Bartosz Miszczak 236605
Bartosz Zuchora 236710

Rok akademicki 2021/22
środa, 13:45

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 3 – Interpolacja Lagrange'a na węzłach Czebyszewa

Opis rozwiązania

Interpolacja polega na wyznaczeniu przybliżonych wartości funkcji w punktach które nie są węzłami. Celem programu jest narysowanie funkcji przyjmującej takie same wartości na węzłach Czebyszewa, a w pozostałych punktach stara się jak najbardziej odwzorować podaną funkcję.

Zadanie rozwiązaliśmy przy użyciu następujących narzędzi:

- **Python** w wersji **3.9,**
- Biblioteka do rysowania wykresów **matplotlib**
- Biblioteka do wyliczania wartości funkcji trygonometrycznych: **numpy**.

Interpolacja Lagrange’a na węzłach Czebyszewa działa w następujący sposób:
Do obliczenia wartości węzłów Czebyszewa w przedziale [-1,1] wykorzystaliśmy następujący wzór:

$$x_n = cos\frac{2k+1}{2n+1}\pi \text{ dla k=0,1,2,...,n}$$

gdzie: n- ilość węzłów,
k- numer węzła.
Z kolei interpolując funkcje w przedziale [a,b] musimy przeprowadzić następujące podstawienie:

$$t = \frac{a+b}{2} + x_n\frac{b-a}{2}$$

gdzie: a,b - początek i koniec przedziału interpolacji.

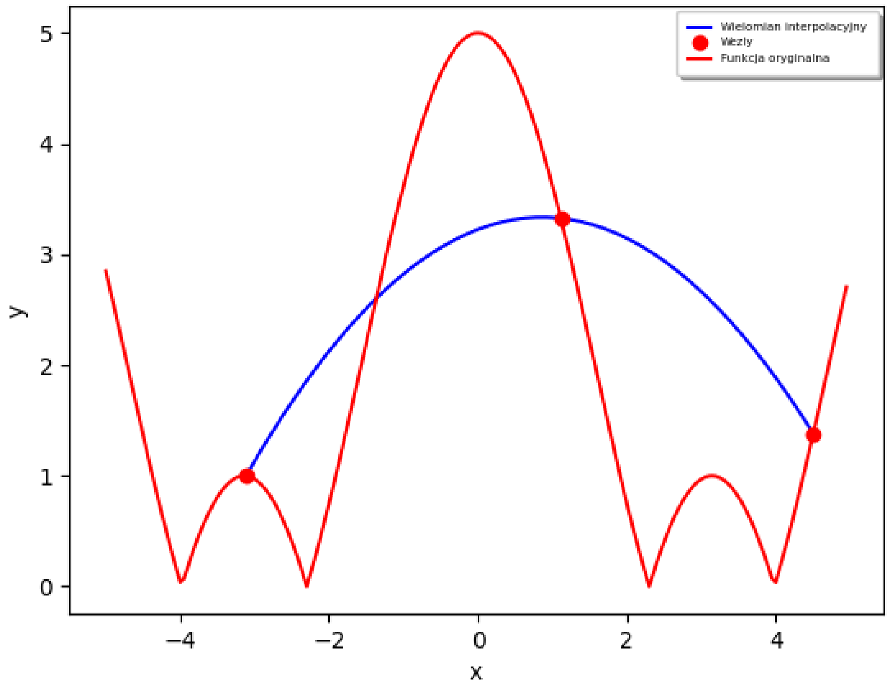
Do wyliczenia interpolacji wykorzystujemy następujący wzór:

$$L(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{j\neq i}^{n} \frac{(x-x_j)}{(x_i-x_j)}$$

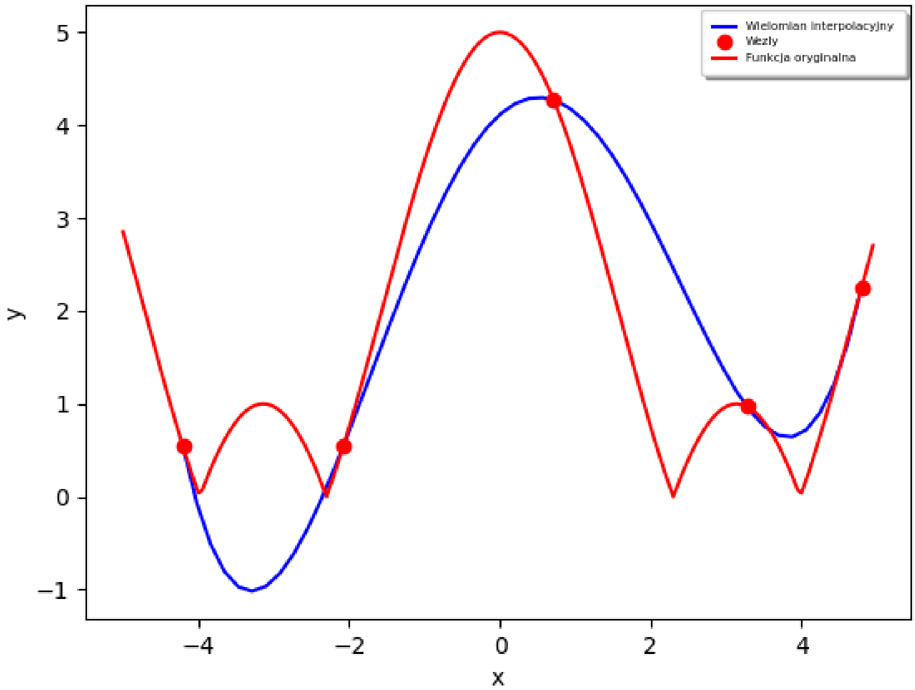
Wyniki

Wykresy dla funkcji : |3cos(x)+2| na przedziale [-5,5]:

