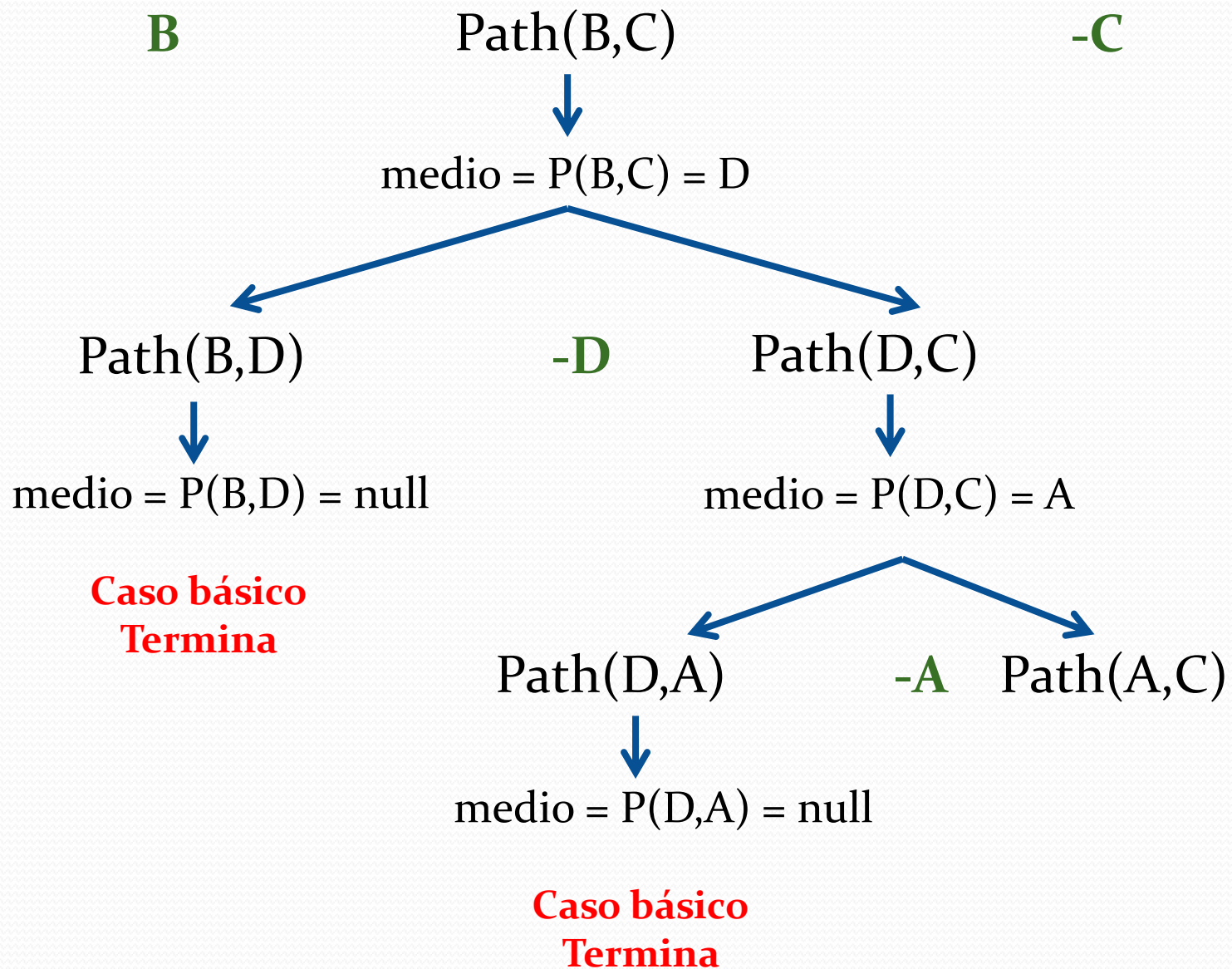
Path(D,C)

