

ED – Seminario

6/10/2016

Grafos

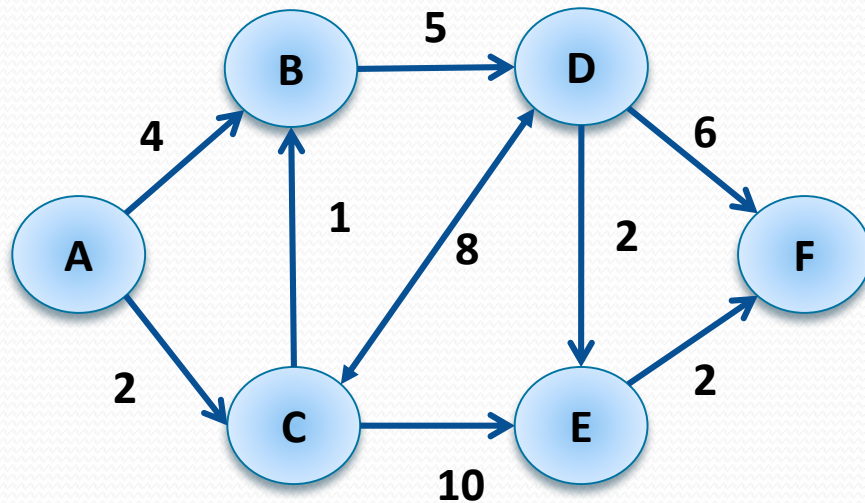
María del Rosario Suárez Fernández

Dijkstra

- Algoritmo de caminos mínimos
- Objetivo
 - Determinar el camino mas corto desde el nodo origen al resto de los nodos del grafo
- Aplicaciones
 - Encaminamiento de paquetes por los routers
 - Reconocimiento de lenguaje hablado
 - Enrutamiento de aviones y tráfico aéreo

Dijkstra – Ejercicio1

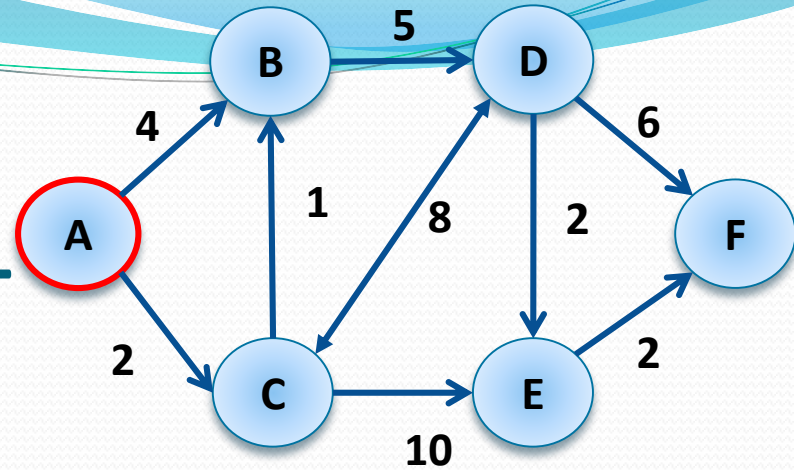
Encontrar el camino mínimo entre A y F



Matriz de Pesos

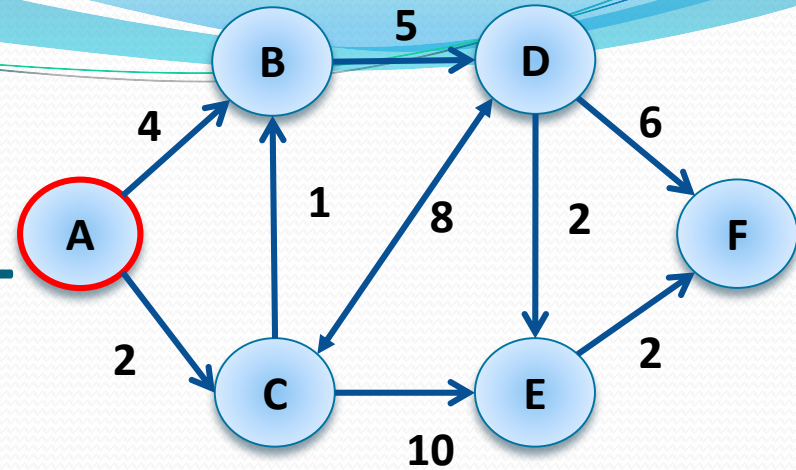
	A	B	C	D	E	F
A	∞	4	2	∞	∞	∞
B	∞	∞	∞	5	∞	∞
C	∞	1	∞	8	10	∞
D	∞	∞	8	∞	2	6
E	∞	∞	∞	∞	∞	2
F	∞	∞	∞	∞	∞	∞

Dijkstra – Ejercicio1



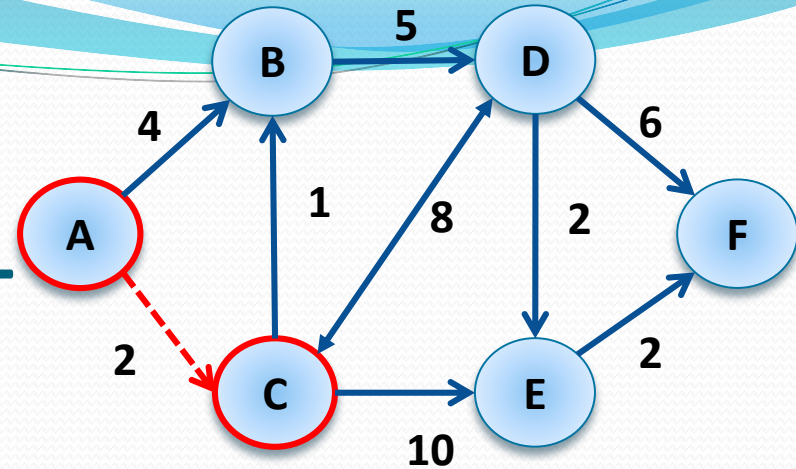
Nodos	Paso1					
A	(A-A,0)	--	--	--	--	--
B						
C						
D						
E						
F						

Dijkstra – Ejercicio1



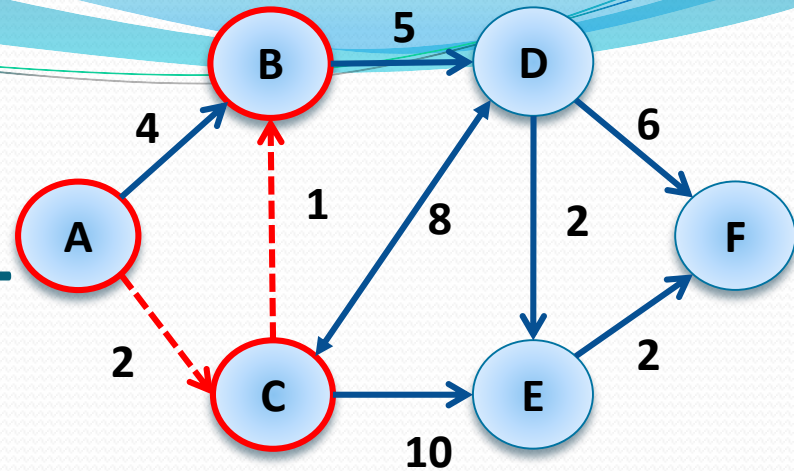
Nodos	Paso1					
A	(A-A,0)	--	--	--	--	--
B	(A-B,4)					
C	(A-C,2)					
D	∞					
E	∞					
F	∞					

