

# ED - Seminario

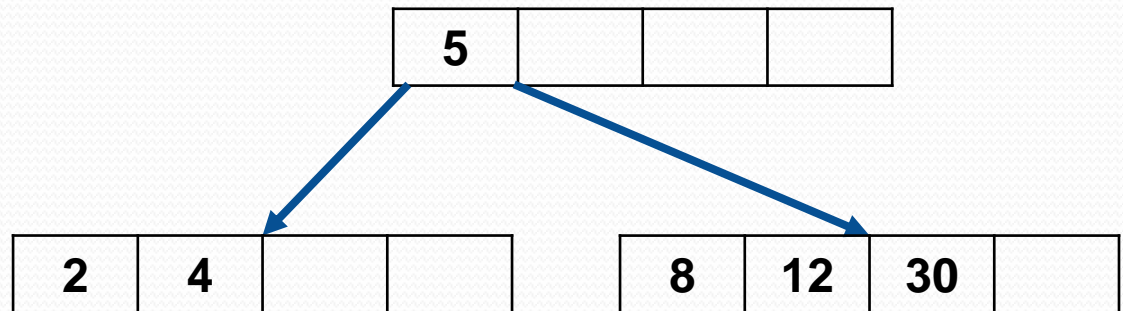
## 17/11/2016

### Árboles B

Carlos Mencía Cascallana  
María del Rosario Suárez Fernández

# Árboles B de orden n (B-n)

- Número de elementos (claves) por nodo (página)
  - La raíz almacena m elementos, con  $1 \leq m \leq 2n$
  - El resto de los nodos almacenan m elementos, con  $n \leq m \leq 2n$
- Número de hijos
  - Nodos que no son hojas: m+1 hijos
  - Las hojas no tienen hijos



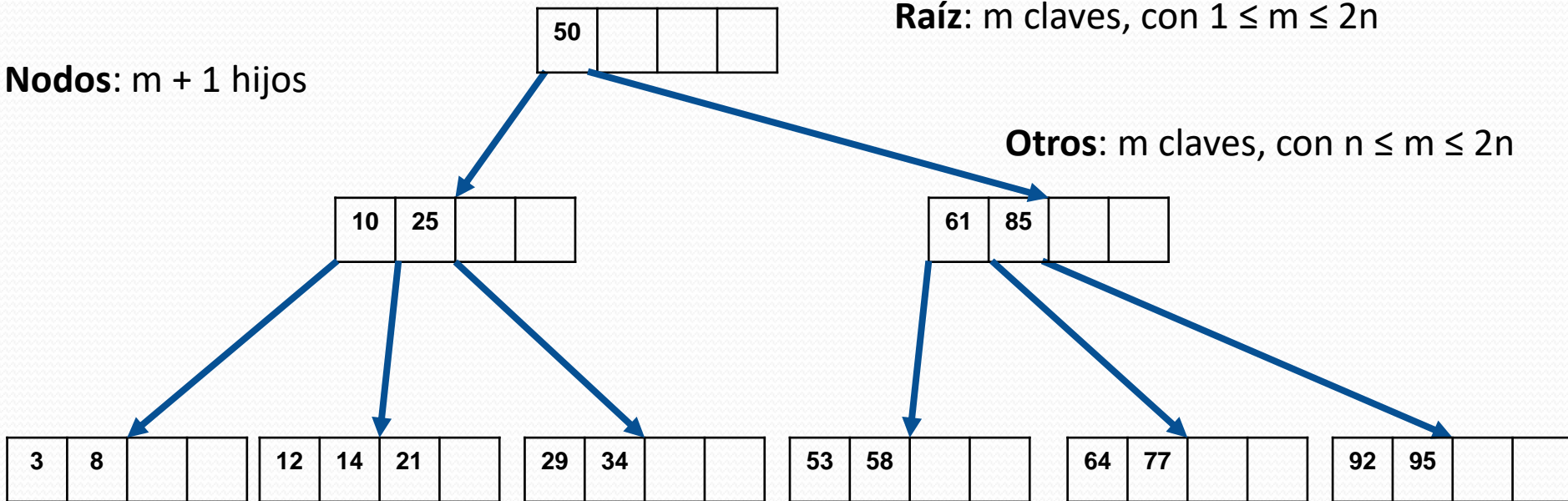
# Árboles B de orden n (B-n)

- Ejemplo: B-2 ( $n = 2$ )

**Raíz:** m claves, con  $1 \leq m \leq 2n$

**Otros:** m claves, con  $n \leq m \leq 2n$

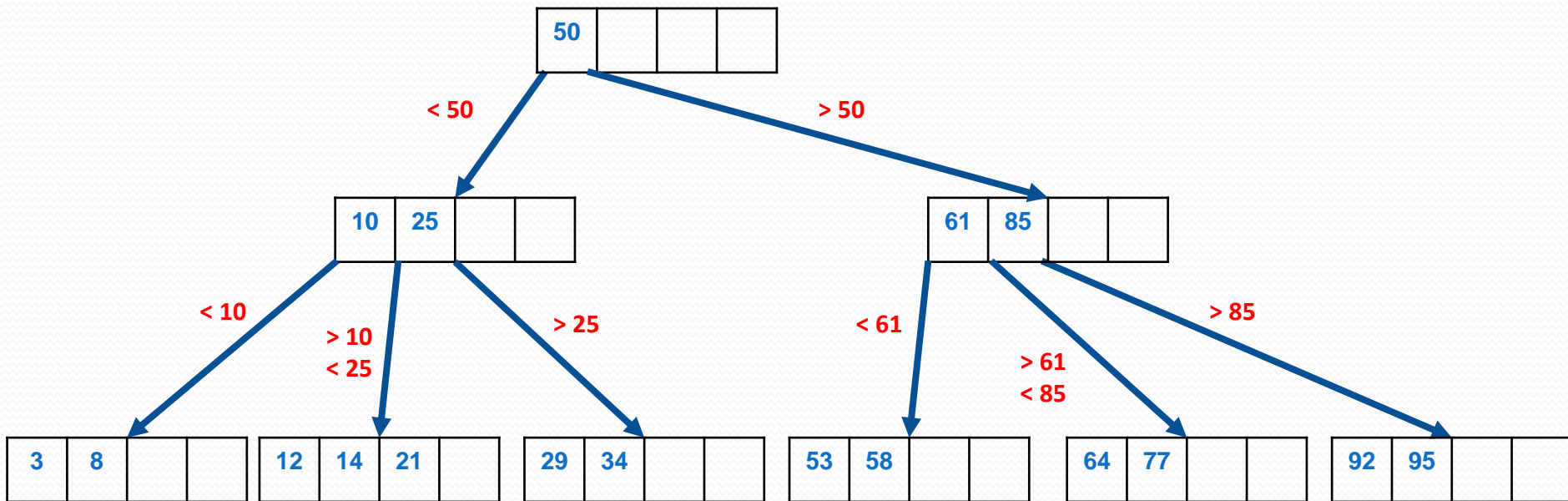
**Nodos:** m + 1 hijos



**Hojas:** Sin hijos, todas en el mismo nivel

# Árboles B de orden n (B-n)

- Ejemplo: B-2 ( $n = 2$ )



Cada nodo almacena los elementos ordenados de forma ascendente

# Operaciones

- Tres operaciones principales
  - Buscar una clave
  - Insertar una clave nueva
  - Borrar una clave

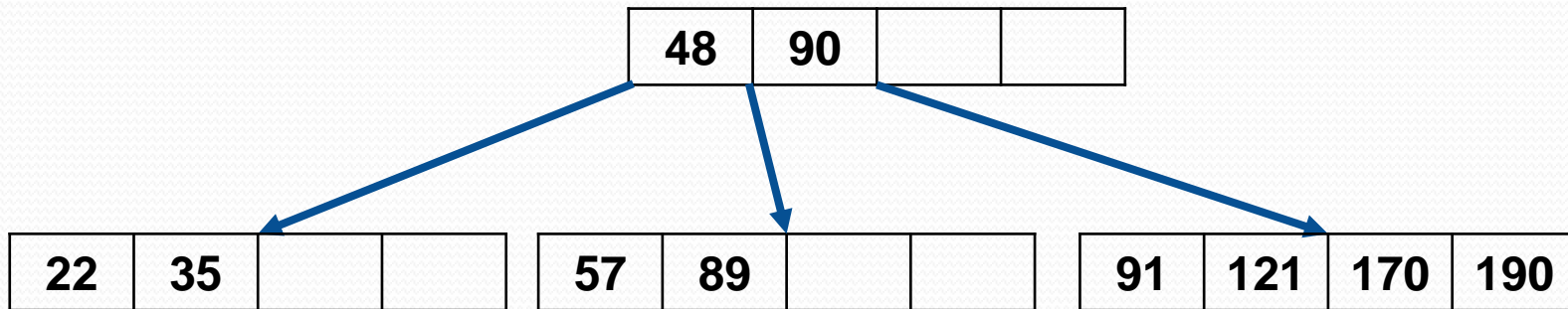
# Inserción

- Buscamos el nodo donde almacenar la nueva clave
- Dos casos:
  - El nodo no está lleno ( $m < 2n$ )
  - El nodo está lleno ( $m = 2n$ )

# Inserción

- Ejemplo: Insertar 25

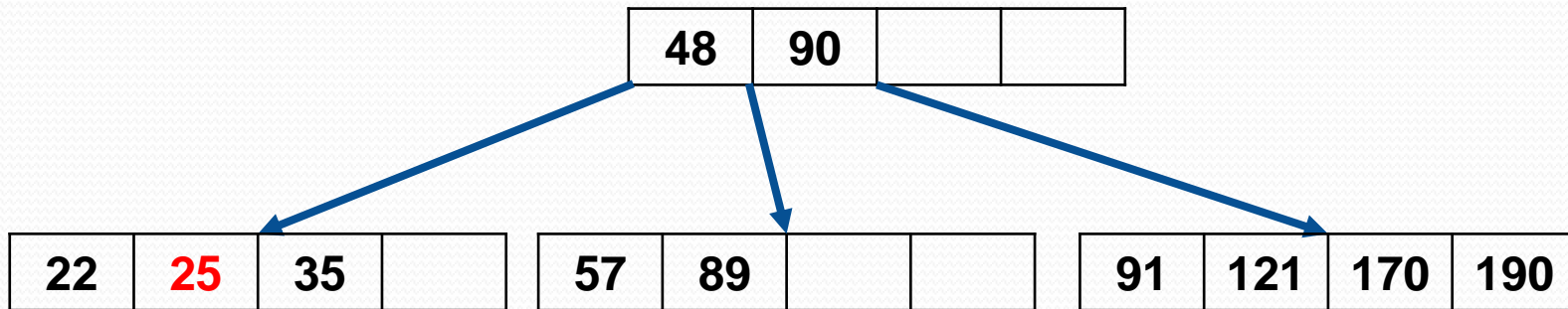
- **Caso 1.** Hay espacio para un nuevo elemento ( $m < 2n$ )
  - Añadir el elemento al nodo



# Inserción

- Ejemplo: Insertar 25

- **Caso 1.** Hay espacio para un nuevo elemento ( $m < 2n$ )
  - Añadir el elemento al nodo





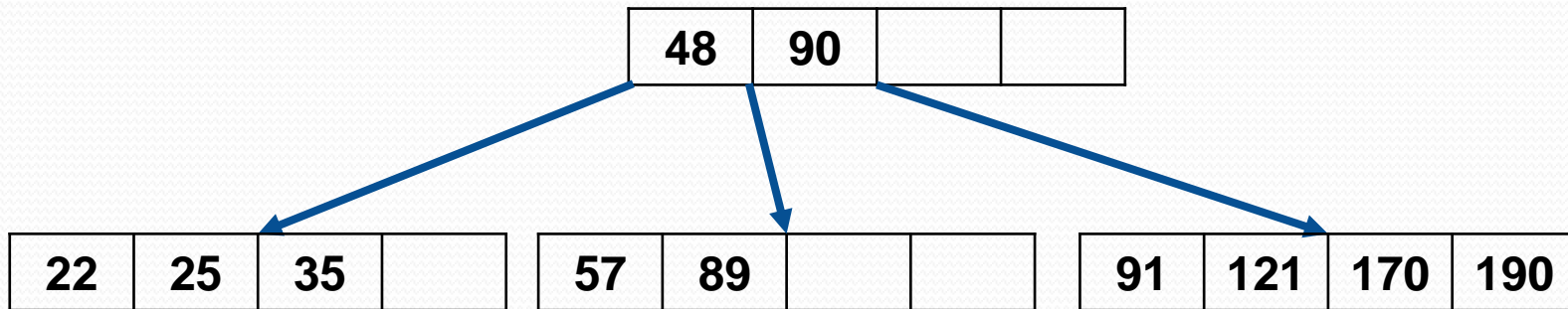
# Inserción

- Caso 2. El nodo está lleno ( $m = 2n$ )
  - Calcular cual es el **elemento central** de las claves de la página donde se va a insertar la nueva clave (si esta se hubiese insertado)
  - Dividir la página en dos
    - A la izquierda, almacenar las claves menores que el elemento central
    - A la derecha, almacenar las claves mayores que el elemento central
  - Almacenar el elemento central en la página padre, añadiendo enlaces a los nuevos hijos. Si el padre está lleno repetir hasta llegar a la raíz
  - Dividir la raíz: único caso en el que la altura del árbol B se incrementa

