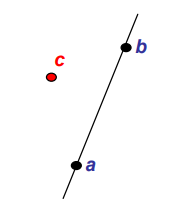
Sprawozdanie laboratorium numer 1: Predykaty Geometryczne

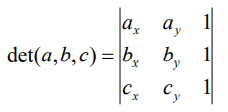
# Cel ćwiczenia

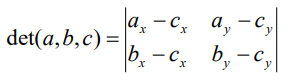
Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z podstawowymi predykatami geometrycznymi, ich implementacją oraz przetestowanie i zwizualizowanie wyników.

# Wstęp teoretyczny:



Rysunek 2.1





Do sprawdzenia, po której stronie prostej znajduje się punkt, wykorzystujemy wyznacznik macierzy stworzonej z 3 punktów. Można to zrobić na dwa sposoby, tworząc macierz 3x3 lub 2x2. Znak wyznacznika określa położenie punktu c.

det(a,b,c) > 0 => punkt c leży po lewej stronie prostej ab

det(a,b,c) < 0 => punkt c leży po prawej stronie prostej ab

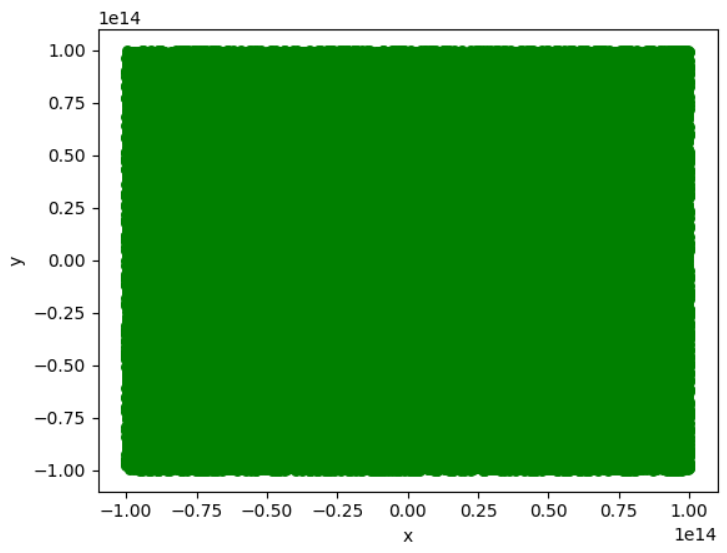
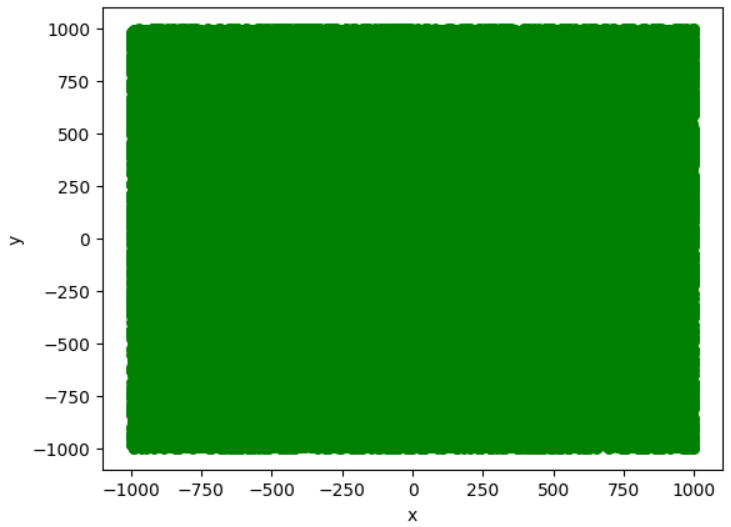
det(a,b,c) = 0 => punkt c leży na prostej ab

