

UNIVERZA V LJUBLJANI  
FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO

Luka Uršič

# Analitičen pogled na statično in dinamično ekscentričnost VR resolverja

SEMINAR

MENTOR: doc. dr. Mitja Nemec

# Kazalo

<b>1</b>	<b>Povzetek</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Uvod</b>	<b>2</b>
2.1	VR resolver . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Analitična izpeljava vplivov dinamične in statične ekscentričnosti</b>	<b>6</b>
3.1	Predpostavke . . . . .	6
3.2	Klasičen LVDT sistem . . . . .	7
3.3	LVDT sistem s prostim jedrom . . . . .	9
3.3.1	Pojasnila k spreminjanju medsebojne induktivnosti . . . . .	11
3.3.2	Sekundarna napetost odvisna od pomika $h$ . . . . .	12
3.3.3	Sekundarna napetost odvisna od zračne reže . . . . .	13
3.4	Sinusno spreminjanje zračne reže . . . . .	13
3.4.1	Izhodna napetost pri sinusnem spreminjanju zračne reže . . . . .	16
3.5	Izpeljava enačbe pri dinamični ekscentričnosti v smeri $y$ . . . . .	19
3.5.1	Odvisnost izhodne napetosti osi $y$ . . . . .	24
3.5.2	Vpliv na izhodno napetost osi $x$ . . . . .	27
3.6	Izpeljava enačbe pri statični ekscentričnosti v smeri $y$ . . . . .	28
3.6.1	Odvisnost izhodne napetosti osi $y$ . . . . .	29
3.6.2	Vpliv na izhodno napetost osi $x$ . . . . .	31
3.7	Končna enačba VR resolverja . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Zaključek</b>	<b>35</b>

# 1 Povzetek

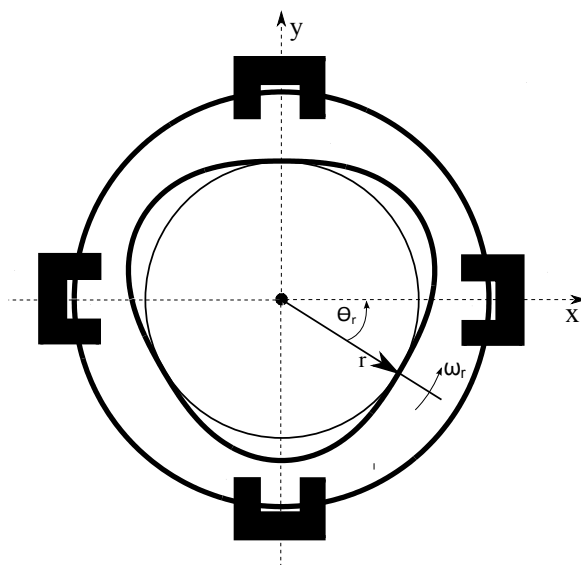
V seminarju je opisana pot do analitičnega prikaza izvora in vpliva napak ekscentričnosti pri VR resolverju (resolver s spremenljivo reluktanco oziroma ang. Variable reluctance resolver). Del uvoda je namenjen opisu obravnavanega resolverja, povzetku njegovega delovanja ter opredelitvi omenjenih napak. Začnemo z nekaj nujnimi predpostavkami in nadaljujemo preko enostavnega, klasičnega LVDT (ang. Linear variable differential transformer) sistema ter odvisnosti spreminjanja medsebojnih induktivnosti zaradi linearnega pomika kotve. Z nadaljnjimi ukrepi sistem preuredimo tako, da kar najbolj ustreza nadaljnim izpeljavam z mislimi na VR resolver in vrtenje feromagnetnega jedra. V ta namen se nekaj časa zadržimo pri sistemu s prostim jedrom, kjer lahko že dobro definiramo sinusno spreminjanje zračne reže. Osrednji del obravnava vpliv posameznih napak statične in dinamične ekscentričnosti. Opisan je tudi vpliv napak na njihovo ortogonalno smer, kjer gre za medsebojne vplive med koordinatnimi osmi  $x$  in  $y$ . Na koncu sledi združitev v končno enačbo. Zaradi analogije sta ekscentričnosti obravnavani le v  $y$  smeri.

## 2 Uvod

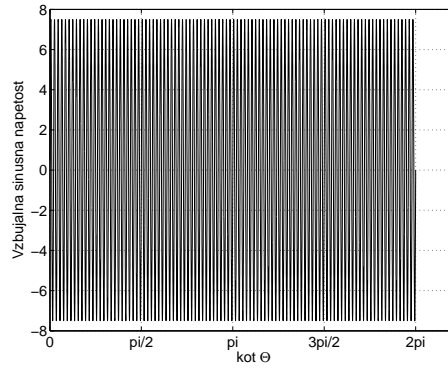
V zadnjem času elektromotorski pogoni vse hitreje nadomeščajo druge oblike ustvarjanja mehanskega dela. Zahteve po njihovi zanesljivosti so vedno višje, obratovalni pogoji vse težji, prav tako tudi njihove naloge. Doseganje teh ciljev z današnjimi mikroprocesorji in močnostno elektroniko ni več nemogoče. Za natančno vodenje motorja pa potrebujemo dober in zanesljiv dajalnik kota motorske gredi. Med tovrstne dajalnike se uvršča tudi VR resolver, ki bo tukaj podrobneje obravnavan. V proizvodnji se pojavljajo težave z natančnostjo njegove izdelave, kar vpliva na pogreške. Posledično je v frekvenčnem spektru izhodnega signala viden kateri od višjih harmonikov željene frekvence, to je vrtilne hitrosti gredi. Take anomalije z regulacijskega stališča razumemo kot motnje, ki jih je potrebno odpraviti. Posebno pozornost gre nameniti prav napakam mehanskega tipa, ki lahko nastanejo med samim obratovanjem pogona. Zaradi težavnega iskanja in odpravljanja izvora okvar, je smiselno predhodno matematično opredeliti njihov vpliv ter predlagati ustrezno rešitev. Naj poudarim, da namen teh izpeljav ni do potankosti natančen podatek o realnem vplivu posamezne napake na končno meritev kota, ampak gre zgolj za iskanje načina vplivanja in izvora napak ekscentričnosti. Zato se lahko poslužimo VR resolverja enostavnejše konstrukcije, ki nam dovolj dobro služi pri izpeljavi enačb za obe koordinatni osi.

## 2.1 VR resolver

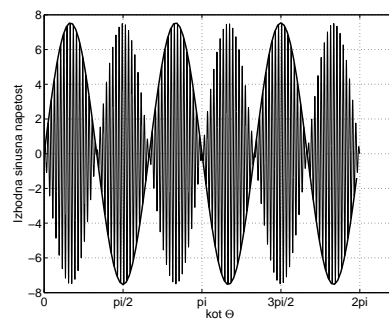
Resolverji sodijo v družino analognih merilnikov položaja gredi v reguliranih elektromotorskih pogonih. Tradicionalno so sestavljeni iz rotorja z vzbujalnim navitjem, kjer teče tok sinusne oblike konstantne amplitude in frekvence. Kompleksna zgradba onemogoča mehansko robustnost pri vseh obratovalnih pogojih ter skrajša življensko dobo senzorja. VR resolver (ang. Variable reluctance resolver) je brezkrtačna izvedba tovrstnega merilnika položaja. Mehansko je bistveno bolj robusten in neobčutljiv na električne motnje, kar omogoča nemoteno delovanje pri mnogih zahtevnih pogojih, kot so visoke ali nizke temperature, vlaga, visoke hitrosti itd. Gre za resolver, ki se mu med vrtenjem rotorja zaradi njegove posebne oblike, zračna reža spreminja sinusno. To ima za posledico istovrstno spreminjanje upornosti magnetnih poti fluksa med primarnimi in sekundarnimi glavami navitij ter nato induciranih napetosti. Resolver napajamo s sinusnim signalom. Glede na predpostavke, ki veljajo v vseh izpeljavah, je uporabljen tokovni vir signala sinusne oblike konstantne amplitude in frekvence. Na izhodu senzorja dobimo dva, za  $90^\circ$  fazno premaknjena signala, ki sta glede na kot rotorja ustrezno amplitudno modulirana. Shematski prikaz VR resolverja, ki ga bom tukaj obravnaval, si oglejmo na sliki 1, njegove izhodne signale pa na slikah 3 in 4.