# Inserción

- Ejemplo: Insertar 95

- **Caso 2.** No hay espacio para un nuevo elemento ( $m = 2n$ )



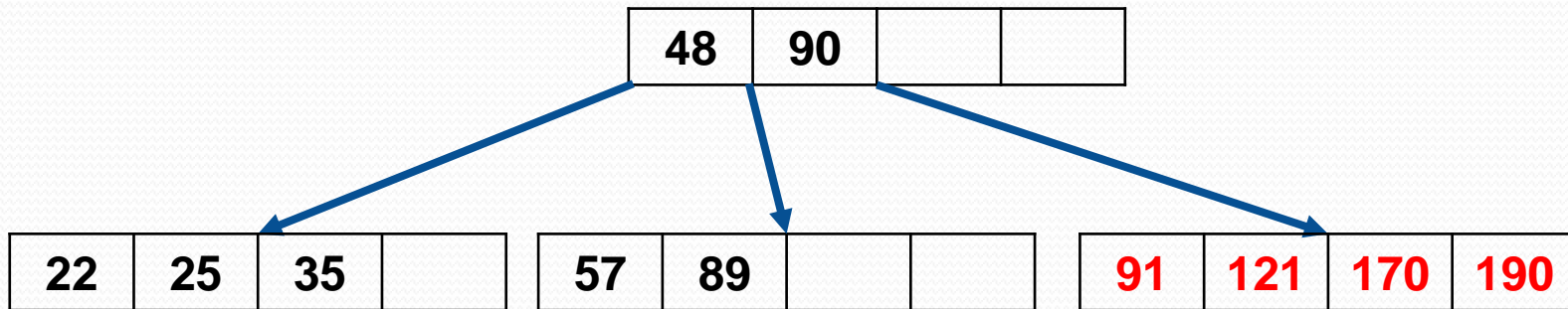
# Inserción

- Ejemplo: Insertar 95

- **Caso 2.** No hay espacio para un nuevo elemento ( $m = 2n$ )

El nodo está lleno

Punto medio( $\{91, 95, 121, 170, 190\}$ ) = **121**



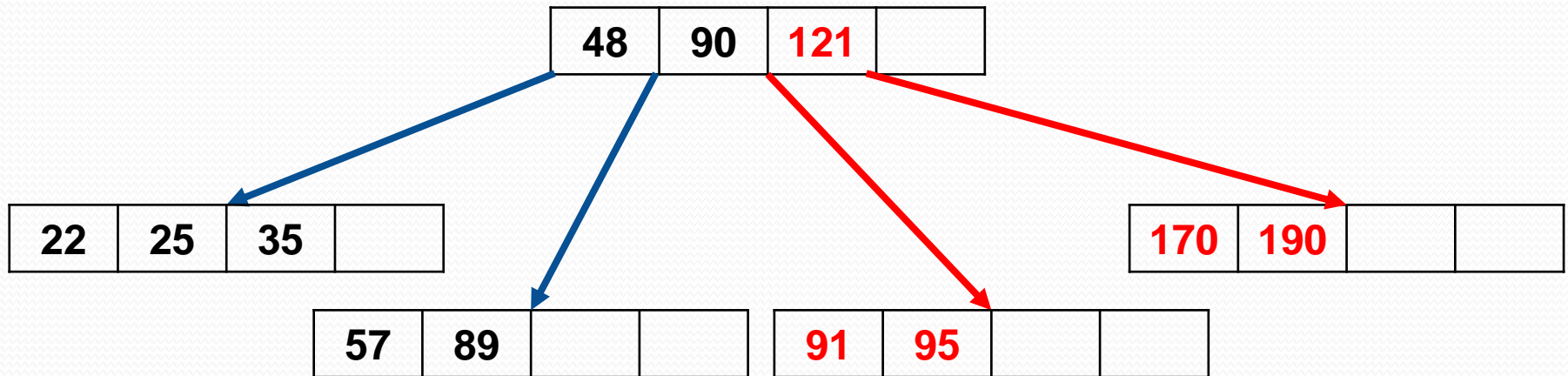
# Inserción

- Ejemplo: Insertar 95

- **Caso 2.** No hay espacio para un nuevo elemento ( $m = 2n$ )

El nodo está lleno

Punto medio( $\{91, 95, 121, 170, 190\}$ ) = **121**



# Borrado

- Buscamos la clave a borrar
- Dos casos:
  - Caso 1: La clave está en un nodo que no es hoja
  - Caso 2: La clave está en un nodo hoja

# Borrado

- Caso 1: La clave está en un nodo que no es hoja
  - Intentar sustituir la clave por su **sucesor**
    - El sucesor es la clave más a la izquierda en el hijo derecho
    - Esto es factible si el hijo derecho es tal que  $m \geq n$
  - En caso de fallo: intentar sustituir la clave por su **predecesor**
    - El predecesor es la clave más a la derecha del hijo izquierdo
    - Esto es factible si el hijo izquierdo es tal que  $m \geq n$
  - En caso de fallo: sustituir la clave por su sucesor, y reestructurar (Unificar predecesores y sucesores)

