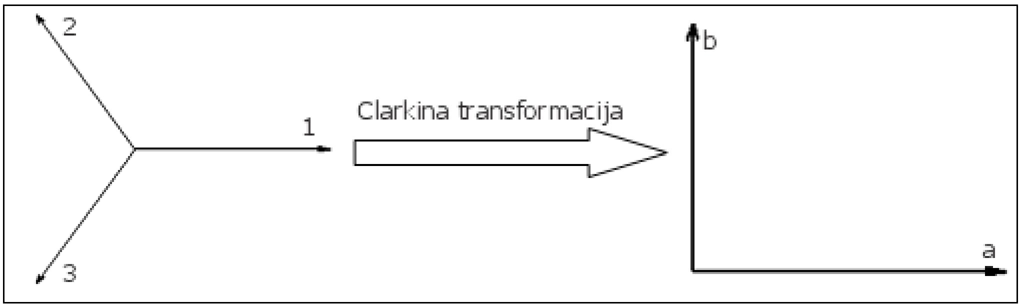
1 Transformacije

1.1 Clarke-ina transformacija (123->ab0)

Clarkina transformacija trifazno navitje transformira v dvofazno navitje.
Trifazno statorsko navitje ustvari vrtilno magnetno polje. Enako vrtilno magnetno polje bi ustvarilo tudi ekvivalentno dvofazno navitje. Torej dobimo enak učinek kot s trifaznim strojem, če uporabimo navidezno dvofazno izvedbo stroja. Magnetno polje je v obeh primerih enako, navzven se razmere ne spremenijo.

Magnetno polje bi bilo enako, če bi bil faktor $c = 1$. V primeru, ko je faktor $c = 2/3$, pa se mag. polje zmanjša na 2/3 mag. polja, ki ga ustvari *3f* navitje.
Ko uporabimo faktor $c = 2/3$ pa pridobimo naslednje: Amplituda napetosti v 3f sistemu je točno enaka transformirani amplitudi napetosti v *2f* sistemu. Je pa mag. polje in posledično moč po transformaciji premajhna.



Slika 1: Clarkina transformacija

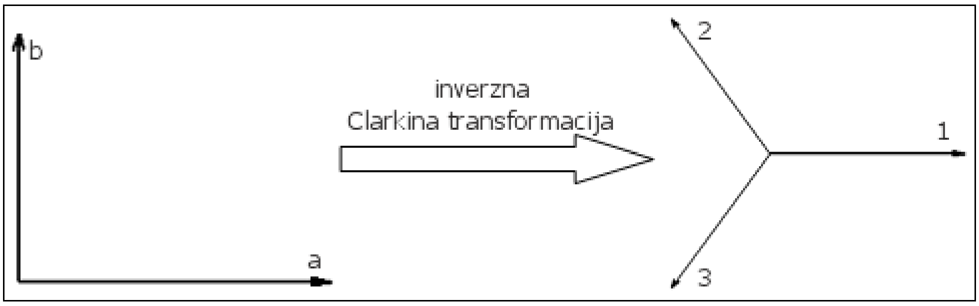
$$[u_{ab0}] = [K_C] \cdot [u_{123}] \tag{1}$$

$$K_C = c \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} u_a &= \frac{2}{3} \cdot (u_1 - \frac{1}{2} u_2 - \frac{1}{2} u_3) \\ u_b &= \frac{2}{3} \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2} u_2 - \frac{\sqrt{3}}{2} u_3) \\ u_0 &= \frac{2}{3} \cdot (\frac{1}{2} u_1 + \frac{1}{2} u_2 + \frac{1}{2} u_3) \end{aligned}} \tag{3}$$

<u>OPOMBA:</u> Moč po transformaciji je premajhna! $\boxed{P_{2f} = \frac{2}{3} \cdot P_{3f}}$ $\boxed{P_{3f} = \frac{3}{2} \cdot P_{2f}}$

1.2 Inverzna Clarke-ina transformacija (ab0->123)



Slika 2: inverzna Clarkina transformacija

$$[u_{123}] = [K_C^{-1}] \cdot [u_{ab0}] \tag{4}$$

$$K_C^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\boxed{\begin{aligned} u_1 &= u_a + u_0 \\ u_2 &= -\frac{1}{2}u_a + \frac{\sqrt{3}}{2}u_b + u_0 \\ u_3 &= -\frac{1}{2}u_a - \frac{\sqrt{3}}{2}u_b + u_0 \end{aligned}} \tag{6}$$