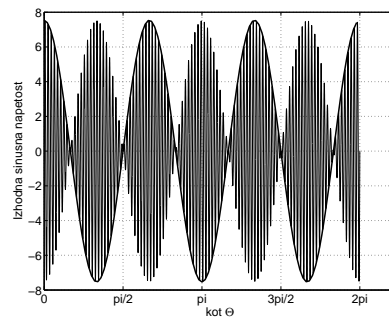
Slika 1: Shema VR resolverja.



Slika 2: Vzbujalna sinusna napetost resolverja.



Slika 3: Izhodna sinusna napetost.



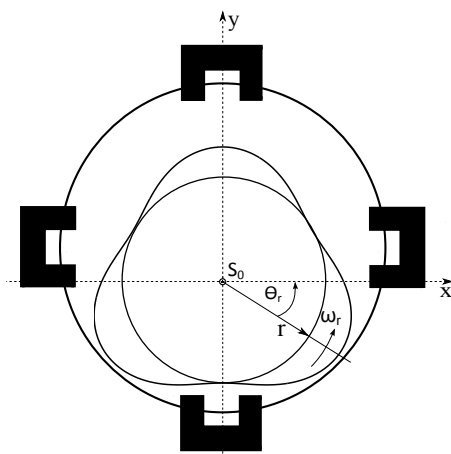
Slika 4: Izhodna kosinusna napetost.

Spodaj navedene enačbe opisujejo idealne poteke signalov prikazanih na slikah 3 in 4.

$$u_{sin}(\Theta_r) = kU_0 \sin(\omega t) \sin(p\Theta_r) \quad (2.1)$$

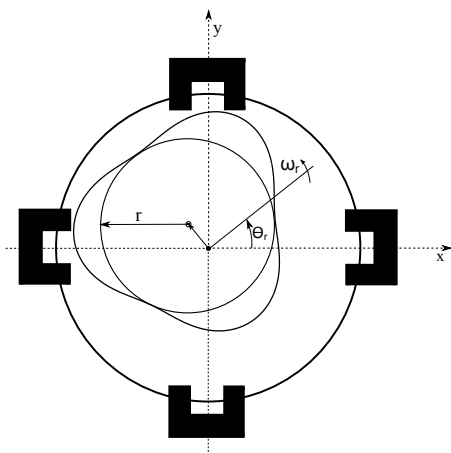
$$u_{cos}(\Theta_r) = kU_0 \sin(\omega t) \cos(p\Theta_r) \quad (2.2)$$

V praksi je zgodba nekoliko drugačna. Resolverja namreč ne moremo izdelati tako, da sta rotor in stator idealno poravnana z osjo. Od tod ločimo dva tipa ekscentričnosti, ki si ju bomo ogledali v nadaljevanju. Njihov vpliv ni vedno zanemarljivo majhen, zato bom tem napakam namenil veliko pozornost in jih analitično obravnaval. Največkrat se pojavijo zaradi nenatančne izdelave tovrstnih senzorjev in vgrajevanja le-teh v elektromotorske pogone. Seveda lahko najdemo še vrsto drugih napak različnih izvorov, ki pa so po večini lažje programsko ali kako drugače odpravljive. Omenjene napake ekscentričnosti razdelimo glede na njihov izvor in sicer: napako zaradi iz centra izmaknjenega statorja bomo imenovali statična ekscentričnost. Prikazana je na sliki 5.



Slika 5: Shema statične ekscentričnosti VR resolverja.

Napako zaradi iz centra izmaknjenega rotorja bomo imenovali dinamična ekscentričnost. Prikazana je na sliki 6.



Slika 6: Shema dinamične ekscentričnosti VR resolverja.

Podrobno analitično obravnavo statične in dinamične ekscentričnosti si bomo ogledali v nadaljevanju.

### 3 Analitična izpeljava vplivov dinamične in statične ekscentričnosti

Napake so prisotne pravzaprav pri vsakem senzorju in tudi VR resolver ni izjema. V tem poglavju bom skušal analitično prikazati vpliv napak omenjenih ekscentričnosti, ki se pojavljajo zaradi same izdelave oziroma vgradnje te vrste resolverja. Njuna vpliva različno rezultirata v meritvi kota rotorja, zato ju bom obravnaval posamično. Zaradi narave problema je smiselna uporaba kartezičnega koordinatnega sistema. S pogledom na poenostavljeno konstrukcijo VR resolverja opazimo analogijo med izpeljavami v  $x$  in  $y$  smeri. Iz tega razloga se bom posvetil le obravnavi ekscentričnosti v  $y$  osi, na koncu pa dodal še matematični opis vpliva omenjene ekscentričnosti na navitja v smeri abscise. Izpeljavo obravnavanih problemov bom začel na preprostem, klasičnem primeru LVDT sistema, nadaljeval pa vse do VR resolverja s tri-peresnim rotorjem in dvopolnim statorjem.

#### 3.1 Predpostavke

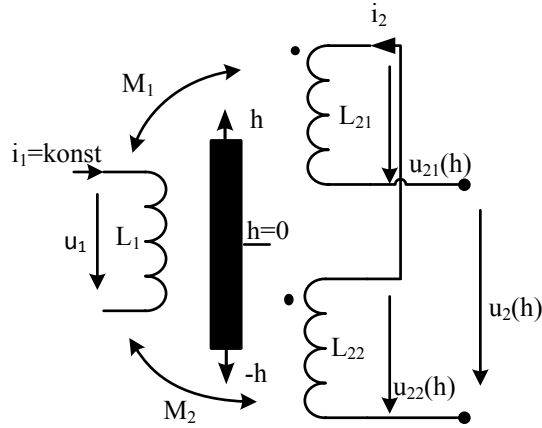
Zaradi zagotavljanja linearnosti ter lažjih analitičnih izpeljav, ki vseeno dobro opisujejo realne razmere v opisanih sistemih, bodo za vse nadaljne izpeljave veljale spodaj navedene predpostavke.

1. Vsa sekundarna navitja imajo enako število obojev in enake induktivnosti.
2. Zanimarjen je vpliv ohmskih upornosti navitij.
3. Vsem primarnim navitjem zagotavljamo tok sinusne oblike konstantne amplitude in frekvence  $i_1(t) = I_0 \sin(\omega t)$ .
4. Če ni drugače navedeno, velja, da sem zaradi zagotavljanja linearnosti in z mislijo na VR resolver predpostavil majhne premike  $h$ . Prav tako je reža  $\delta_0$  majhna, oziroma  $\delta_0 \ll a$ , kjer je z  $a$  označena notranja širina glave navitij. Na ta način dosežemo tudi zanemarljivo stresanje polja.
5. Pri resolverju so sekundarna navitja praktično neobremenjena. Tako velja  $i_2 = 0$  in vpliva na magnetenje sistema zaradi sekundarnega toka ni.
6. Na podlagi zgornje predpostavke zanemarimo tudi medsebojni vpliv sistemov.

Zaradi boljše preglednosti bom izpuščal navedbo časovne odvisnosti napetosti in tokov. Tako velja  $i = i(t)$  in  $u = u(t)$  povsod, razen v primerih, kjer je ustrezno drugače navedeno.

### 3.2 Klasičen LVDT sistem

Klasičen LVDT sistem je elektro-mehanski transduktor, ki pretvarja linearni pomik v električni signal. Napajamo ga s sinusnim signalom konstantne frekvence in amplitude. Ob linearnem premiku kotve se v sekundarnih navitjih inducira amplitudno modulirana napetost sinusnega poteka v enem navitju ter kosinusnega v drugem navitju. Na podlagi dveh signalov lahko z ustrezno pretvorbo pridobimo informacijo o absolutnem premiku in smeri gibanja. Pri omenjenem senzorju so vsa navitja postavljena na en neferomagnetni tuljavnik. Znotraj tega je premikajoča se kotva iz feromagnetnega materiala. Njen premik ima vpliv na pretok fluksa med primarjem in obema sekundarjema. Tako se glede na premik ustrezno spreminja medsebojna induktivnost med navitji in inducira ustrezna napetost v posameznem sekundarju. Oglejmo si shemo zastavljenega problema:



Slika 7: Shema klasičnega LVDT sistema.