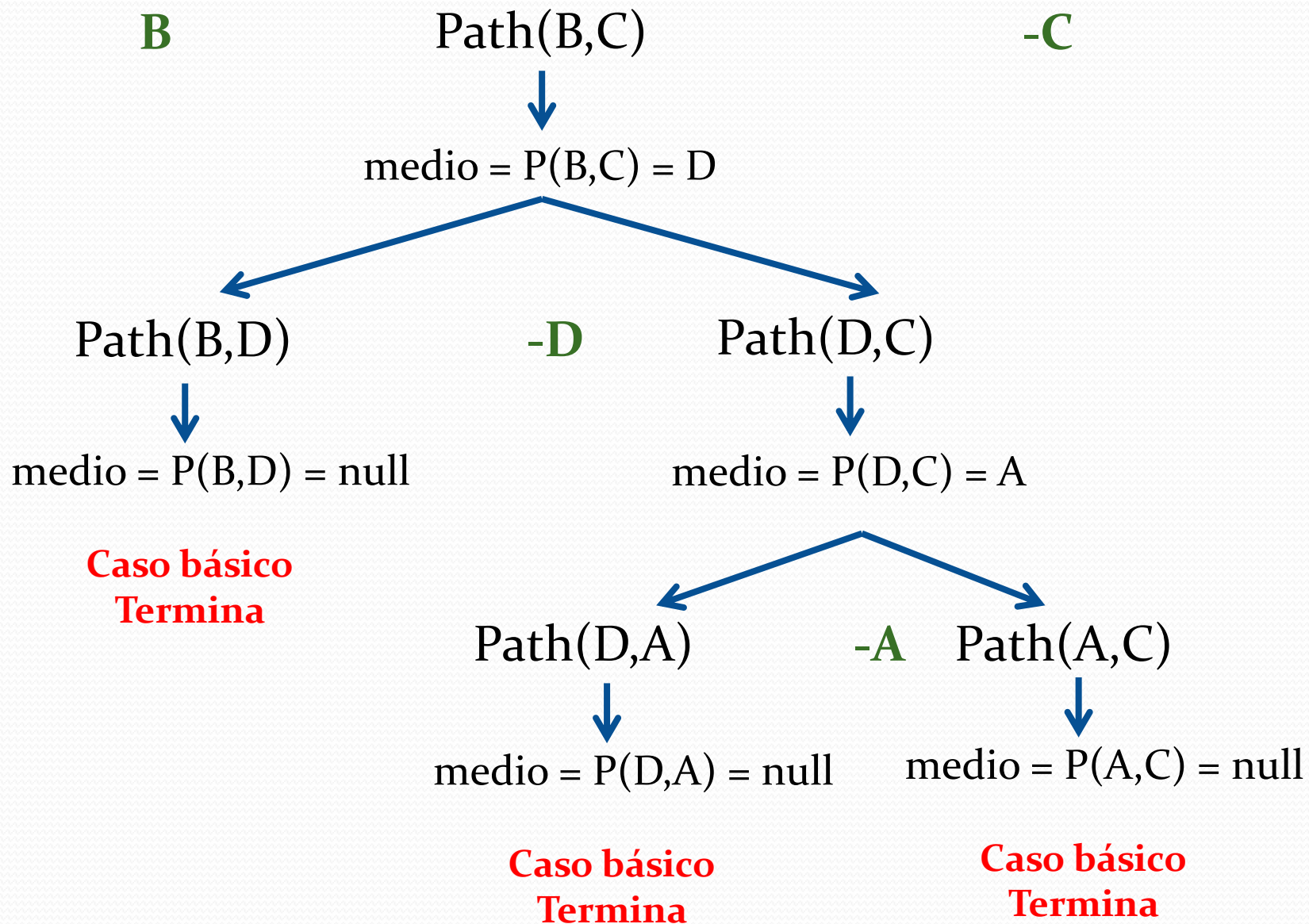


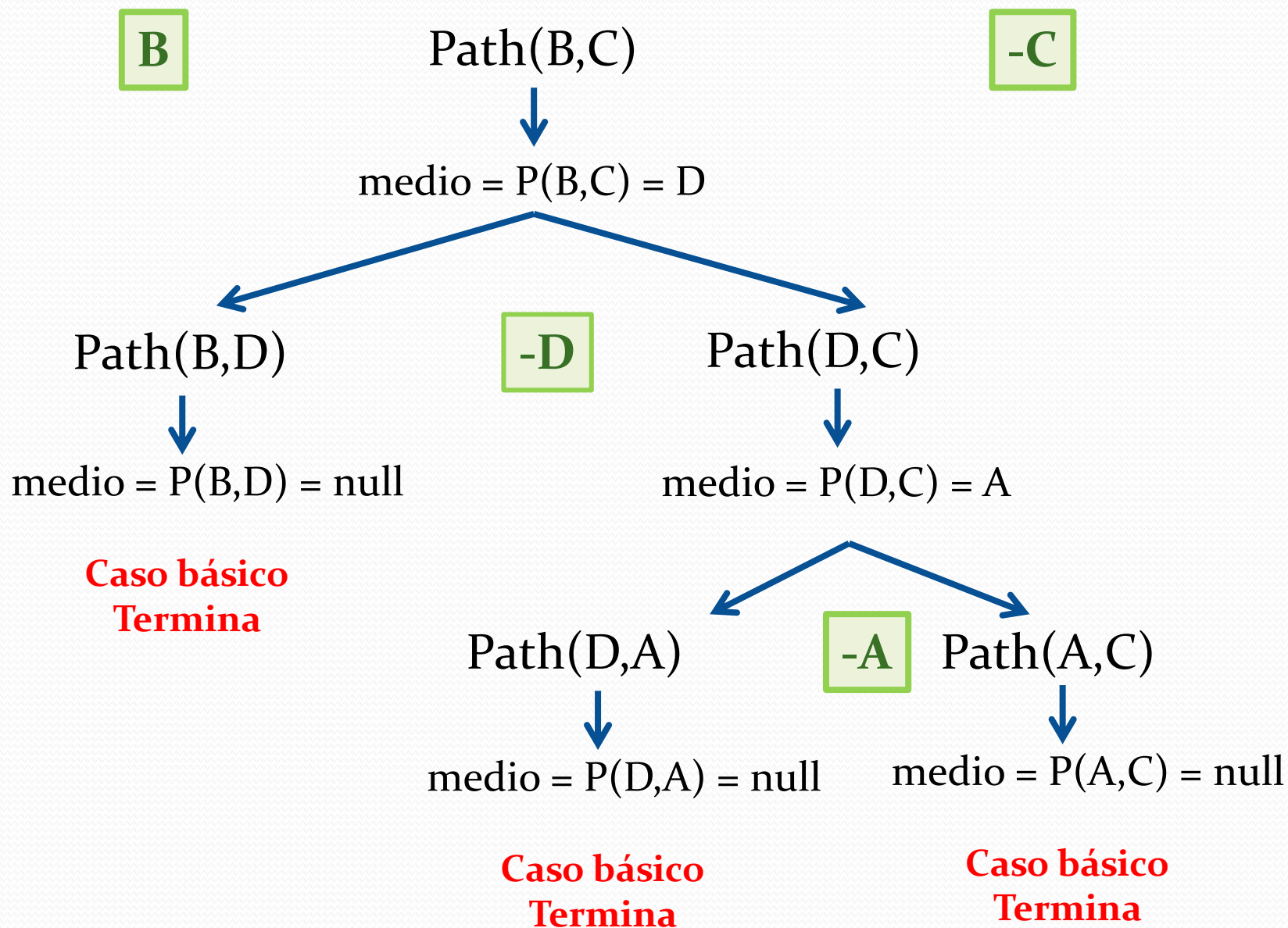
medio = P(B,D) = null

**Caso básico
Termina**



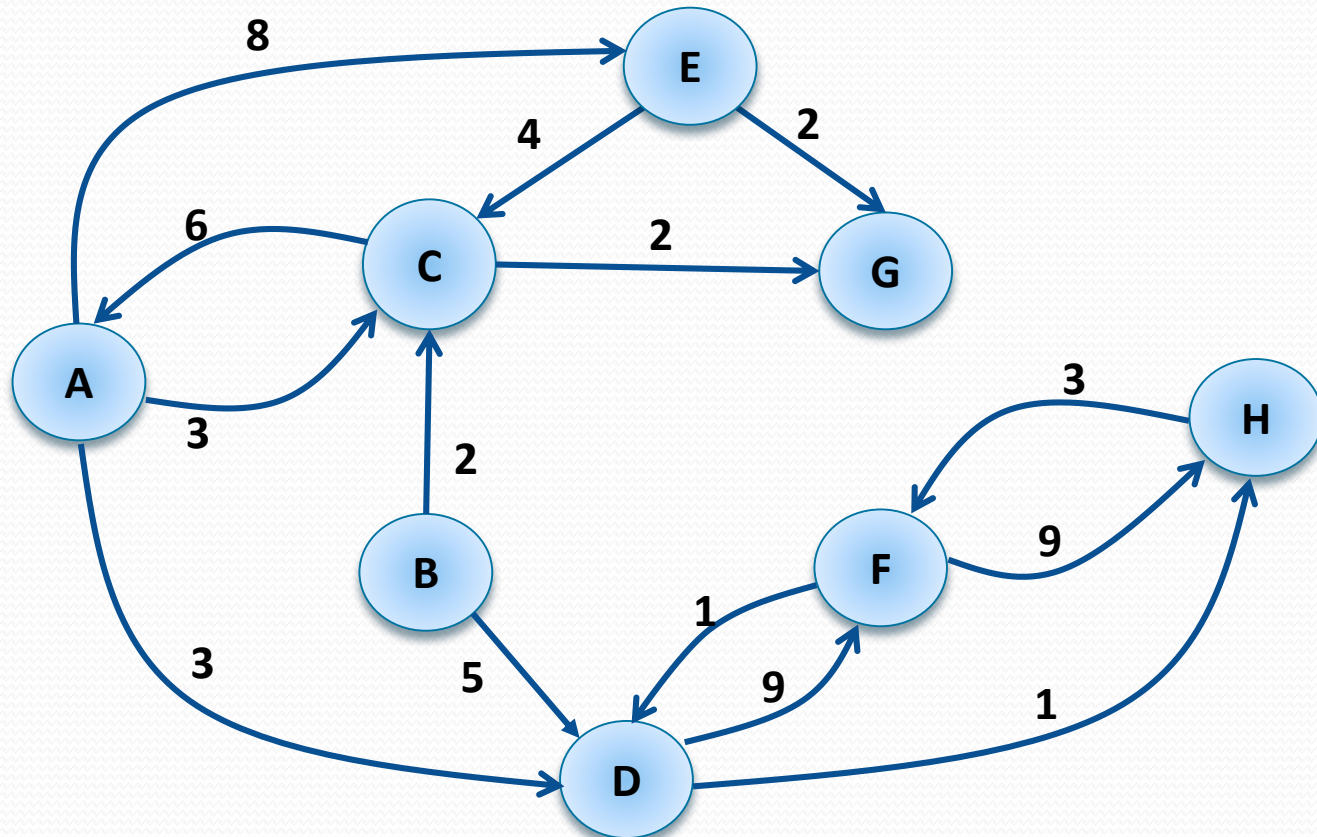