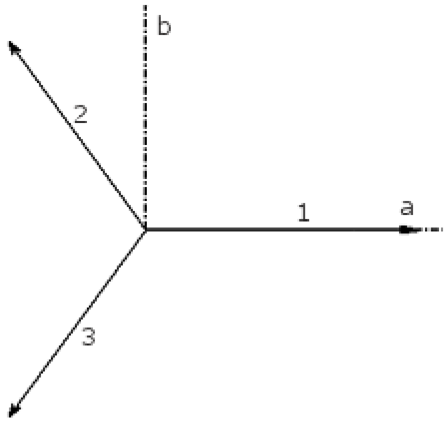
1.2.1 Izpeljava Clarkine transformacije

$$u_a = \frac{2}{3}(u_1 + u_2 \cdot \cos(120°) + u_3 \cdot \cos(240°))$$

$$u_b = \frac{2}{3}(u_1 \cdot \cos(-90°) + u_2 \cdot \cos(120° - 90°) + u_3 \cdot \cos(240° - 90°)) =$$

$$= \frac{2}{3}(u_1 \cdot \sin(0°) + u_2 \cdot \sin(120°) + u_3 \cdot \sin(240°))$$

$$u_0 = \frac{2}{3}(\frac{1}{2} \cdot u_1 + \frac{1}{2} \cdot u_2 + \frac{1}{2} \cdot u_3)$$



$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

$$\boxed{\begin{aligned} u_a &= \frac{2}{3} \cdot (u_1 - \frac{1}{2}u_2 - \frac{1}{2}u_3) \\ u_b &= \frac{2}{3} \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2}u_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}u_3) \\ u_0 &= \frac{2}{3} \cdot (\frac{1}{2}u_1 + \frac{1}{2}u_2 + \frac{1}{2}u_3) \end{aligned}}$$

1.2.2 Izpeljava inverzne Clarkine transformacije

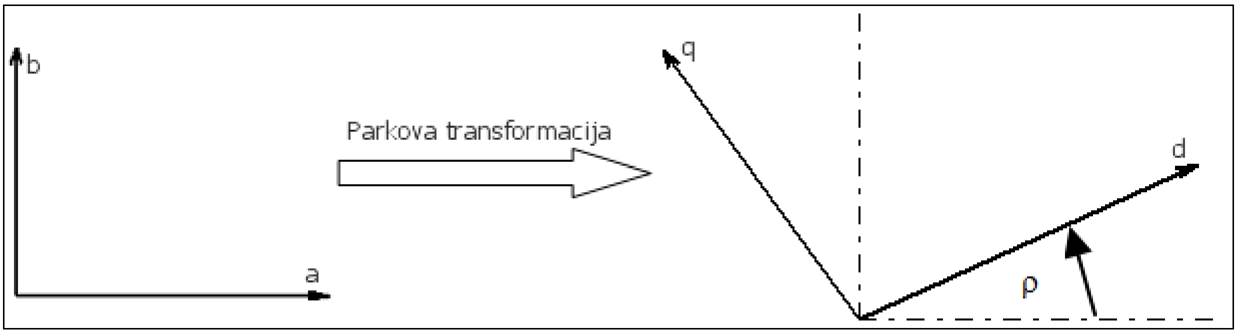
Poiščemo inverzno matriko od matrike K_C in dobimo matriko K_C^{-1}. Dobljeni rezultat preverimo na naslednji način:

$$[K_C] \cdot [K_C^{-1}] = [I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots \\ 0 & 1 & 0 & \ldots \\ 0 & 0 & 1 & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{bmatrix}$$

Ko množimo matriki $[K_C]$ in $[K_C^{-1}]$, moramo dobiti identiteto [I].

1.3 Park-ova transformacija (ab0->dq0)

Dvofazno statorsko navitje ustvari vrtilno magnetno polje. Enako vrtilno magnetno polje bi ustvarila tudi dva enosmerno napajana navitja, ki bi se vrtela. Vrteti bi se morala z enako mehansko frekvenco, kot je električna frekvenca napajanja prvotnega (dvofaznega) navitja. Torej dobimo ekvivalentni učinek, le da imamo miselno drugo izvedbo stroja.
Navidezna navitja *dq* sistema se vrtijo z mehansko frekvenco f_{Park}, navitja *ab* sistema pa mirujeta. Navitja *ab* napajamo z izmenično napetostjo s frekvenco f_{Park}, navidezna *dq* navitja pa z enosmerno napetostjo. Magnetno polje je v obeh primerih enako, navzven se razmere ne spremenijo.