Pri taki konstrukciji, je zaradi relativno dolgega feromagnetnega jedra induktivnost primarja  $L_1$  konstantna. Od pomika  $h$  sta odvisni medsebojni induktivnosti  $M_1(h)$  in  $M_2(h)$  ter stresani induktivnosti  $L_{\sigma 21}$  in  $L_{\sigma 22}$ . Predpostavka 4 pri tej izpeljavi ne velja, prav tako tudi predpostavka 3 ne velja, saj sistem napajamo s konstantno napetostjo  $u_1(t) = U_0 \sin(\omega t)$ . Zaradi konstantne induktivnosti  $L_1$ , je konstanten tudi vhodni napajalni tok  $i_1(t)$ .

Napetostna enačba primarnega navitja se glasi

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_1(h) \frac{di_2}{dt} + M_2(h) \frac{di_2}{dt} \quad (3.1)$$

Ob upoštevanju predpostavk 2, 5 in 6 odpade nekaj členov primarne napetostne enačbe. Tako dobimo:

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \quad (3.2)$$



Podobno postopamo še pri zapisu sekundarnih napetostnih enačb. Najprej zgornje navitje:

$$u_{21}(h) = L_{21} \cdot \frac{di_2}{dt} + M_1(h) \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (3.3)$$

Nato še spodnje navitje:

$$u_{22}(h) = L_{22} \cdot \frac{di_2}{dt} + M_2(h) \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (3.4)$$

Navitji sta povezani proti-serijsko, zato napetosti odštejemo:

$$u_2(h) = u_{21}(h) - u_{22}(h) \quad (3.5)$$

$$u_2(h) = L_{21} \cdot \frac{di_2}{dt} + M_1(h) \cdot \frac{di_1}{dt} - (L_{22} \cdot \frac{di_2}{dt} + M_2(h) \cdot \frac{di_1}{dt}) \quad (3.6)$$

$M_1$  in  $M_2$  predstavljata medsebojni induktivnosti, odvisni od pomika feromagnetika. Začetno lego  $h = 0$  sem definirala na sredini med obema sekundarnima navitjema. Takrat velja  $M_1 = M_2 = M_0$ , kjer je  $M_0$  definirana s fluksom vzbujačnega navitja skozi sekundarni navitji:

$$M_0 \propto \frac{\phi_{12}}{I_1} \quad (3.7)$$

Medsebojni induktivnosti  $M_1$  in  $M_2$  se linearno spreminjata v odvisnosti od pomika  $h$ :

- za  $M_1$  velja

$$M_1 = M_0 + k_m \cdot h \quad (3.8)$$

- pri  $M_2$  upoštevamo negativno spremembo  $h$

$$M_2 = M_0 - k_m \cdot h \quad (3.9)$$

To sedaj vstavimo v enačbo 3.6 in dobimo:

$$u_2(h) = L_{21} \cdot \frac{di_2}{dt} + (M_0 + k_m \cdot h) \cdot \frac{di_1}{dt} - (L_{22} \cdot \frac{di_2}{dt} + (M_0 - k_m \cdot h) \cdot \frac{di_1}{dt}) \quad (3.10)$$

Z upoštevanjem predznakov in združevanjem elementov dobimo končno enačbo. Po pričakovanju, se člena  $M_0$  odštejeta, saj je vpliv vzbujačnega navitja na sekundarna enak, vendar nasproten.

$$u_2(h) = (L_{21} - L_{22}) \cdot \frac{di_2}{dt} + 2 \frac{di_1}{dt} \cdot k_m h \quad (3.11)$$

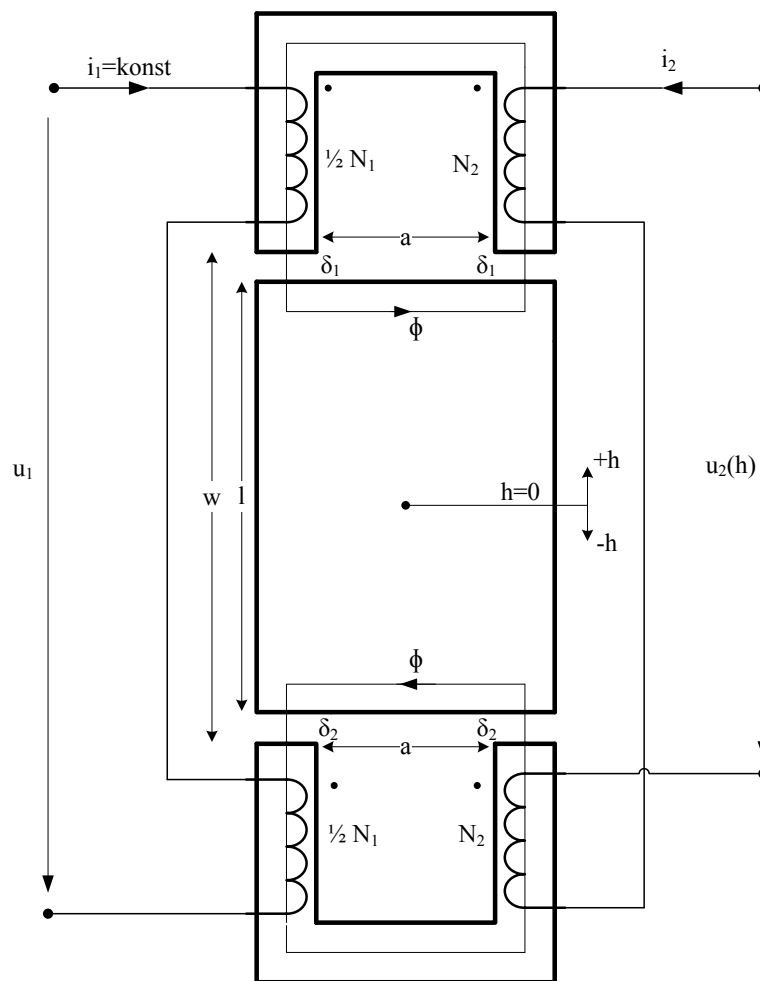
Člen s sekundarnim tokom odpravimo na podlagi predpostavke 5 in odvisnost sekundarne napetosti  $u_2(h)$  predstavimo z enačbo:

$$u_2(h) = 2 \frac{di_1}{dt} \cdot k_m h \quad (3.12)$$

Ker sta navitji vezani proti-fazno dobimo v primeru, da je jedro na sredini ( $h = 0$ ) izhodno napetost  $u_2(h) = 0$ , saj se na obeh navitjih inducirana enaka napetost. V primeru, da se jedro pomakne navzgor ( $h > 0$ ), se bo na zgornjem navitju inducirala napetost višja od spodnje, torej  $u_{21}(h) > u_{22}(h)$  tedaj bo izhodna napetost  $u_2(h)$  v fazi z vzbujanjem. Analogno ob premiku navzdol velja, da bo napetost  $u_2(h)$  v proti-fazi z vzbujanjem. Linearno s pomikom  $h$  se seveda spreminja tudi absolutni iznos izhodne napetosti.

### 3.3 LVDT sistem s prostim jedrom

Prej omenjena klasična rešitev LVDT sistema omogoča le linearne premike. Enako idejo delovanja, le da ima jedro tudi možnost rotacije uporabimo pri VR resolverju, ki ima za razliko od LVDT sistema nekoliko drugačno fizično strukturo. Cilj je namreč narediti takšen sistem, kjer ima jedro možnost premika v vseh smereh in v končni fazi tudi možnost vrtenja. To dosežemo tako, da feromagnetnega jedra ne zaobjame nobeno navitje. Zasnova omenjenega sistema, ki je za naše izpeljave dobra alternativa klasičnemu LVDT-ju, je vidna na sliki 8.