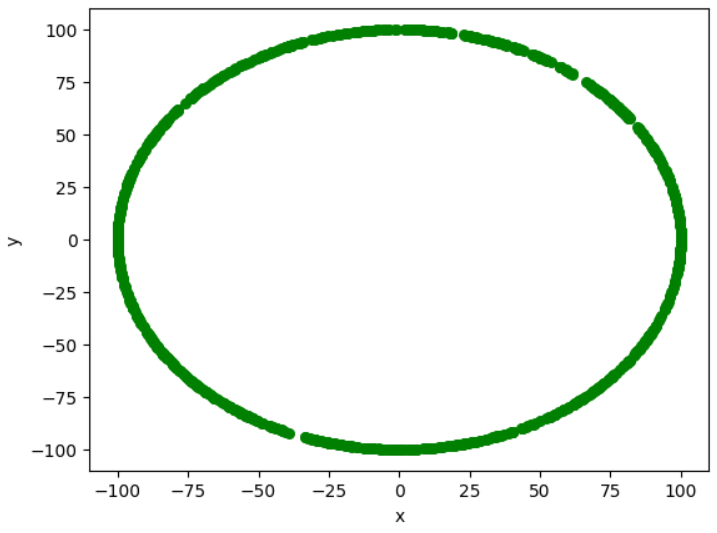
# Środowisko i użyte narzędzia

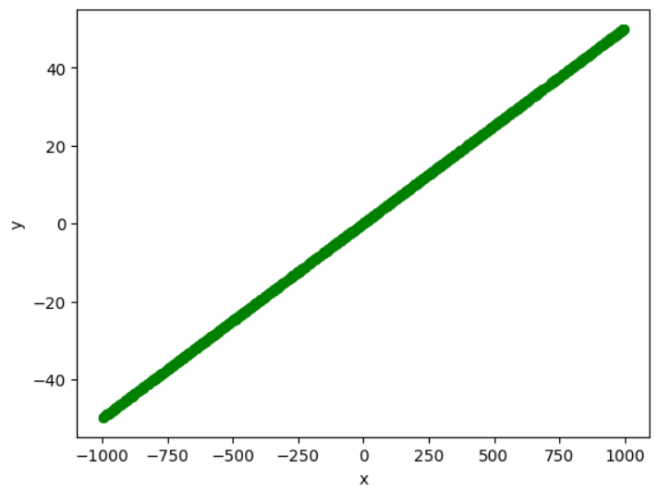
Do wykonania ćwiczenia zostało wykorzystane narzędzie jupyter notebook oraz język programowania python. Do wygenerowania pseudolosowych punktów oraz obliczania wyznaczników macierzy, użyta została biblioteka numpy, natomiast do wizualizacji otrzymanych wyników- narzędzie stworzone przez koło naukowe BIT, bazujące na bibliotece matplotlib. Funkcje były uruchamiane na procesorze Intel Core I7 8550U i systemie Windows 11.

# Plan ćwiczenia

Pierwszym zadaniem było wygenerowanie i zwizualizowanie 4 różnych zbiorów punktów:





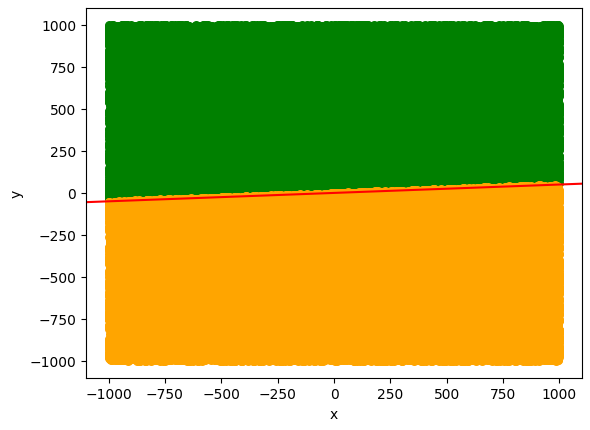
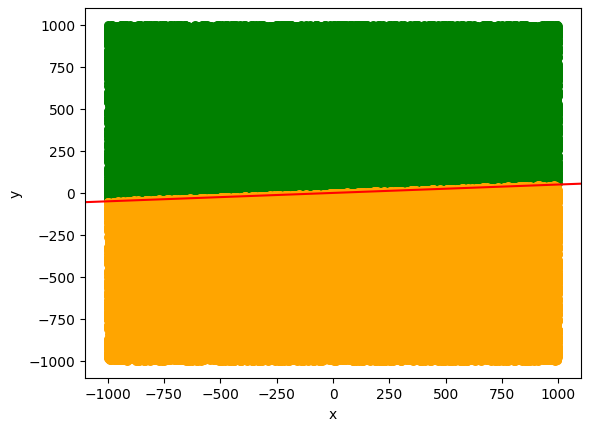


