Bartosz Miszczak 236605 Rok akademicki 2021/22
Bartosz Zuchora 236710 środa, 13:45

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 1 – Metody wyznaczania miejsca zerowego

Opis rozwiązania

Do wyznaczania wartości miejsca zerowego funkcji użyliśmy metody **Regula falsi.**

Zadanie rozwiązaliśmy przy użyciu następujących narzędzi:

- **Python** w wersji **3.9,**
- Biblioteka do rysowania wykresów: **matplotlib,**
- Biblioteka do wyliczania wartości funkcji trygonometrycznych: **numpy**.

Metoda Regula falsi polega na poprowadzeniu cięciwy pomiędzy zadanymi krańcami przedziałów. Punkt przecięcia z osią OX jest brany jako pierwsze przybliżenie pierwiastka. Następnie ten punkt staje się tym krańcem przedziału, którego wartość na krańcu ma identyczny znak.

Przebieg algorytmu:

- Podajemy przedział $[a, b]$, gdzie a, b to krańce przedziału.
- Sprawdzamy, czy wartości funkcji na krańcach przedziału są różne, czyli musi zostać spełniony następujący warunek:
$$f(a)f(b) > 0$$
- Następnie dzielimy przedział cięciwą łączącą punkty a, b.
- Szukamy punktu przecięcia z osią odciętych jako pierwsze przybliżenie pierwiastka. Wzór na znalezienie tego miejsca wyraża się następującym wzorem:
$$x_0 = a - \frac{f(a)}{f(b) - f(a)}(b - a)$$
- Dopóki wartość bezwzględna różnicy pomiędzy punktem wyznaczonym w obecnej iteracji oraz punktu wyznaczonego w poprzedniej iteracji jest większa od wyznaczonego ε, bądź też nie zostanie osiągnięta podana przez użytkownika ilość iteracji, to obliczony wcześniej punkt staje się nowym krańcem przedziału.
- W przeciwnym wypadku program kończy swoje działanie i zwraca nam wartość wyznaczonego punktu wraz z ilością wykonanych iteracji.

Wyniki

$$f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 1$$

Początek przedziału	Koniec przedziału	ε	Ilość iteracji	Wynik
-3	3	0.001	17	1.80083
-3	3	0.00001	26	1.80192
-10	27	0.001	254	-1.36170
-10	27	0.00001	821	-1.24826

$$f(x) = 2^x - 3x$$

Początek przedziału	Koniec przedziału	ε	Ilość iteracji	Wynik
-1	1	0.001	6	0.45786
-1	1	0.00001	8	0.45782
-3	3	0.001	9	0.45803
-3	3	0.00001	12	0.45782

$$f(x) = 3x + sin(x) - e^x$$

Początek przedziału	Koniec przedziału	ε	Ilość iteracji	Wynik
-1	1	0.001	7	0.36049
-1	1	0.00001	10	0.36042
-10	1	0.001	6	0.36051
-10	1	0.00001	8	0.36042

$$f(x) = x^3 - x + 1$$

Początek przedziału	Koniec przedziału	ε	Ilość iteracji	Wynik
-2	5	0,001	19	-1.32812
-2	5	0,00001	38	-1.32474
-10	11	0,001	75	-1.29892
-10	11	0,00001	197	-1.32446

$$f(x) = tg(x) - 1$$

Początek przedziału	Koniec przedziału	ε	Ilość iteracji	Wynik
-1	1	0,001	7	0.78531
-1	1	0,00001	10	0.78539
-4	-2	0,001	9	-2.35670
-4	-2	0,00001	14	-2.35619

Wnioski

- Metoda Regula Falsi jest łatwa w implementacji.
- Im większy zakres przedziału zostanie podany na początku tym więcej iteracji jest potrzebnych do wyznaczenia dokładnej wartości miejsca zerowego.
- Im mniejsza wartość ε tym liczba iteracji jest większa.
- Wartości funkcji na końcach zadanego przedziału muszą mieć różne znaki.