Dijkstra – Ejercicio1



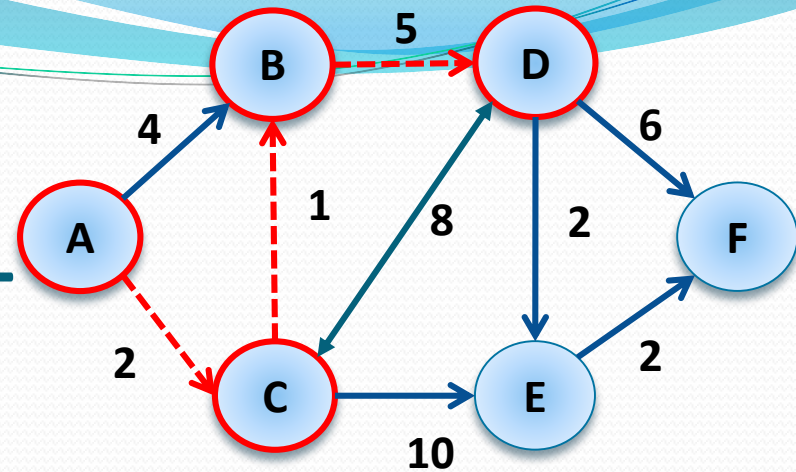
Nodos	Paso1	Paso2				
A	(A-A,0)	--	--	--	--	--
B	(A-B,4)	(C-B,3)				
C	(A-C,2)	(A-C,2)	--	--	--	--
D	∞	(C-D,10)				
E	∞	(C-E,12)				
F	∞	∞				

Dijkstra – Ejercicio1



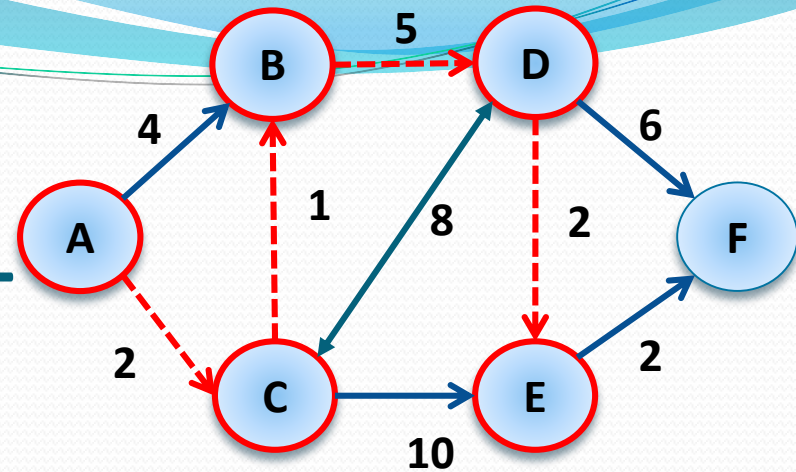
Nodos	Paso1	Paso2	Paso3			
A	(A-A,0)	--	--	--	--	--
B	(A-B,4)	(C-B,3)	(C-B,3)	--	--	--
C	(A-C,2)	(A-C,2)	--	--	--	--
D	∞	(C-D,10)	(B-D,8)			
E	∞	(C-E,12)	∞			
F	∞	∞	∞			

Dijkstra – Ejercicio1



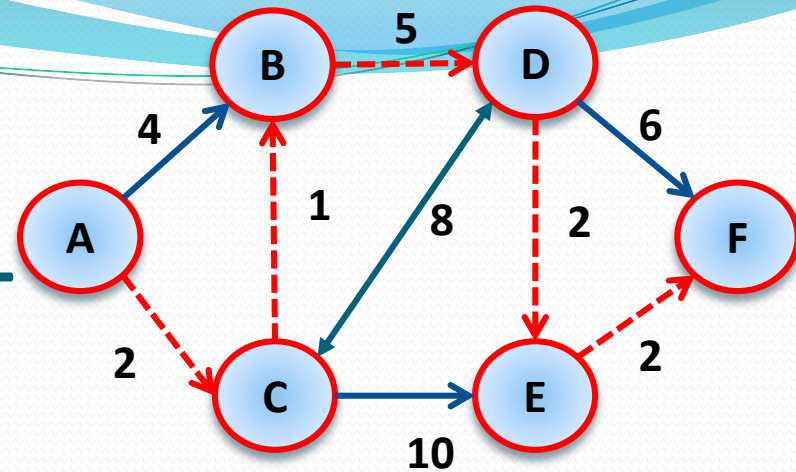
Nodos	Paso1	Paso2	Paso3	Paso4		
A	(A-A,0)	--	--	--	--	--
B	(A-B,4)	(C-B,3)	(C-B,3)	--	--	--
C	(A-C,2)	(A-C,2)	--	--	--	--
D	∞	(C-D,10)	(B-D,8)	(B-D,8)	--	--
E	∞	(C-E,12)	∞	(D-E,10)		
F	∞	∞	∞	(D-F,14)		

Dijkstra – Ejercicio1



Nodos	Paso1	Paso2	Paso3	Paso4	Paso5	
A	(A-A,0)	--	--	--	--	--
B	(A-B,4)	(C-B,3)	(C-B,3)	--	--	--
C	(A-C,2)	(A-C,2)	--	--	--	--
D	∞	(C-D,10)	(B-D,8)	(B-D,8)	--	--
E	∞	(C-E,12)	∞	(D-E,10)	(D-E,10)	--
F	∞	∞	∞	(D-F,14)	(E-F,12)	

Dijkstra – Ejercicio1



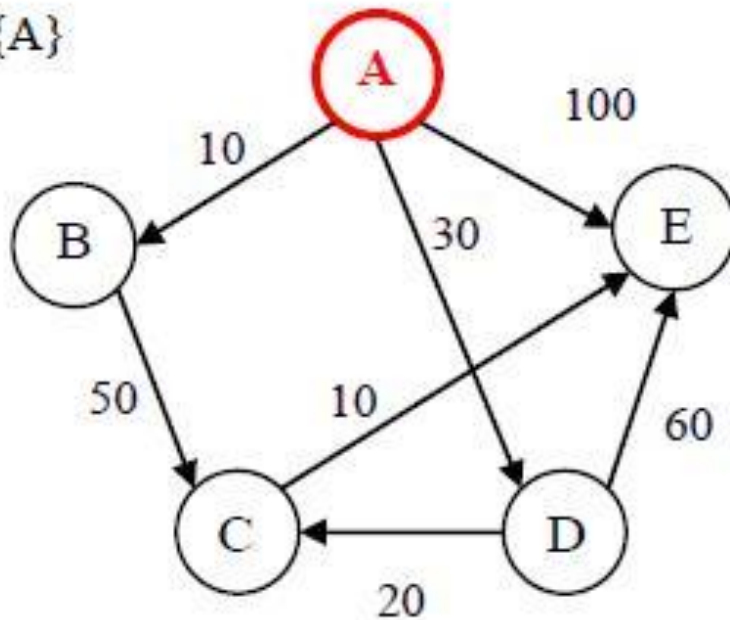
Nodos	Paso1	Paso2	Paso3	Paso4	Paso5	
A	(A-A,0)	--	--	--	--	--
B	(A-B,4)	(C-B,3)	(C-B,3)	--	--	--
C	(A-C,2)	(A-C,2)	--	--	--	--
D	∞	(C-D,10)	(B-D,8)	(B-D,8)	--	--
E	∞	(C-E,12)	∞	(D-E,10)	(D-E,10)	--
F	∞	∞	∞	(D-F,14)	(E-F,12)	(E-F,12)

Dijkstra – Ejercicio2

Encontrar el camino desde A a todos los nodos

Paso1: Inicialización

$S = \{A\}$



Matriz de Pesos

	A	B	C	D	E
A	∞	10	∞	30	100
B	∞	∞	50	∞	∞
C	∞	∞	∞	∞	10
D	∞	∞	20	∞	60
E	∞	∞	∞	∞	∞

$V = \{B, C, D, E\}$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	∞	30	100

P	A	B	C	D	E
		A	A	A	A

Dijkstra – Ejercicio2

Paso2: Elegir un vértice $w \in V - \{A\}$ tal que $D[w]$ sea mínimo
Agregar w al conjunto solución

$V - \{A\} = \{B, C, D, E\}$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	∞	30	100