Slika 3: Parkova transformacija

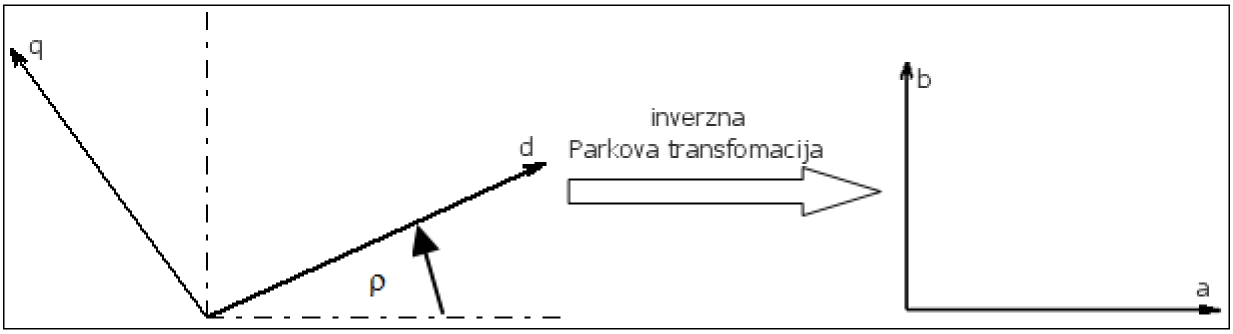
OPOMBA: dq sistem je vrteč sistem s krožno frekvenco ω ($\omega = \frac{d\rho}{dt}$).

$$[u_{dq0}] = [K_P] \cdot [u_{ab0}] \tag{7}$$

$$K_P = \begin{bmatrix} \cos(\rho) & \sin(\rho) & 0 \\ -\sin(\rho) & \cos(\rho) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\boxed{\begin{aligned} u_d &= \cos(\rho) \cdot u_a + \sin(\rho) \cdot u_b \\ u_q &= -\sin(\rho) \cdot u_a + \cos(\rho) \cdot u_b \\ u_0 &= u_0 \end{aligned}}$$

1.4 Inverzna Park-ova transformacija (dq0->ab0)



Slika 4: inverzna Parkova transformacija

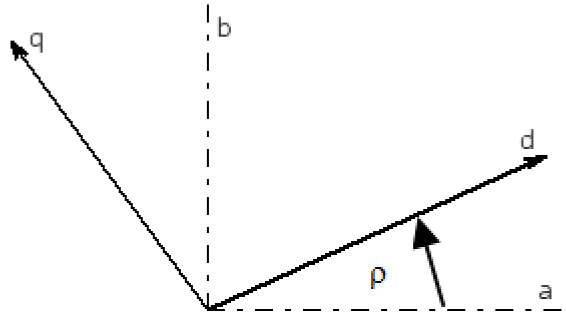
$$[u_{ab0}] = [K_P^{-1}] \cdot [u_{dq0}] \tag{9}$$

$$K_P^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\rho) & -\sin(\rho) & 0 \\ \sin(\rho) & \cos(\rho) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$\boxed{\begin{aligned} u_a &= \cos(\rho) \cdot u_d - \sin(\rho) \cdot u_q \\ u_b &= \sin(\rho) \cdot u_d + \cos(\rho) \cdot u_q \\ u_0 &= u_0 \end{aligned}}$$

1.4.1 Izpeljava Parkove transformacije

$$u_d = u_a \cdot \cos(-\rho) + u_b \cdot \cos(90° - \rho)$$
$$u_q = u_a \cdot \cos(-90° - \rho) + u_b \cdot \cos(-90° - \rho + 90°)$$
$$u_0 = u_0$$



$$\boxed{\begin{aligned} u_d &= \cos(\rho)\cdot u_a + \sin(\rho)\cdot u_b \\ u_q &= -\sin(\rho)\cdot u_a + \cos(\rho)\cdot u_b \\ u_0 &= u_0 \end{aligned}}$$

