

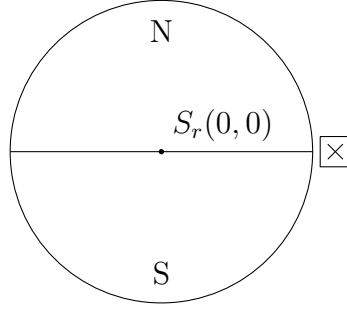
# 1 Analitična izpeljava vplivov dinamične in statične ekscentričnosti

V tem poglavju bom analitično prikazati vpliv napak omenjenih ekscentričnosti, ki se pojavita zaradi neprimerne vgradnje te vrste enkoderja. Napaki različno vplivati na izhode senzorja, zato ju lahko obravnavam posamično. Preko analitične izpeljave bomo spoznali kako se spreminja lokacija Hall-ove sonde glede na magnet ob pravilni montaži. Z vpeljavo dodane ekscentričnosti v model bomo videli, kako se trajektorija gibanja Hall-ove sonde glede na magnet spremeni. S poznavanjem lokacije Hall-ove sonde nad magnetom bomo lahko odčitali vrednost  $B_z$ .

## 1.1 Definicija koordinatnih sistemov

Definirajmo kartezični koordinatni sistem, ki ima v izhodišču postavljen radialno magnetiziran magnet. Na poljubno točko  $S_{h0}(x_0, y_0)$ , vendar ne v izhodišče postavimo Hall-ovo sondo. Na sliki 1.1 je prikazan tak sistem. Hall-ova sonda je postavljena na abscisno os za lažje razumevanje. Vrednost  $y_0$  je lahko poljubna in končna rešitev izpeljave bo splošna za poljubno lokacijo Hall-ove sonde v začetni legi.

Z rotacijo magneta za kot  $\theta$ , se lokacija Hall-ove sonde glede na magnet spremeni. Nova lokacija Hall-ove sonde glede na magnet je enaka, če namesto magnet, zarotiramo Hall-ovo sondo za kot  $-\theta$ . Novo lokacijo Hall-ove sonde glede na ma-



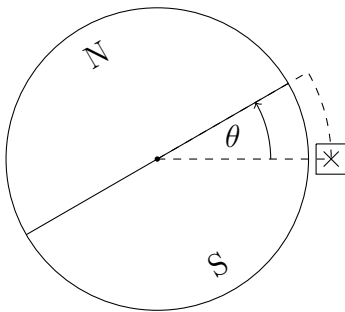
Slika 1.1: Definicija koordinatnega sistema z magnetom in Hall-ovo sondo

gnet lahko zapišemo z rotacijsko matriko.

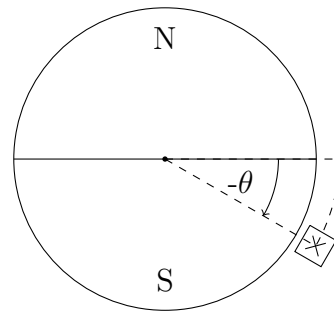
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) \\ \sin(-\theta) & \cos(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Argument rotacijske matrike je  $-\theta$ , pri čemer vemo, da smo namesto magneta zarotirali Hall-ovo sondo v nasprotno smer. Z upoštevanjem lihosti funkcije sinus in sodosti funkcije kosinus, se enačba 1.1 poenostavi v:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$



(a) Zasukan magnet za kot  $\theta$

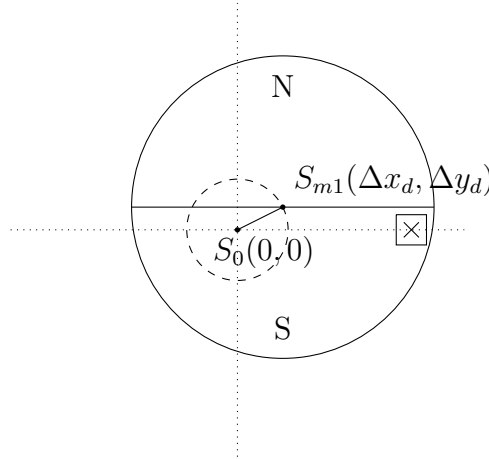


(b) Zasukan senzor za kot  $-\theta$

Slika 1.2: Sprememba lokacije glede na magnet ob rotaciji

## 1.2 Izpeljava gibanja lokacije Hall-ove sonde na magnet pri dinamični ekscentričnosti

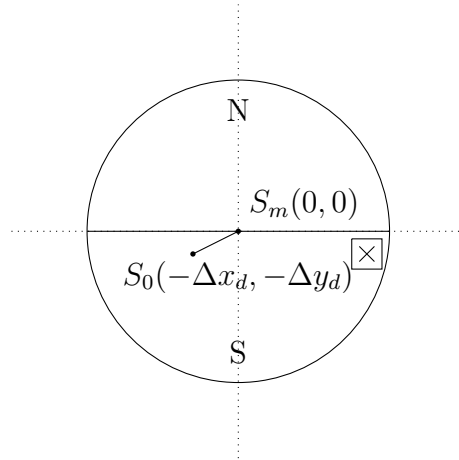
Opazujemo sedaj sistem gibanja Hall-ove sonde glede na magnet ter dinamično ekscentričnost. Magnet je postavljen v izhodišče koordinatnega sistema  $S_m(0, 0)$ . Sedaj magnet izmaknemo v novo lego  $S_{m1}(\Delta x_d, \Delta y_d)$  (Slika 1.3). Os vrtenja je še vedno postavljena v izhodišče koordinatnega sistema. Središče magneta  $S_{m1}(\Delta x_d, \Delta y_d)$  tako tekom vrtenja okoli koordinatnega izhodišča opiše krožnico z radijem  $\sqrt{\Delta x_d^2 + \Delta y_d^2}$ . V sistem sedaj dodajmo Hall-ovo sondo v njeno začetno lego glede na izhodišče  $S_{h0}(x_0, y_0)$ .



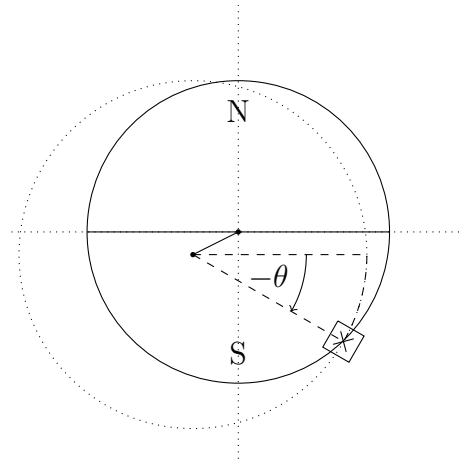
Slika 1.3: Shema definicije dinamične ekscentričnosti vpliva na magnet

Enako gibanje Hall-ove sonde na magnet lahko dosežemo tudi z obrnjenim sistemom. Vrnimo magnet v izhodiščno lego  $S_m(0, 0)$ . Sedaj postavimo os vrtenja magneta v točko  $(-\Delta x_d, -\Delta y_d)$ . Hall-ovo sondo postavimo v točko  $S_{h1}(x_0 - \Delta x_d, y_0 - \Delta y_d)$ .

Sistema prikazana na slikah 1.3 in 1.4, se v začetnih legah ne razlikujeta. Sedaj zarotirajmo Hall-ovo sondo okoli osi vrtenja  $S_0(-\Delta x_d, -\Delta y_d)$ . Hall-ova sonda se giblje glede na magnet enako, kot če bi magnet zavrteli z dinamično ekscentričnostjo (Slika 1.3). Gibanje Hall-ove sonde na magnet je izraženo kot gibanje po krožnici s središčem v točki  $(-\Delta x_d, -\Delta y_d)$ .



Slika 1.4: Shema definicije dinamične ekscentričnosti vpliva na Hall-ovo sondo



Slika 1.5: Potek Hall-ove sonde ob rotaciji glede na magnet ob dinamični ekscentričnosti

Potek Hall-ove sonde ob rotaciji z upoštevanjem dinamične ekscentričnosti lahko zapišemo kot (1.2) z dodatkom enosmerne komponente dinamične ekscentričnosti.

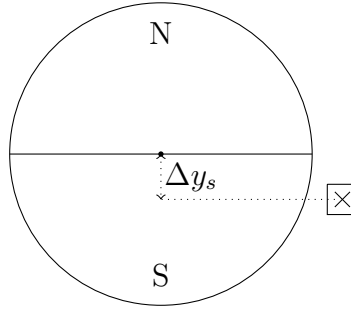
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Delta x_d \\ -\Delta y_d \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

V (1.3) lahko izrazimo - in izraz se poenostavi.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta x_d \\ \Delta y_d \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

### 1.3 Izpeljava gibanja lokacije Hall-ove sonde na magnet pri statični ekscentričnosti

Postavimo sistem nazaj v izhodiščno lego, brez ekscentričnosti. Tako središče magneta, kot os vrtenja postavimo v izhodišče. Hall-ova sonda je postavljena v točko  $S_{h0}(x_0, y_0)$ . Sedaj premaknimo Hall-ovo sondo za  $(\Delta x_s, \Delta y_s)$ , v novo točko  $S_{h1}(x_0 + \Delta x_s, y_0 + \Delta y_s)$ . Na sliki 1.6 je prikazana le statična ekscentričnost v y-osi, vendar celotni razmislek velja za obe statični ekscentričnosti enako.

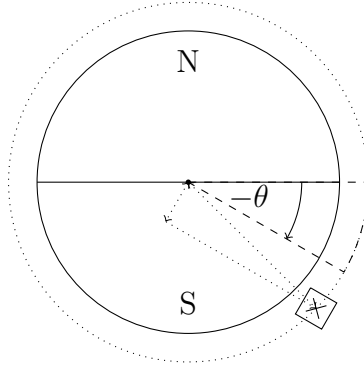


Slika 1.6: Shema definicije statične ekscentričnosti

Po enakem razmišljanju kot v zgornjih poglavjih, sedaj zarotirajmo Hall-ovo sondo za kot  $-\theta$  okoli izhodišča. Hall-ova sonda se giblje po krožnici z radijem  $\sqrt{(x_0 + \Delta x_s)^2 + (y_0 + \Delta y_s)^2}$ .

To lahko zapišemo v izraz (1.2) kot:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 + \Delta x_s \\ y_0 + \Delta y_s \end{bmatrix} \quad (1.5)$$



Slika 1.7: Potek Hall-ove sonde ob rotaciji glede na magnet ob statični ekscentričnosti

## 1.4 Končna enačba za določanje lokacije Hall-ove sonde

Do sedaj smo postopoma izpeljali enačbe za:

- sistem magneta in Hall-ove sonde ob pravilni montaži
- sistem magneta in Hall-ove sonde z dinamično ekscentričnostjo magneta
- sistem magneta in Hall-ove sonde z statično ekscentričnostjo Hall-ove sonde

Enačbi sistema z ekscentričnostjo sti med seboj neodvisni zato lahko enačbe sistemov združimo. Uporabimo princip superpozicije in dobimo končno enačbo za lociranje Hall-ove sonde glede na magnet v odvisnosti od zasuka magneta, z upoštevanjem vpliva tako dinamične kot statične ekscentričnosti. Končna enačba se glasi:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 + \Delta x_s \\ y_0 + \Delta y_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta x_d \\ \Delta y_d \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Ogledali smo si, kako je ob rotaciji locirana Hall-ova sonda glede na magnet. Ogledali smo si tudi, kako na lokacijo sonde vplivati dinamična in statična ekscentričnost. S poznavanjem magnetnega polja  $B_z = B_z(x, y)$ , lahko določimo kakšno vrednost polja  $B_z$  pomeni Hall-ova sonda ob rotaciji ( $B_z = B_z(\theta)$ ). Ob

---

poznavanju polja  $B_z$ , lahko določimo zasuk magneta glede na postavitev Hallove sonde.