Mínimo $\rightarrow B$



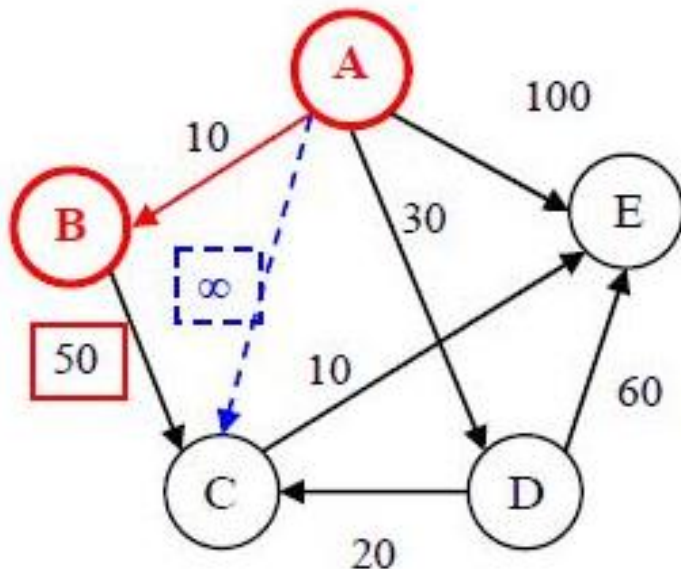
$S = \{A, B\}$

$V = \{C, D, E\}$

Dijkstra – Ejercicio2

Paso3: Para cada $v \in \{C, D, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v=C$



$$D[C] \leftarrow \min(D[C], D[B]+C[B,C])$$

$$D[C] \leftarrow \min(\infty, 10+50)=60$$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	∞	30	100

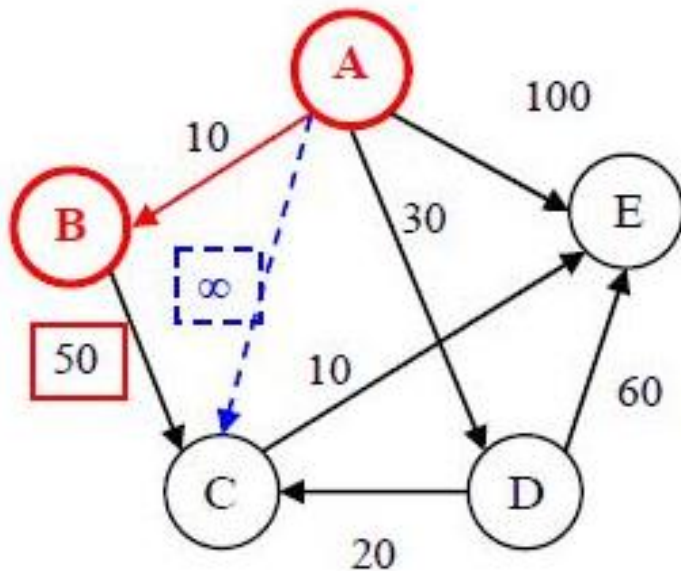
P	A	B	C	D	E
	A	A	A	A	A

Mejora

Dijkstra – Ejercicio2

Paso3: Para cada $v \in \{C, D, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v=C$



$$D[C] \leftarrow \min(D[C], D[B]+C[B,C])$$

$$D[C] \leftarrow \min(\infty, 10+50)=60$$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	60	30	100

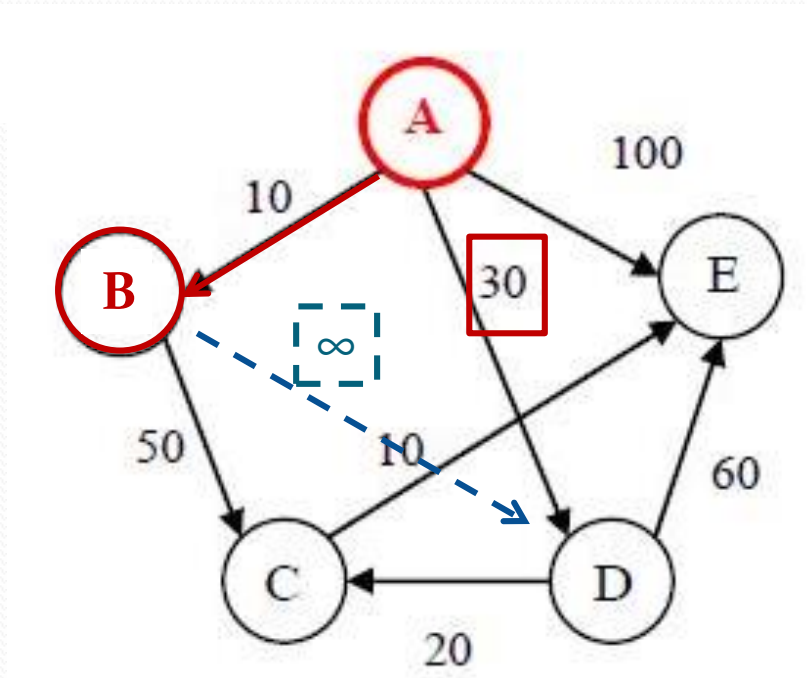
P	A	B	C	D	E
	A	A	B	A	A

Mejora

Dijkstra – Ejercicio2

Paso3: Para cada $v \in \{C, D, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v=D$



$$D[D] \leftarrow \min (D[D], D[B]+C[B,D])$$

$$D[D] \leftarrow \min(30, 10 + \infty) = 30$$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	60	30	100

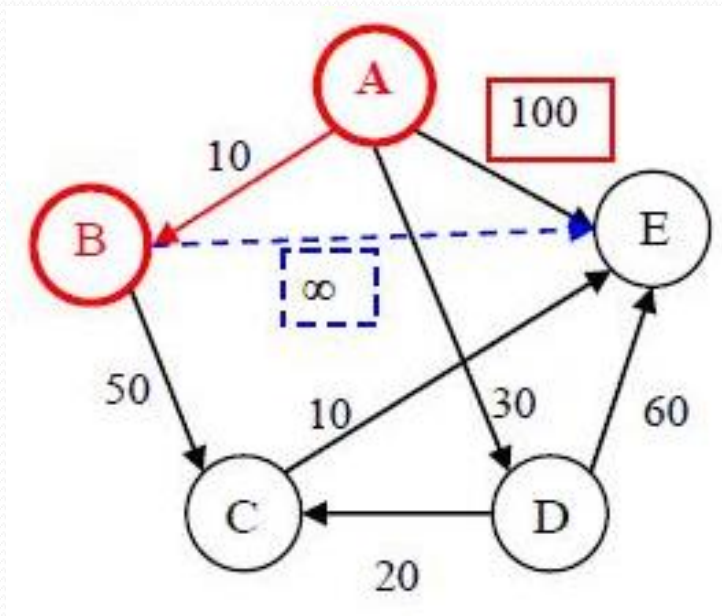
P	A	B	C	D	E
	A	A	B	A	A

No mejora

Dijkstra – Ejercicio2

Paso3: Para cada $v \in \{C, D, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v=E$



$$D[E] \leftarrow \min (D[E], D[B]+C[B,E])$$

$$D[E] \leftarrow \min(100, 10 + \infty) = 100$$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	60	30	100

P	A	B	C	D	E
	A	A	B	A	A

No mejora

Dijkstra – Ejercicio2

Paso4: Elegir un vértice $w \in V - \{A, B\}$ tal que $D[w]$ sea mínimo
Agregar w al conjunto solución

$V - \{A, B\} = \{C, D, E\}$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	60	30	100

Mínimo $\rightarrow D$



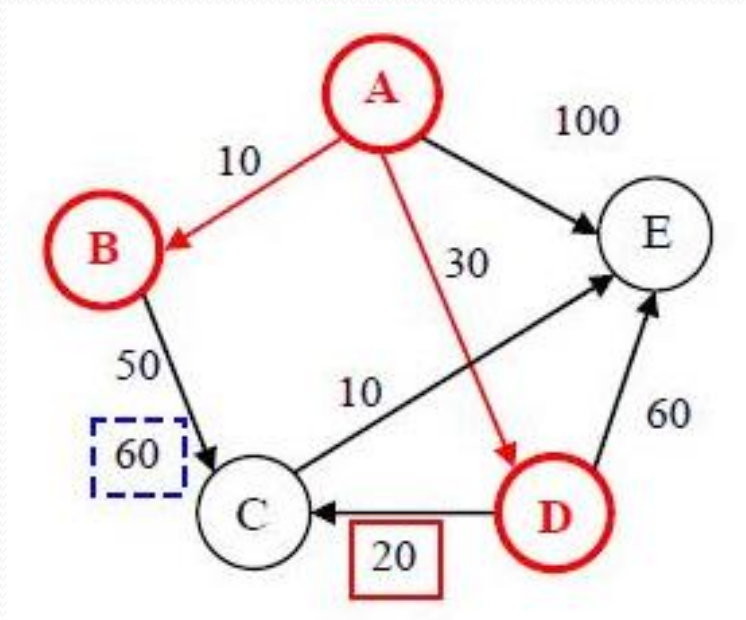
$S = \{A, B, D\}$

$V = \{C, E\}$

Dijkstra – Ejercicio2

Paso5: Para cada $v \in \{C, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v=C$



$$D[C] \leftarrow \min(D[C], D[D]+C[D,C])$$

$$D[C] \leftarrow \min(60, 30+20)=50$$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	60	30	100