Slika 8: LVDT sistem s prostim jedrom

Referenčno točko  $h = 0$  sem definiral na sredini, tako da takrat velja

$$\delta_1 = \delta_2 = \frac{w - l}{2} \quad (3.13)$$

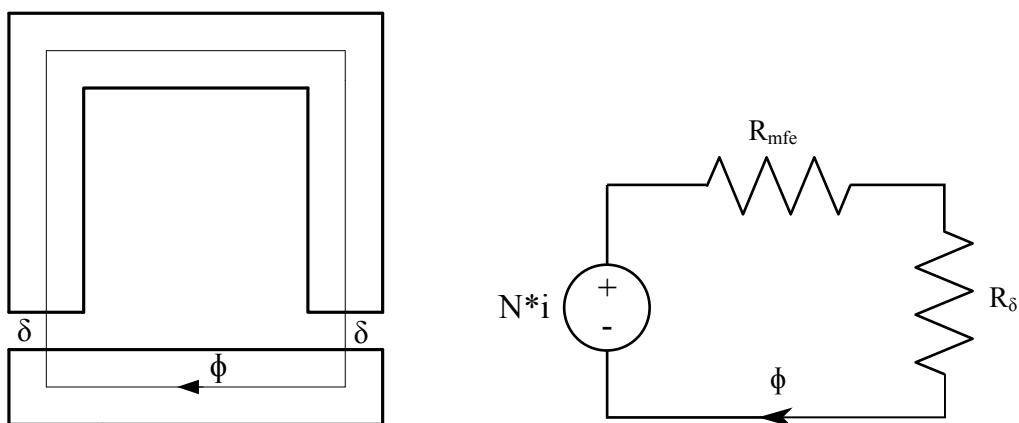
kjer je z  $w$  označena dolžina prostora med jedroma navitij, z  $l$  pa dolžina premikajoče se kotve. Širina kotve je enaka zunanji širini jedra. Sama zračna reža nikoli ne doseže vrednosti 0, ampak se v odvisnosti od  $h$  nahaja med vrednostima  $\delta_{min}$  in  $\delta_{max}$ .

### 3.3.1 Pojasnila k spreminjanju medsebojne induktivnosti

V tem podpoglavju upoštevamo vse prvotno navedene predpostavke. Zaradi načina navijanja primarnih in sekundarnih navitij ter smeri toka, se v zgornji in spodnji glavi navitja, fluks primarja in fluks ustreznega sekundarja podpirata. Za tako zastavljen sistem in vse nadaljne izpeljave moramo primarnemu navitju zagotavljati sinusni tok konstantne amplitude in frekvence.

$$i_1(t) = I_0 \sin(\omega t) \quad (3.14)$$

kjer je  $I_0 = konst$ ,  $\omega = 2\pi f$  in  $f = konst$ . Za lažjo predstavo, se ozremo na magnetno vezje:



Slika 9: Shema magnetne poti in pripadajoče magnetno vezje.

Magnetna napetost  $N \cdot i$  je glede na amplitudo in frekvenco konstantna, prav tako je magnetna upornost jedra časovno konstantna  $R_{mfe} = konst$ . Zaradi različne širine zračne reže, se spreminja magnetna upornost zračne reže  $R_\delta = R_\delta(h)$ , kar rezultira v spreminjanju fluksa skozi primarno in sekundarno navitje. To se seveda odraža tudi v spreminjanju induktivnosti  $L_1$ . Upoštevamo relacijo

$$L_1 = M + L_\sigma \quad (3.15)$$

in ker smo predpostavili, da je stresanje  $L_\sigma$  zanemarljivo, dobimo

$$L_1 \approx M \quad (3.16)$$

Torej se tako spreminja tudi medsebojna induktivnost  $M = M(h)$ , kot smo predpostavili v izpeljavah.

Na tem mestu lahko povdarim, da je zaradi odvisnosti primarne induktivnosti od zračne reže oz. pomika  $L_1(h)$  nujno tokovno napajanje po predpostavki 3. V primeru, da bi

sistem napajali napetostno (tako, kot pri klasičnem LVDT sistemu), bi se s spreminjanjem zračne reže spreminjal tudi tok skozi primarno navitje. Kar pa, kot bomo videli v nadaljevanju ni zaželeno, zato bo predpostavka 3 veljala za vse nadaljne izpeljave.

### 3.3.2 Sekundarna napetost odvisna od pomika $h$

Na podlagi prej omenjenih predpostavk zapišemo linearno odvisnost medsebojne induktivnosti od pomika za oba sistema navitij:

$$M_1(h) = M_0 + k_m \cdot h \quad (3.17)$$

$$M_2(h) = M_0 - k_m \cdot h \quad (3.18)$$

Sledita transformatorski enačbi za sekundarni navitji v odvisnosti od pomika  $h$

$$u_{21}(h) = M_1(h) \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (3.19)$$

$$u_{22}(h) = M_2(h) \cdot \frac{di_1}{dt} \quad (3.20)$$

dobimo končno enačbo za zgornje sekundarno navitje

$$u_{21}(h) = \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_m \cdot h), \quad (3.21)$$

podobno tudi za spodnje sekundarno navitje

$$u_{22}(h) = \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 - k_m \cdot h). \quad (3.22)$$

Napetosti na koncu odštejemo

$$u_2(h) = u_{21}(h) - u_{22}(h) \quad (3.23)$$

$$u_2(h) = \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_m \cdot h) - \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 - k_m \cdot h) \quad (3.24)$$

$$u_2(h) = 2 \frac{di_1}{dt} \cdot k_m h \quad (3.25)$$

Ker hočemo zagotavljati želeno linearnost odvisnosti izhodne napetosti od pomika  $h$ , je na tem mestu razviden pomen predpostavke 3.

### 3.3.3 Sekundarna napetost odvisna od zračne reže

Primer o VR resolverju temelji na spreminjanju zračne reže v sistemu. Zato bomo tukaj odvisnost od pomika  $h$  prevedli na odvisnost od spremembe zračne reže.

Spodnji enačbi prikazujeta vpliv pomika  $h$  na posamezni reži.

$$\delta_1 = \frac{w-l}{2} - h \quad (3.26)$$

$$\delta_2 = \frac{w-l}{2} + h \quad (3.27)$$

Po vstavljanju na mesto  $h$  v enačbi 3.21 in 3.22 dobimo

$$u_{21}(\delta_1) = \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_m \cdot (\frac{w-l}{2} - \delta_1)) \quad (3.28)$$

$$u_{22}(\delta_2) = \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 - k_m \cdot (\delta_2 - \frac{w-l}{2})) \quad (3.29)$$

Končna enačba se po odštevanju glasi

$$u_2(\delta) = u_{21}(\delta_1) - u_{22}(\delta_2) \quad (3.30)$$

$$u_2(\delta) = \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_m \cdot (\frac{w-l}{2} - \delta_1)) - \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 - k_m \cdot (\delta_2 - \frac{w-l}{2})) \quad (3.31)$$

$$u_2(\delta) = \frac{di_1}{dt} \cdot k_m (\delta_2 - \delta_1) \quad (3.32)$$

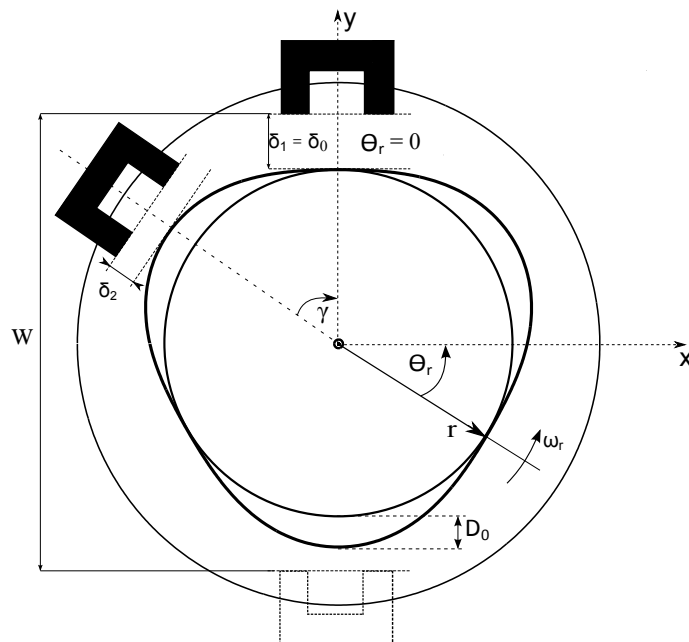
Iz te izpeljave je lepo razvidno dejstvo, da na obliko izhodne inducirane napetosti vpliva sprememba zračne reže. V nadaljevanju bomo to linearno spreminjanje zamenjali s sinusnim.