## 2 Izpeljava poteka polja $B_z(\theta)$ in ocena napake zaradi ekscentričnosti

V tem poglavju si bomo ogledali kakšno magnetno polje pomeni Hall-ova sonda. Ogledali si bomo magnet, ter kako senzor RM44 meri magnetno polje. Preko pomirjenega polja, bomo izračunali kakšna je napake pomirjenega kota od referenčnega in kako se napaka spreminja z ekscentričnostjo.

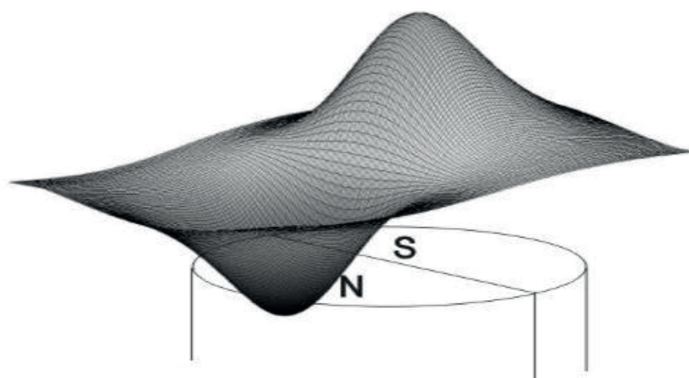
### 2.1 Definicija gostote magnetnega polja $B_z$

Predlagan magnet s strani proizvajalca senzorja je radialno magnetiziran s premerom 4 mm. Dajalnik pozicije RM44 meri Z-komponento gostote magnetnega polja zato se lahko osredotočimo le nanjo [citeAM8192](#). Potek komponente  $B_z$  nad cilindričnim magnetom je prikazan na sliki 2.1.

Potek z-komponente lahko izračunamo po Biot-Savartovim zakonom oz. numerično seštejemo prispevke posameznih delčkov magneta. Tako dobimo vrednost celotnega vektorja gostote magnetnega polja v posamezni točki. Magnetno polje z komponente v okolici osi vrtenja magneta lahko aproksimiramo z ravnino

$$B_z(x, y) = k \cdot x. \quad (2.1)$$

Takšna aproksimacija zadostuje za ocenitev poteka napake. S poznavanjem lokacije Hall-ove sonde, kar smo si ogledali v prejšnjem poglavju, sedaj dobimo potek pomirjene komponente gostote magnetnega polja. Aproksimirano polje je



Slika 2.1: z-komponenta vektorja gostote magnetnega polja nad cilindričnim magnetom citeAM8192

linearno odvisno od x komponente. Za lažje razumevanje definirajmo konstanto  $k$  enako 1.

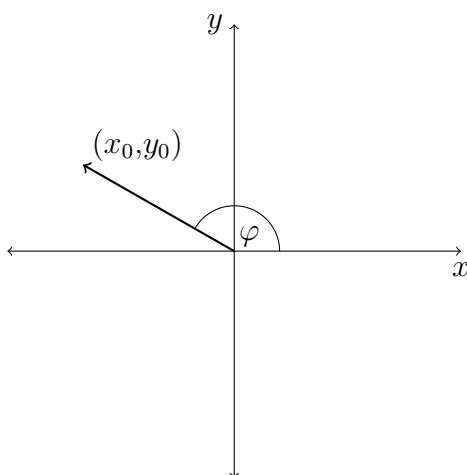
## 2.2 Postavitev Hall-ovih sond za zajem polja in pomerjeno polje v odvisnosti od ekscentričnosti

Sedaj si oglejmo, kako bi določili kot zasuka poljubne točke okoli izhodišča. Definirajmo kartezični koordinatni sistem, in v njem poljubno točko  $(x_0, y_0)$ , ki ni v izhodišču (Slika 2.2). Za določanje kota  $\varphi$  je potrebno poznati položaj točke. Kot  $\varphi$  določimo preko trigonometrične funkcije arctan:

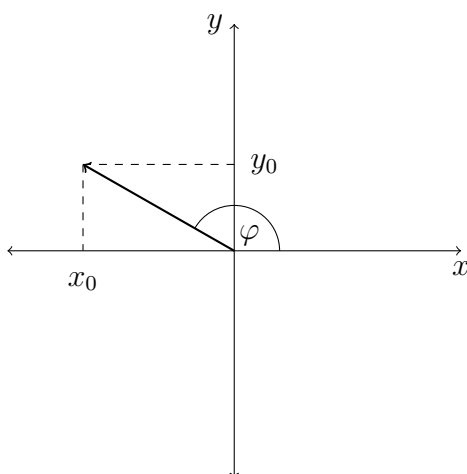
$$\varphi = \arctan \frac{y_0}{x_0}$$

Za določitev kota  $\varphi$  je dovolj poznati že projekciji vektorja na koordinatni osi (slika 2.3),

Če poznamo projekciji točke na koordinatni osi, je to zadosten pogoj za določitev kota  $\varphi$ . Projekcijo lahko pridobimo če opazujemo projekciji položaja točke v koordinatnih oseh.



Slika 2.2: Slika za pomoč pri določanju kota



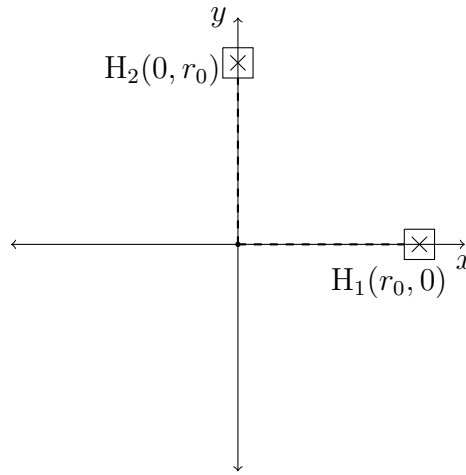
Slika 2.3: Slika za pomoč pri določanju kota

Sedaj si predstavljajmo da ta poljubna točka predstavlja enega od polov magnetov. Za poznavanje zasuka pola magnetov, je dovolj odčitavanje polja na koordinatnih oseh. Hall-ovi sonde ne smeti biti postavljeni na isto koordinatno os. Ni nujno da sta sonde postavljeni pravokotno druga na drugo, si pa s tem prihranimo korak v katerem bi bilo potrebno izračunati projekcijo na pravokotni koordinatni osi.

Iz zgornjega razmisleka lahko sedaj smiselno postavimo Hall-ovi sonde v koordinatni sistem. Najprimerneje ju je postaviti na koordinatni osi (Slika 2.4).

Sondi postavimo na enako razdaljo od izhodišča  $r_0$ . Tako bo zajem poteka polja ob rotaciji magneta enak, le fazno zamaknjeno.

Za izračun kota potrebujem poznati polje v vsaj dveh točkah nad magnetom. Da si enačbe olajšamo postavimo 2 Hall-ovi sonde na koordinatni osi, oddaljeni od izhodišča za  $r_0$ .



Slika 2.4: Začetna postavitev Hallovih sond

S poznavanjem lociranja sonde glede na magnet (1.6), funkcije polja (2.1) ter začetne pozicije Hall-ovih sond lahko določimo potek polja sonde.

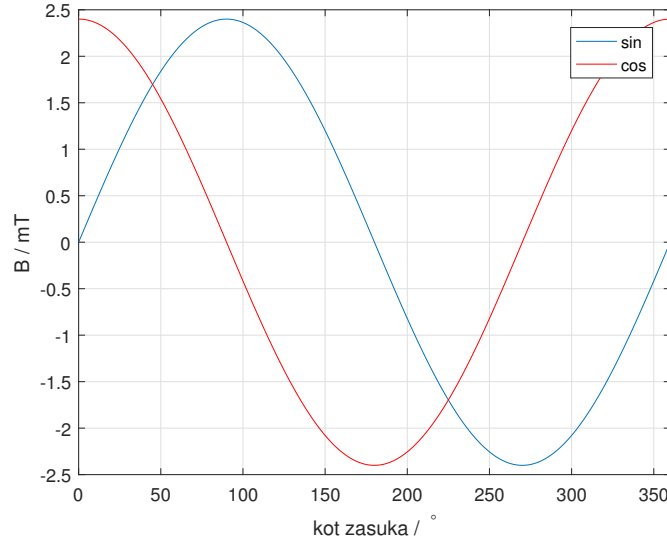
$$\cos = B_{H_1}(\theta, r_0, \Delta x_s, \Delta y_s, \Delta x_d) = r_0 \cos \theta + \Delta x_s \cos \theta + \Delta y_s \sin \theta - \Delta x_d \quad (2.2)$$

$$\sin = B_{H_2}(\theta, r_0, \Delta x_s, \Delta y_s, \Delta x_d) = r_0 \sin \theta + \Delta x_s \cos \theta + \Delta y_s \sin \theta - \Delta x_d \quad (2.3)$$

Zajeta signala bom od tu naprej imenoval sinus ( $\sin$ ) in cosinu ( $\cos$ ), ker to je njuna osnovna oblika.

### 2.2.1 Sprememba magnetnega polja zaradi ekscentričnosti

Oglejmo si primer kakšno polje zajame Hall-ovi sonde, ko ekscentričnosti ni.  $\sin$  in  $\cos$  izraza se poenostavita in dobimo poteka v obliki sinusa ter kosinusa z enako amplitudo  $r_0$  (Slika 2.5).