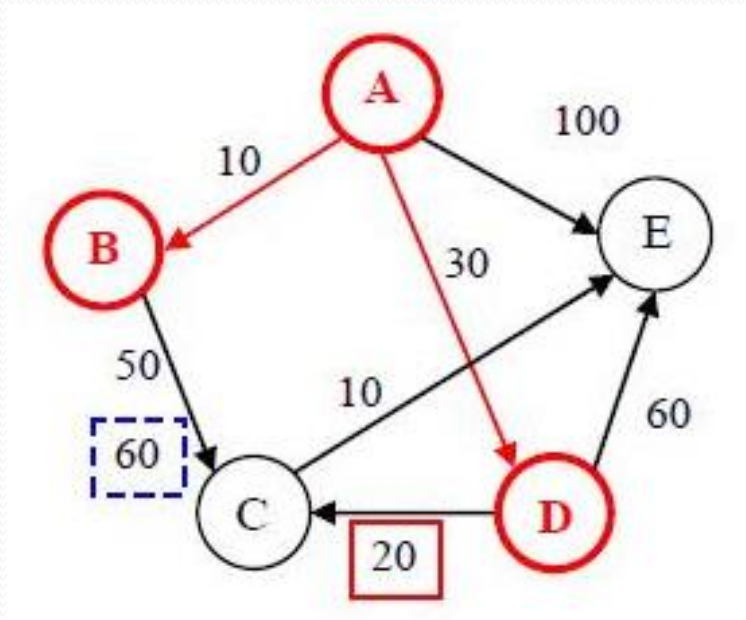
P	A	B	C	D	E
	A	A	B	A	A

Mejora

Dijkstra – Ejercicio2

Paso5: Para cada $v \in \{C, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v=C$



$$D[C] \leftarrow \min(D[C], D[D]+C[D,C])$$
$$D[C] \leftarrow \min(60, 30+20)=50$$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	50	30	100

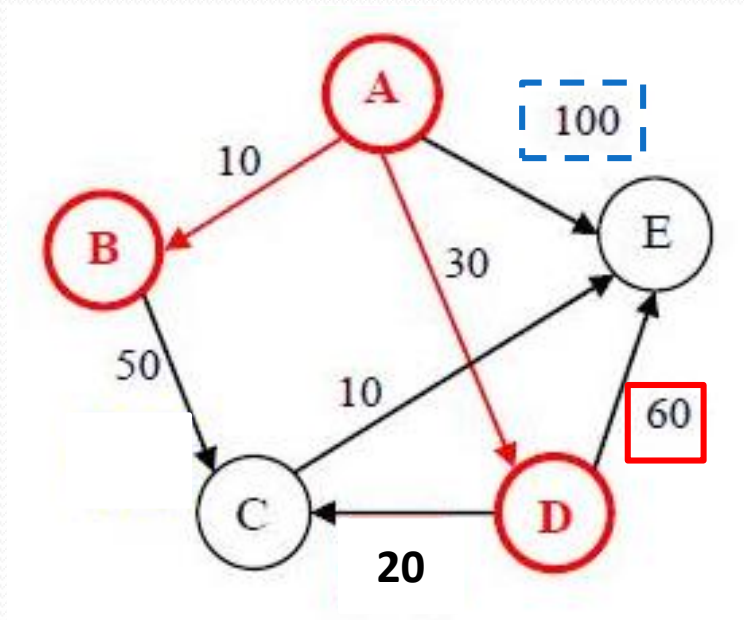
P	A	B	C	D	E
	A	A	D	A	A

Mejora

Dijkstra – Ejercicio2

Paso6: Para cada $v \in \{C, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v=E$



$$D[E] \leftarrow \min (D[E], D[D]+C[D,E])$$

$$D[E] \leftarrow \min(100, 30+60)=90$$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	50	30	100

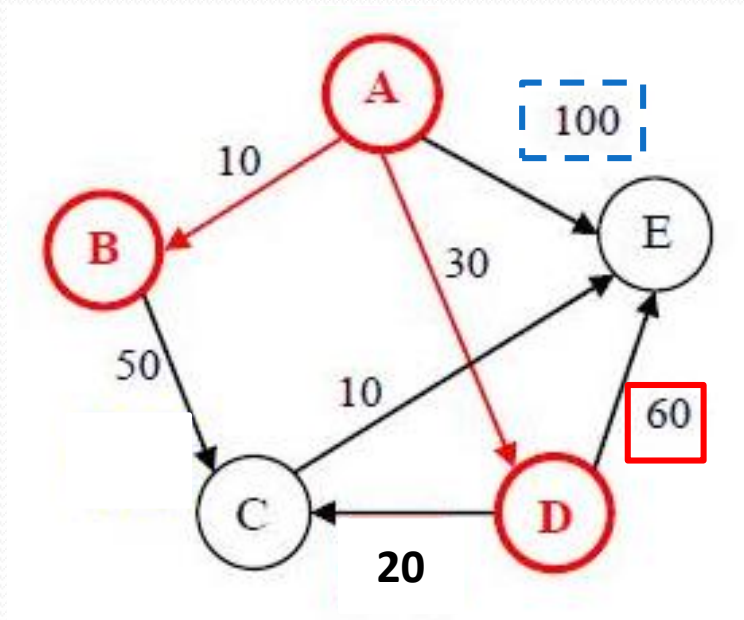
P	A	B	C	D	E
	A	A	D	A	A

Mejora

Dijkstra – Ejercicio2

Paso6: Para cada $v \in \{C, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v=E$



$$D[E] \leftarrow \min (D[E], D[D]+C[D,E])$$
$$D[E] \leftarrow \min(100, 30+60)=90$$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	50	30	90

P	A	B	C	D	E
	A	A	D	A	D

Mejora

Dijkstra – Ejercicio2

Paso7: Elegir un vértice $w \in V - \{A,B,D\}$ tal que $D[w]$ sea mínimo
Agregar w al conjunto solución

$V - \{A,B,D\} = \{C, E\}$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	50	30	90

Mínimo $\rightarrow C$



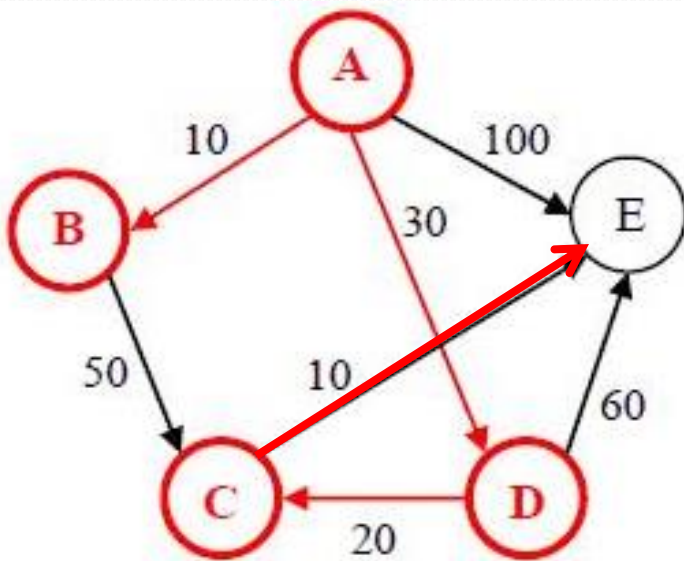
$S = \{A, B, D, C\}$

$V = \{E\}$

Dijkstra – Ejercicio2

Paso8: Para cada $v \in \{E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v=E$



$$D[E] \leftarrow \min (D[E], D[C]+C[C,E])$$

$$D[E] \leftarrow \min(90, 50+10)=60$$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	50	30	90