## 3.4 Sinusno spreminjanje zračne reže

Zadnji korak do enačb VR resolverja je sprememba načina gibanja feromagnetnega jedra in njegove oblike. V končni fazi želimo, da bi bila sprememba zračne reže sinusna. V ta namen do sedaj omenjeno translatorno gibanje, definirano s pomikom  $h$ , pretvorimo v rotacijsko, predstavljeno s kotom  $\Theta_r$ . Feromagnetno jedro zamenjamo z rotorjem, ki ima tako obliko, da med vrtenjem dobimo sinusno spreminjanje zračne reže po funkciji  $\delta = \delta(\Theta_r)$ . Število peres rotorja je označeno s  $p$ . Sledi, da je v primeru, ko je  $p > 1$ , frekvenca spreminjanja zračne reže in seveda tudi električna frekvenca izhodne napetosti

za mnogokratnik  $p$  večja od mehanske. Začetno lego rotorja  $\Theta_r = 0$  definiramo ob največji zračni reži, ko je neizbočen del rotorja poravnani s čevljem zgornjega navitja. Pri izpeljavi upoštevamo vse predpostavke navedene v podpoglavju 3.1.

Za lažjo predstavo si oglejmo sliko 10, kjer so nazorno prikazane potrebne veličine za nadaljne izpeljave.



Slika 10: Prikaz veličin, uporabljenih v izpeljavah.

Na zgornji sliki  $\omega_r$  pomeni kotno hitrost vrtenja  $\omega_r = \frac{d\Theta_r}{dt}$ . Začetna zračna reža je definirana kot:

$$\delta_0 = \frac{w - 2r}{2} \quad (3.33)$$

Spreminja se na naslednji način:

$$\delta_1(\Theta_r) = \frac{w - 2r}{2} - D_0 \cdot \sin(p\Theta_r) \quad (3.34)$$

za  $\delta_2$  je potrebno upoštevati še premik zamaknjenega navitja proti zgornjemu za kot  $\gamma$

$$\delta_2(\Theta_r) = \frac{w - 2r}{2} - D_0 \cdot \sin(p\Theta_r - \gamma) \quad (3.35)$$

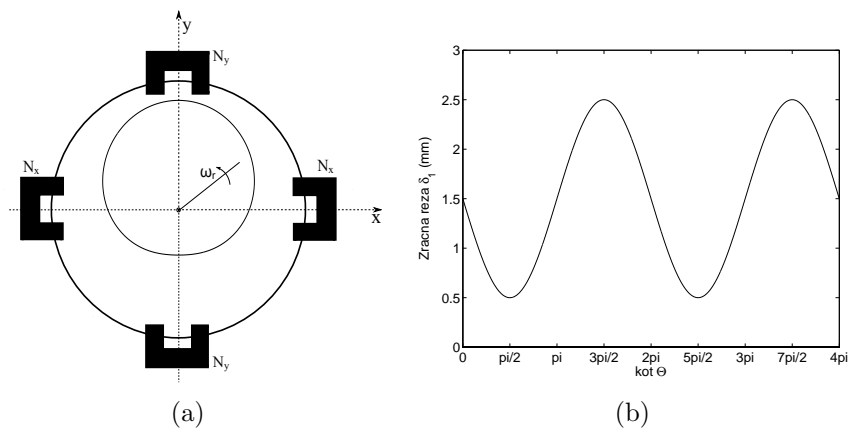
Kot  $\gamma$  se spreminja glede na število polov (peres) rotorja in definira konstrukcijo statorja. Ko resolver vgrajujemo na motor, je pomembno ujemanje števila polov rotorja resolverja s številom polov motorja. Za različne primere rotorjev je nekaj kotov  $\gamma$  zbranih v tabeli 1. Pri nadaljnjih izpeljavah se bom osredotočil le na resolverje z lihim številom polov ( $\gamma = \pi$ ). Za primerjavo, bom omenjal določene rezultate tudi za VR resolver z

dvopolnim rotorjem.

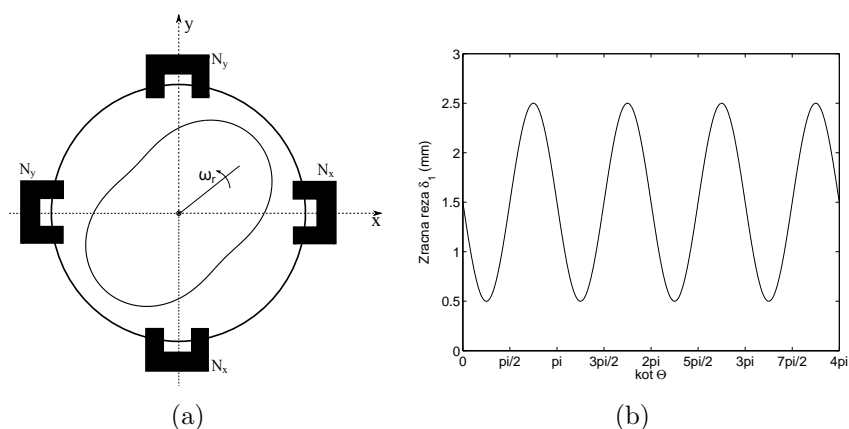
Število polov $p$	Kot $\gamma$
1,3,5,7,...	$\pi$
2,6,10,14,...	$\pi/2$
4,8,12,16,...	$\pi/4$

Tabela 1: Odvisnost kota zamika navitij  $\gamma$  od števila polov rotorja.

Na naslednjih slikah si oglejmo spreminjanje zračne reže v primerih različnih oblik rotorjev. Pomembne so tudi označbe navitij za inducirane napetosti v  $x$  in  $y$  smeri. Razlika se pojavi pri dvopolnem resolverju, saj je (glede na tabelo 1) v tem primeru kot  $\gamma = \frac{\pi}{2}$ .

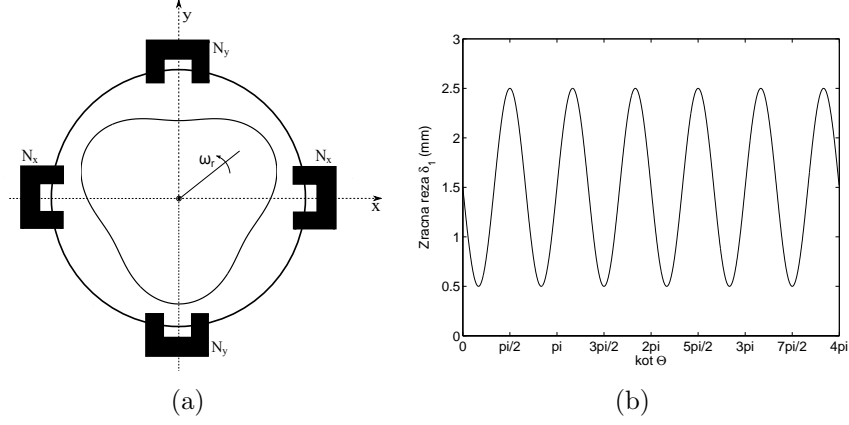


Slika 11: VR resolver z rotorjem  $p = 1$  (a) in ustrezno spreminjanje zračne reže  $\delta_1(\Theta_r)$  (b).



Slika 12: VR resolver z rotorjem  $p = 2$  (a) in ustrezno spreminjanje zračne reže  $\delta_1(\Theta_r)$  (b).





Slika 13: VR resolver z rotorjem  $p = 3$  (a) in ustrezno spreminjanje zračne reže  $\delta_1(\Theta_r)$  (b).