Slika 2.5: Poteka  $\sin$  in  $\cos$  brez ekscentričnosti

Upoštevajmo sedaj le statični ekscentričnosti  $\Delta x_s$  in  $\Delta y_s$ .  $\Delta x_d$  postavimo na 0. Enačbi (2.2) in (2.3) lahko preuredimo v izraza:

$$\cos(\theta, r_0, \Delta x_s, \Delta y_s) = \sqrt{(r_0 + \Delta x_s)^2 + \Delta y_s^2} \cos(\theta - \arctan \frac{\Delta y_s}{r_0 + \Delta x_s}) \quad (2.4)$$

$$\sin(\theta, r_0, \Delta x_s, \Delta y_s) = \sqrt{\Delta x_s^2 + (r_0 + \Delta y_s)^2} \sin(\theta + \arctan \frac{\Delta x_s}{r_0 + \Delta y_s}) \quad (2.5)$$

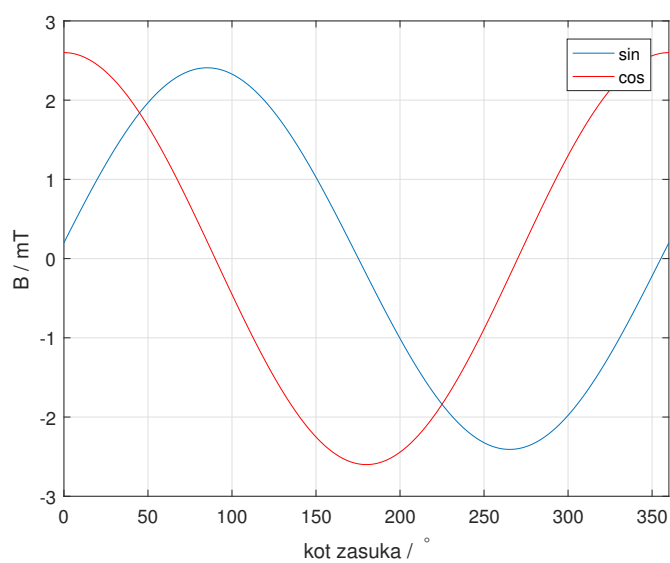
Iz njiju vidimo spremenjena poteka. Signaloma se je spremenila amplituda in fazni zamik (Slika 3.2).

Postavimo sedaj vrednosti  $\Delta x_s$  in  $\Delta y_s$  na 0,  $\Delta x_d$  predpostavimo da ni 0.

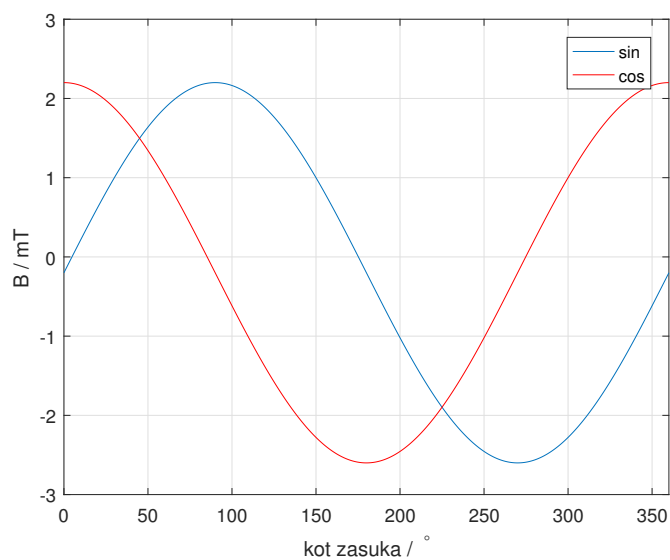
$$\cos(\theta, r_0, \Delta x_s, \Delta y_s, \Delta x_d) = r_0 \cos \theta - \Delta x_d \quad (2.6)$$

$$\sin(\theta, r_0, \Delta x_s, \Delta y_s, \Delta x_d) = r_0 \sin \theta - \Delta x_d \quad (2.7)$$

Polji obdržita enako amplitudo ter fazo, vendar dobita enosmerno komponento, ki je premo sorazmerna z izmikom magneta iz osi vrtenja (Slika 3.10).



Slika 2.6: Poteka  $\sin$  in  $\cos$  z upoštevanjem 0,2 mm statični ekscentričnosti v x-osi



Slika 2.7: Poteka  $\sin$  in  $\cos$  z upoštevanjem 0,2 mm dinamične ekscentričnosti v x-osi

## 2.3 Premik senzorja po v z smeri

Oglejmo si še kako vpliva sprememba premikanja senzorja v z smeri. Pri magnetnem polju aproksimiranem z ravnino (3.1), se gostota magnetnega polja pri obeh sondah spreminja enako. To se v enačbah odraža le kot dodaten faktor. Upoštevajmo spremembo polja zaradi premika senzorja po z osi. Zajeti polji imata naslednji potek:

$$\cos = k_z(r_0 \cos \theta + \Delta x_s \cos \theta + \Delta y_s \sin \theta - \Delta x_d) \quad (2.8)$$

$$\sin = k_z(r_0 \sin \theta + \Delta x_s \cos \theta + \Delta y_s \sin \theta - \Delta x_d) \quad (2.9)$$

Z vstavitvijo formul v arctan se faktor  $k_z$  nahaj tako v števcu kot imenovalcu ter se lahko okrajša. Naj še enkrat poudarim, da to velja le za polje aproksimirano z ravnino.

## 2.4 Analitičen potek napake posamezne ekscentričnosti

S poznavanjem potekov polja posamezne sonde sedaj s funkcijo arctan izračunamo kot.

$$\varphi(\theta, \Delta x_s, \Delta y_s, \Delta x_d) = \arctan \frac{B_y}{B_x} = \arctan \frac{r_0 \sin \theta + \Delta x_s \cos \theta + \Delta y_s \sin \theta - \Delta x_d}{r_0 \cos \theta + \Delta x_s \cos \theta + \Delta y_s \sin \theta - \Delta x_d} \quad (2.10)$$

Iz podanega izraza (2.10) je težko sklepati, kakšen bo potek pomerjenega kota. Na tem mestu definirajmo napako merjenega kota:

$$\varepsilon = \varphi - \theta \quad (2.11)$$

Poglejmo si analitičen potek napake. S spodaj opisanim postopkom se bomo izognili numeričnemu računanju funkcije arctan.

Signala  $\sin$  in  $\cos$  imata periodo  $360^\circ$ . Iz tega sledi, da bo tudi  $\varepsilon$  imel periodo  $360^\circ$ . Pričakujem, da bo potek napake  $\varepsilon$  v obliki :

$$\varepsilon = A_0 + A_1 \cos \theta + B_1 \sin \theta + A_2 \cos 2\theta + B_2 \sin 2\theta \quad (2.12)$$

Tak nastavek sem vzel zaradi predvidene napake v podatkovnih listih citeAM8192. Za približek napake izraz (2.10) razvijmo v Taylorjevo vrsto po kotu  $\theta$ . V Taylorjevo vrsto razvijemo tudi nastavek pričakovanega poteka. Zaradi aproksimacije poteka merjenega kota se zadovoljimo z razvojem do petega reda. Za poenostavitev se bom ekscentričnosti lotil posamezno. V naslednjih podpoglavjih bom prikazal analitične rezultate posameznega harmonika. Izpeljavo bom le teoretično opisal.

Oba izraza (2.10 in 2.12) razvijem do petega reda Taylorjeve vrste po kotu  $\theta$ . Z združitvijo posameznih potenc  $\theta$ , pridobimo sistem petih enčb s petimi neznankami. S tem pridobim neznane faktorje  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  in  $B_2$ . S poznavanjem teh faktorjev lahko ocenimo kašni bodo poteki posameznih harmonikov, ob posameznih ekscentričnostih. Te rezultate Taylorjeve vrste lahko upoštevam le v okolici ničle. Izrazi so izpeljani za statični ekscentričnosti ter dinamično ekscentričnost v smeri x. Potekov dinamične ekscentričnosti v smeri y ni, saj ta ne nastopa v izrazu (2.10).

#### 2.4.1 Aproksimacija pomerjenega kota ob statični ekscentričnosti x

V izrazu (2.10) upoštevamo le statično ekscentričnost  $\Delta x_s$ .

$$\varphi = \arctan \frac{r_0 \sin \theta + \Delta x_s \cos \theta}{r_0 \cos \theta + \Delta x_s \sin \theta} \quad (2.13)$$

Z aproksimacijo po izrazu (2.12) pridobimo koeficiente posameznega harmonika



$$A_0 = \frac{-90r_0^2\Delta y_s(r_0^5+29r_0^4\Delta y_s+132r_0^3\Delta y_s^2+208r_0^2\Delta y_s^3+156r_0\Delta y_s^4+52\Delta y_s^5)}{\pi(r_0^2+2r_0\Delta y_s+2\Delta y_s^2)^4} + \arctan \frac{\Delta y_s}{r_0+\Delta y_s} \quad (2.14)$$

$$A_1 = \frac{2280r_0^2\Delta y_s^2(r_0^4+5r_0^3\Delta y_s+8r_0^2\Delta y_s^2+6r_0\Delta y_s^3+2\Delta y_s^4)}{\pi(r_0^2+2r_0\Delta y_s+2\Delta y_s^2)^4} \quad (2.15)$$

$$B_1 = -\frac{240\Delta y_s^3(7r_0^3+18r_0^2\Delta y_s+18r_0\Delta y_s^2+8\Delta y_s^3)}{\pi(r_0^2+2r_0\Delta y_s+2\Delta y_s^2)^3} \quad (2.16)$$

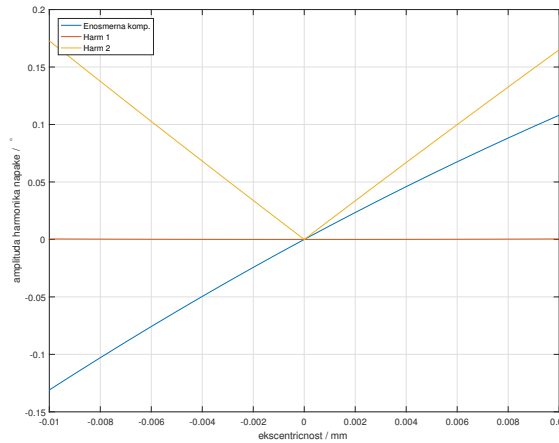
$$A_2 = \frac{90r_0^2\Delta y_s(r_0^5-3r_0^4\Delta y_s-28r_0^3\Delta y_s^2-48r_0^2\Delta y_s^3-36r_0\Delta y_s^4-12\Delta y_s^5)}{\pi(r_0^2+2r_0\Delta y_s+2\Delta y_s^2)^4} \quad (2.17)$$

$$B_2 = \frac{30\Delta y_s(-3r_0^5-18r_0^4\Delta y_s-20r_0^3\Delta y_s^2+12r_0\Delta y_s^4+8\Delta y_s^5)}{\pi(r_0^2+2r_0\Delta y_s+2\Delta y_s^2)^3} \quad (2.18)$$

$$(2.19)$$

Oglejmo si sliko potekov posameznih harmonikov.

Iz rezultatov lahko



Slika 2.8: Poteki amplitud prvega in drugega harmonika ter enosmerne komponente ob spreminjanju statične ekscentričnosti v x-osi

pričakujemo naraščanje drugega harmonika ter naraščanje enosmerne komponente.