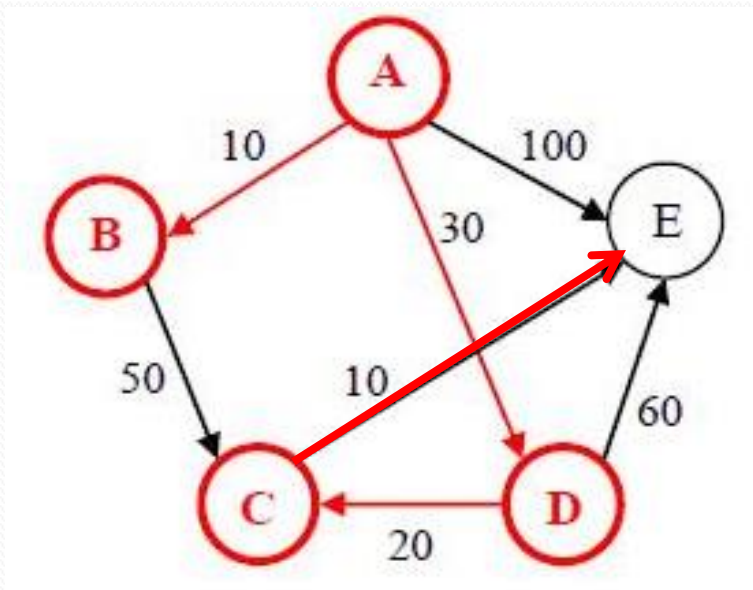
P	A	B	C	D	E
	A	A	D	A	D

Mejora

Dijkstra – Ejercicio2

Paso8: Para cada $v \in \{E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v=E$



$$D[E] \leftarrow \min (D[E], D[C]+C[C,E])$$
$$D[E] \leftarrow \min(90,50+10)=60$$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	50	30	60

P	A	B	C	D	E
	A	A	D	A	C

Mejora

Dijkstra – Ejercicio2

Paso9: Elegir un vértice $w \in V - \{A,B,D,C\}$ tal que $D[w]$ sea mínimo
Agregar w al conjunto solución