### 3.4.1 Izhodna napetost pri sinusnem spreminjanju zračne reže

Vrnimo se k enačbam 3.17 in 3.18 ter jih preoblikujemo, saj nimamo več premika  $h$ , ampak sinusno spremembo zračnih rež. Enačbo napišemo na podlagi razmisleka, da se ob povečevanju reže medsebojna induktivnost zmanjšuje, v nasprotnem pa povečuje. Pri tem opazimo, da lahko člen  $k_{m\Theta_r}(\frac{w-l}{2})$ , ob primerno izbrani konstanti  $k_{m\Theta_r}$ , pripišemo k  $M_0$ , namesto člena s  $h$  pa dobimo sinusni člen:

$$M(\Theta_r) = M_0 - k_{m\Theta_r} \left( \frac{w-2r}{2} - D_0 \sin(p\Theta_r) \right) \quad (3.36)$$

Novi enačbi za medsebojni induktivnosti pri  $\gamma = \pi$  sta:

$$M_1(\Theta_r) = M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot D_0 \sin(p\Theta_r) \quad (3.37)$$

$$M_2(\Theta_r) = M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot D_0 \sin(p\Theta_r - \pi) \quad (3.38)$$

Odvisnost izhodnih napetosti je ob upoštevanju osnovnih transformatorskih enačb za naš primer ter enačb 3.37 in 3.38 naslednja

$$u_{21}(\Theta_r) = \frac{di_1}{dt} \cdot M_1(\Theta_r) \quad (3.39)$$

$$u_{22}(\Theta_r) = \frac{di_1}{dt} \cdot M_2(\Theta_r) \quad (3.40)$$

enačbi za posamezni navitji se glasita

$$u_{21}(\Theta_r) = \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot D_0 \sin(p\Theta_r)) \quad (3.41)$$

$$u_{22}(\Theta_r) = \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot D_0 \sin(p\Theta_r - \pi)) \quad (3.42)$$

Da sta si napetosti po spreminjanju glede na kot  $\Theta_r$  nasprotni, poskrbi fazno premaknjen sinusni člen.

Ker sta navitji povezani proti-serijsko, enačbo za izhodno napetost dobimo z odštevanjem posamičnih napetosti  $u_{21}(\Theta_r)$  in  $u_{22}(\Theta_r)$ .

$$u_2(\Theta_r) = u_{21}(\Theta_r) - u_{22}(\Theta_r) \quad (3.43)$$

$$u_2(\Theta_r) = \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot D_0 \sin(p\Theta_r)) - \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot D_0 \sin(p\Theta_r - \pi)) \quad (3.44)$$

Na tem mestu upoštevamo relacijo  $\sin(\xi - \pi) = -\sin(\xi)$  in dobimo končno enačbo za izhodno napetost v primeru dveh proti-serijsko vezanih sekundarnih navitij:

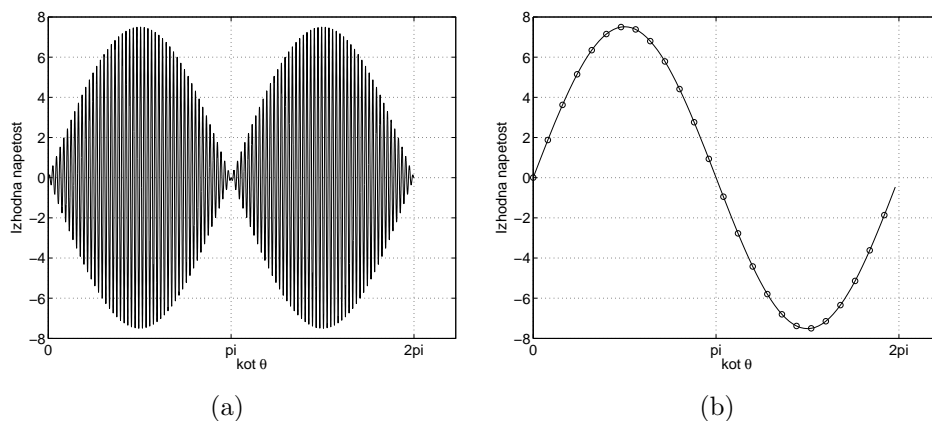
$$u_2(\Theta_r) = 2 \frac{di_1}{dt} k_{m\Theta_r} \cdot D_0 \sin(p\Theta_r) \quad (3.45)$$

Na podlagi izpeljane enačbe, lahko narišemo izhodno sinusno napetost, če je vzbujanje sinusno  $i_1(t) = I_0 \sin(\omega t)$ . V tabeli 2 so navedene enačbe izhodnih napetosti pri različnih oblikah rotorjev.

Št. polov $p$	Enačba izhodne napetosti $u_2(\Theta_r)$
1	$u_2(\Theta_r) = 2 \frac{di_1}{dt} k_{m\Theta_r} \cdot D_0 \sin(\Theta_r)$
2	$u_2(\Theta_r) = \frac{di_1}{dt} k_{m\Theta_r} \cdot D_0 (\sin(2\Theta_r) - \sin(2\Theta_r - \pi/2))$
3	$u_2(\Theta_r) = 2 \frac{di_1}{dt} k_{m\Theta_r} \cdot D_0 \sin(3\Theta_r)$

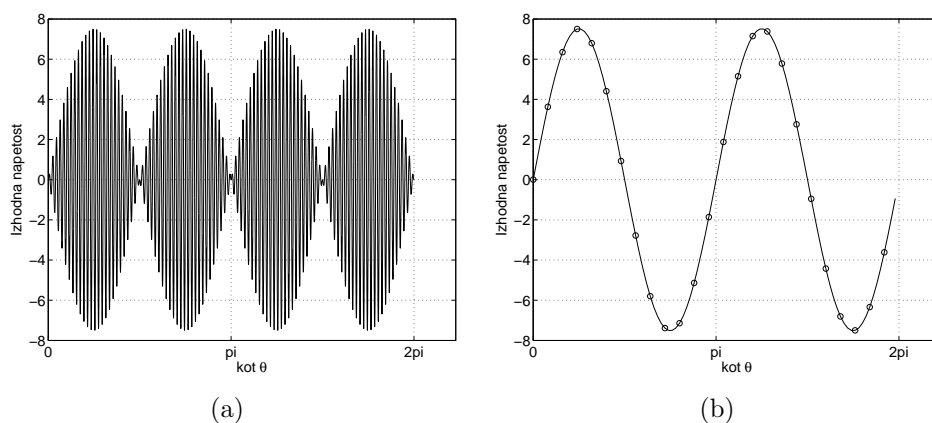
Tabela 2: Odvisnost kota zamika navitij  $\gamma$  od števila polov rotorja.

Napetosti za različne rotorje so prikazane na naslednjih slikah.

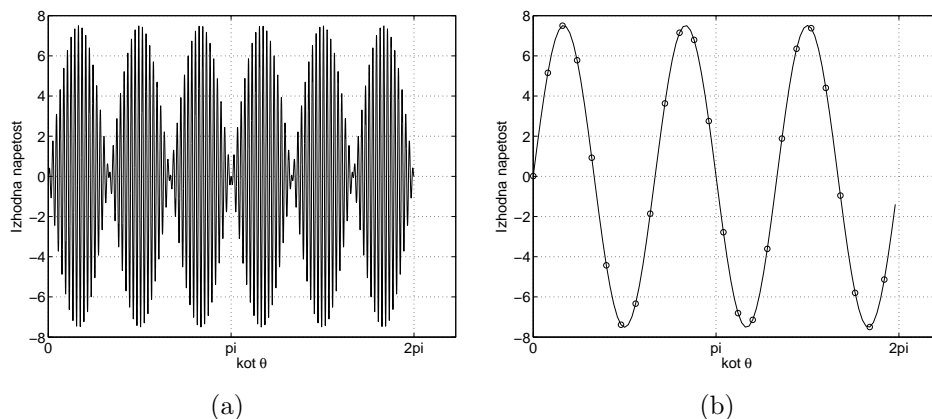


Slika 14: Izhodna napetost  $u_2(\Theta_r)$  pri  $p = 1$  (a) in njena ovojnica (b).

Za primer dvopolnega resolverja je izhodna napetost smeri  $y$  prikazana na sliki 15. Pot do tega rezultata je enaka kot pri resolverjih z lihim številom polom, le da v izpeljavi za nasprotno navitje upoštevamo fazni premik  $\pi/2$ . Za generiranje te napetosti skrbita navitji premaknjeni za kot  $\gamma = \pi/2$ , kot kaže slika 12.



Slika 15: Izhodna napetost  $u_2(\Theta_r)$  pri  $p = 2$  (a) in njena ovojnica (b).