#### 2.4.2 Aproximacija pomerjenega kota ob statični ekscentričnosti y

V izrazu (2.10) upoštevamo le statično ekscentričnost  $\Delta y_s$ .

$$\varphi = \arctan \frac{r_0 \sin \theta + \Delta y_s \sin \theta}{r_0 \cos \theta + \Delta y_s \sin \theta} \quad (2.20)$$

Z aproksimacijo po izrazu (2.12) pridobimo koeficiente posameznega harmonika

$$A_0 = \frac{-90y_s(r_0^2 - 23r_0y_s - 24y_s^2)}{\pi r_0^3} \quad (2.21)$$

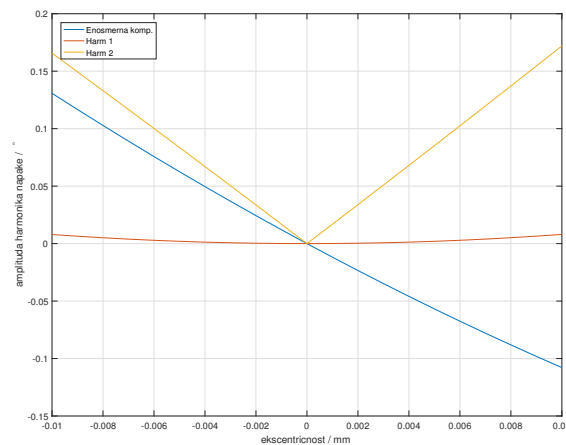
$$A_1 = \frac{-1690y_s^2(r_0 + y_s)}{\pi r_0^3} \quad (2.22)$$

$$A_2 = \frac{90y_s(r_0^2 + 9r_0y_s + 8y_s^2)}{\pi r_0^3} \quad (2.23)$$

$$B_1 = \frac{240y_s^3}{\pi r_0^3} \quad (2.24)$$

$$B_2 = \frac{30(3r_0^2y_s - 4y_s^3)}{\pi r_0^3} \quad (2.25)$$

Oglejmo si sliko potekov posameznih harmonikov. Iz grafa je razvidno, da do



Slika 2.9: Poteki amplitud prvega in drugega harmonika ter enosmerne komponente ob spreminjanju statične ekscentričnosti v y-osi

enosmerna komponenta upadala, drugi harmonik bo najbolj izrazit.

### 2.4.3 Aproximacija pomejenega kota ob dinamični ekscentričnosti

x

Izraz (2.10) kjer upoštevamo le dinamično ekscentričnost se poenostavi v:

$$A_0 = \frac{180(r_0\Delta x_d(r_0^6 - 7r_0^5\Delta x_d + 18r_0^4\Delta x_d^2 - 36r_0^3\Delta x_d^3 + 28r_0^2\Delta x_d^4 - 8\Delta x_d^5))}{\pi(r_0^2 - 2r_0\Delta x_d + 2\Delta x_d^2)^4} - \arctan \frac{\Delta x_d}{r_0 - \Delta x_d} \quad (2.26)$$

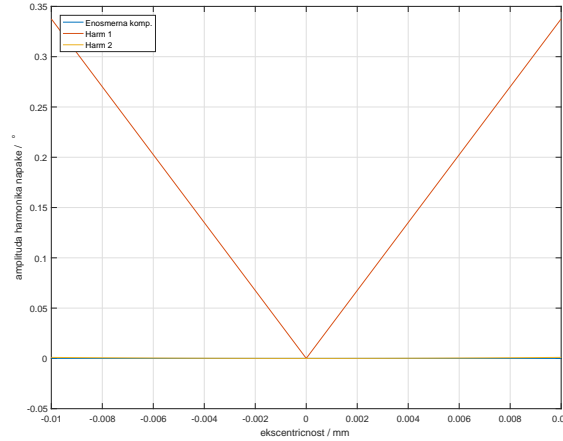
$$A_1 = \frac{-180(r_0\Delta x_d(r_0^6 - 8r_0^5\Delta x_d + 22r_0^4\Delta x_d^2 - 44r_0^3\Delta x_d^3 + 32r_0^2\Delta x_d^4 - 8\Delta x_d^5))}{\pi(r_0^2 - 2r_0\Delta x_d + 2\Delta x_d^2)^4} \quad (2.27)$$

$$A_2 = \frac{-180(r_0^2\Delta x_d^2(r_0^4 - 4r_0^3\Delta x_d + 8r_0\Delta x_d^3 - 4\Delta x_d^4))}{\pi(r_0^2 - 2r_0\Delta x_d + 2\Delta x_d^2)^4} \quad (2.28)$$

$$B_1 = \frac{60(\Delta x_d(3r_0^5 - 18r_0^4\Delta x_d + 64r_0^3\Delta x_d^2 - 108r_0^2\Delta x_d^3 + 84r_0\Delta x_d^4 - 32\Delta x_d^5))}{\pi(r_0^2 - 2r_0\Delta x_d + 2\Delta x_d^2)^3} \quad (2.29)$$

$$B_2 = \frac{60(2\Delta x_d^3(-4r_0^3 + 9r_0^2\Delta x_d - 6r_0\Delta x_d^2 + 2\Delta x_d^3))}{\pi(r_0^2 - 2r_0\Delta x_d + 2\Delta x_d^2)^3} \quad (2.30)$$

S slike 2.10 vidimo da bo izrazit le prvi harmonik, ki pri majhnih odmikih



Slika 2.10: Poteki amplitud prvega in drugega harmonika ter enosmerne komponente ob spreminjanju dinamične ekscentričnosti v x-osi

narašča linearno, kar je pričakovano po citeAM8192.

V tem poglavju smo si ogledali kakšno magnetno polje ustvari magnet in kako ga Hall-ove sonde zaznavajo. magnetno polje smo aproksimirali z ravnino in si ogledali poteke napake. Spoznali smo tudi kako se bo izražala napaka pri posamezni ekscentričnosti.



## 3 Linearni model

V prejšnjem poglavju smo magnetno polje magneta aproksimirali z ravnino ter napako izračunali analitično. V tem poglavju bom predstavil simulacije opravljene na magnetnem polju aproksimiranega z ravnino, izračnan kot  $\varphi$  je rezultat numerične funkcije `atan2d(y,x)` `atan2d`. Predstavil bom napako, jo razstavil na posamezne harmonike, ter prikazal spreminjanje amplitud glede na spremembo ekscentričnosti. Ravnina aproksimiranega magnetnega polja je:

$$B(x, y) = y \quad (3.1)$$

Hall-ovi sondi sti postavljeni na krožnico z radijem 2,4 mm.

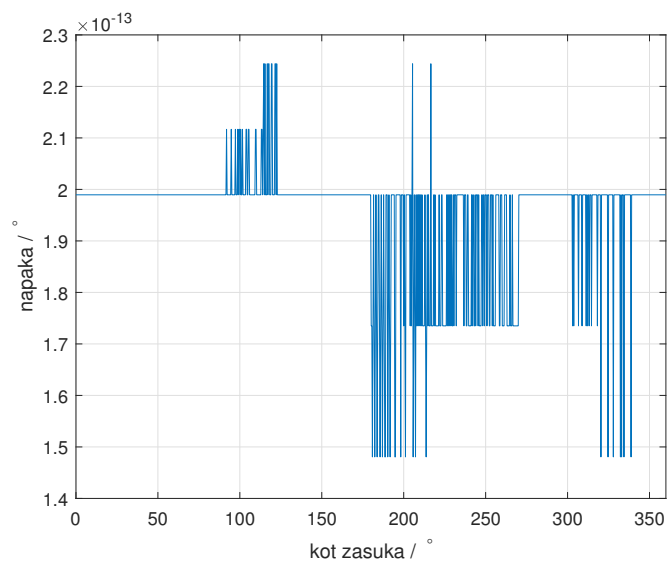
### 3.1 Brez napake

Za začetek si pogledjmo idealno montiran tako senzor kot magnet. Signala *sin* in *cos* imata enaki amplitudi in sta fazno zamaknjena za 90°. Napaka  $\varepsilon$ , ki se pojavi pri izračunu je tako le numerična napaka funkcije `atan2d` (Slika 3.1).

Numerično napako lahko na pričakovano napako zaradi ekscentričnosti zanemarim.

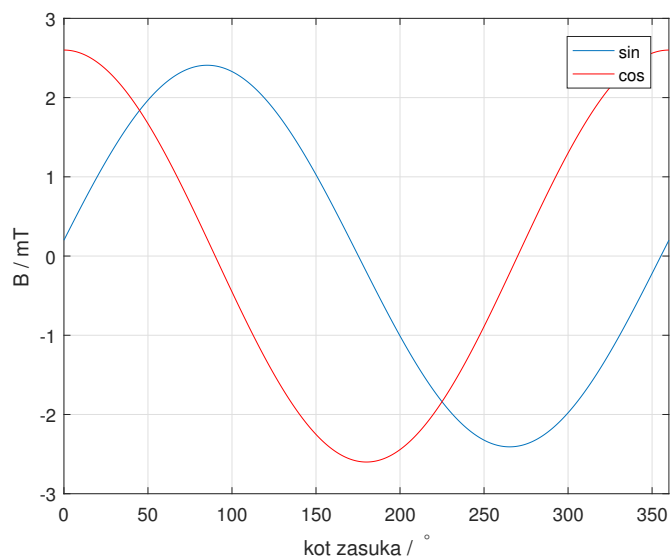
### 3.2 Simulacija statične ekscentričnosti v smeri x-osi

Oglejmo si rezultate simulacij statične ekscentričnosti v smeri x. Po pričakovanjih se bo povečala amplituda *sin* in *cos* signala ter zmanjšal njun fazni zamik (izraza



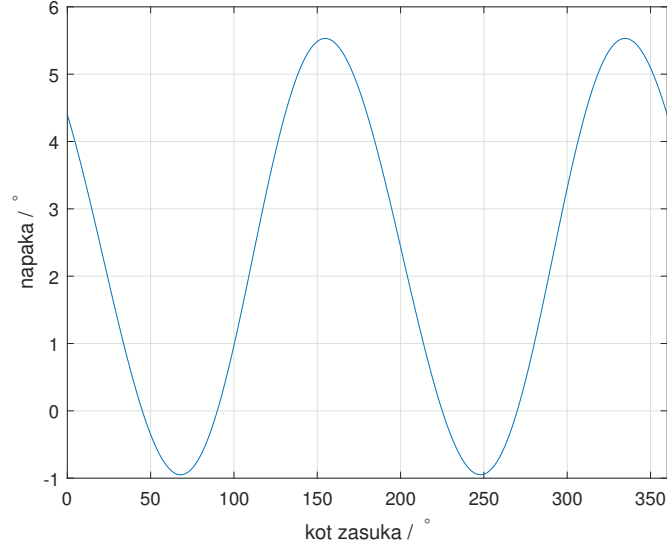
Slika 3.1: Napaka  $\varepsilon$  pri simulacijah z linearnim magnetnim poljem pri idealni montaži

(2.4) in 2.5).



Slika 3.2: Signala  $\sin$  in  $\cos$  pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri x

Napaka  $\varepsilon$  je prikazana na sliki 3.3.



Slika 3.3: Napaka  $\varepsilon$  pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri x

Napako razvijmo v Fourierovo vrsto in pridobimo amplitude posameznih harmonikov napake (Slika 3.4).

Po pričakovanjih najbolj izstopata enosmerna komponenta (harmonik 0) in drugi harmonik. Na sliki 3.5 vidimo odvisnost amplitud od spreminjanja ekscentričnosti.