Następnie tworzymy prostą na bazie wektora ab, gdzie a = [1.0, 0.0] i b = [1.0, 0.1] i sprawdzamy liczbę punktów leżących nad, pod i na prostej ab. Położenie punktu będzie obliczane za pomocą wyznacznika z uwzględnieniem różnych tolerancji wobec zera (**ε**) oraz dwóch precyzji typu float.

# Analiza wyników

## 5.1 Zbiór punktów (x, y) ∈ [-1000,1000]2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Precyzja** | **Funkcja do wyznacznika** | **Liczba punktów po lewej** | | **Liczba punktów po prawej** | | **Liczba punktów na prostej** | |
| float32 | float64 | float32 | float64 | float32 | float64 |
| **ε = 10-8** | mat\_det\_3x3 | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| **ε = 10-10** | mat\_det\_3x3 | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| **ε = 10-12** | mat\_det\_3x3 | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| **ε = 10-14** | mat\_det\_3x3 | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| **ε = 0** | mat\_det\_3x3 | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 50003 | 50003 | 49997 | 49997 | 0 | 0 |



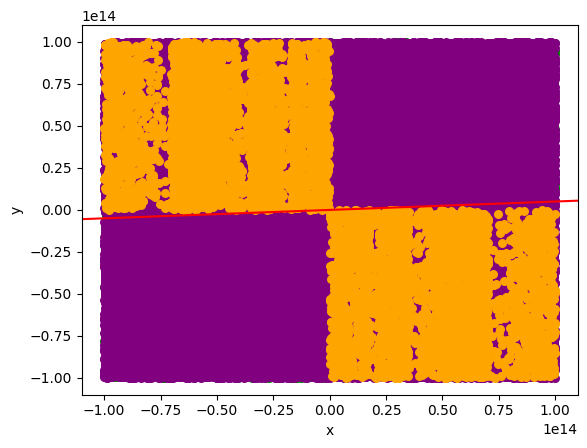
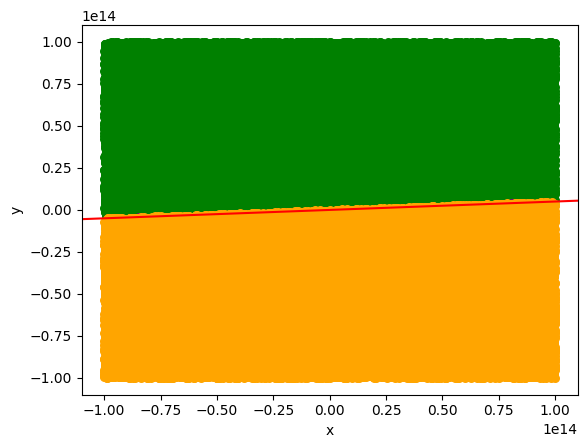
Rysunek 5.2 Wykres zbioru A dla precyzji float64

Rysunek 5.1 Wykres zbioru A dla precyzji float32

W tym przypadku nie ma żadnych różnic, pomiędzy precyzjami, tolerancjami i metodami obliczania wyznaczników.