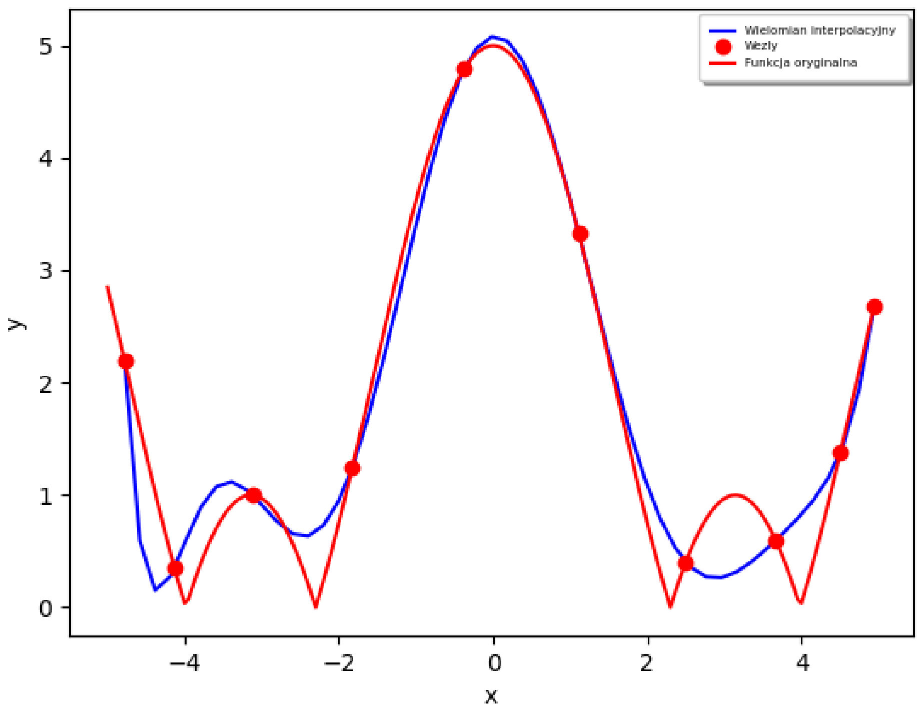
Dla n=3:



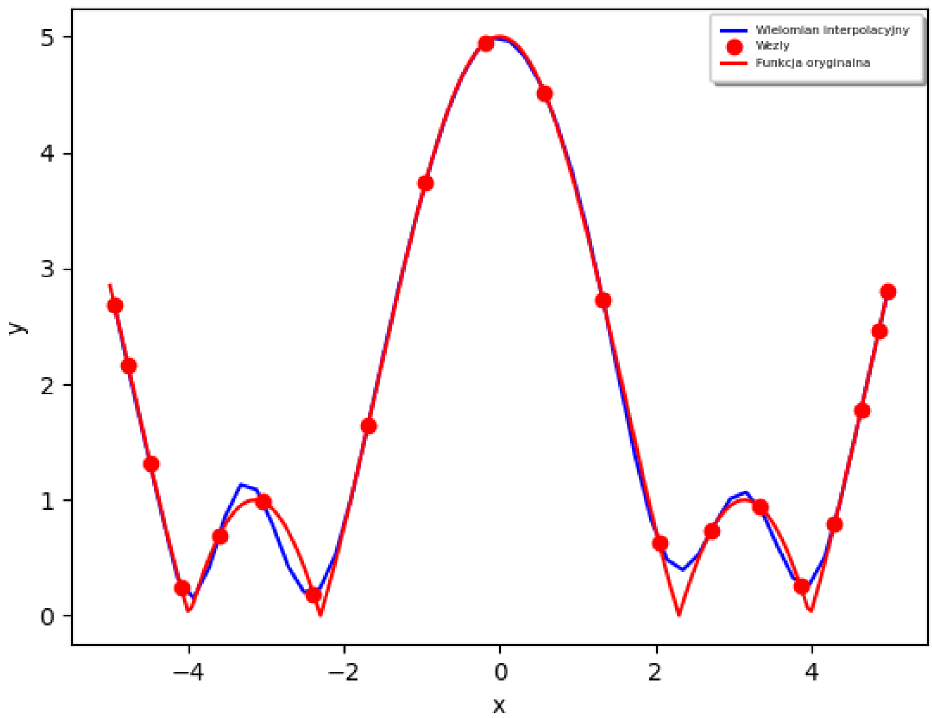
Dla n=5:



Dla n=10:



Dla n=20:



Wnioski:

- Dokładność interpolacji jest wprost proporcjonalna do ilości węzłów.
- Im bardziej skomplikowana funkcja tym większa ilość węzłów jest potrzebna do poprawnego odwzorowania wykresu funkcji.
- Dla funkcji które nie są liniowe należy podać co najmniej 3 węzły
- W przypadku funkcji liniowej wykres oryginalny pokrywa się on z wykresem wielomianu interpolacyjnego.
- Dla wielomianu N-tego stopnia aby uzyskać dokładną interpolację musimy podać co najmniej N+1 węzłów.