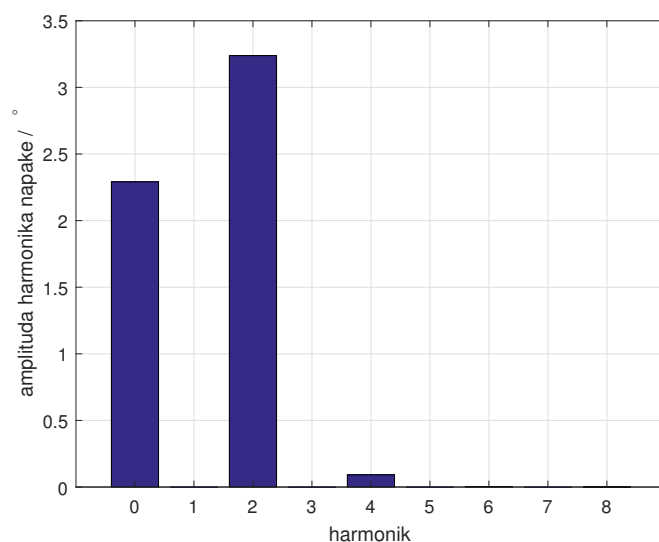
Poteke s slike 3.5 predstavimo s polinomom druge stopnje.

$$A_0 = 11,94\Delta x_s^2 - 2,48\Delta x_s + 0,34 \quad (3.2)$$

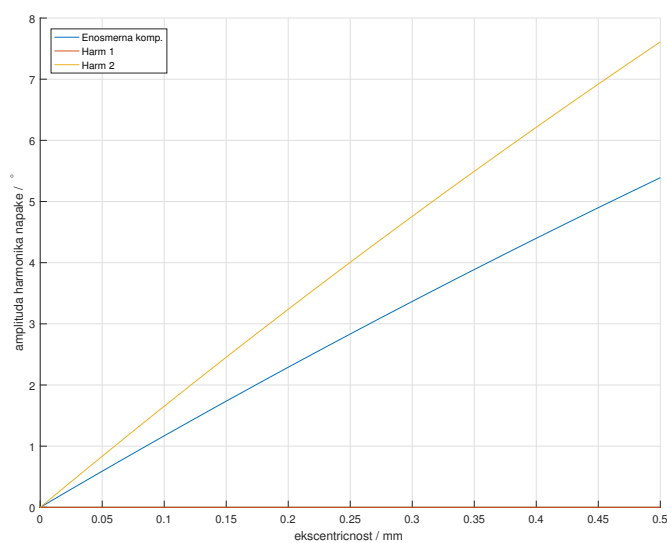
$$C_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} = 1,5810^{-13}\Delta x_s^2 - 6,5210^{-13}\Delta x_s + 9,4710^{-13} \quad (3.3)$$

$$C_2 = 16,88\Delta x_s^2 - 3,53\Delta x_s + 0,41 \quad (3.4)$$

$$C_3 = -2,4310^{-14}\Delta x_s^2 + 3,5210^{-13}\Delta x_s - 6,2910^{-13} \quad (3.5)$$



Slika 3.4: Amplitude harmonikov napake  $\varepsilon$  razvite v Fourierovo vrsto pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri x

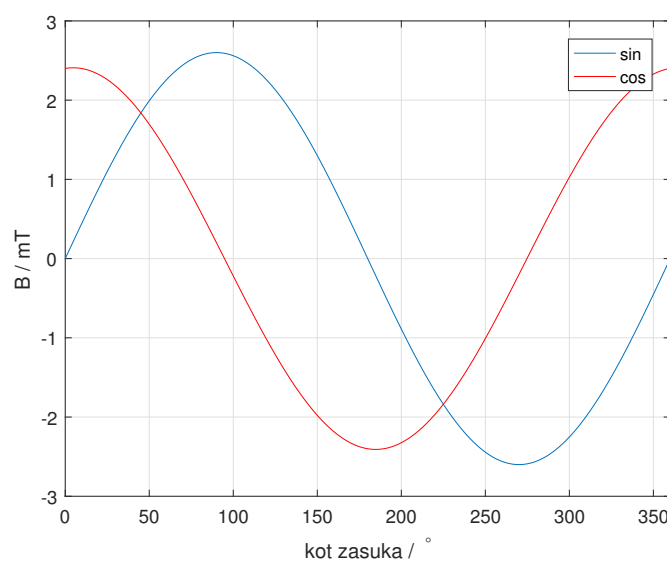


Slika 3.5: Potek amplitud posameznega harmonika napake  $\varepsilon$  od statične ekscentričnosti v smeri x

### 3.3 Simulacija statične ekscentričnosti v smeri y-osi

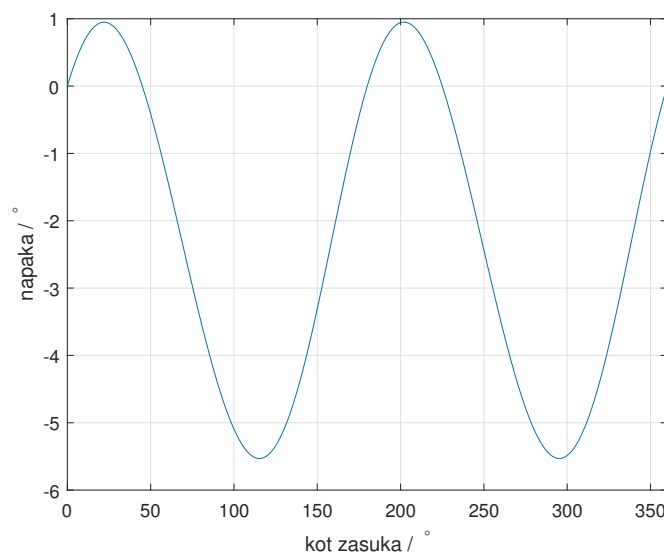
Oglejmo si še rezultate simulacij statične ekscentričnosti vsmeri y.





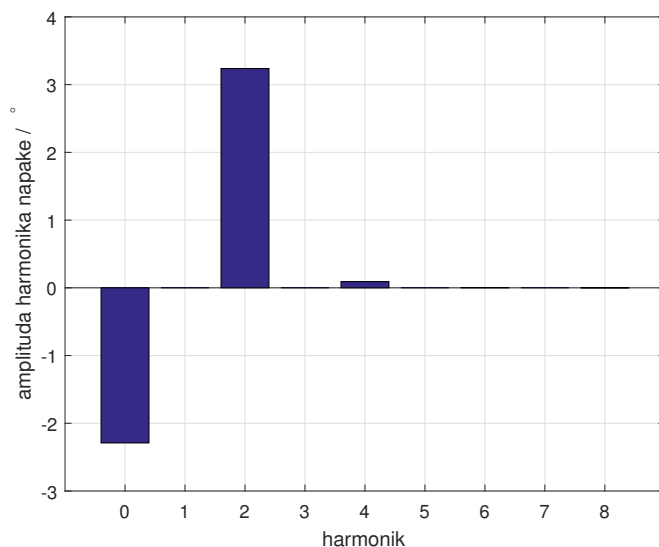
Slika 3.6: Signala  $\sin$  in  $\cos$  pri simulacijah z linearnim poljem pri 0.2 mm statične ekscentričnosti v smeri y

Napaka je prikazana na sliki 3.7.



Slika 3.7: Napaka  $\varepsilon$  pri simulacijah z linearnim poljem pri 0.2 mm statične ekscentričnosti v smeri y

Napako razvijmo v Fourierovo vrsto in pridobimo amplitude posameznih harmonikov napake (Slika 3.8).



Slika 3.8: Amplitude harmonikov napake  $\varepsilon$  razvite v Fourierovo vrsto pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri y

Tudi tu najbolj izstopata enosmerna komponenta in drugi harmonik. Za razliko od statične ekscentričnosti v smeri x je tu enosmerna komponenta negativna.

Na sliki 3.9 vidimo odvisnost amplitud od spreminjanja statične ekscentričnosti v smeri y.

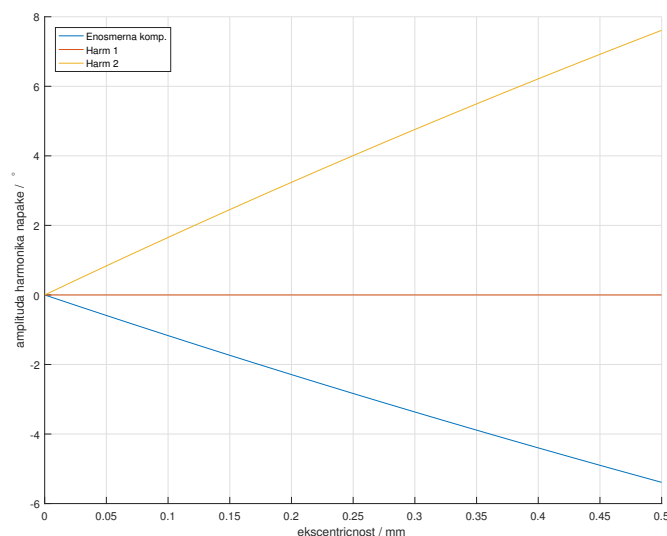
Poteke s slike 3.9 predstavimo s polinomom druge stopnje.

$$A_0 = -11,94\Delta y_s^2 + 2,48\Delta y_s - 0,34 \quad (3.6)$$

$$C_1 = 3,7910^{-13}\Delta y_s^2 - 2,1010^{-12}\Delta y_s + 2,9610^{-12} \quad (3.7)$$

$$C_2 = 16,88\Delta y_s^2 - 3,53\Delta y_s + 0,41 \quad (3.8)$$

$$C_3 = 1,5610^{-14}\Delta y_s^2 - 1,6510^{-14}\Delta y_s + 1,9010^{-14} \quad (3.9)$$



Slika 3.9: Potek amplitud posameznega harmonika napake  $\varepsilon$  od statične ekscentričnosti v smeri  $y$

### 3.4 Dinamična ekscentričnost

Oglejmo si sedaj rezultate simulacij dinamične ekscentričnosti. V signalih  $\sin$  in  $\cos$  se pojavi enosmerna komponenta (Slika 3.10).

V napaki prevladuje prvi harmonik kar je vidno tudi iz razvoja v Fourierovo vrsto (Slika 3.12)

Na sliki 3.9 vidimo odvisnost amplitud od spreminjanja ekscentričnosti.