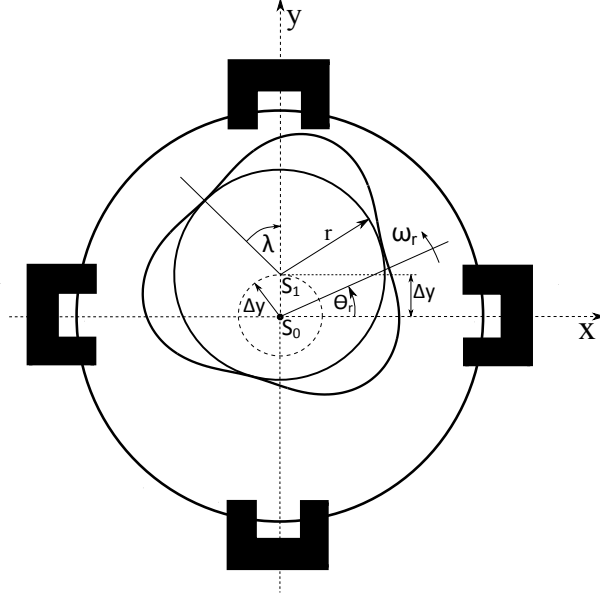


Slika 16: Izhodna napetost  $u_2(\Theta_r)$  pri  $p = 3$  (a) in njena ovojnica (b).

### 3.5 Izpeljava enačbe pri dinamični ekscentričnosti v smeri $y$

Opazujemo do sedaj opisani sistem navitij z ustreznim konstantnim sinusnim vzbujaanjem ter dinamično ekscentričnostjo. Definirajmo začetno lego rotorja v centru statorja  $S_0(x_0, y_0)$ . Rotor nekoliko izmaknemo iz začetne točke v novo  $S_1(x_0, y_0 + \Delta y)$ . Os vrtenja ostaja v centru statorja, zato staro središče rotorja  $S_0$  opisuje krožnico s polmerom  $\Delta y$  okrog osi vrtenja  $S_1$ , torej centra statorja. Zaradi splošnosti predpostavimo, da amplituda ekscentričnosti  $E_0$  ni poravnana z začetno lego rotorja  $\Theta = 0$ , ampak zavrtena za kot  $\lambda$ . Ta je v primeru, ko je smer ekscentričnosti poravnana z začetno lego rotorja, enak 0. V nasprotnem primeru pa kot zasuka ekscentričnosti upoštevamo v definiciji njene lege glede na kot rotorja  $\Theta_r - \lambda$ . Omenjena krožnica prikazuje, da bo ne glede na smer rotorske ekscentričnosti, ta imela enak vpliv na zračne reže vseh navitij. Prav zato si lahko privoščimo tovrstno implementacijo kota  $\lambda$ , ki temelji na principu superpozicije. Če rotor postavimo v definirano začetno lego ( $\Theta_r = 0$ ), ekscentričnost pa povzročimo v smeri, ki jo podaja kot  $\lambda$ , dobimo enak rezultat, kot če ekscentričnost povzročimo v smeri začetne lege ( $\Theta_r = 0$ ) in je rotor zamaknjen za kot zasuka  $\lambda$ . Za lažjo predstavo si oglejmo sliko 17.

Nova sprememba zračne reže je sestavljena iz spremembe zaradi ekscentričnosti  $e(\Theta_r)$  in spremembe zaradi posebne oblike rotorja  $d(\Theta_r)$ . V ta namen amplitudo ekscentričnosti označimo kot  $E_0 = \Delta y$ , torej kot odmik iz centra v smeri  $y$ . Sprememba te amplitude se ponovi vsako mehansko periodo, torej s kotno hitrostjo  $\omega_r$ .



Slika 17: Shema definicije dinamične ekscentričnosti VR resolverja, ko je ekscentričnost povzročena v smeri začetne lege rotorja  $\Theta_r = 0$ .

Po principu superpozicije bo končni signal sestavljen iz dveh komponent:

- sprememba zaradi ekscentričnosti:

$$e(\Theta_r) = E_0 \sin(\Theta_r - \lambda) \quad (3.46)$$

- sprememba zaradi oblike rotorja

$$d(\Theta_r) = D_0 \sin(p\Theta_r) \quad (3.47)$$

S pomočjo superpozicije zapišemo enačbo za spremembo zračne reže za primer navitij v  $y$  smeri. Zopet pomislimo na to, da se reža zmanjšuje, ko se izmaknjen del rotorja približuje statorskemu čevlju.

$$\delta(\Theta_r) = \delta_0 - e(\Theta_r) - d(\Theta_r) = \delta_0 - E_0 \sin(\Theta_r - \lambda) - D_0 \sin(p\Theta_r) \quad (3.48)$$

v našem primeru imamo  $\delta_0$  definiran kot  $\frac{w-2r}{2}$ , zato

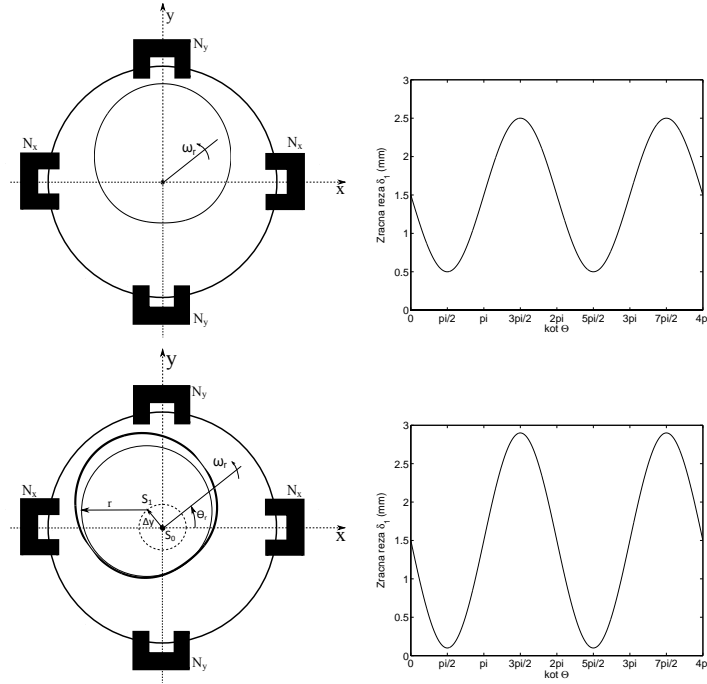
$$\delta_1(\Theta_r) = \frac{w-2r}{2} - E_0 \sin(\Theta_r - \lambda) - D_0 \sin(p\Theta_r) \quad (3.49)$$

za  $\delta_2$  je potrebno upoštevati še premik spodnjega navitja proti zgornjemu za  $\gamma = 180^\circ$ ,

pri čemer bo ta izpeljava veljala le za primer resolverja z lihim številom polov.

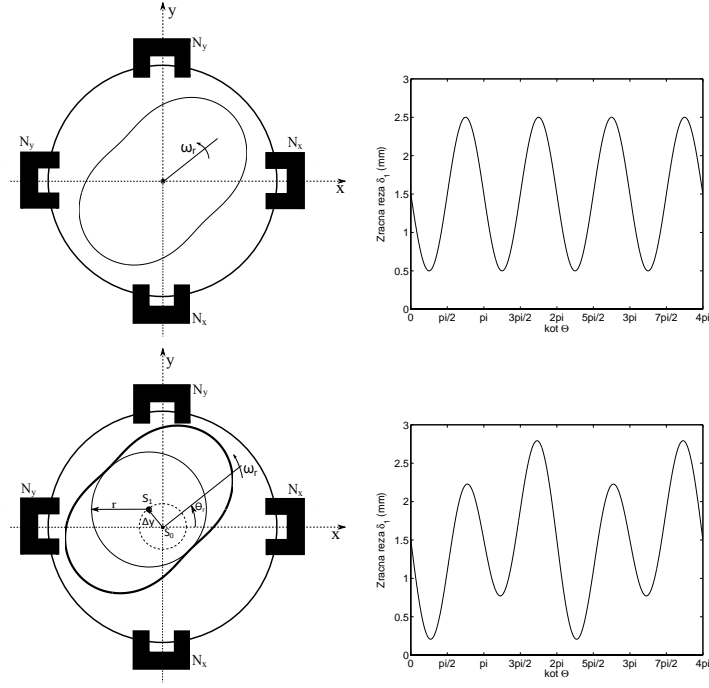
$$\delta_2(\Theta_r) = \frac{w - 2r}{2} - E_0 \sin(\Theta_r - \lambda - \gamma) - D_0 \sin(p\Theta_r - \gamma) \quad (3.50)$$

Oglejmo si nekaj primerov oblik rotorjev z ustreznimi poteki spreminjanja zračne reže  $\delta_1$ . Najprej jih bomo obravnavali brez, potem pa še ob prisotni dinamični ekscentričnosti amplitude  $E_0$ . Grafi so risani pri kotu zasuka ekscentričnosti  $\lambda = 0$ .