$$V - \{A,B,D,C\} = \{E\}$$

D	A	B	C	D	E
	∞	10	50	30	60
P	A	B	C	D	E
		A	D	A	C

$$S = \{A, B, D, C, E\}$$

Mínimo $\rightarrow E$



$$V = \{ \}$$

Dijkstra – Ejercicio2

Final del proceso

D	A	B	C	D	E
	∞	10	50	30	60

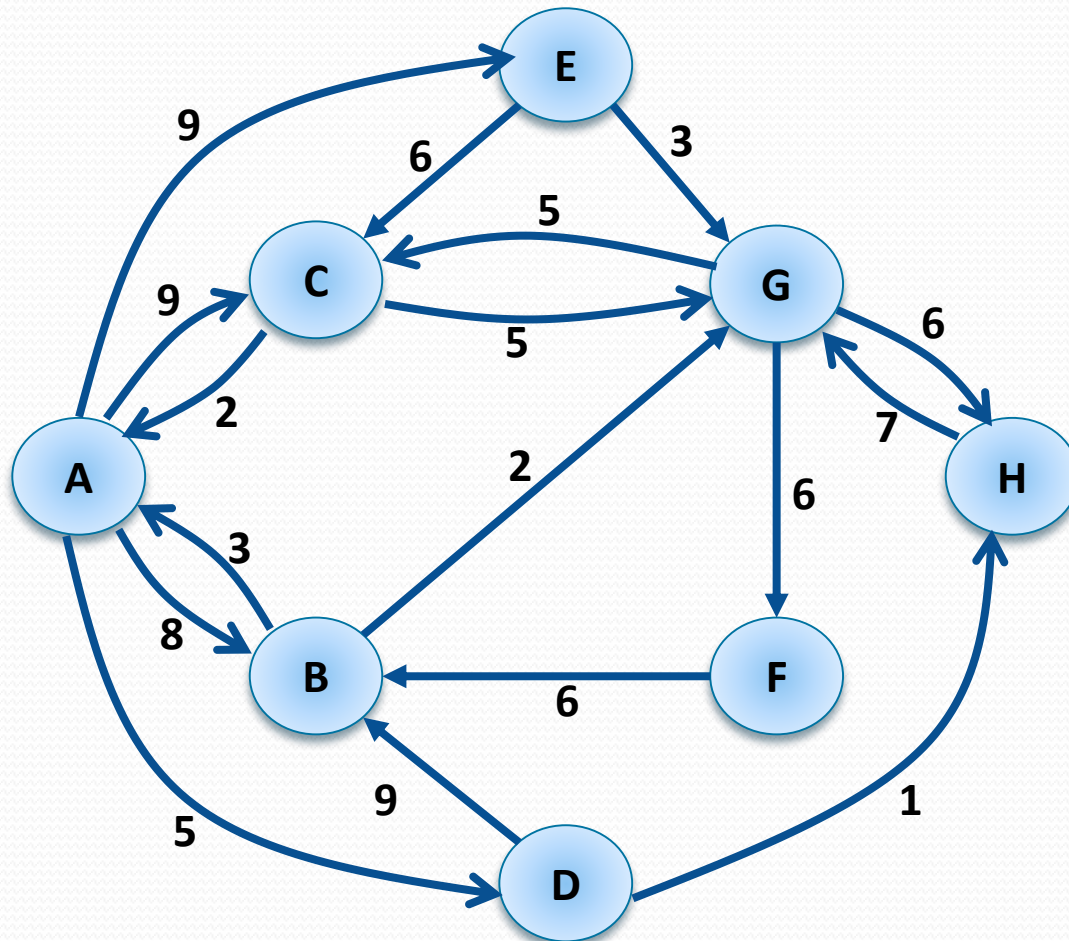
Mínimo \rightarrow E



$S = \{A, B, D, C, E\}$

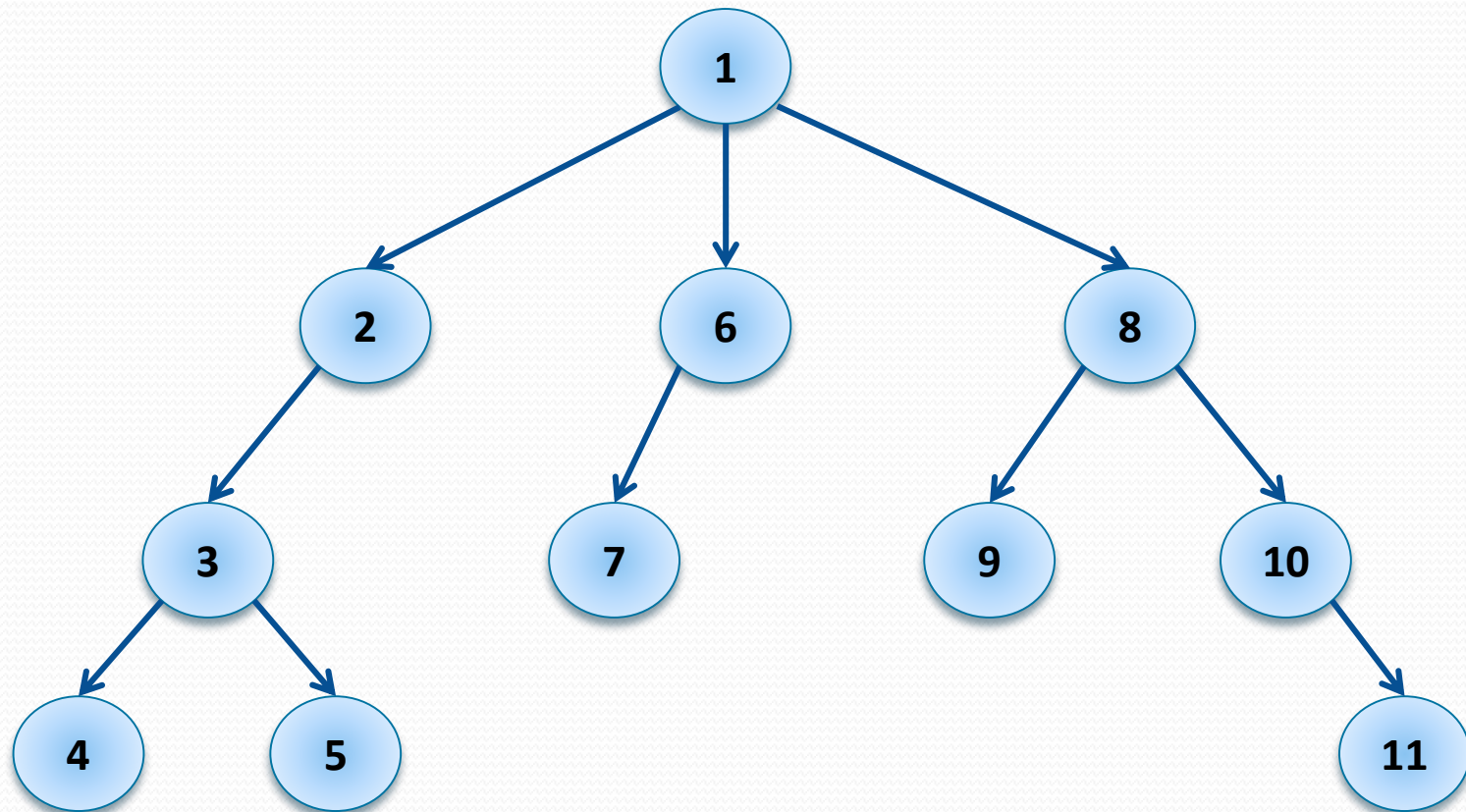
$V = \{ \}$

Dijkstra – Ejercicio3



Aplicar **Dijkstra** desde el nodo A y obtener los posibles caminos desde el nodo A al resto de los nodos

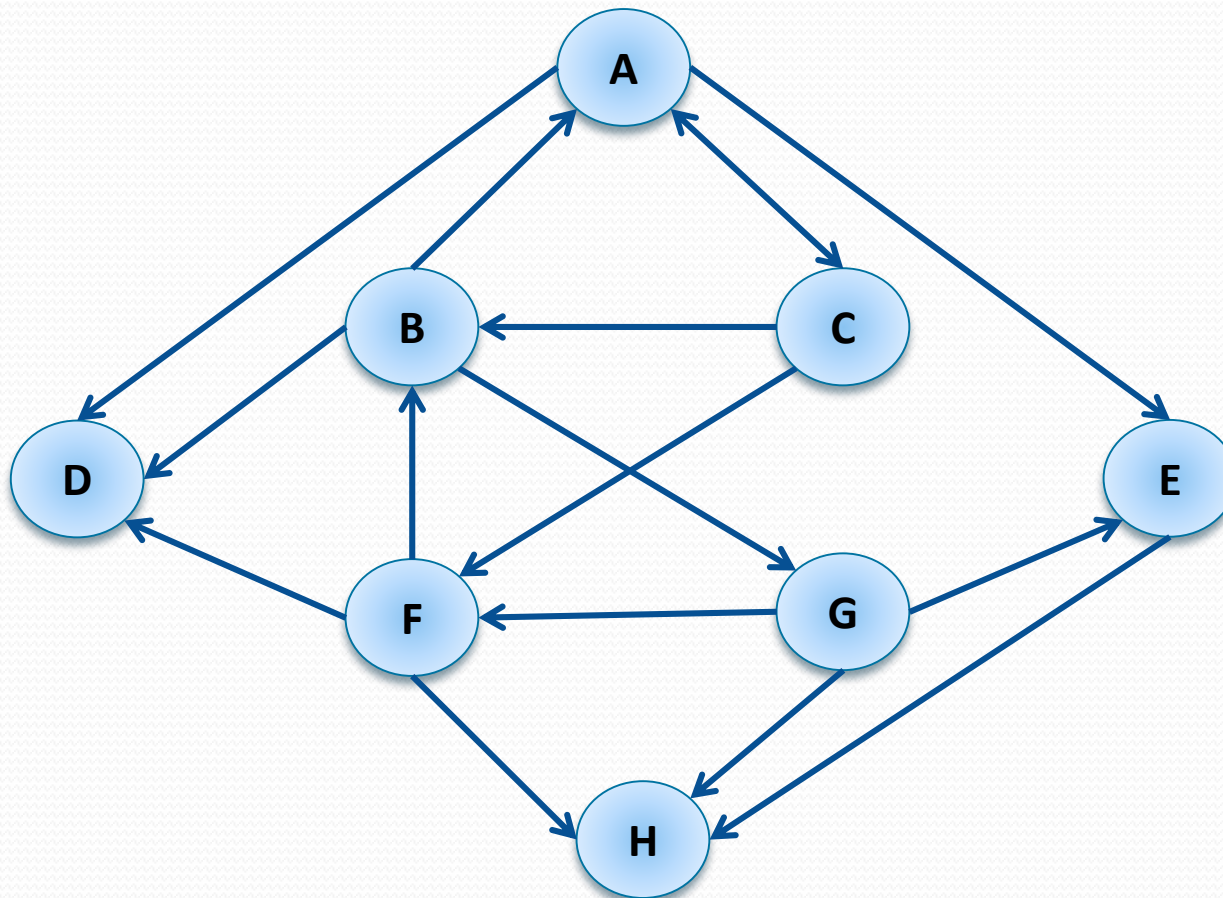
Recorrido en anchura - Ejemplo



Recorrido en anchura - Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{1}
{1}	{2, 6, 8}
{1, 2}	{6, 8, 3}
{1, 2, 6}	{8, 3, 7}
{1, 2, 6, 8}	{3, 7, 9, 10}
{1, 2, 6, 8, 3}	{7, 9, 10, 4, 5}
{1, 2, 6, 8, 3, 7}	{9, 10, 4, 5}
{1, 2, 6, 8, 3, 7, 9}	{10, 4, 5}
{1, 2, 6, 8, 3, 7, 9, 10}	{4, 5, 11}
{1, 2, 6, 8, 3, 7, 9, 10, 4}	{5, 11}
{1, 2, 6, 8, 3, 7, 9, 10, 4, 5}	{11}
{1, 2, 6, 8, 3, 7, 9, 10, 4, 5, 11}	{ }

Recorrido en anchura - Ejemplo



Recorrido en anchura - Ejemplo

[illegible]

Recorrido en anchura - Ejemplo

[illegible]

Recorrido en anchura - Ejemplo

[illegible]

Recorrido en anchura - Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{A}
{A}	{C,D,E}
{A,C}	{D,E,B,F}
{A,C,D}	{E,B,F}

Recorrido en anchura - Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{A}
{A}	{C,D,E}
{A,C}	{D,E,B,F}
{A,C,D}	{E,B,F}
{A,C,D,E}	{B,F,H}

Recorrido en anchura - Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{A}
{A}	{C,D,E}
{A,C}	{D,E,B,F}
{A,C,D}	{E,B,F}
{A,C,D,E}	{B,F,H}
{A,C,D,E,B}	{F,H,G}

Recorrido en anchura - Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{A}
{A}	{C,D,E}
{A,C}	{D,E,B,F}
{A,C,D}	{E,B,F}
{A,C,D,E}	{B,F,H}
{A,C,D,E,B}	{F,H,G}
{A,C,D,E,B,F}	{H,G}