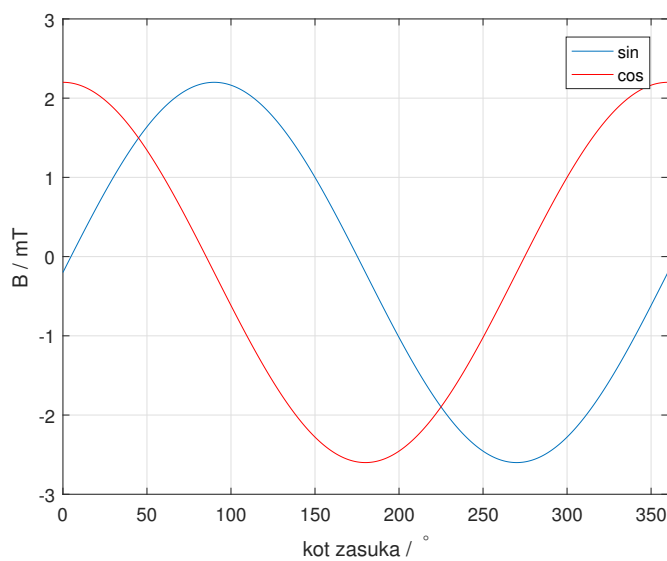
Poteke s slike 3.13 aproksimiramo s polinomi. Rezultati so bili pridobljeni po metodi najmanjših kvadratov. Koeficienti ostalih potenc pri aproksimaciji  $C_1$ ,  $C_2$  in  $C_3$  so bili zanemarljivi.

$$A_0 = 1,0110^{-11}\Delta x_d^3 - 6,8910^{-12}\Delta x_d^2 + 1,2510^{-12}\Delta x_d + 1,1110^{-13} \quad (3.10)$$

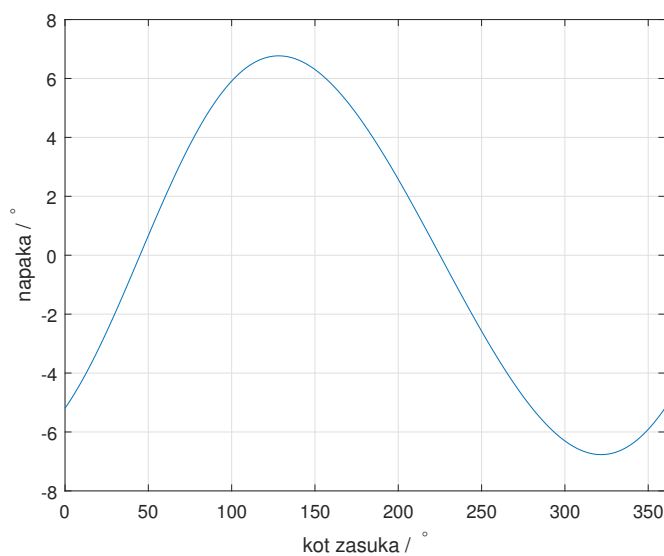
$$C_1 = 33,76\Delta x_d \quad (3.11)$$

$$C_2 = 9,95\Delta x_d^2 \quad (3.12)$$

$$C_3 = 3,91\Delta x_d^3 \quad (3.13)$$

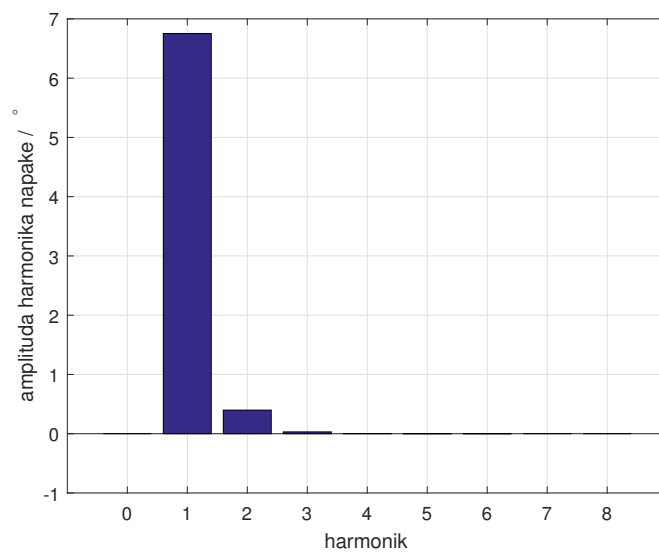


Slika 3.10: Signala  $\sin$  in  $\cos$  pri simulacijah z linearnim poljem pri 0.2 mm dinamične ekscentričnosti v smeri x

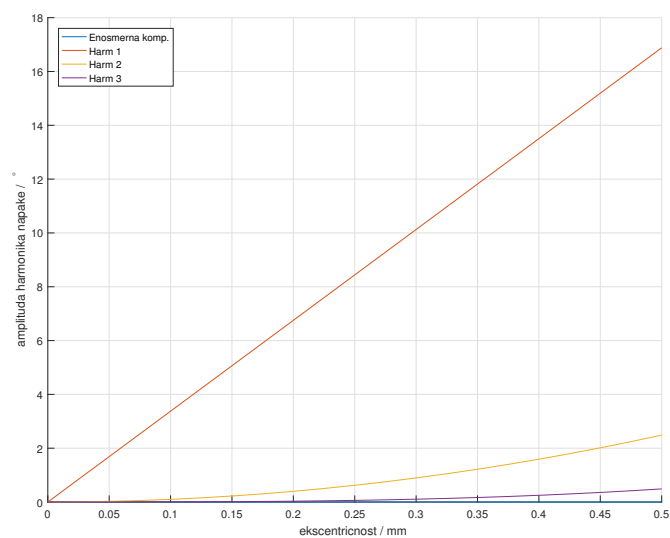


Slika 3.11: Napaka  $\varepsilon$  pri simulacijah z linearnim poljem pri 0.2 mm dinamične ekscentričnosti v smeri y

Dinamična ekscentričnost v smeri y, pri simulacijah z linearnim poljem ni izražala napake, saj se polje ob tej ekscentričnosti zaradi aproksimacije z ravnino,



Slika 3.12: Amplitude harmonikov napake  $\varepsilon$  razvite v Fourierovo vrsto pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,2 mm dinamične ekscentričnosti v smeri x



Slika 3.13: Potek amplitud posameznega harmonika napake  $\varepsilon$  od dinamične ekscentričnosti v smeri x

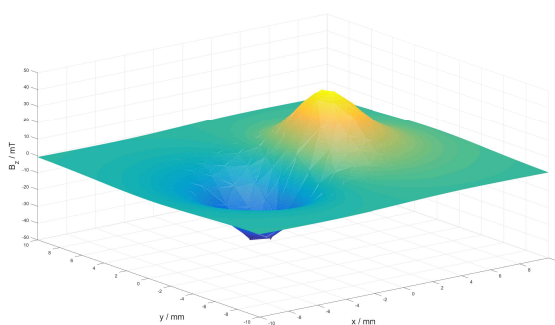
za Hall-ove sonde ni spremenilo.

V tem poglavju sem predstavil numerične rezultate simulacij z magnetnim

poljem aproksimiranega z ravnino. Rezultati so potrdili prevladujoče harmonike, pojavljajo se tudi višji. V nadaljevanju pričakujem, z boljšim modelom magnetnega polja manjše napake.

## 4 Realni model magnetnega polja

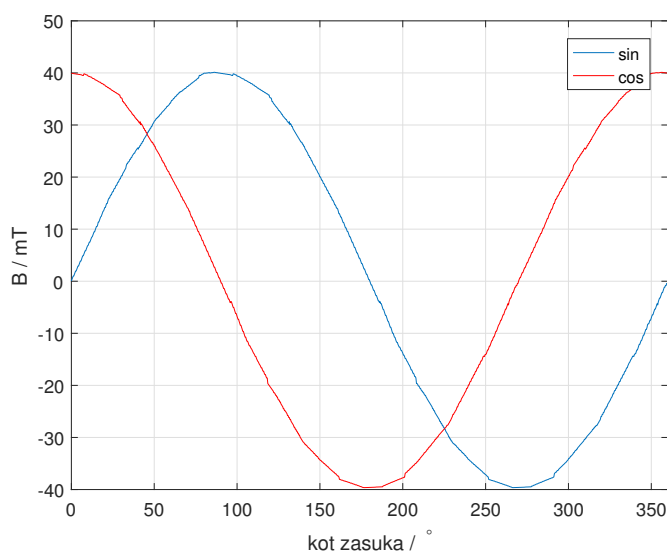
V tem poglavju bom predstavil rezultate simulacij, v katerih sem uporabil realen model magnetnega polja. Podjetje RLS merilna tehnika, mi je posredovalo rezultate simulacije z komponente gostote magnetnega polja 2,55 mm nad magnetom. Simulirano polje pokriva območje 20x20 mm nad magnetom s korakom 0,02 mm (Slika 4.1).



Slika 4.1: Model z- komponente gostote magnetnega polja uporabljen v simulacijah

### 4.1 Brez napake

Kljub idealni montaži, se bo v realnosti pojavila napaka. Magnet je lahko neenakomerno magnetiziran, kar nam že v začetku ustvari neko napako. Poglejmo si zato najprej zajeta signala  $\sin$  in  $\cos$  (Slika 4.2).



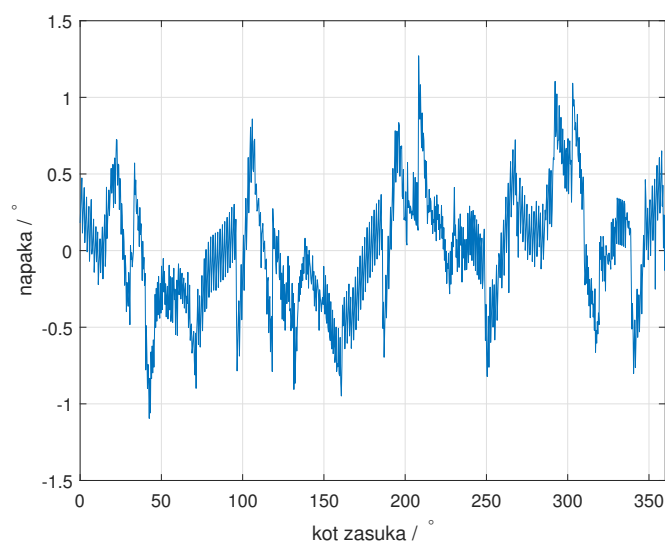
Slika 4.2: Poteka signala *sin* in *cos* pri simulacijah z realnim magnetnim poljem brez vplivov ekscentričnosti

Signala *sin* in *cos* nimata popolne oblike kot bi ju pričakovali. Napaka je tudi posledica numeričnega izračuna magnetnega polja. Ta nepopolnost analognih signalov se izraža tudi v napaki (Slika 4.3). Napaka je bolj izrazita kot pri linearnem modelu polja. V napaki se pojavljajo tudi skoki (npr pri  $105^\circ$ ), ki so posledica nepopolnega numerično izračunanega modela magnetnega polja. Razvijmo napako v Fourierovo vrsto (Slika 4.4). Prevladujeta prvi in četrti harmonik kar je pričakovano po podatkovnih listih citeAM8192.

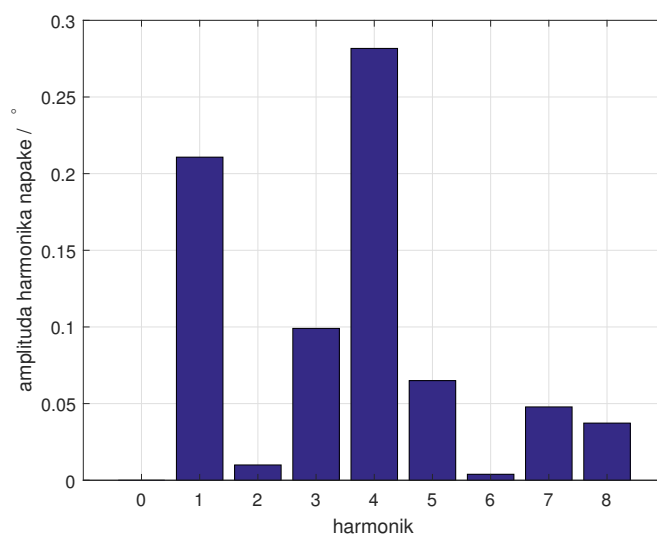
## 4.2 Simulacija statične ekscentričnosti

Oglejmo si sedaj rezultate ob upoštevanju statične ekscentričnosti. Po pričakovanjih se bo razlika pokazala v amplitudah in faznem zamiku analognih signalov. Slika 4.5 prikazuje poteka simuliranih signalov *sin* in *cos*. Amplituda se ni opazno spremenila, spremenil pa se je fazni zamik. S prikazom napake (Slika 4.6) opazimo povišanje drugega harmonika. Z razvojem v Fourierovo vrsto lahko to tudi potrdimo (Slika 4.7).