## 5.2 Zbiór punktów (x, y) ∈ [ -1014, 1014 ]2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Precyzja** | **Funkcja do wyznacznika** | **Liczba punktów po lewej** | | **Liczba punktów po prawej** | | **Liczba punktów na prostej** | |
| float32 | float64 | float32 | float64 | float32 | float64 |
| **ε = 10-8** | mat\_det\_3x3 | 49987 | 49987 | 50013 | 50013 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 49987 | 49987 | 50013 | 50013 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 0 | 49982 | 0 | 50008 | 100000 | 10 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 6737 | 49986 | 6652 | 50011 | 86611 | 3 |
| **ε = 10-10** | mat\_det\_3x3 | 49987 | 49987 | 50013 | 50013 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 49987 | 49987 | 50013 | 50013 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 0 | 49982 | 0 | 50008 | 100000 | 10 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 6737 | 49986 | 6652 | 50011 | 86611 | 3 |
| **ε = 10-12** | mat\_det\_3x3 | 49987 | 49987 | 50013 | 50013 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 49987 | 49987 | 50013 | 50013 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 0 | 49982 | 0 | 50008 | 100000 | 10 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 6737 | 49986 | 6652 | 50011 | 86611 | 3 |
| **ε = 10-14** | mat\_det\_3x3 | 49987 | 49987 | 50013 | 50013 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 49987 | 49987 | 50013 | 50013 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 0 | 49982 | 0 | 50008 | 100000 | 10 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 6737 | 49986 | 6652 | 50011 | 86611 | 3 |
| **ε = 0** | mat\_det\_3x3 | 49987 | 49987 | 50013 | 50013 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 49987 | 49987 | 50013 | 50013 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 0 | 49982 | 0 | 50008 | 100000 | 10 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 6737 | 49986 | 6652 | 50011 | 86611 | 3 |



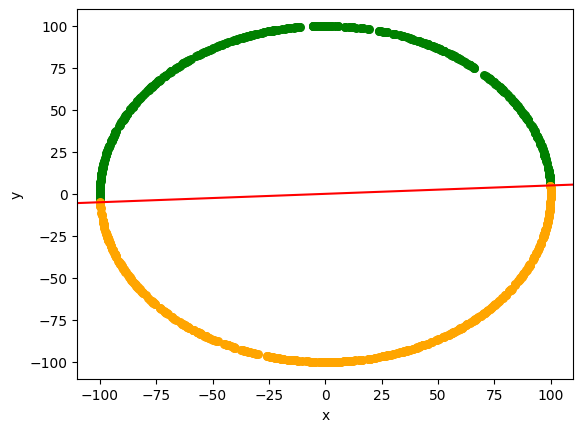
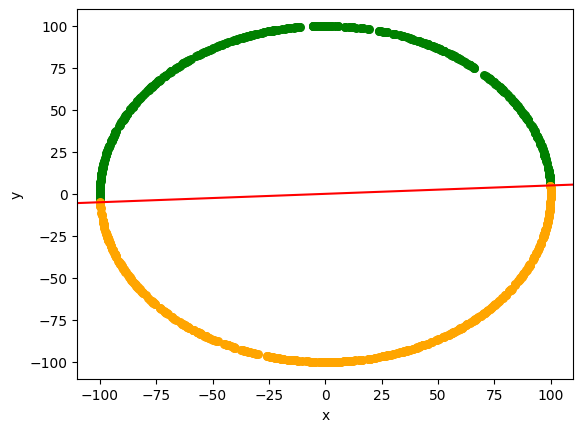
Rysunek 5.2 Wykres zbioru B dla precyzji float64

Rysunek 5.2 Wykres zbioru B dla precyzji float 32

W tym przypadku obserwujemy drastyczną różnicę w obliczonym położeniu punktów. Dla float32 wyniki są przypadkowe, ponieważ zakres danych wykracza poza maksymalne wartości dal tego typu. Natomiast dla float64, wyniki są bardzo podobne do poprzedniego podpunktu. Jedyne różnice, które występują, spowodowane są różnymi metodami obliczania wyznacznika macierzy.