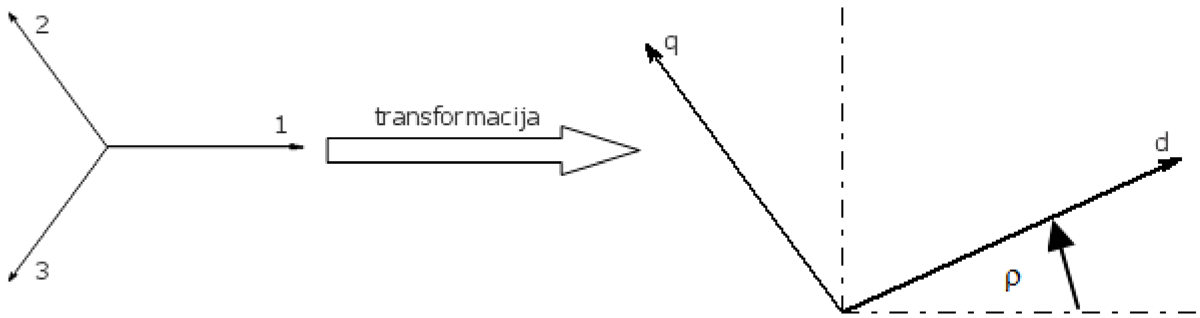
$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

1.4.2 Izpeljava inverzne Parkove transformacije

$$u_a = u_d \cdot \cos(\rho) + u_q \cdot \cos(\rho + 90°)$$
$$u_b = u_d \cdot \cos(-90° + \rho) + u_q \cdot \cos(-90° + \rho + 90°)$$
$$u_0 = u_0$$

$$\boxed{\begin{aligned} u_a &= \cos(\rho)\cdot u_d - \sin(\rho)\cdot u_q \\ u_b &= \sin(\rho)\cdot u_d + \cos(\rho)\cdot u_q \\ u_0 &= u_0 \end{aligned}}$$

1.5 Transformacija (123->dq0)



Slika 5:Transformacija iz naravnega *3f* sistema (123) v *dq* sistem (dq0)

$$[u_{dq0}] = [K] \cdot [u_{123}] \tag{11}$$

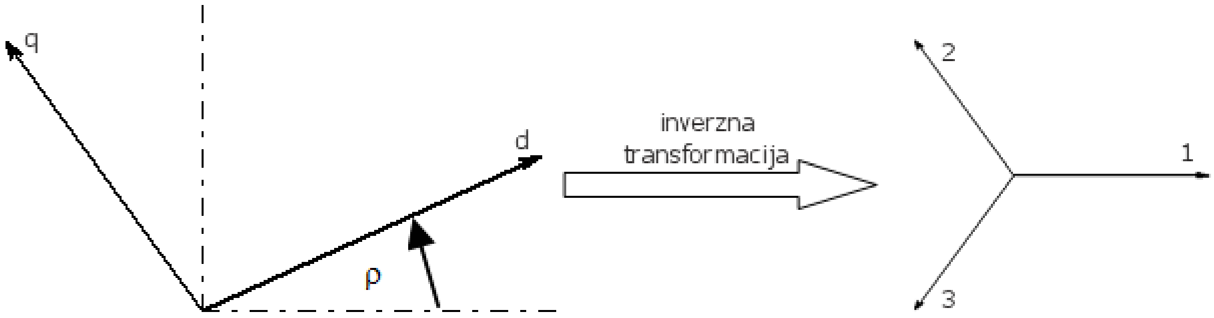
$$[K] = [K_P] \cdot [K_C] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\rho) & \cos(\rho - 120°) & \cos(\rho - 240°) \\ -\sin(\rho) & -\sin(\rho - 120°) & -\sin(\rho - 240°) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\boxed{\begin{aligned} u_d &= \frac{2}{3} \cdot (\cos(\rho) \cdot u_1 + \cos(\rho - 120°) \cdot u_2 + \cos(\rho - 240°) \cdot u_3) \\ u_q &= \frac{2}{3} \cdot (-\sin(\rho) \cdot u_1 - \sin(\rho - 120°) \cdot u_2 - \sin(\rho - 240°) \cdot u_3) \\ u_0 &= \frac{2}{3} \cdot (\frac{1}{2} u_1 + \frac{1}{2} u_2 + \frac{1}{2} u_3) \end{aligned}}$$

<u>OPOMBA:</u> Moč po transformaciji je premajhna! $\boxed{P_{2f} = \frac{2}{3} \cdot P_{3f}}$ $\boxed{P_{3f} = \frac{3}{2} \cdot P_{2f}}$

Dvofazno moč je potrebno množiti s korekcijskim faktorjem 3/2.