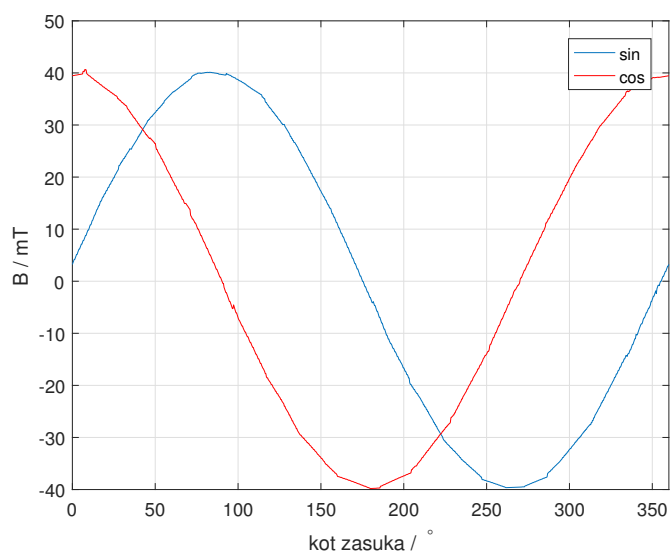


Slika 4.3: Napaka pri simulacijah z realnim magnetnim poljem brez vplivov ekscentričnosti

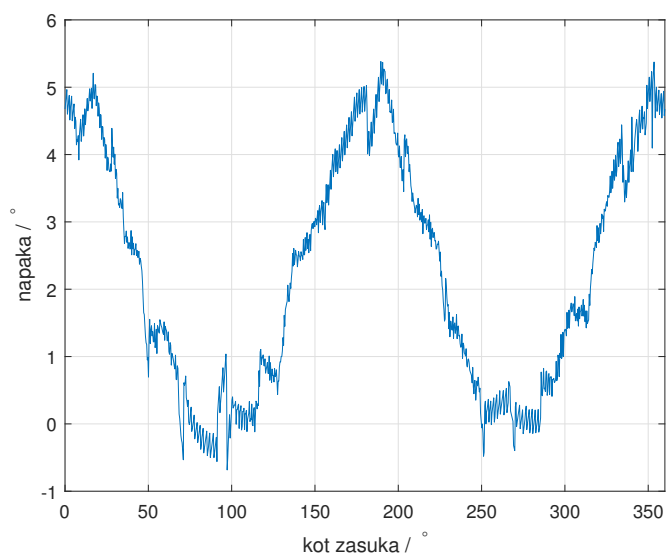


Slika 4.4: Amplitude harmonikov napake simulacijah z realnim magnetnim poljem brez ekscentričnosti

Po pričakovanjih iz simulacij z linearnim modela magnetnim poljem se napaka izraža enako. Enosmerna komponenta in drugi harmonik imata manjšo amplitudo, kot simulacije z uporabo magnetnega polja aproksimiranega z ravnino, je



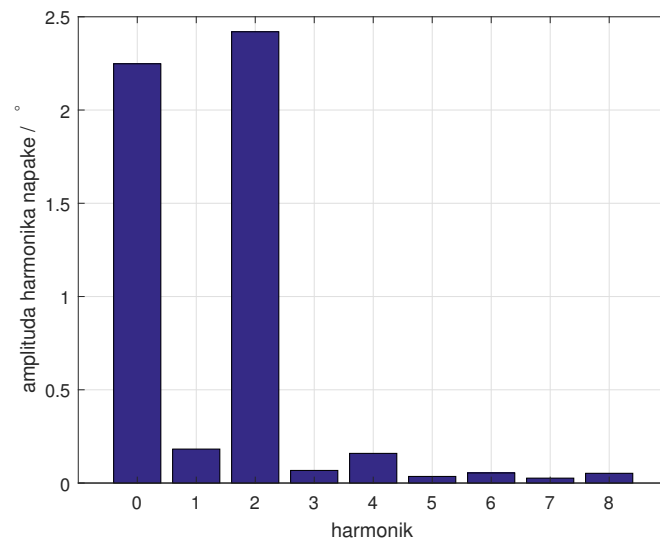
Slika 4.5: Poteka signala *sin* in *cos* pri simulacijah z realnim magnetnim poljem s 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri xi



Slika 4.6: Poteka napake pri simulacijah z realnim magnetnim poljem s 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri xi

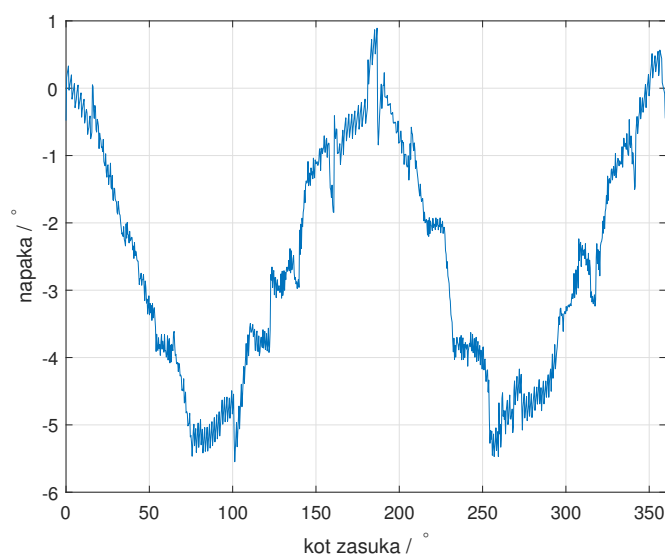
pa večji delež drugih harmonikov.

Oglejmo si še napako simulacije pri statični ekscentričnosti v smeri y (Slika

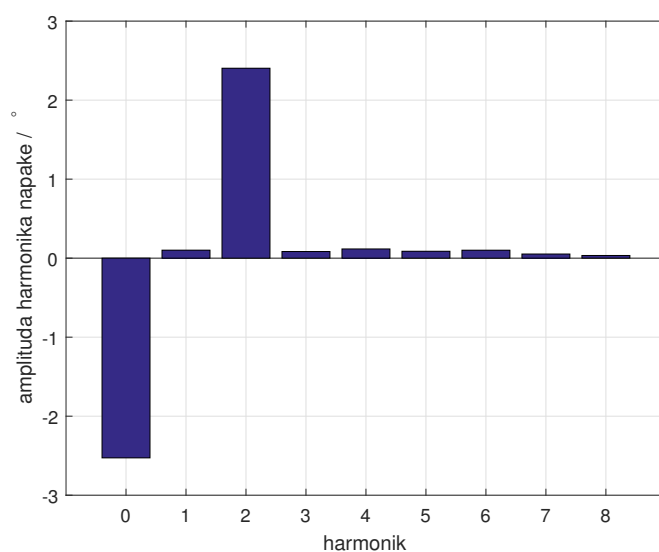


Slika 4.7: Amplitude harmonikov napake simulacijah z realnim magnetnim poljem s 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri x

4.8).Opazimo negativno enosmerno komponento ter izrazit drugi harmonik, kar je pričakovano. Na sliki 4.9 vidimo napako razvito v Fourierovo vrsto, ki nam pokaže pričakovane velikosti amplitud.

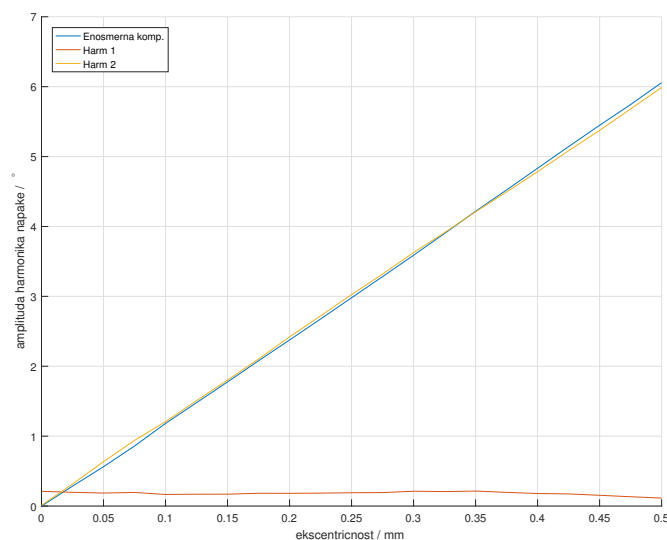


Slika 4.8: Napaka  $\varepsilon$  pri simulacijah z realnim magnetnim poljem s 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri y



Slika 4.9: Amplitude harmonikov napake simulacij z realnim magnetnim poljem s 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri y

Oglejmo si sedaj še poteka spreminjanja velikosti amplitud od višanja ekscentričnosti.



Slika 4.10: Potek amplitud posameznega harmonika napake  $\varepsilon$  od statične ekscentričnosti v smeri x

$$A_0 = -1,55\Delta x_s^3 + 1,83\Delta x_s^2 + 11,60\Delta x_s \quad (4.1)$$

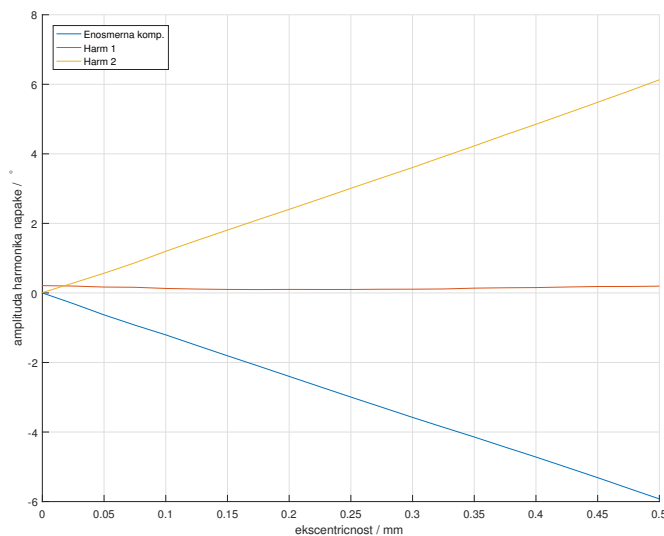
$$C_1 = -6,55\Delta x_s^3 + 4,37\Delta x_s^2 - 0,76\Delta x_s + 0,2 \quad (4.2)$$

$$C_2 = -0,15\Delta x_s^3 + 0,20\Delta x_s^2 + 12,14\Delta x_s - 0,01 \quad (4.3)$$

$$C_3 = -1,43\Delta x_s^3 + 1,07\Delta x_s^2 - 0,36\Delta x_s + 0,10 \quad (4.4)$$

Aproksimacije potekov s polinomom nam opišejo linearno naraščanje enesmerne komponente ter amplitude drugega harmonika, pri manjših odmikih. Opazimo da je amplituda prvega in tretjega harmonika dokaj konstantna.