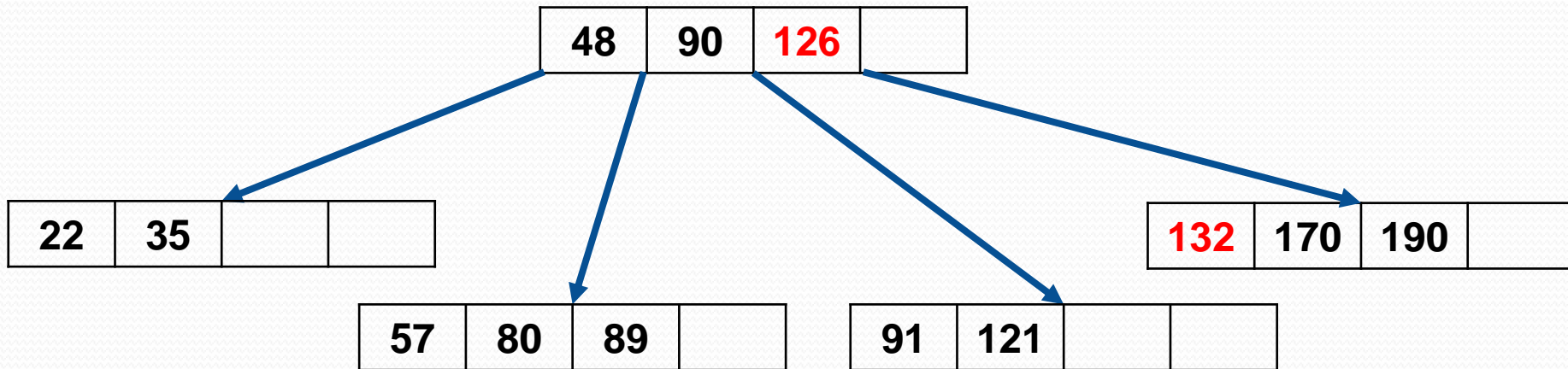
# Borrado

- Ejemplo: Borrar 126

126 está en un nodo no hoja

Sucesor: 132

El hijo derecho no está en una situación crítica



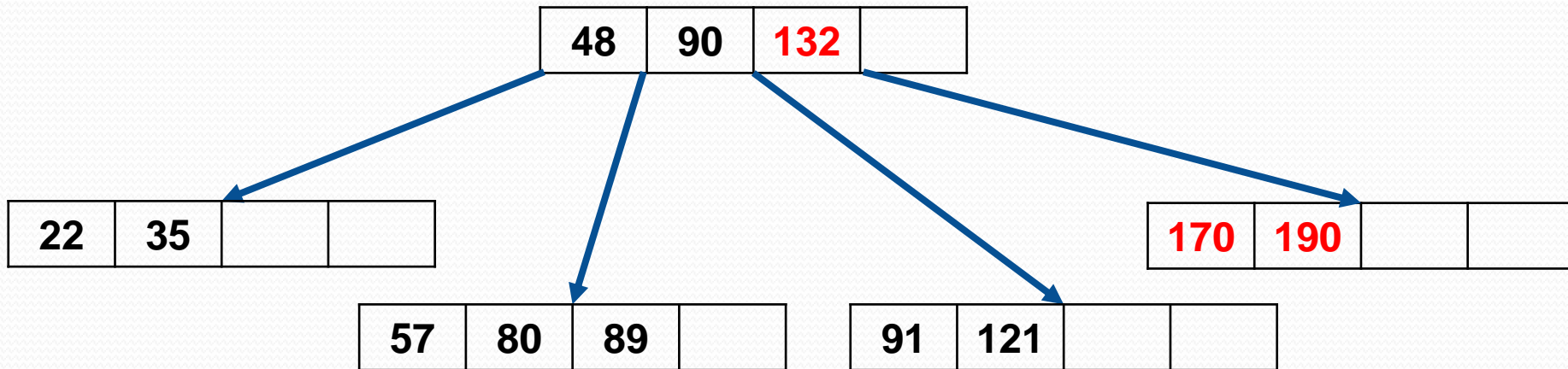
# Borrado

- Ejemplo: Borrar 126

126 está en un nodo no hoja

Sucesor: 132

El hijo derecho no está en una situación crítica





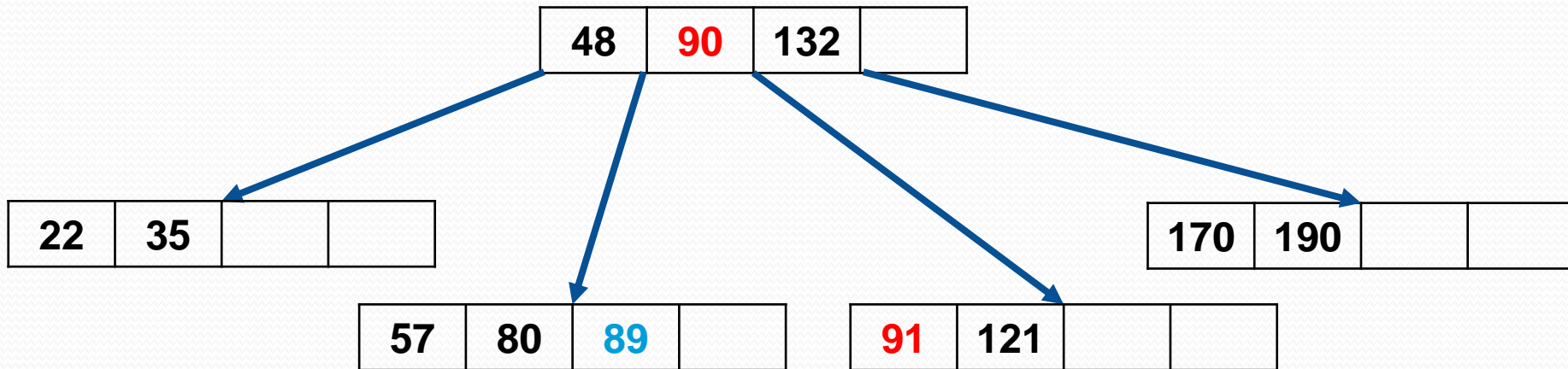
# Borrado

- Ejemplo: Borrar 90

90 está en un nodo no hoja

Sucesor: **91** -> **situación crítica**

Predecesor: **89** -> no es situación crítica



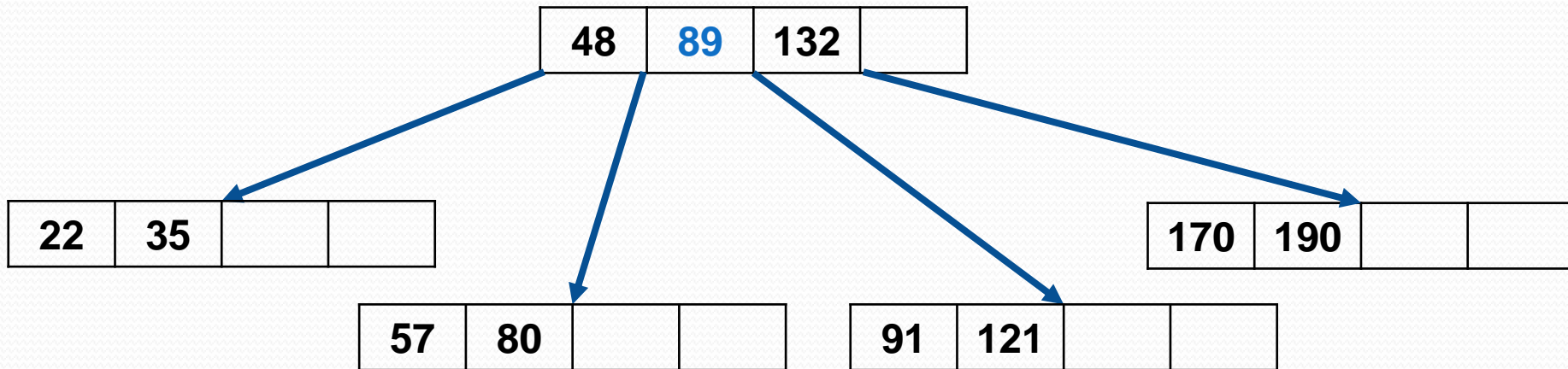
# Borrado

- Ejemplo: Borrar 90

90 está en un nodo no hoja

Sucesor: **91** -> **situación crítica**

Predecesor: **89** -> no es situación crítica



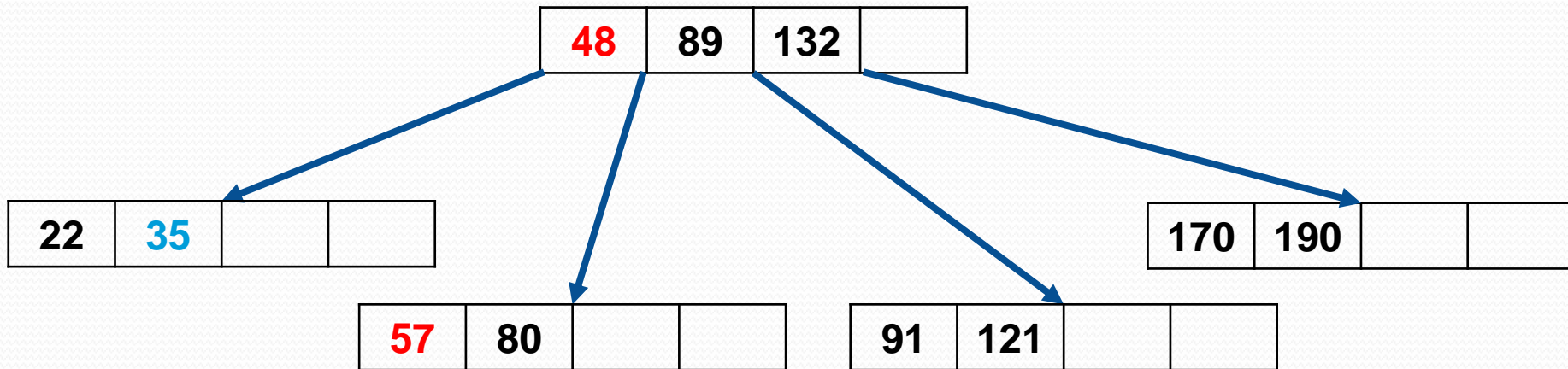
# Borrado

- Ejemplo: Borrar 48

48 está en un nodo no hoja

Sucesor: **57** -> **situación crítica**

Predecesor: **35** -> **situación crítica**



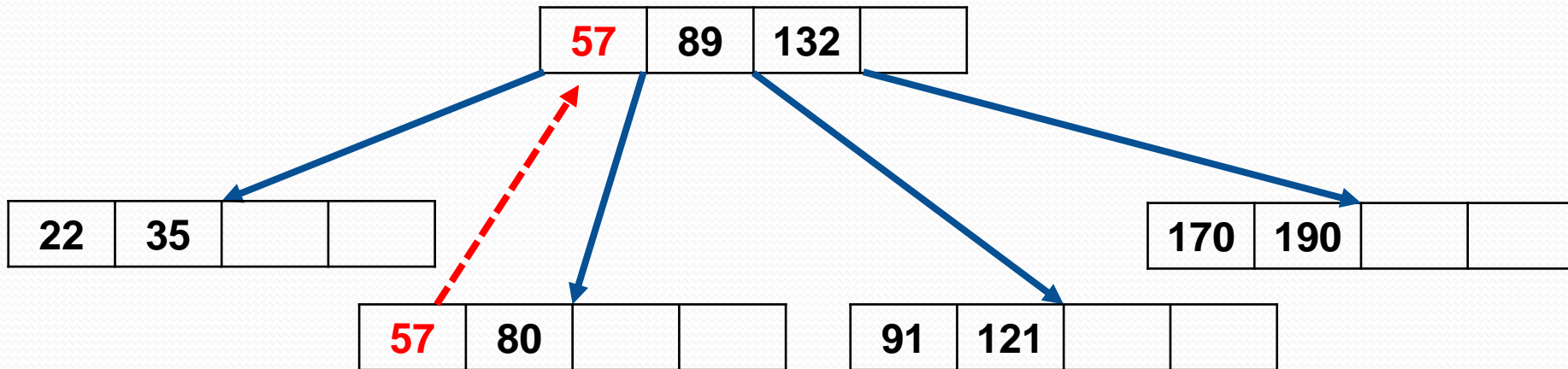
# Borrado

- Ejemplo: Borrar 48

48 está en un nodo no hoja

Sucesor: **57** -> **situación crítica**

Predecesor: **35** -> **situación crítica**



Borrar 57 de la hoja

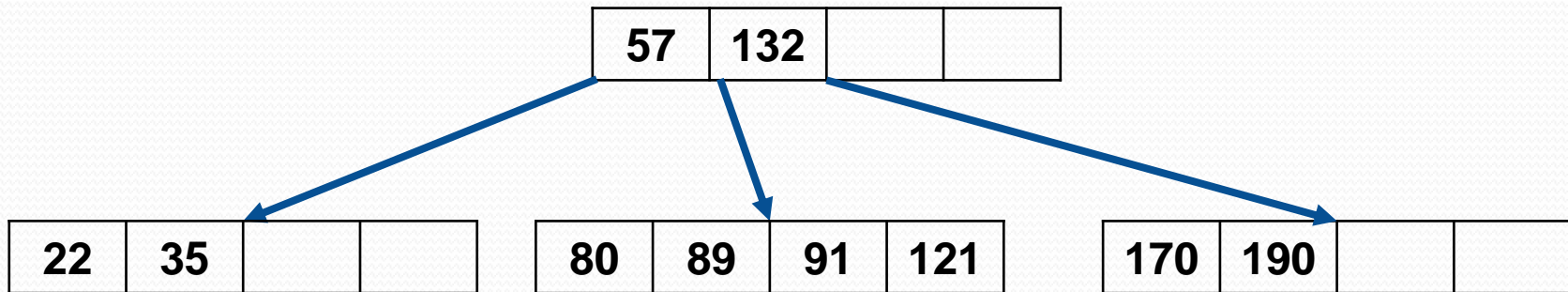
# Borrado

- Ejemplo: Borrar 48

48 está en un nodo no hoja

Sucesor: **57** -> **situación crítica**

Predecesor: **35** -> **situación crítica**

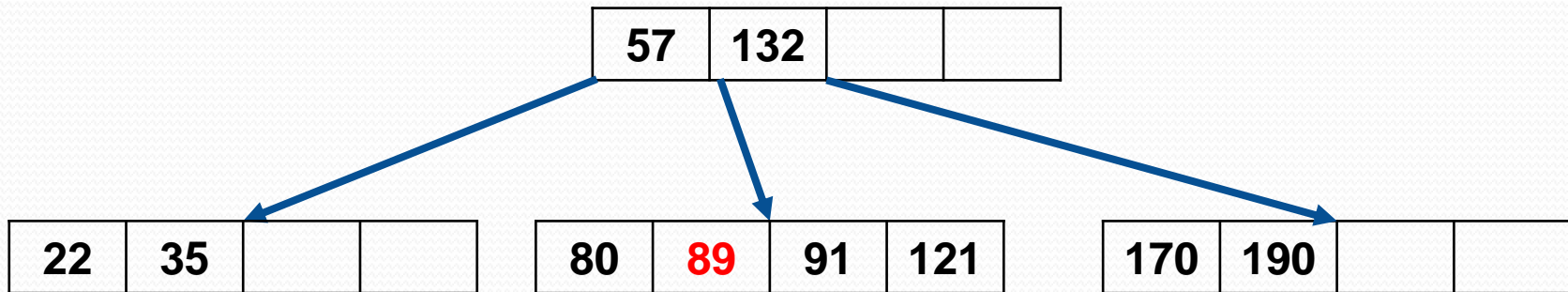


# Borrado

- Caso 2: La clave está en un nodo hoja
  - Si la hoja **no** esta en una **situación crítica** ( $m > n$ ), borrar la clave
  - Si la hoja está en una **situación crítica**
    - Si la **hoja hermana por la derecha no está en situación crítica**
      - Coger el primer elemento de la hoja hermana derecha y subir al padre. Bajar la clave del padre al nodo donde se borra
    - Si la **hoja hermana por la izquierda no está en situación crítica**
      - Coger el último elemento de la hoja hermana izquierda y subir al padre. Bajar la clave del padre al nodo donde se borra
    - Si la **hoja hermana por la derecha está en situación crítica**
      - Coger el padre, bajarlo y unificar con la hoja hermana derecha
    - Si la **hoja hermana por la izquierda está en situación crítica**
      - Coger el padre, bajarlo y unificar con la hoja hermana izquierda