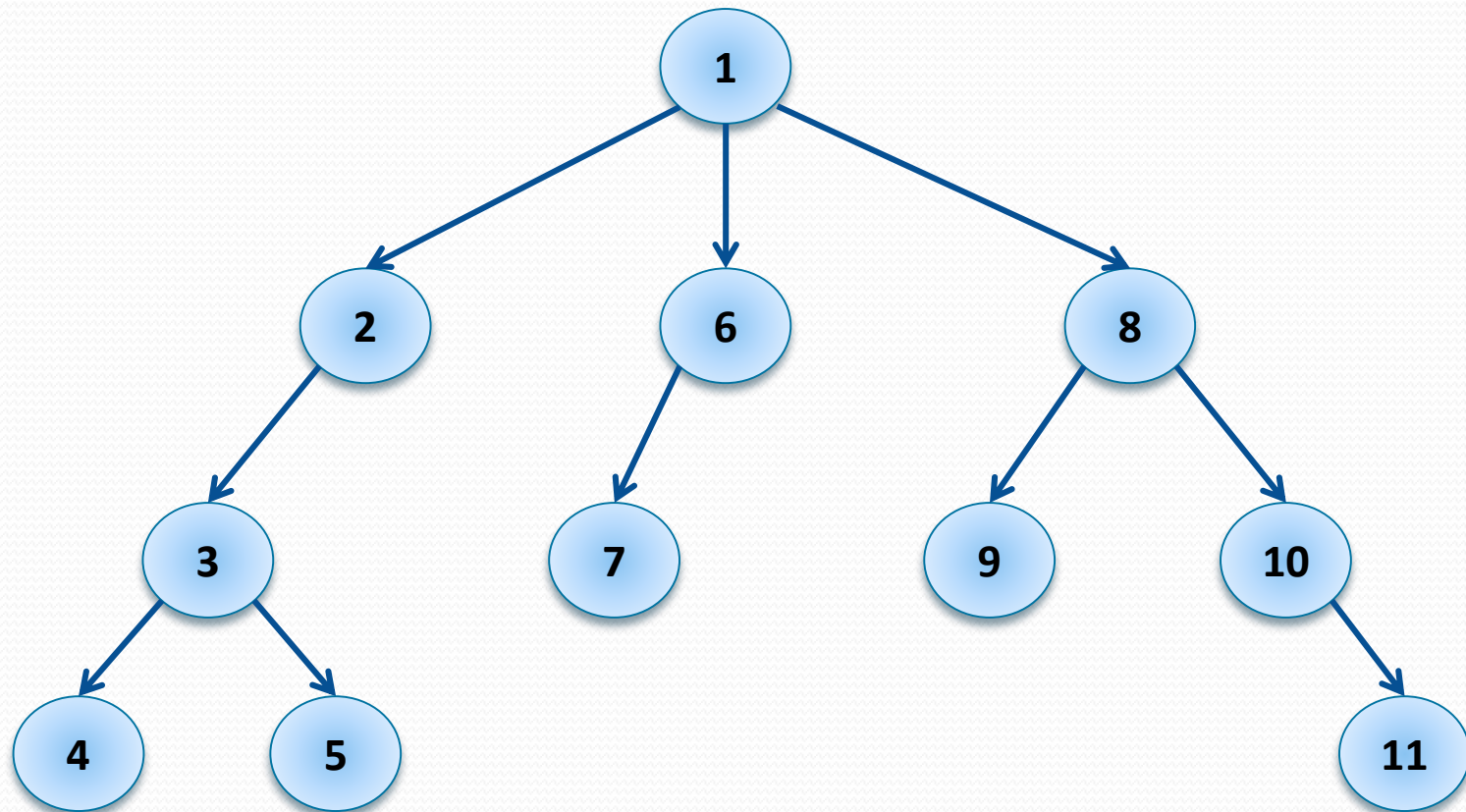
Recorrido en anchura - Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{A}
{A}	{C,D,E}
{A,C}	{D,E,B,F}
{A,C,D}	{E,B,F}
{A,C,D,E}	{B,F,H}
{A,C,D,E,B}	{F,H,G}
{A,C,D,E,B,F}	{H,G}
{A,C,D,E,B,F,H}	{G}

Recorrido en anchura - Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{A}
{A}	{C,D,E}
{A,C}	{D,E,B,F}
{A,C,D}	{E,B,F}
{A,C,D,E}	{B,F,H}
{A,C,D,E,B}	{F,H,G}
{A,C,D,E,B,F}	{H,G}
{A,C,D,E,B,F,H}	{G}
{A,C,D,E,B,F,H,G}	{ }

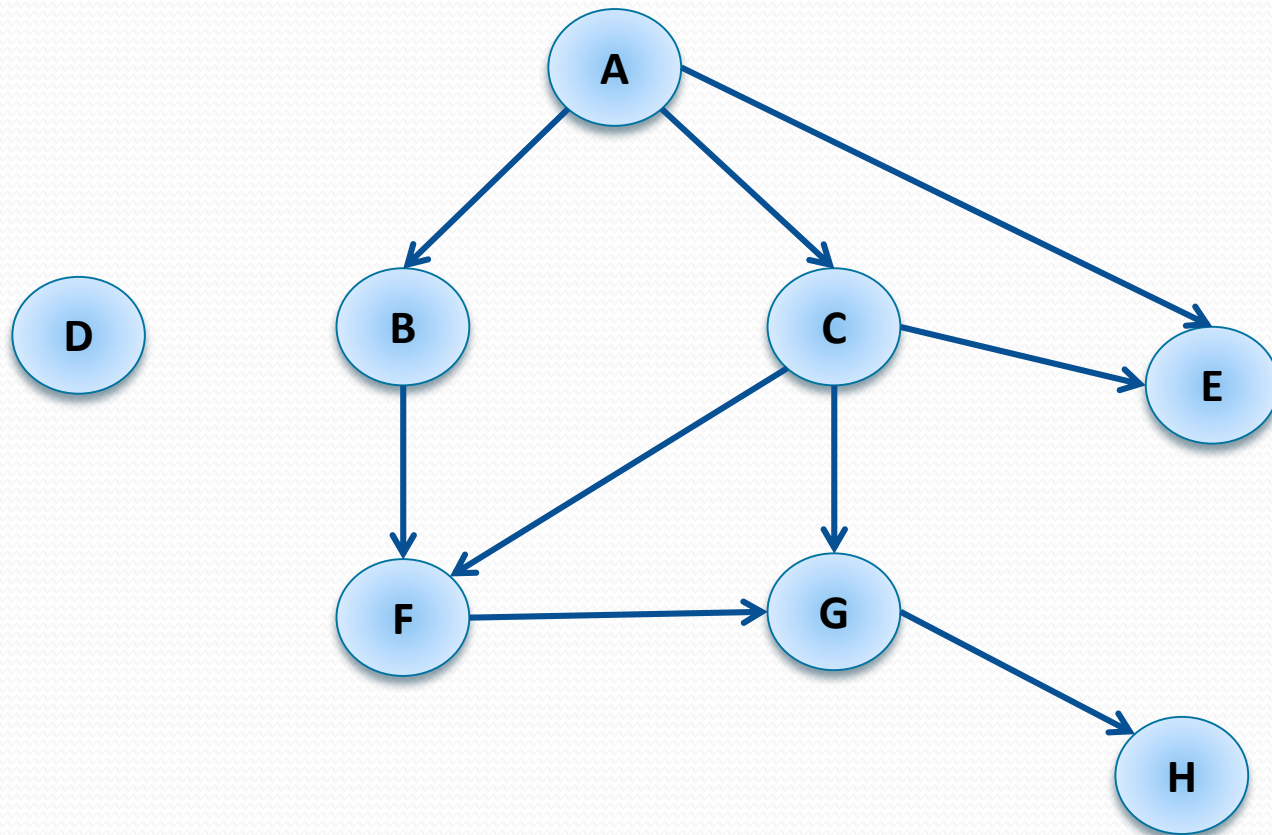
Recorrido en profundidad- Ejemplo



Recorrido en profundidad- Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{1}
{1}	{2, 6, 8}
{1, 2}	{3, 6, 8}
{1, 2, 3}	{4, 5, 6, 8}
{1, 2, 3, 4}	{5, 6, 8}
{1, 2, 3, 4, 5}	{6, 8}
{1, 2, 3, 4, 5, 6}	{7, 8}
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}	{8}
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}	{9, 10}
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}	{10}
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}	{11}
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11}	{ }

Recorrido en profundidad- Ejemplo



Recorrido en profundidad- Ejemplo

[illegible]

Recorrido en profundidad- Ejemplo

[illegible]

Recorrido en profundidad- Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{ A }
{ A }	{ B, C, E }
{ A, B }	{ F, C, E }

Recorrido en profundidad- Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{ A }
{ A }	{ B, C, E }
{ A, B }	{ F, C, E }
{ A, B, F }	{ G, C, E }

Recorrido en profundidad- Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{A}
{A}	{B,C,E}
{A,B}	{F,C,E}
{A,B,F}	{G,C,E}
{A,B,F,G}	{H,C,E}

