Iterativne numerične metode v posplošenih linearnih modelih

Mitja Mandić
Mentor: izred. prof. dr. Jaka Smrekar

20. november 2020

Posplošeni linearni modeli

- Slučajni del, sistematični del, povezovalna funkcija

Posplošeni linearni modeli

- Slučajni del, sistematični del, povezovalna funkcija
- Linearna regresija:

$$Y = x^T \beta$$

- Problem - ni najboljša. Rešitev? Transformacija Y

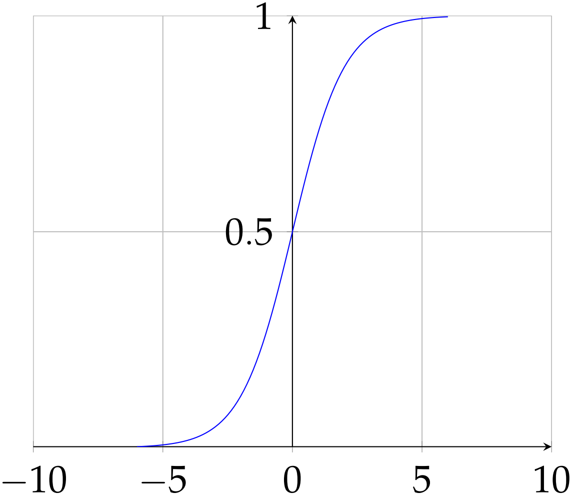
Logistični model

- Za kategorične podatke $\rightarrow$ binomska porazdelitev

Logistični model

- Za kategorične podatke $\to$ binomska porazdelitev
- $\mathrm{logit}(p_i) = \log(\frac{p_i}{1-p_i}) = x^T\beta$

$$p = \frac{e^{x^T\beta}}{1 + e^{x^T\beta}}$$



Numerične metode

- Za ocenjevanje parametrov β običajno rešujemo sistem enačb največjega verjetja

Numerične metode

- Za ocenjevanje parametrov β običajno rešujemo sistem enačb največjega verjetja
- Newtonova metoda še vedno zelo aktualna:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f'(x_i)}{f''(x_i)}$$

- Izboljšava: Fisher-scoring

Fisher scoring

$$\beta_{i+1} = \beta_i + \frac{\dot{l}(\beta_i)}{E(\ddot{l}(\beta_i))}$$

- za logistično regresijo sovpadata z Newtonovo metodo
- Informacijska matrika je pozitivno definitna $\rightarrow$ imamo naraščajoč algoritem

Fisher scoring za logistični model

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_{i+1} &= \hat{\beta}_i + (X^T v(\hat{\beta}_i) X)^{-1} X^T (y - \mu(\hat{\beta}_i)) \\ &= \hat{\beta}_i + (\text{inverz info})(\text{score})\end{aligned}$$

Fisher scoring za logistični model

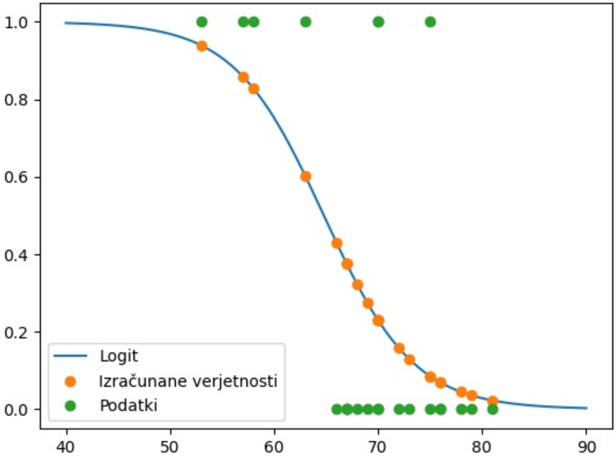
$$\hat{\beta}_{i+1} = \hat{\beta}_i + (X^T v(\hat{\beta}_i) X)^{-1} X^T (y - \mu(\hat{\beta}_i))$$
$$= \hat{\beta}_i + (\text{inverz info})(\text{score})$$

Računanje inverza je lahko problematično. To rešimo takole:

$$h = \hat{\beta}_{i+1} - \hat{\beta}_i$$
$$X^T v(\hat{\beta}_i) X = h * X^T (y - \mu(\hat{\beta}_i))$$

Challenger podatki

$$p = \frac{e^{15.04290-0.23216x}}{1+e^{15.04290-0.23216x}}$$



Kaj še bom naredil

- Analiziral časovno zahtevnost že postavljenega algoritma
- Izvedel podobno še za kak drugačen model
- Teorijo razvil še za splošen posplošen linearen model