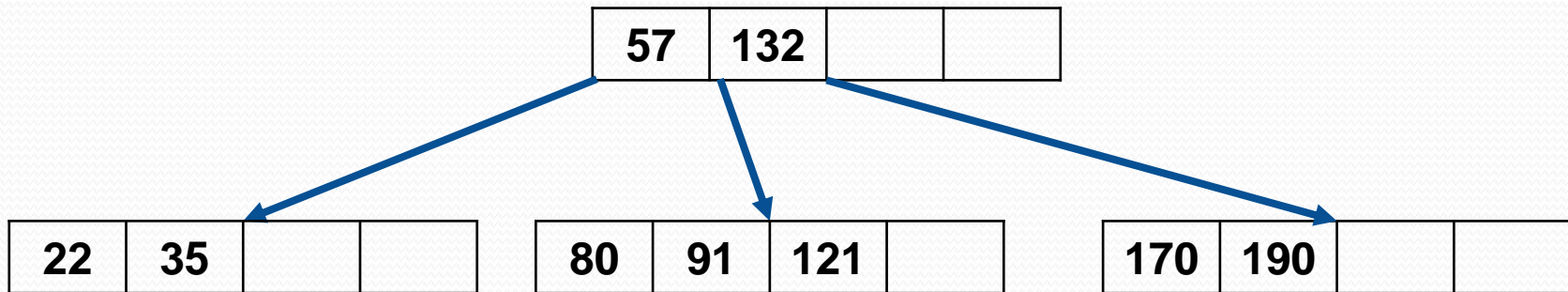
# Borrado

- Ejemplo: Borrar 89



# Borrado

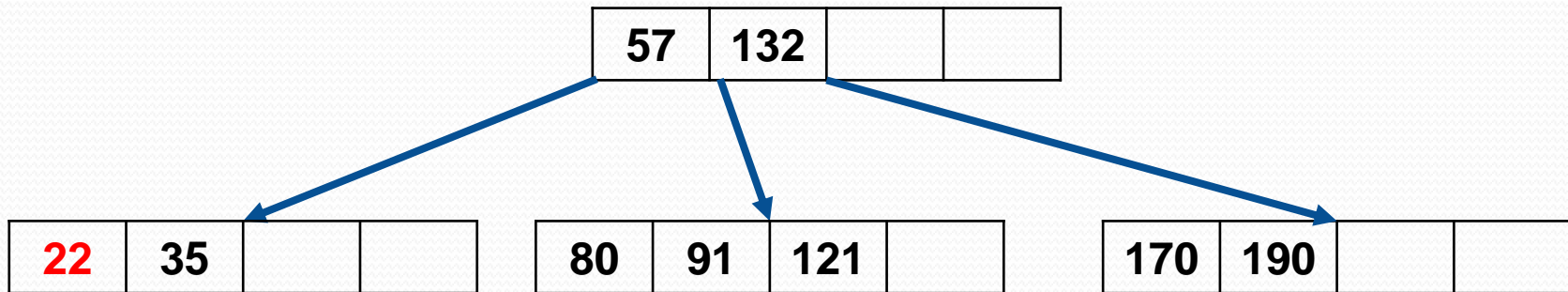
- Ejemplo: Borrar 89





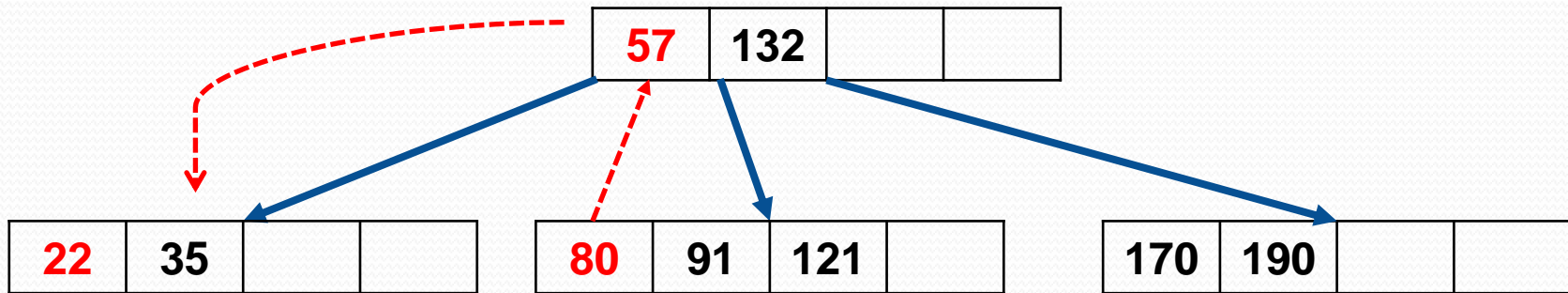
# Borrado

- Ejemplo: Borrar 22



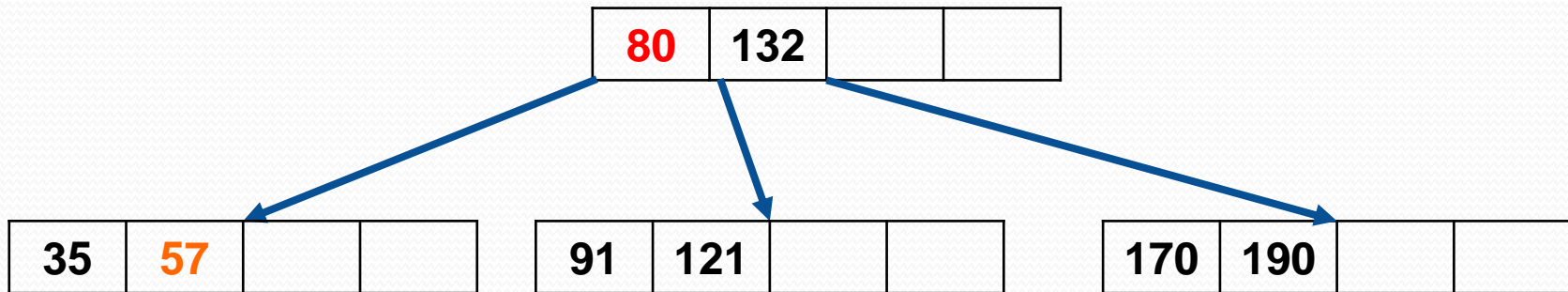
# Borrado

- Ejemplo: Borrar 22



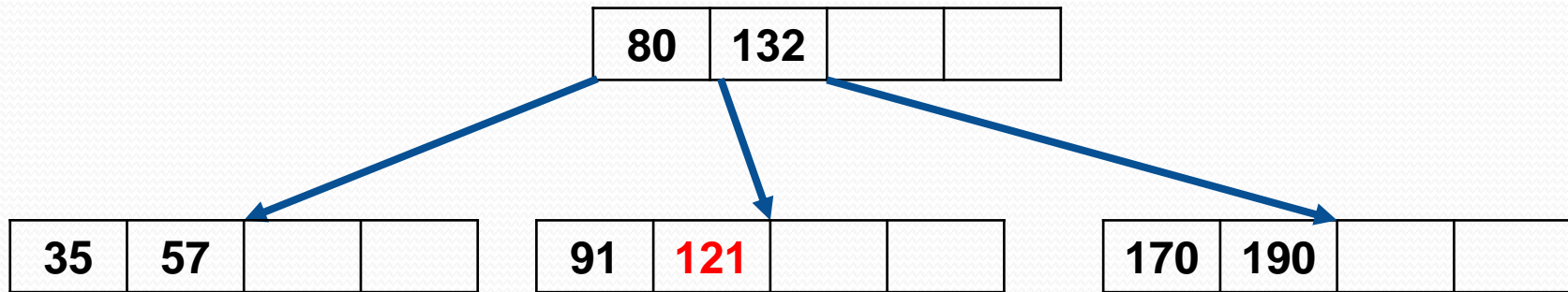
# Borrado

- Ejemplo: Borrar 22



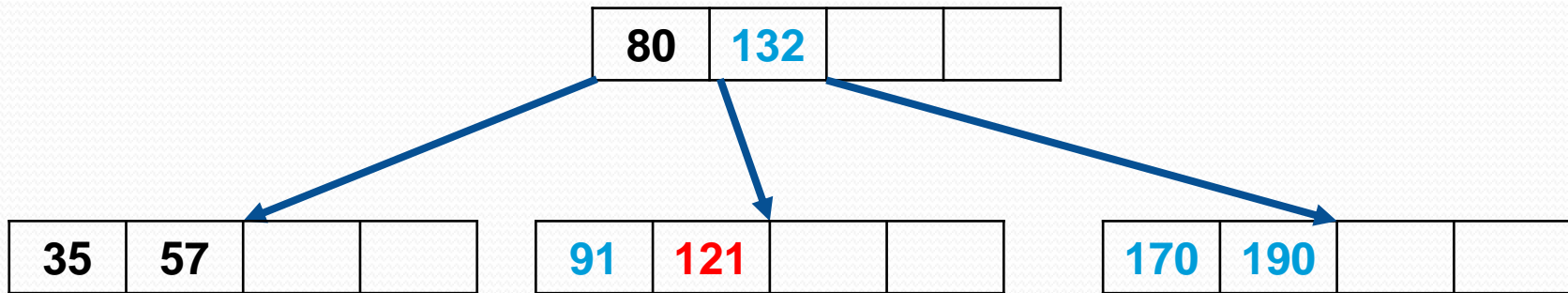
# Borrado

- Ejemplo: Borrar 121



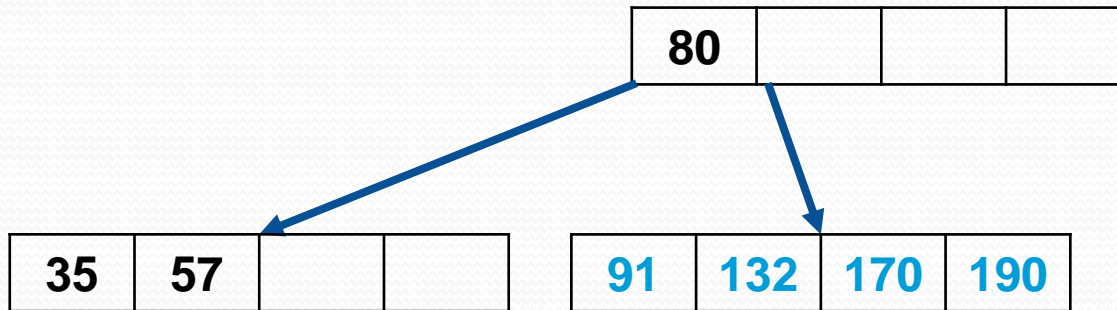
# Borrado

- Ejemplo: Borrar 121



# Borrado

- Ejemplo: Borrar 121



# Árboles B – Inserción – Ejercicio

- Ejercicio. Insertar los siguientes elementos en un árbol B de orden 2:
  - 190, 57, 89, 90, 121, 170, 35, 48, 91, 22, 126, 132 y 80

# Árboles B - Inserción

- Insertar 190

190			
-----	--	--	--



# Árboles B - Inserción

- Insertar 57

190			
-----	--	--	--

# Árboles B - Inserción

- Insertar 57

57	190		
----	-----	--	--

# Árboles B - Inserción

- Insertar 89

57	190		
----	-----	--	--

# Árboles B - Inserción

- Insertar 89

57	89	190	
----	----	-----	--

# Árboles B - Inserción

- Insertar 90

57	89	190	
----	----	-----	--

# Árboles B - Inserción

- Insertar 90

57	89	90	190
----	----	----	-----

# Árboles B - Inserción

- Insertar 121

El nodo está lleno

Punto medio( $\{57, 89, 90, 121, 190\}$ ) = 90

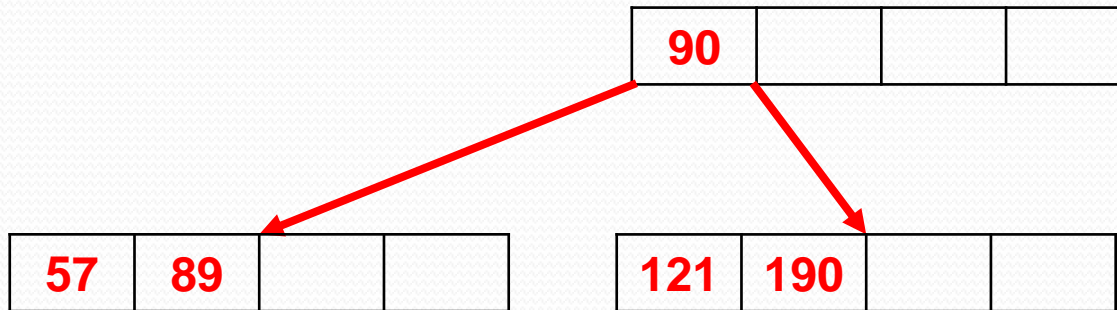
57	89	90	190
----	----	----	-----

# Árboles B - Inserción

- Insertar 121

El nodo está lleno

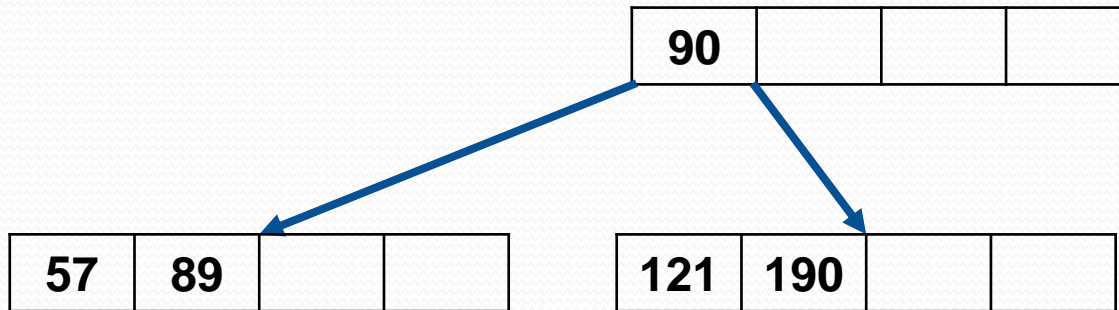
Punto medio( $\{57, 89, 90, 121, 190\}$ ) = 90