Floyd-Warshall - Ejercicio

Encontrar el camino mínimo entre cada par de nodos

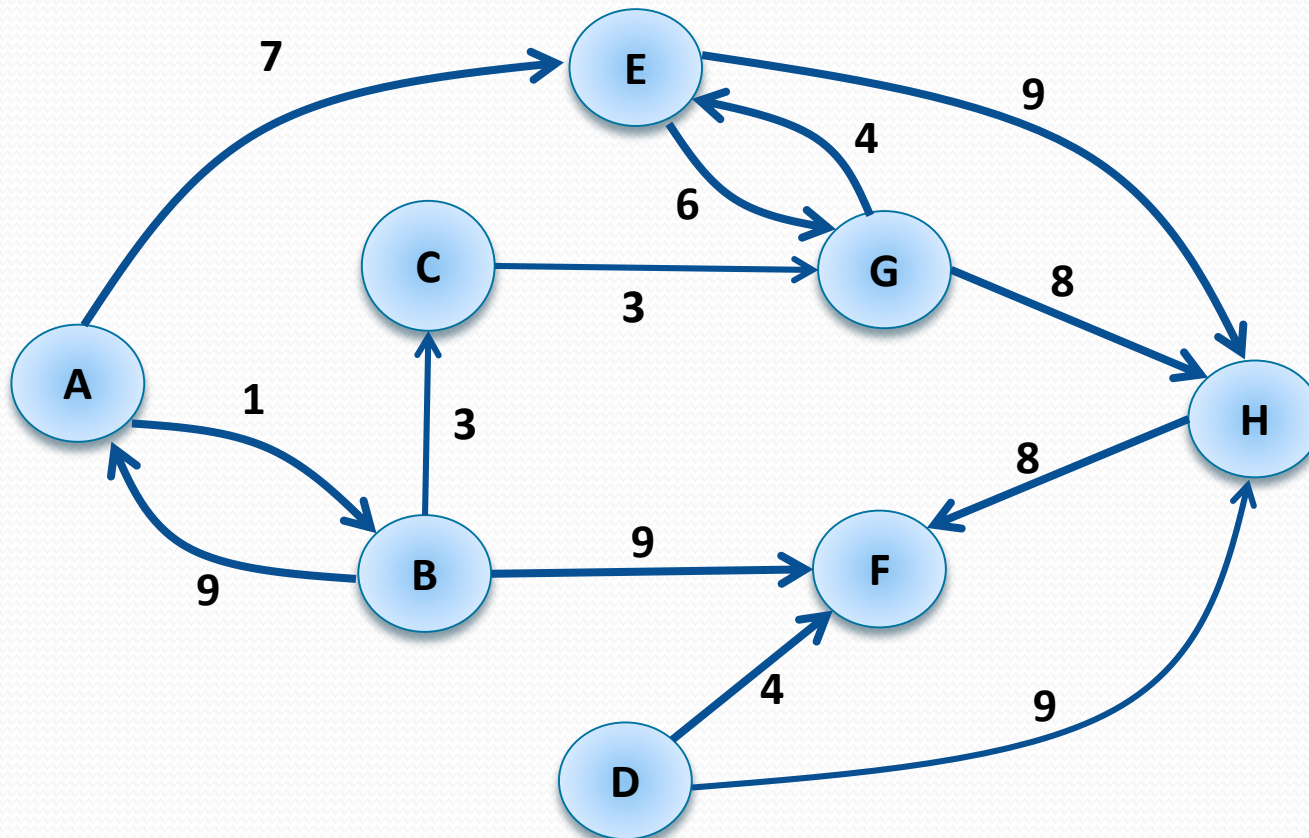


TAREAS PARA CASA

Entregar un pdf con las soluciones, de forma individual, en el enlace del Campus Virtual antes del día 3 de Noviembre a las 12:00

Ejercicios para casa

- Aplicar Floyd al siguiente grafo



- Mostrar la matriz de costes y de predecesores para cada nodo explorado
- Indicar el coste para ir del Nodo A al Nodo H así como los nodos que conforman el camino representando las llamadas recursivas al método ***Path***