1.6 Inverzna transformacija (dq0->123)



Slika 6: Transformacija iz *dq* sistema (dq0) v naravni *3f* sistem (123)

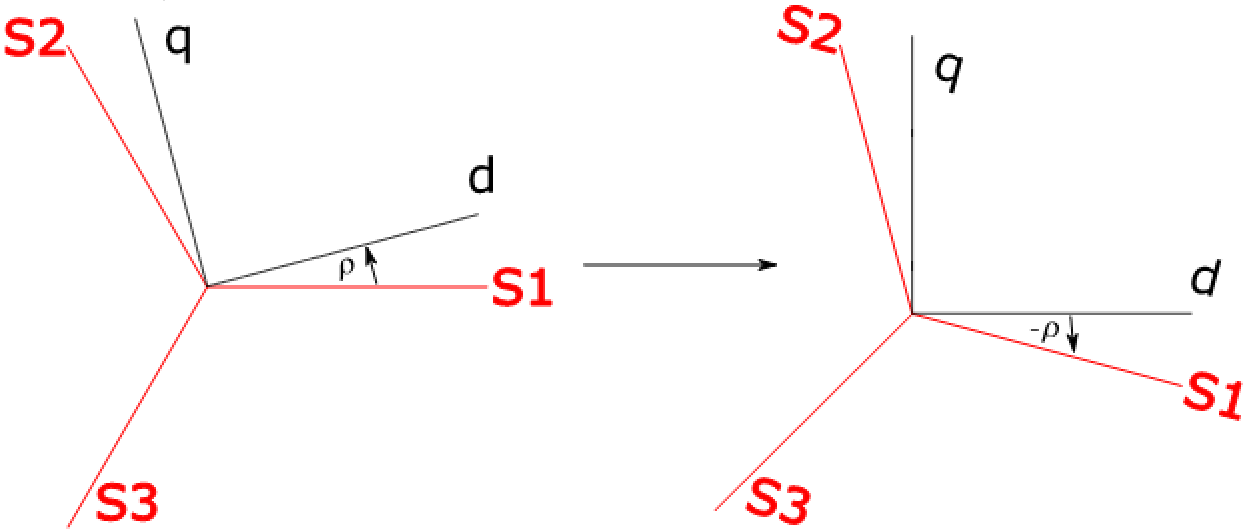
$$[u_{123}] = \left[K^{-1}\right] \cdot [u_{dq0}] \tag{13}$$

$$\left[K^{-1}\right] = \left[K_C^{-1}\right] \cdot \left[K_P^{-1}\right] = \begin{bmatrix} \cos(\rho) & -\sin(\rho) & 1 \\ \cos(\rho - 120°) & -\sin(\rho - 120°) & 1 \\ \cos(\rho - 240°) & -\sin(\rho - 240°) & 1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

$$\boxed{\begin{aligned} u_1 &= \cos(\rho) \cdot u_d + -\sin(\rho) \cdot u_q + u_0 \\ u_2 &= \cos(\rho - 120°) \cdot u_d - \sin(\rho - 120°) \cdot u_q + u_0 \\ u_3 &= \cos(\rho - 240°) \cdot u_d - \sin(\rho - 240°) \cdot u_q + u_0 \end{aligned}}$$

PRILOGA 1: Razlaga izpeljave na primeru

Če želimo ugotoviti prispevek faze S1 v *d* smeri, moramo postaviti *d* os na izhodišče koordinatnega sistema (0°). To storimo, če sliko zasukamo in dobimo razmere kot so na sliki 7.



Slika 7: Shema SS in zasukana shema SS.

Sedaj je potrebno ugotoviti projekcijo faze S1 v *d* osi, kar storimo tako, da S1 pomnožimo s faktorjem cos(-ρ).

Če želimo ugotoviti prispevek faze 2 v *d* smeri, moramo S2 pomnožiti s faktorjem cos(90° + ρ).

Če bi želeli ugotoviti prispevek faze 3 v *q* smeri, moramo najprej postaviti *q* os v izhodišče. Če to naredimo miselno, lahko ugotovimo, da je od *q* osi pa do S3 (-90° - ρ - 120°). Od *q* osi do *d* osi je -90°, od *d* osi do S1 je -ρ od osi S1 do S3 pa je -120°.
Torej moramo S3 množiti s faktorjem cos(-90° - ρ - 120°) = cos(-(ρ + 120°) – 90°) = sin(-(ρ + 120°)) = -sin(-ρ + 120°). Tukaj smo si pomagali z adicijskim izrekom.

Adicijski izreki:

$$\boxed{\begin{aligned}\sin(\alpha \pm \beta) &= \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta\end{aligned}}$$