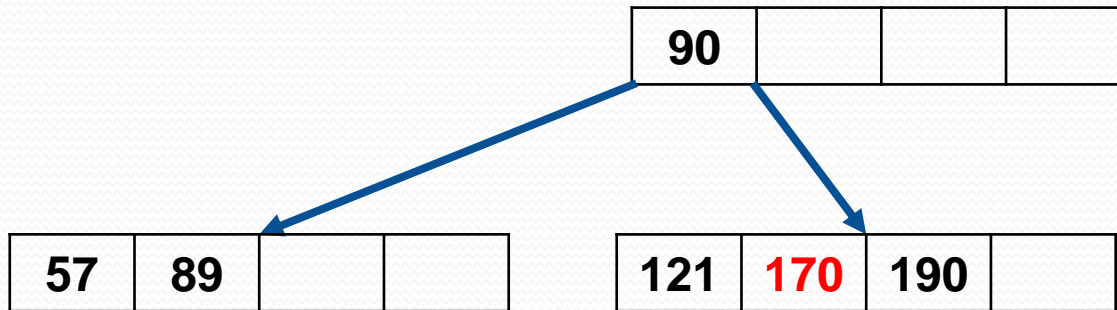
# Árboles B - Inserción

- Insertar 170



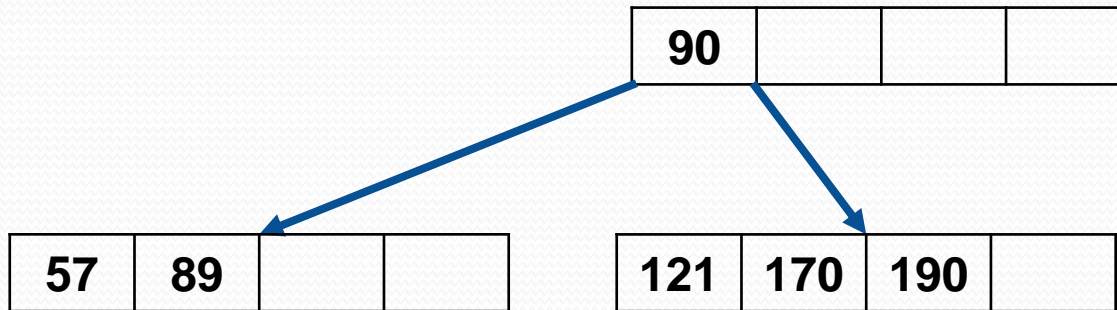
# Árboles B - Inserción

- Insertar 170



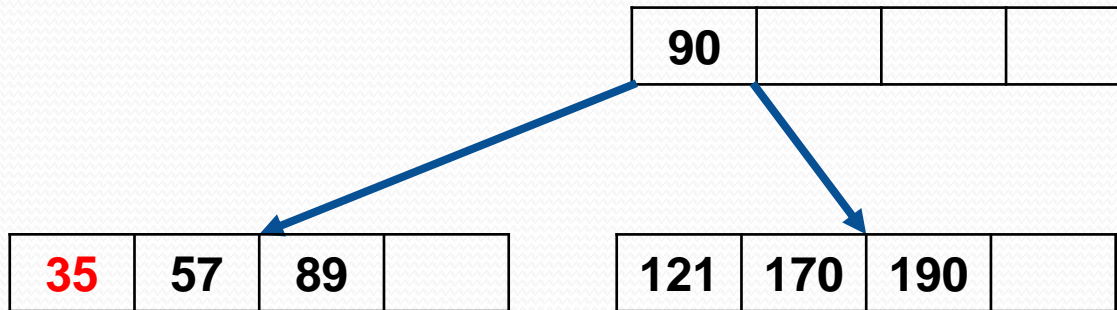
# Árboles B - Inserción

- Insertar 35



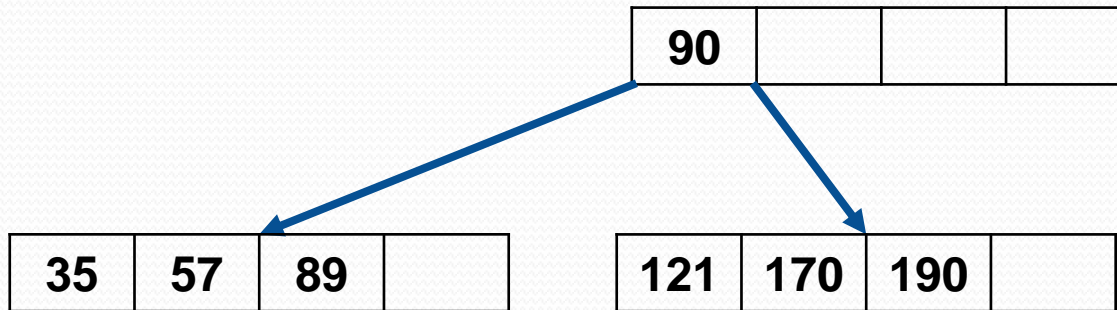
# Árboles B - Inserción

- Insertar 35



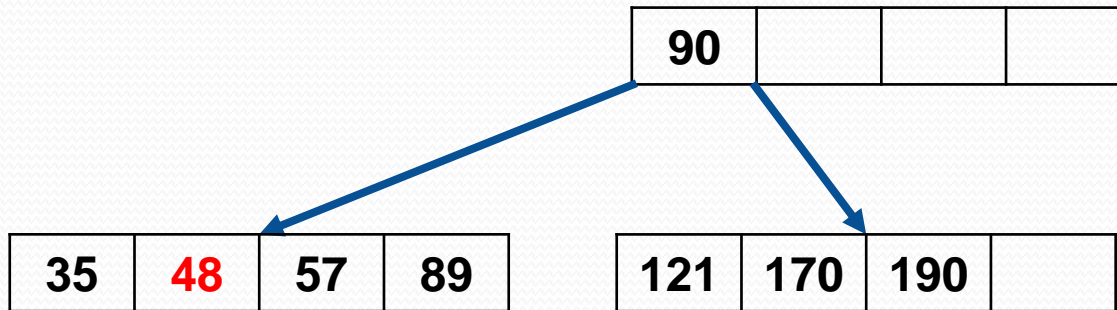
# Árboles B - Inserción

- Insertar 48



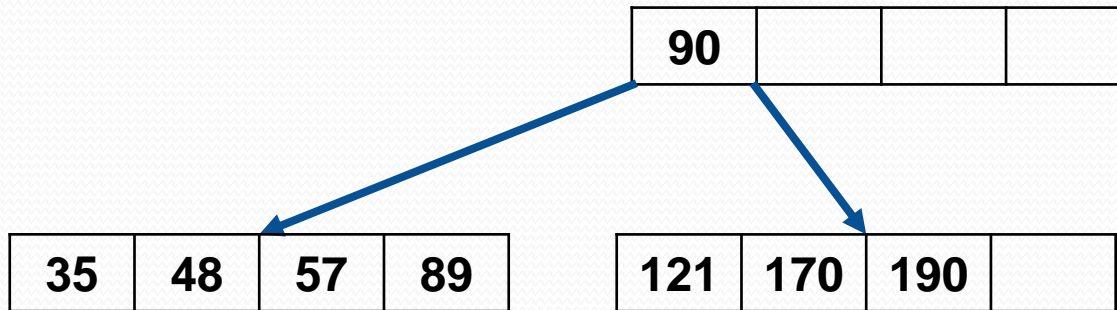
# Árboles B - Inserción

- Insertar 48



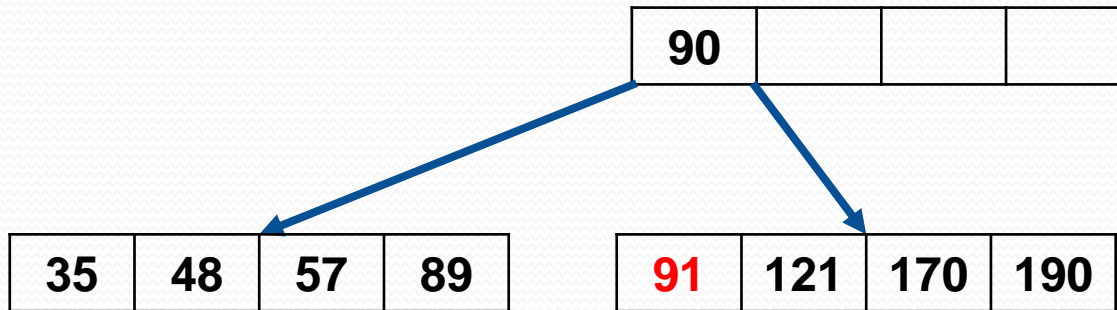
# Árboles B - Inserción

- Insertar 91



# Árboles B - Inserción

- Insertar 91



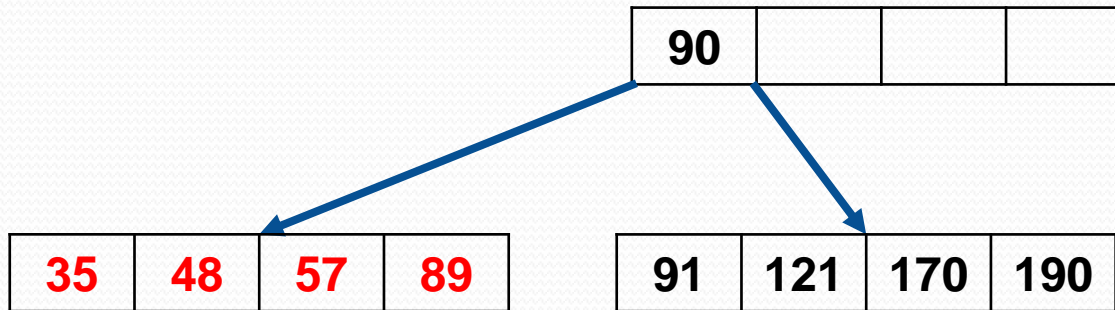


# Árboles B - Inserción

- Insertar 22

El nodo está lleno

Punto medio(**22**,35,48,57,89) = **48**

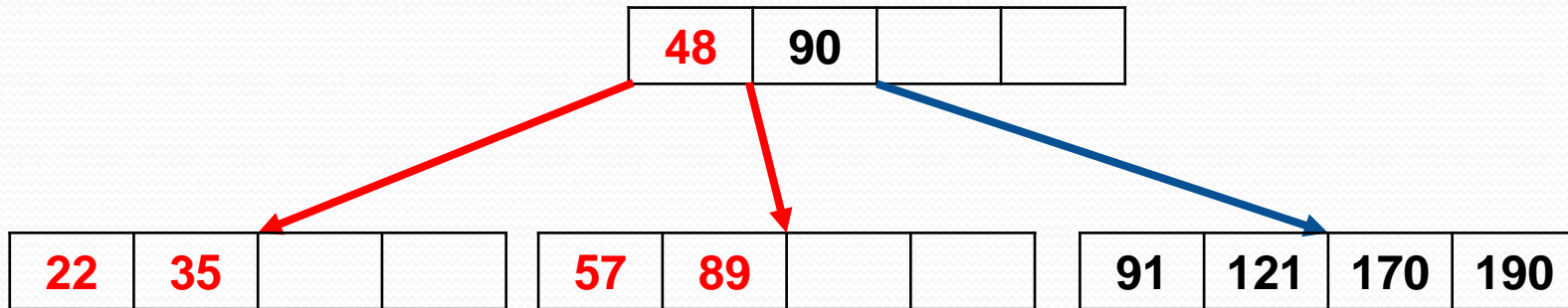


# Árboles B - Inserción

- Insertar 22

El nodo está lleno