## 5.3 Zbiór punktów leżących na okręgu o środku O = (0,0) i promieniu R = 100

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Precyzja** | **Funkcja do wyznacznika** | **Liczba punktów po lewej** | | **Liczba punktów po prawej** | | **Liczba punktów na prostej** | |
| float32 | float64 | float32 | float64 | float32 | float64 |
| **ε = 10-8** | mat\_det\_3x3 | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| **ε = 10-10** | mat\_det\_3x3 | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| **ε = 10-12** | mat\_det\_3x3 | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| **ε = 10-14** | mat\_det\_3x3 | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| **ε = 0** | mat\_det\_3x3 | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2 | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 480 | 480 | 520 | 520 | 0 | 0 |



Rysunek 5.3 Wykres zbioru C dla precyzji float64

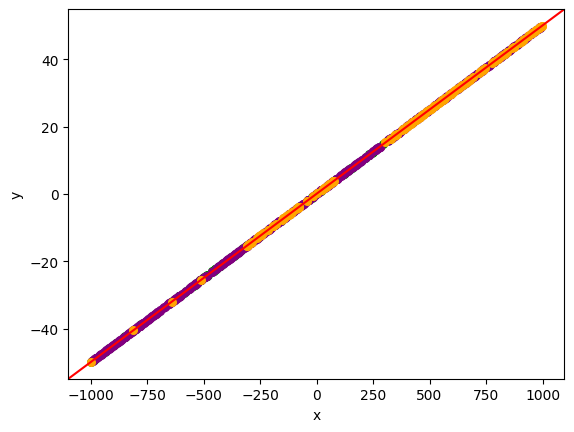
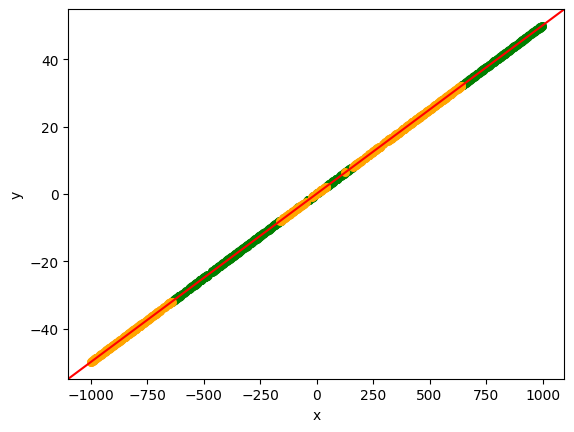
Rysunek 5.3 Wykres zbioru C dla precyzji float32

W tym przypadku nie ma żadnych różnic, pomiędzy precyzjami, tolerancjami i metodami obliczania wyznaczników.