Recorrido en profundidad- Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{A}
{A}	{B,C,E}
{A,B}	{F,C,E}
{A,B,F}	{G,C,E}
{A,B,F,G}	{H,C,E}
{A,B,F,G,H}	{C,E}

Recorrido en profundidad- Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{A}
{A}	{B,C,E}
{A,B}	{F,C,E}
{A,B,F}	{G,C,E}
{A,B,F,G}	{H,C,E}
{A,B,F,G,H}	{C,E}
{A,B,F,G,H,C}	{E}

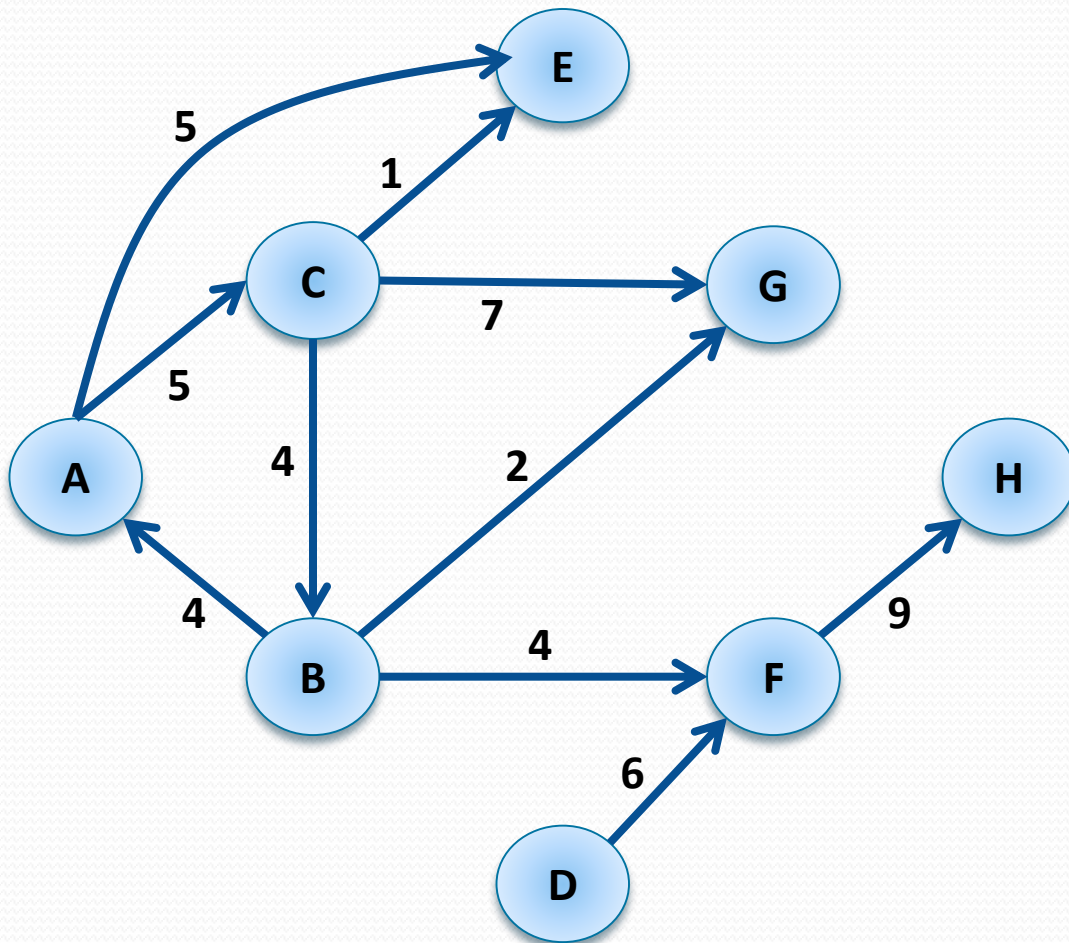
Recorrido en profundidad- Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{A}
{A}	{B,C,E}
{A,B}	{F,C,E}
{A,B,F}	{G,C,E}
{A,B,F,G}	{H,C,E}
{A,B,F,G,H}	{C,E}
{A,B,F,G,H,C}	{E}
{A,B,F,G,H,C,E}	{ }

TAREAS PARA CASA

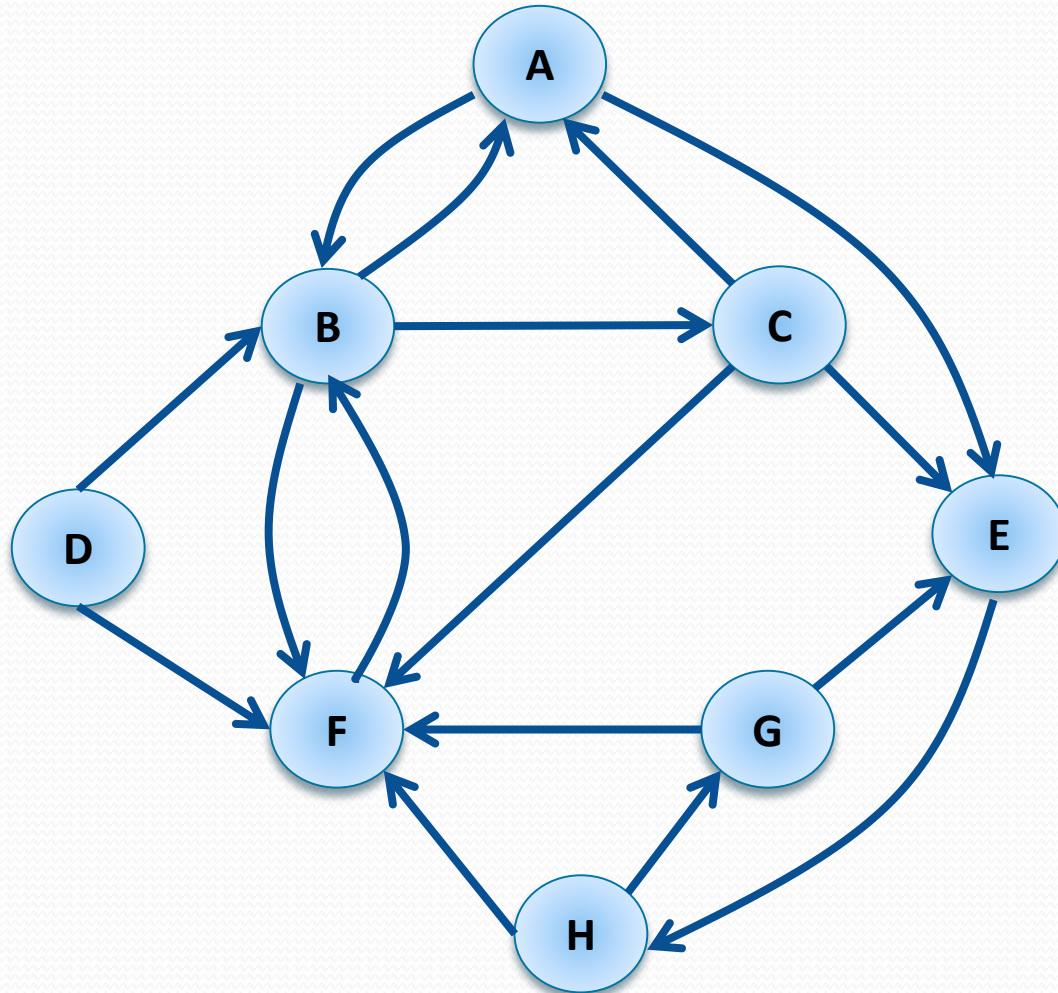
Entregar un pdf con las soluciones, de forma individual, en el enlace del Campus Virtual antes del día 20 de Octubre a las 12:00

Ejercicios para casa



- Calcular el camino de coste mínimo desde el nodo **A al resto** de los nodos
- Indicar paso a paso como se va obteniendo
- Indicar como llegar desde **A a cada nodo** si existe un camino, así como el coste del mismo

Ejercicios para casa



- Calcular el recorrido en profundidad desde el **nodo C**
- Calcular el recorrido en profundidad desde el **nodo D**
- Calcular el recorrido en profundidad desde el **nodo H**
- En todos los casos mostrar el proceso paso a paso