Punto medio(**{22,35,48,57,89}**) = **48**

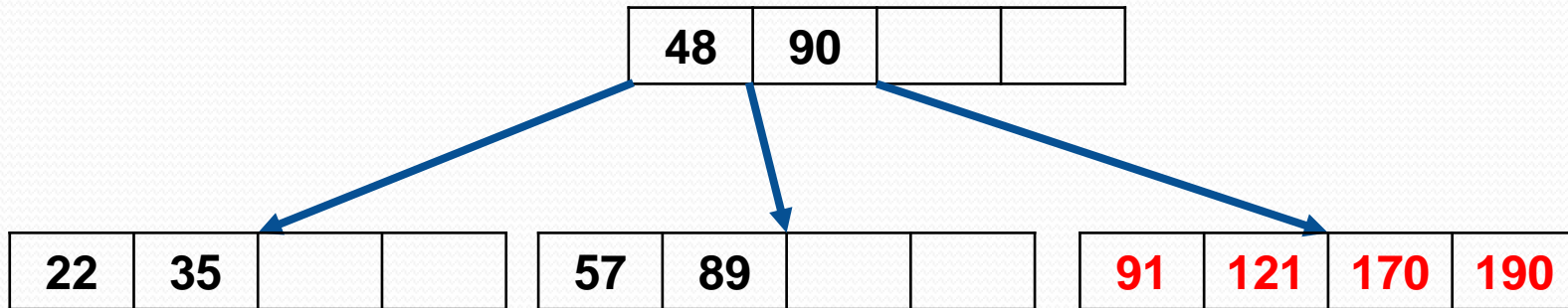


# Árboles B - Inserción

- Insertar 126

El nodo está lleno

Punto medio( $\{91, 121, 126, 170, 190\}$ ) = 126

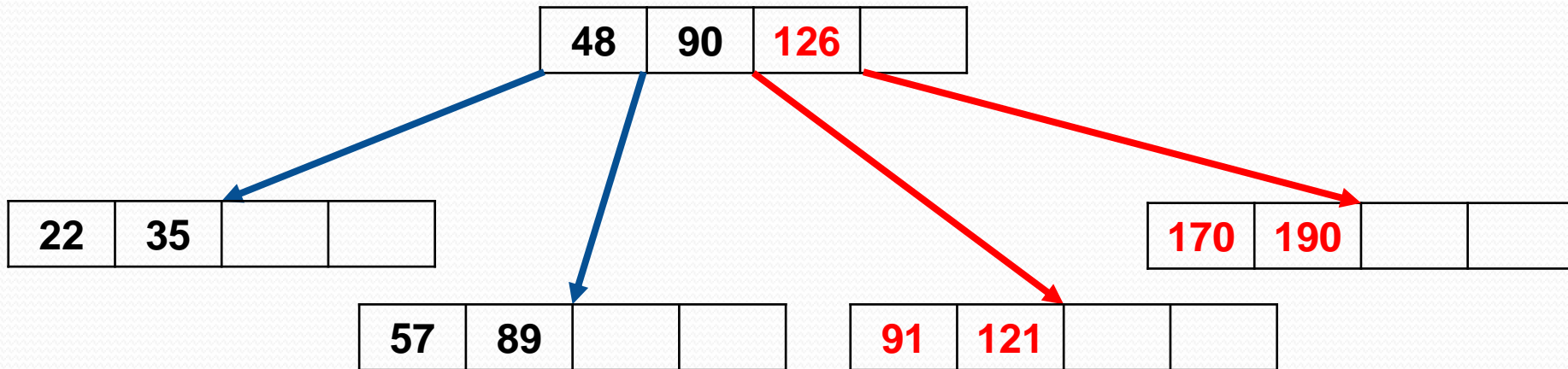


# Árboles B - Inserción

- Insertar 126

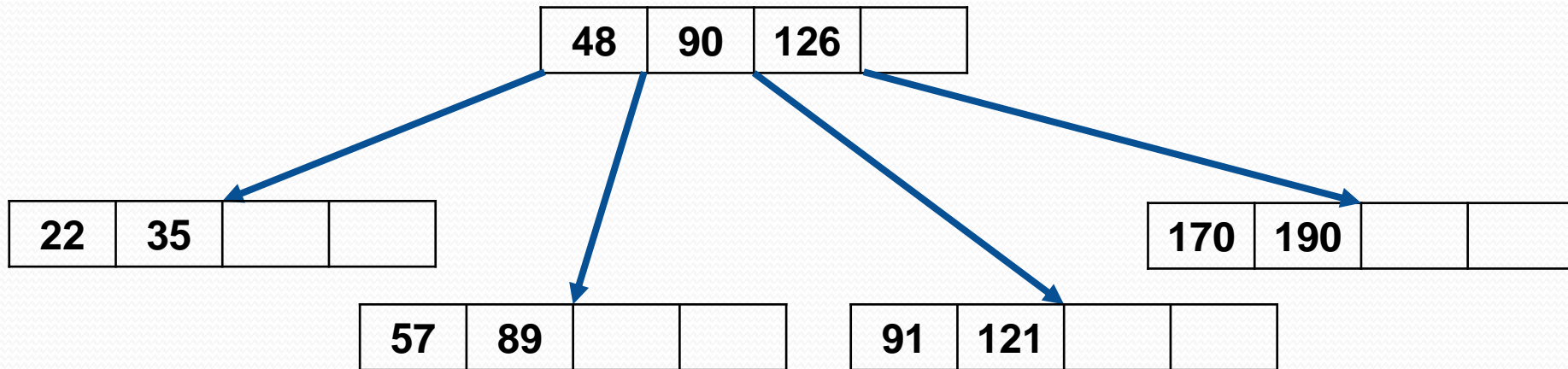
El nodo está lleno

Punto medio( $\{91, 121, 126, 170, 190\}$ ) = 126



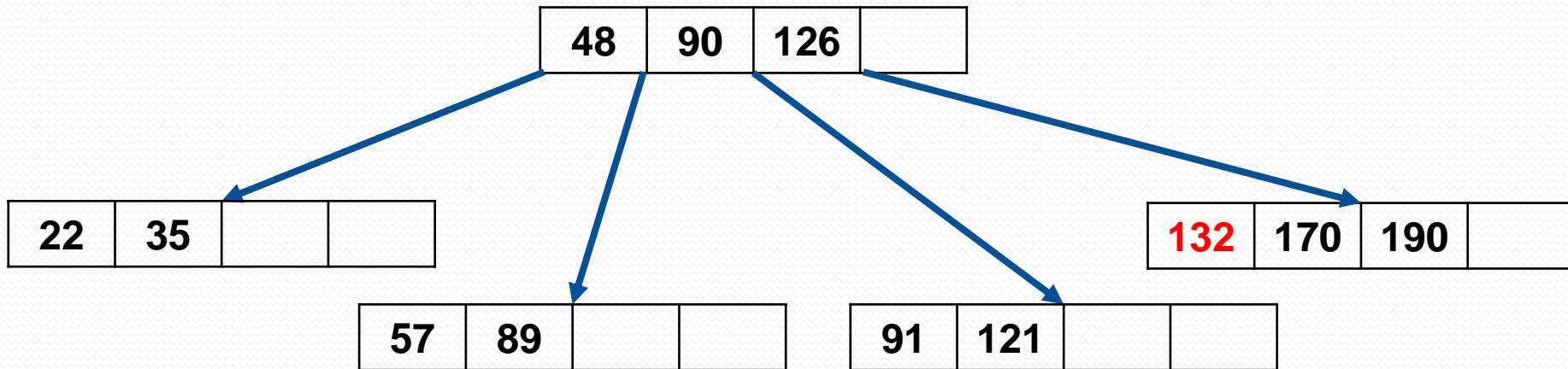
# Árboles B - Inserción

- Insertar 132



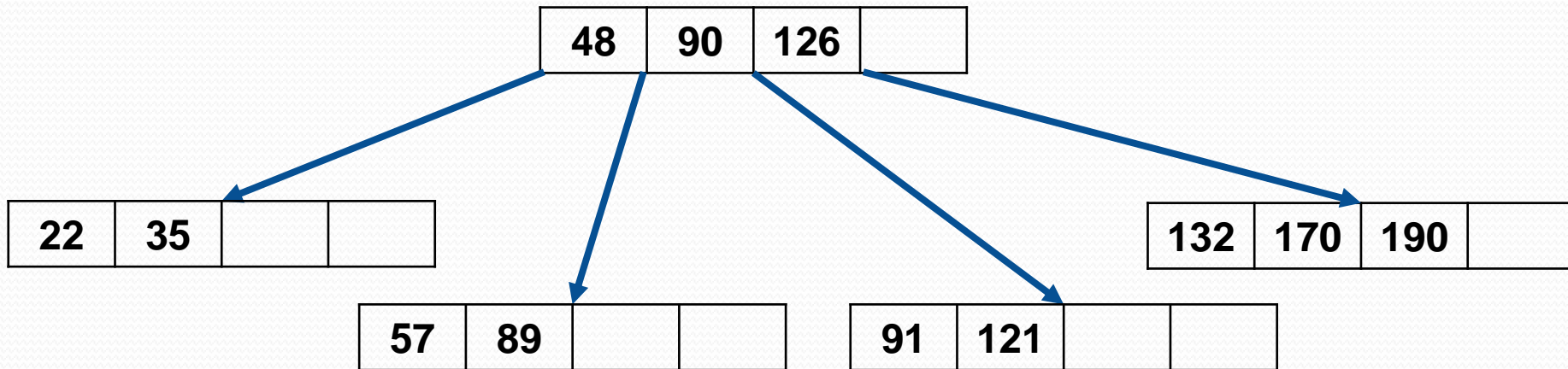
# Árboles B - Inserción

- Insertar 132



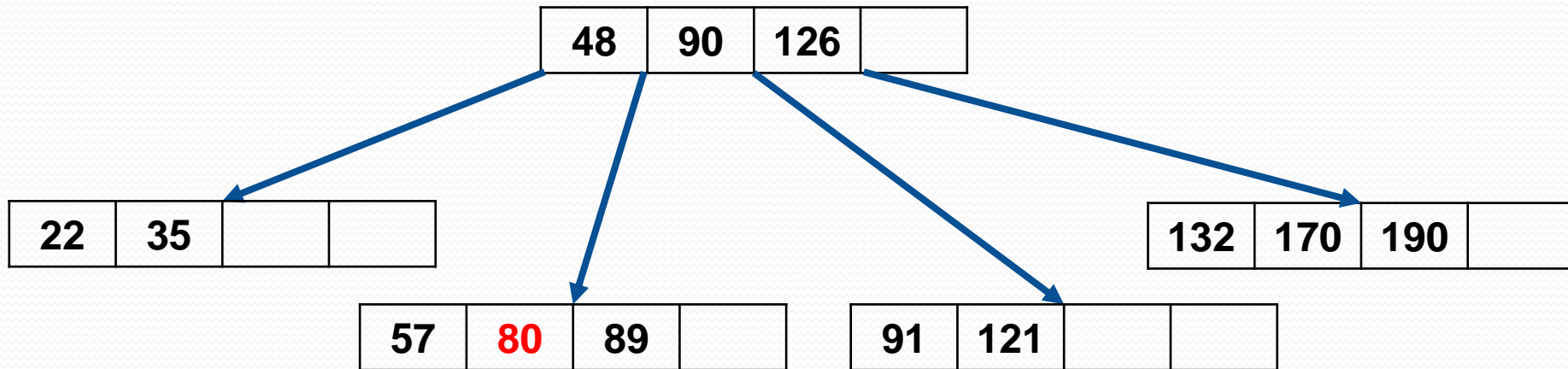
# Árboles B - Inserción

- Insertar 80



# Árboles B - Inserción

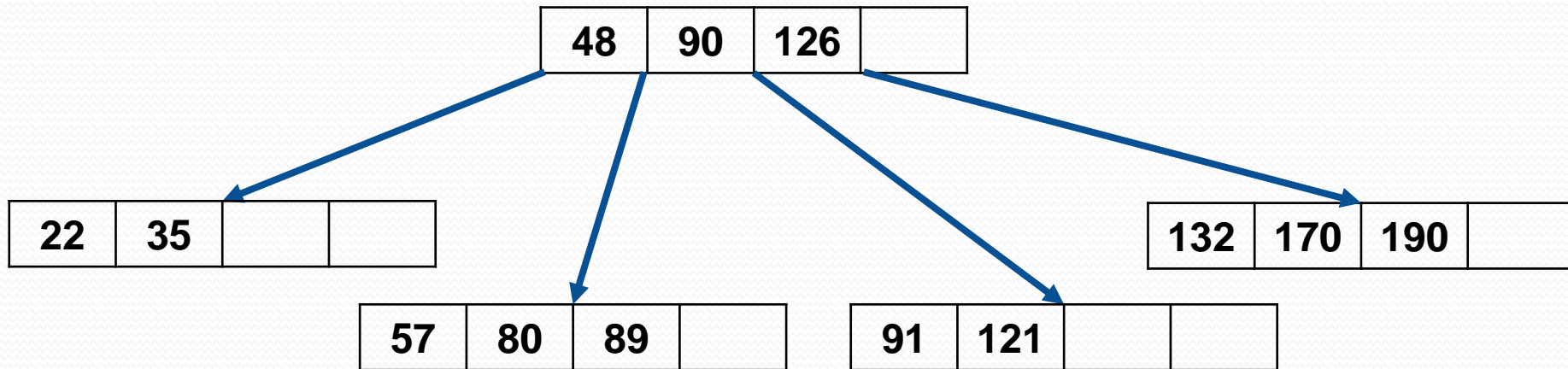
- Insertar 80





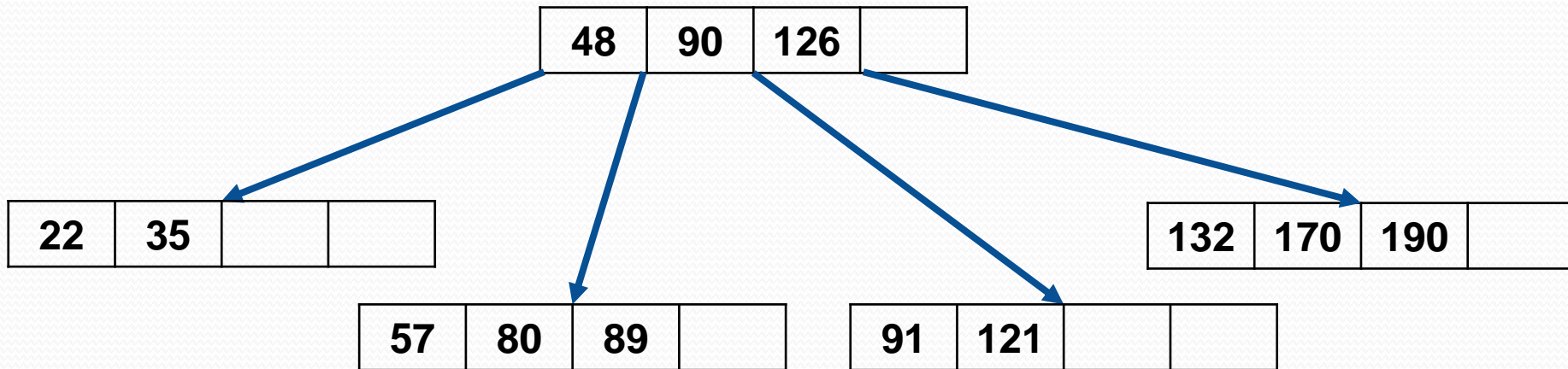
# Árboles B – Borrado – Ejercicio

- Ejercicio. Borrar los siguientes elementos:
  - 80, 91, 57, 170, 48, 126, 22, 90 y 89