Oglejmo si še poteke spreminjanja velikosti amplitud pri ekscentričnosti v smeri y.



Slika 4.11: Potek amplitud posameznega harmonika napake  $\varepsilon$  od statične ekscentričnosti v smeri y

$$A_0 = -3,06\Delta x_s^3 + 2,74\Delta x_s^2 - 12,43\Delta x_s \quad (4.5)$$

$$C_1 = 3,26\Delta x_s^3 + 4,21\Delta x_s^2 - 1,33\Delta x_s + 0,22 \quad (4.6)$$

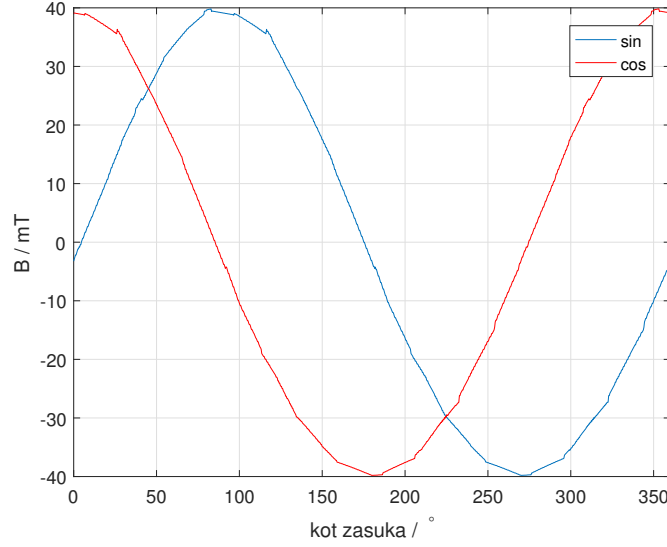
$$C_2 = 2,05\Delta x_s^3 - 0,74\Delta x_s^2 + 12,14\Delta x_s - 0,01 \quad (4.7)$$

$$C_3 = -2,61\Delta x_s^3 + 1,96\Delta x_s^2 - 0,38\Delta x_s + 0,10 \quad (4.8)$$

Pri manjših odmikih statične ekscentričnosti v smeri y, pridobiva negativno vrednost enosmerna komponenta in viša se amplituda drugega harmonika. Poteki so pričakovani. Podrobnejšo primerjavo potekov obeh simulacij bom opravil na koncu poglavja.

### 4.3 Simulacije dinamične ekscentričnosti

Poglejmo si sedaj še dinamično ekscentričnost. Po simulacijah dinamične ekscentričnosti v smeri x pri linearnem polju, pričakujemo ob enosmerno komponento. Primer dinamične ekscentričnosti je na sliki 4.12. Velikost enosmerne kompo-



Slika 4.12: Poteka signala *sin* in *cos* pri simulacijah z realnim magnetnim poljem s 0,2 mm dinamične ekscentričnosti v smeri xi

nente *sin* je  $-1,60\text{mT}$  in *cos*  $-1,59\text{mT}$ . Enosmerna komponenta ni tako izrazita, kot pri simulacijah z linearnim poljem, vendar kljub temu povzroči napako (Slika 4.13).

V napaki se izrazite pokaže prvi harmonik kar je bilo pričakovati. Razvijmo napako še v Fourierovo vrsto. po pričakovanjih je najvišja amplituda prvega harmonika, narasel je tudi tretji harmonik.

Poglejmo si sedaj še spreminjanje velikosti amplitud s spreminjanjem velikosti dinamične ekscentričnosti v smeri x.

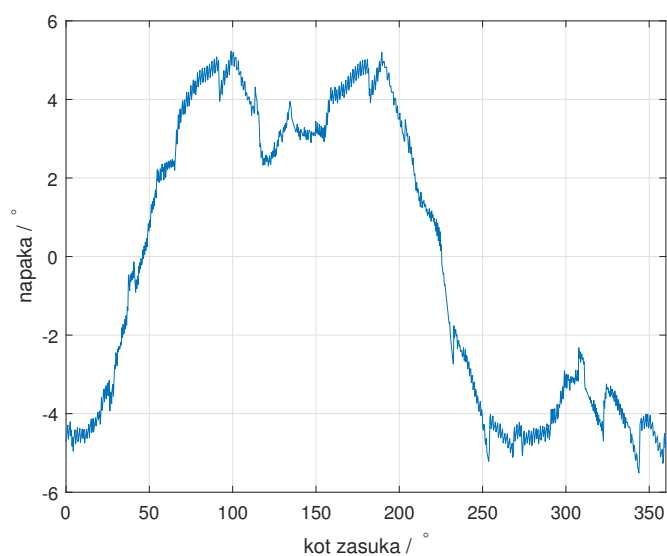
Aproksimirajmo poteke s polinomo tretje stopnje. po pričakovanjih je izrazito naraščanje prvega harmonika.

$$A_0 = -5,70\Delta x_d^3 + 5,27\Delta x_d^2 - 0,89\Delta x_d + 0,01 \quad (4.9)$$

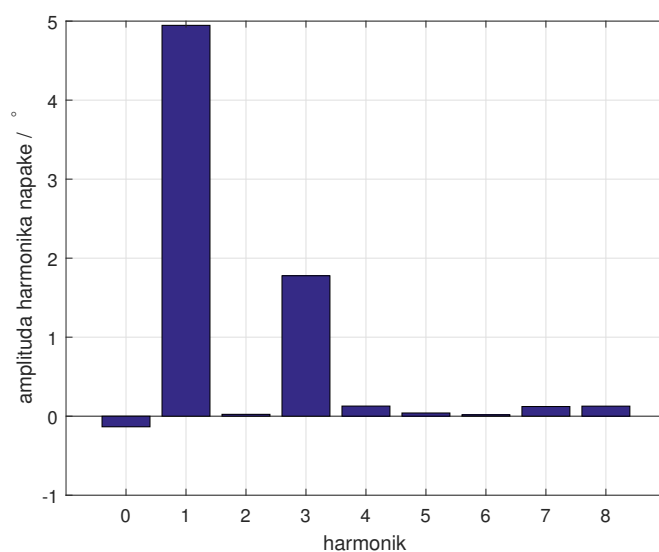
$$C_1 = -8,36\Delta x_d^3 + 9,16\Delta x_d^2 - 22,94\Delta x_d + 0,01 \quad (4.10)$$

$$C_2 = -1,75\Delta x_d^3 + 2,46\Delta x_d^2 - 0,40\Delta x_d + 0,02 \quad (4.11)$$

$$C_3 = 1,04\Delta x_d^3 - 1,31\Delta x_d^2 + 8,71\Delta x_d + 0,09 \quad (4.12)$$



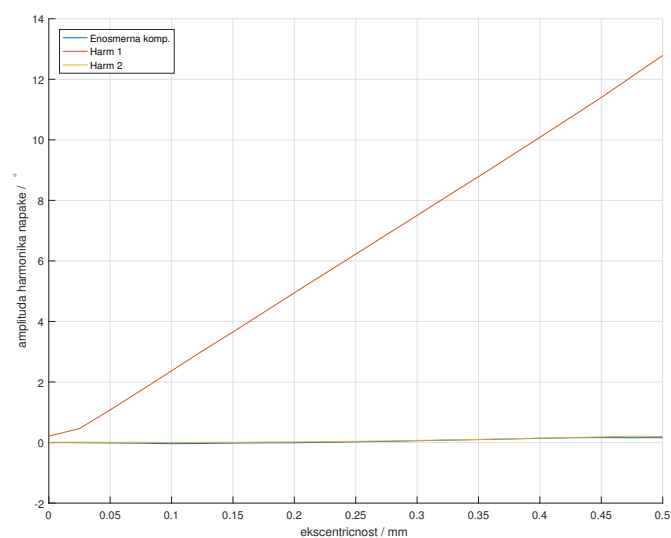
Slika 4.13: Poteka napake pri simulacijah z realnim magnetnim poljem s 0,2 mm dinamične ekscentričnosti v smeri x



Slika 4.14: Amplitude harmonikov napake simulacijah z realnim magnetnim poljem s 0,2 mm dinamične ekscentričnosti v smeri x

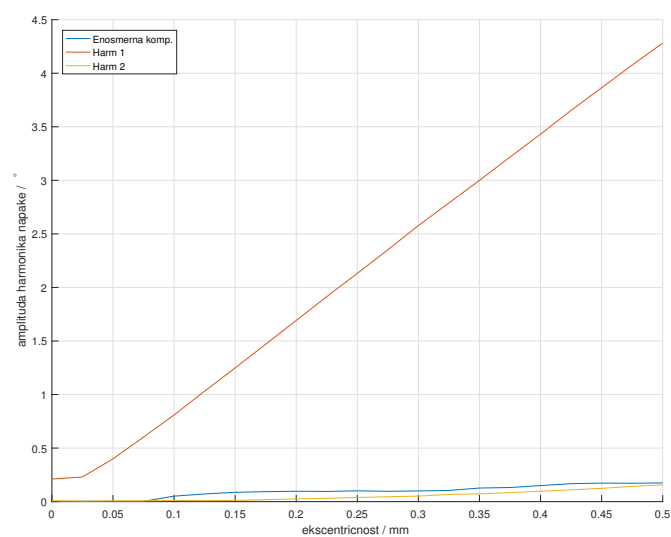
Simulacije dinamične ekscentričnosti v y smeri z aproksimacijo magnetnega polja z ravnino ni bilo mogoče. Z realnim modelom sem lahko opravil simulacije.





Slika 4.15: Potek amplitud posameznega harmonika napake  $\varepsilon$  od dinamične ekscentričnosti v smeri x

Pričakovanja so, da se bo tudi tu izrazil prvi harmonik. Kot rezultat prilagam le poteke amplitud posameznega harmonika napake glede na ekscentričnost v smeri y.



Slika 4.16: Potek amplitud posameznega harmonika napake  $\varepsilon$  od dinamične ekscentričnosti v smeri y

Aproksimirajmo poteke s polinomo tretje stopnje. Po pričakovanjih je izrazito naraščanje prvega harmonika. Amplituda prvega harmonika je pri dinamični ekscentričnosti v smeri y za faktor 3 nižja kot pri ekscentričnosti v x smeri.

$$A_0 = 2,14\Delta x_d^3 - 1,86\Delta x_d^2 + 0,80\Delta x_d + 0,02 \quad (4.13)$$

$$C_1 = -11,96\Delta x_d^3 + 10,16\Delta x_d^2 + 6,19\Delta x_d + 0,12 \quad (4.14)$$

$$C_2 = -0,02\Delta x_d^3 + 0,75\Delta x_d^2 - 0,07\Delta x_d + 0,01 \quad (4.15)$$

$$C_3 = -8,33\Delta x_d^3 + 6,32\Delta x_d^2 + 7,41\Delta x_d \quad (4.16)$$

#### 4.4 Razlika med simulacijami

Sedaj si oglejmo še primerjavo simulacij.