## 5.4 Zbiór punktów o współrzędnej x ∈ [-1000, 1000], leżących na prostej

## wyznaczonej przez wektor ab, gdzie a = (-1.0, 0.0), b = (1.0, 0.1)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Precyzja** | **Funkcja do wyznacznika** | **Liczba punktów po lewej** | | **Liczba punktów po prawej** | | **Liczba punktów na prostej** | |
| float32 | float64 | float32 | float64 | float32 | float64 |
| **ε = 10-8** | mat\_det\_3x3 | 306 | 0 | 322 | 0 | 372 | 1000 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 396 | 0 | 425 | 0 | 179 | 1000 |
| mat\_det\_2x2 | 163 | 0 | 155 | 0 | 682 | 1000 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 507 | 0 | 490 | 0 | 3 | 1000 |
| **ε = 10-10** | mat\_det\_3x3 | 307 | 0 | 322 | 0 | 371 | 1000 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 396 | 0 | 426 | 0 | 178 | 1000 |
| mat\_det\_2x2 | 163 | 0 | 156 | 0 | 681 | 1000 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 508 | 0 | 492 | 0 | 0 | 1000 |
| **ε = 10-12** | mat\_det\_3x3 | 307 | 0 | 322 | 0 | 371 | 1000 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 396 | 0 | 426 | 0 | 178 | 1000 |
| mat\_det\_2x2 | 163 | 74 | 156 | 73 | 681 | 853 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 508 | 111 | 492 | 119 | 0 | 770 |
| **ε = 10-14** | mat\_det\_3x3 | 307 | 0 | 322 | 0 | 371 | 1000 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 401 | 20 | 437 | 95 | 162 | 885 |
| mat\_det\_2x2 | 163 | 131 | 156 | 136 | 681 | 733 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 508 | 151 | 492 | 164 | 0 | 685 |
| **ε = 0** | mat\_det\_3x3 | 307 | 168 | 322 | 395 | 371 | 437 |
| mat\_det\_3x3\_lib | 468 | 372 | 480 | 337 | 52 | 291 |
| mat\_det\_2x2 | 163 | 134 | 156 | 144 | 681 | 722 |
| mat\_det\_2x2\_lib | 508 | 156 | 492 | 171 | 0 | 673 |



Rysunek 5.4 Wykres dla zbioru D dla precyzji float32

Rysunek 5.4 Wykres dla zbioru D dla precyzji float64

W tym przypadku widać ewidentne różnice, sama precyzja typu float zmienia bardzo dużo. Dla float32 większość punktów nie leży na prostej ( mimo, że w praktyce leżą), najlepsze rezultaty daje tutaj użycie funkcji mat\_det\_2x2, która to ma skuteczność około 68%, inne funkcje mają skuteczność na poziomie 37%, 16% i 0%, niezależnie od tolerancji dla zera. Natomiast dla typu float64, uzyskujemy lepsze wyniki, dla wysokich tolerancji, mamy skuteczność 100%, jednak wraz ze zmniejszaniem tolerancji, ta skuteczność spada nawet do 29%. Ciekawą obserwacją jest różne zachowanie funkcji liczących wyznacznik macierzy, przykładowo dla tolerancji **ε = 10-14** najlepiej sprawdza się mat\_det\_3x3 ( 100% skuteczności), natomiast dla tolerancji **ε = 0** najlepsze rezultaty daje funkcja mat\_det\_2x2.

# Wnioski

Analiza wyników przeprowadzonych testów pozwala stwierdzić, że dla zbiorów A, B i C dostosowanie precyzji zmiennoprzecinkowej, tolerancji na zero oraz metody wyliczania wyznacznika nie miało dużego wpływu na rozróżnienie punktów (w przypadku zbiorów A i C rezultaty były identyczne, a dla zbioru B zastosowanie wyznacznika 2x2 prowadziło do nieznacznych różnic). Odmienna sytuacja miała miejsce dla zbioru D, który składa się z punktów położonych na prostej. Zbiór ten ujawnił ograniczenia komputera w kwestii przechowywania liczb rzeczywistych – wynikające z jego skończonej precyzji. Problemy te były szczególnie zauważalne przy niższej precyzji, gdzie większość punktów nie była rozpoznawana jako leżące na prostej. Nawet przy wyższej precyzji nie uzyskano idealnych rezultatów, gdy tolerancja na zero była zbyt mała.

Podsumowując, zadanie pokazało, jak ważne jest ostrożne podejście do operacji na liczbach rzeczywistych w środowisku komputerowym, ponieważ ich reprezentacja (która w pewnym sensie jest ograniczona przez możliwości sprzętowe – komputer nie radzi sobie z nieskończonymi rozwinięciami dziesiętnymi) może istotnie wpływać na dokładność wyników i prowadzić do błędnych wniosków.