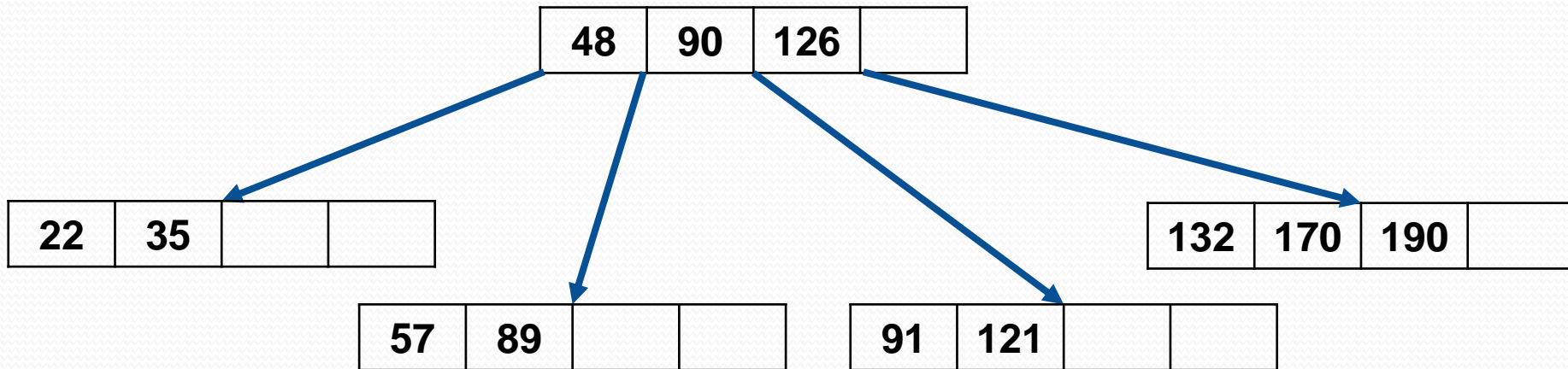
# Árboles B - Borrado

- Borrar 80



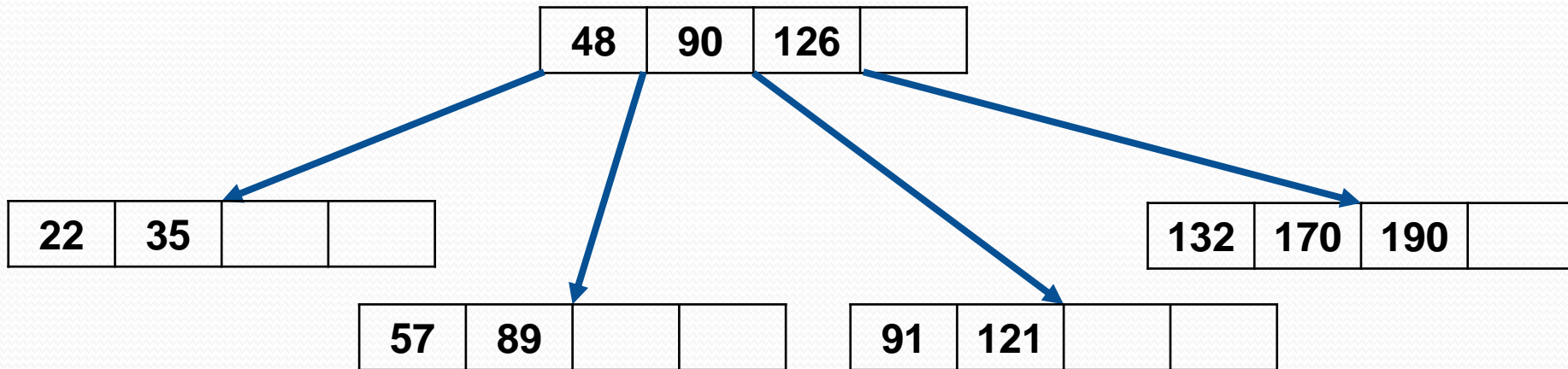
# Árboles B - Borrado

- Borrar 80



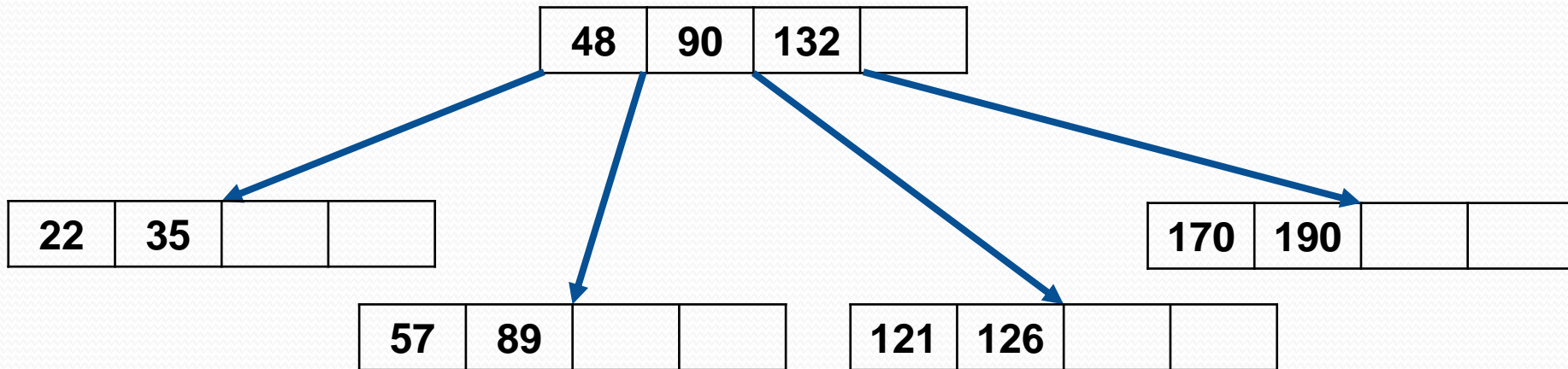
# Árboles B - Borrado

- Borrar 91



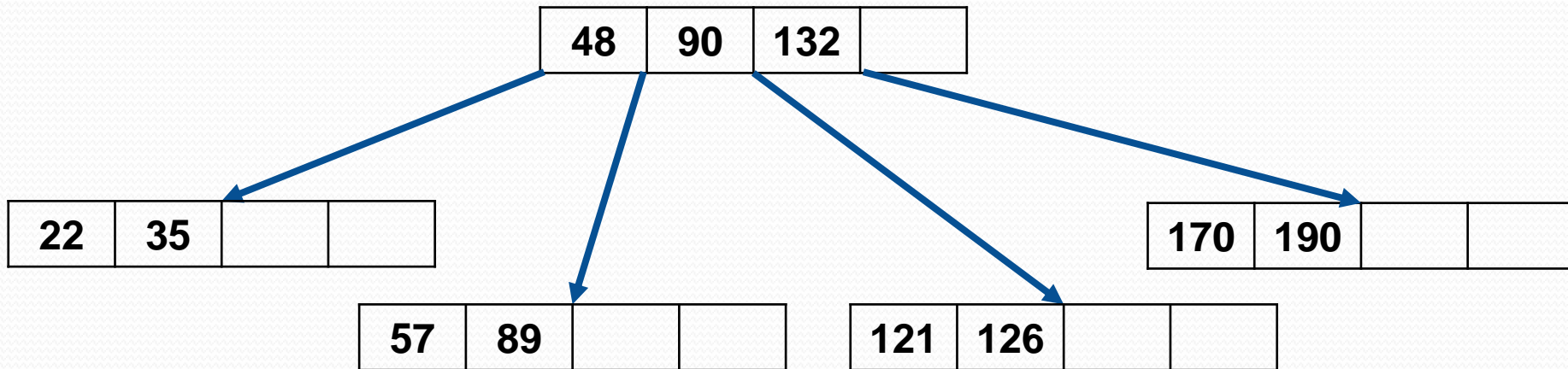
# Árboles B - Borrado

- Borrar 91



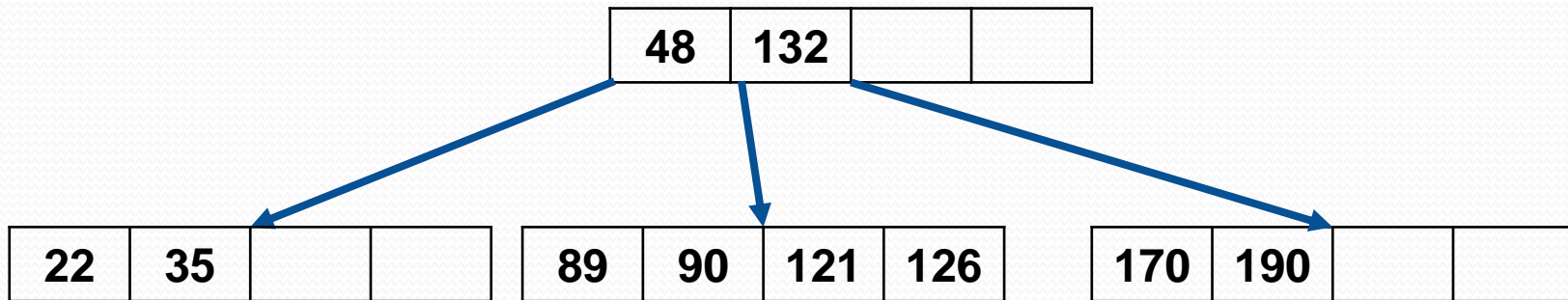
# Árboles B - Borrado

- Borrar 57



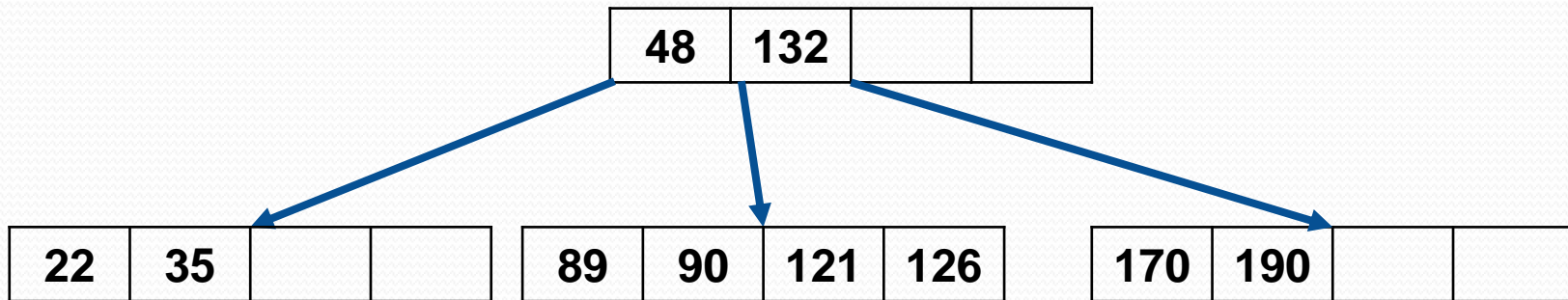
# Árboles B - Borrado

- Borrar 57



# Árboles B - Borrado

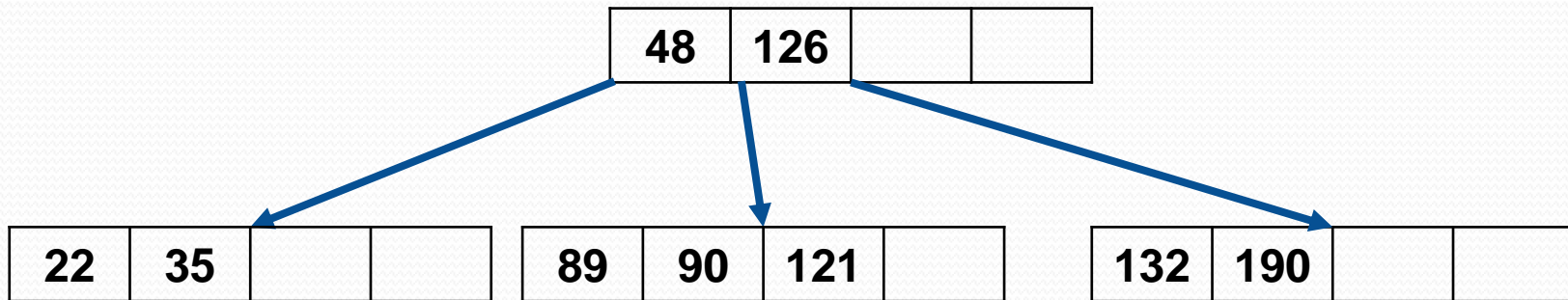
- Borrar 170





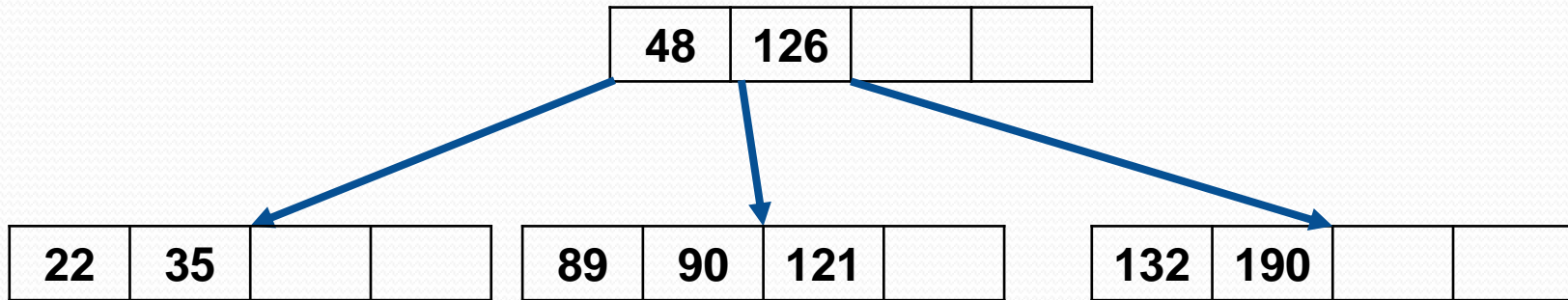
# Árboles B - Borrado

- Borrar 170



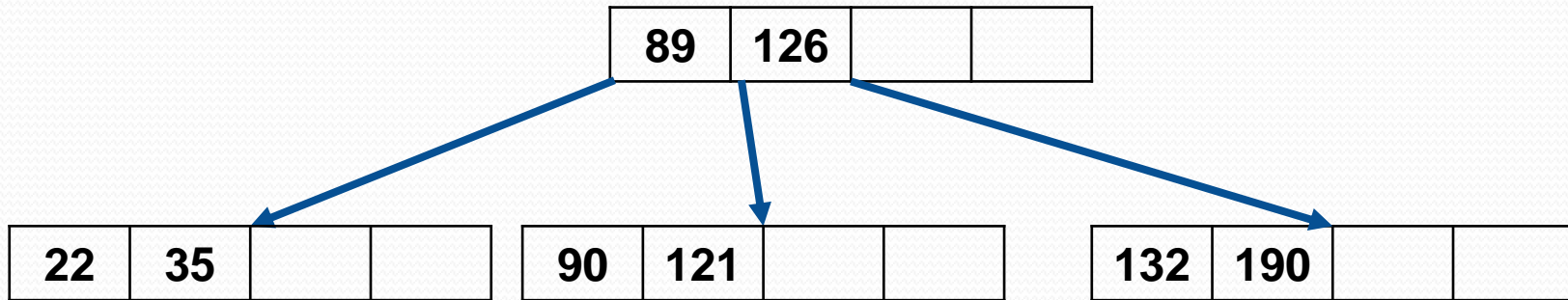
# Árboles B - Borrado

- Borrar 48



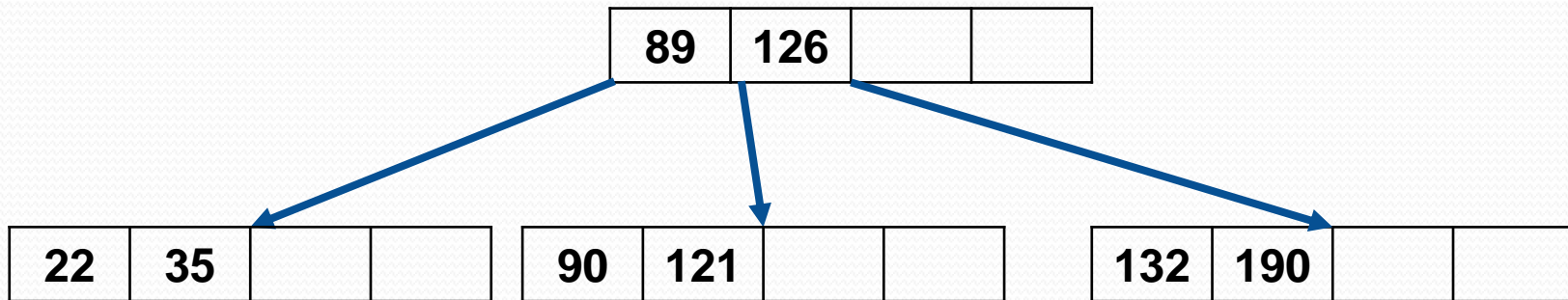
# Árboles B - Borrado

- Borrar 48



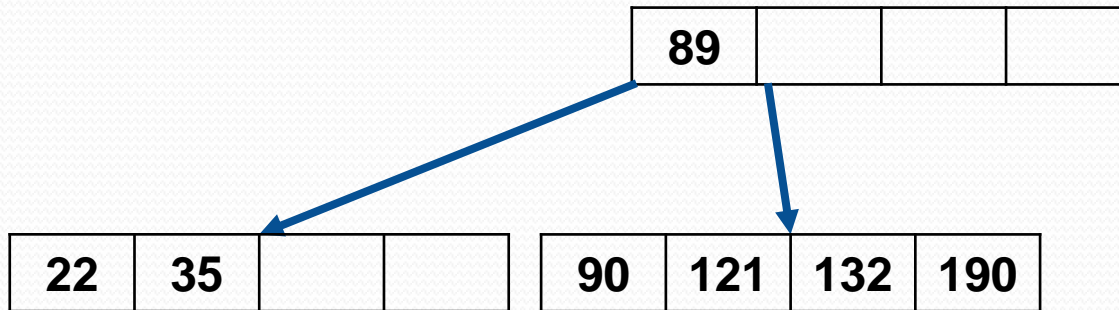
# Árboles B - Borrado

- Borrar 126



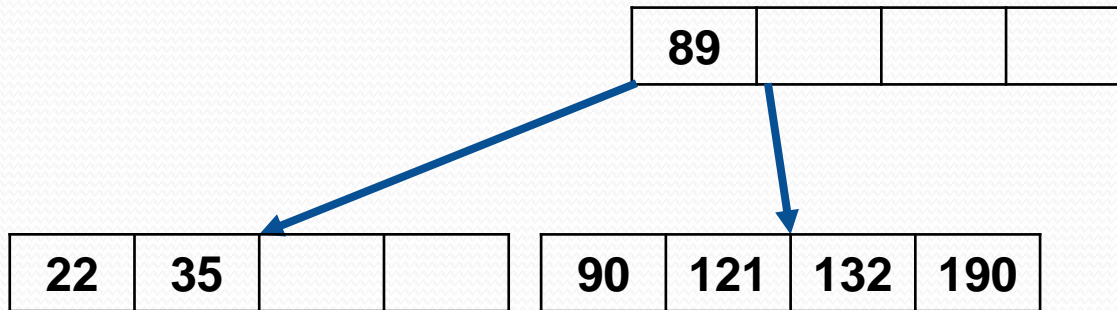
# Árboles B - Borrado

- Borrar 126



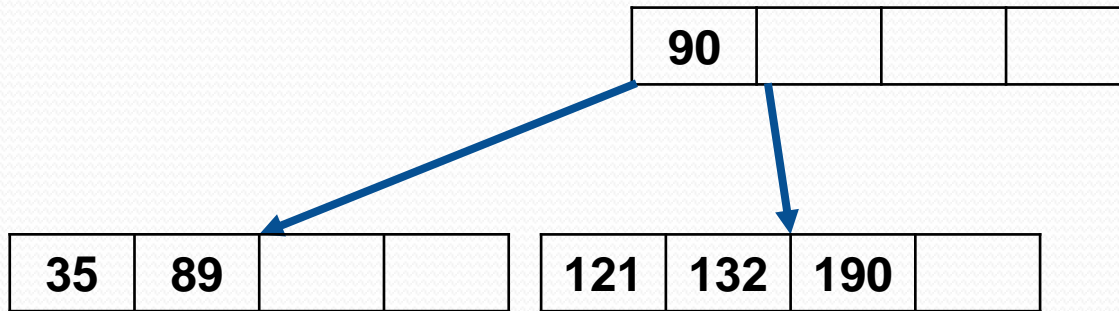
# Árboles B - Borrado

- Borrar 22



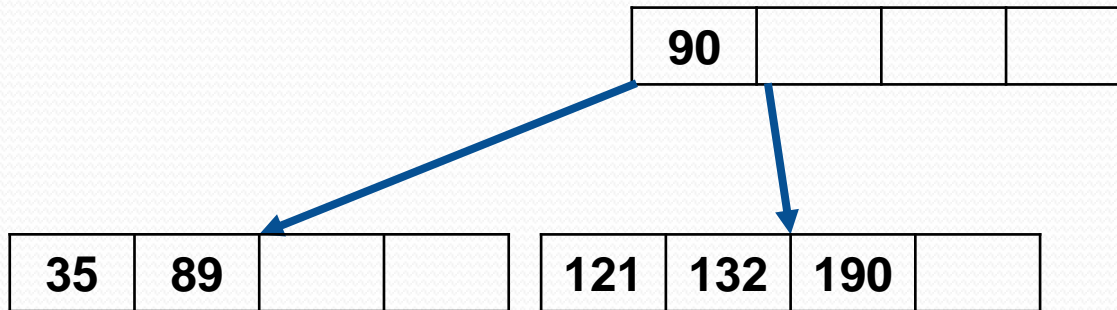
# Árboles B - Borrado

- Borrar 22



# Árboles B - Borrado

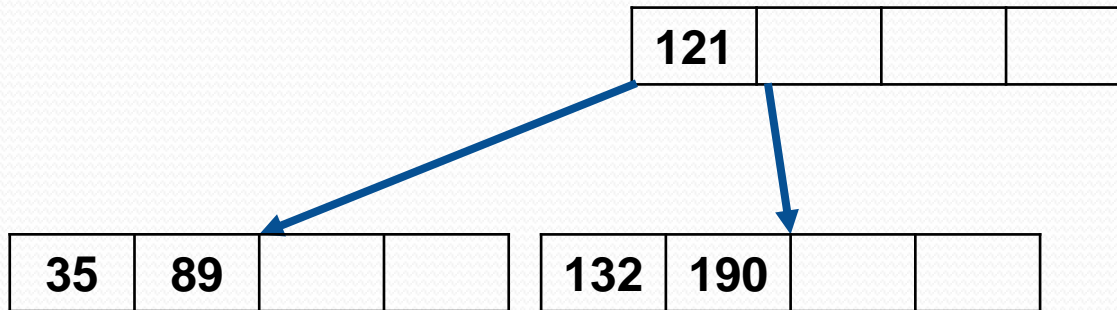
- Borrar 90





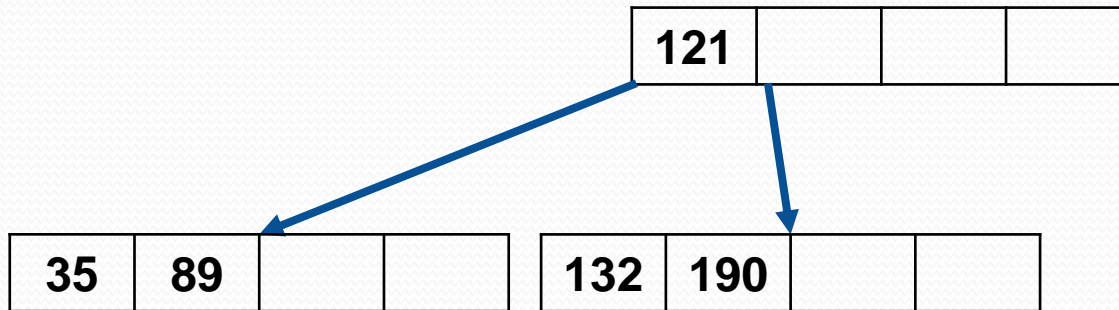
# Árboles B - Borrado

- Borrar 90



# Árboles B - Borrado

- Borrar 89



# Árboles B - Borrado

- Borrar 89

35	121	132	190
----	-----	-----	-----

# Ejercicio – Árboles B

- Ejercicio. Insertar los siguientes elementos en un árbol B de orden 2:
  - 60, 40, 80, 20, 55, 65, 63, 51, 75, 2, 4, 90, 95, 100, 41, 42, 50, 22, 30, 25, 31, 32, 33, 36, 38, 39

# Ejercicio – Árboles B

- Ejercicio. Del árbol generado en el ejercicio anterior borrar los siguientes elementos :
  - 100, 60, 65, 63