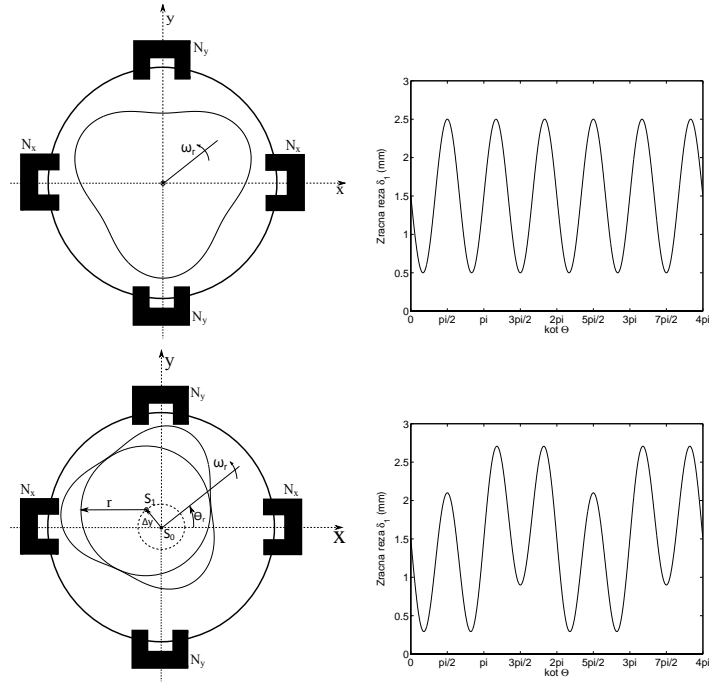


Slika 18: Zgoraj: rotor  $p = 1$  in ustrezna sprememba zračne reže. Spodaj: enak rotor, premaknjen za  $\Delta y$  in sprememba zračne reže pri omenjeni ekscentričnosti.

Na zgornji sliki vidimo, da dinamična ekscentričnost, ki je poravnana z začetno lego rotorja, povzroči le povečanje amplitude sinusnega spreminjanja zračne reže. Kot pa je bolje razvidno iz slik 19 in 20, s tovrstno ekscentričnostjo pravzaprav v potek reže vnašamo osnovni harmonik mehanske frekvence.

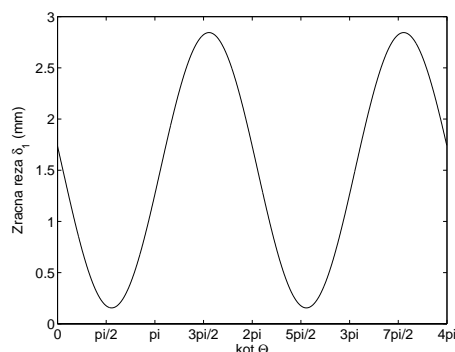


Slika 19: Zgoraj: rotor  $p = 2$  in ustrezna sprememba zračne reže. Spodaj: enak rotor, premaknjen za  $\Delta y$  in sprememba zračne reže pri omenjeni ekscentričnosti.

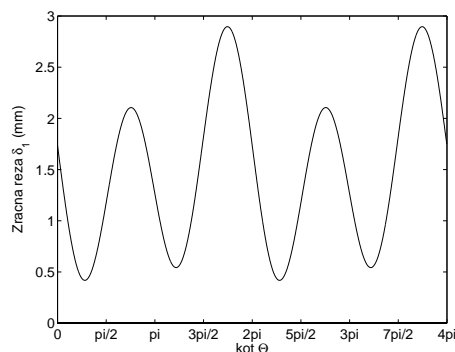


Slika 20: Zgoraj: rotor  $p = 3$  in ustrezna sprememba zračne reže. Spodaj: enak rotor, premaknjen za  $\Delta y$  in sprememba zračne reže pri omenjeni ekscentričnosti.

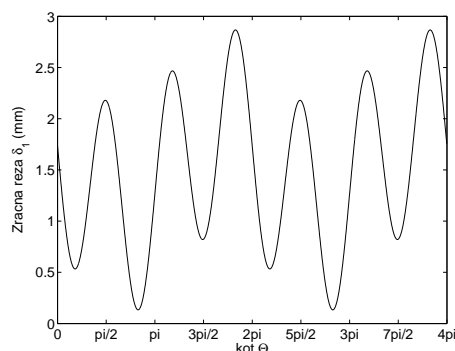
Oglejmo si še bolj splošen primer spreminjanja zračne reže, ko velja  $\lambda \neq 0$ . Za risanje grafov sem izbral kot zasuka ekscentričnosti  $\lambda = \pi/5$ , sicer pa je v praksi ta kot poljuben.



Slika 21: Sprememba zračne reže pri dinamični ekscentričnosti amplitude  $E_0$ , rotorju s  $p=1$  in kotu zasuka  $\lambda = \pi/5$ .



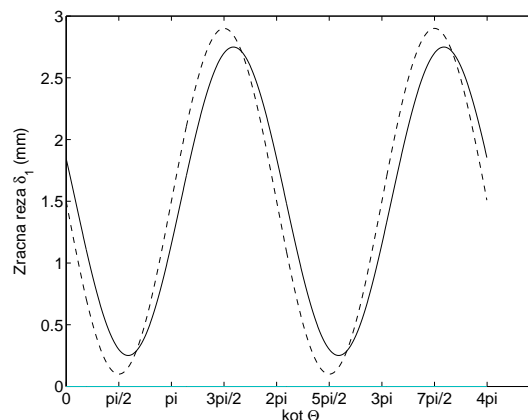
Slika 22: Sprememba zračne reže pri dinamični ekscentričnosti amplitude  $E_0$ , rotorju s  $p=2$  in kotu zasuka  $\lambda = \pi/5$ .



Slika 23: Sprememba zračne reže pri dinamični ekscentričnosti amplitude  $E_0$ , rotorju s  $p=3$  in kotu zasuka  $\lambda = \pi/5$ .



Razlike v potekih zračne reže  $\delta_1(\Theta_r)$  pred in po implementaciji kota  $\lambda$ , bomo najlažje videli na sliki 24.



Slika 24: Razlika v poteku spreminjanja zračne reže pred (prekinjena črta) in po (polna črta) implementaciji kota  $\lambda$ .

S kotom zasuka ekscentričnosti  $\lambda$  proti začetni legi rotorja povzročimo tako pričakovani fazni premik osnovnega mehanskega harmonika, kot tudi spremembo amplitude poteka zračne reže. Posamezne vplive namreč vključujemo s seštevanjem, pri čemer upoštevamo princip superpozicije.

### 3.5.1 Odvisnost izhodne napetosti osi $y$

Že izpeljani enačbi 3.49 in 3.49 za sinusno spreminjanje zračnih rež  $\delta_1$  ter  $\delta_2$  bomo v tem podpoglavju uporabili za nadaljno izpeljavo. Vstavimo ju v enačbi za medsebojno induktivnost in za primer resolverja z lihim številom polov dobimo:

$$M_1(\Theta_r) = M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot (E_0 \sin(\Theta_r - \lambda) + D_0 \sin(p\Theta_r)) \quad (3.51)$$

$$M_2(\Theta_r) = M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot (E_0 \sin(\Theta_r - \lambda - \pi) + D_0 \sin(p\Theta_r - \pi)) \quad (3.52)$$

Odvisnost izhodnih napetosti je ob upoštevanju osnovnih transformatorskih enačb za naš primer naslednja

$$u_{y21}(\Theta_r) = \frac{di_1}{dt} \cdot M_1(\Theta_r) \quad (3.53)$$

$$u_{y22}(\Theta_r) = \frac{di_1}{dt} \cdot M_2(\Theta_r) \quad (3.54)$$

enačbi za posamezni navitji se glasita

$$u_{y21}(\Theta_r) = \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot (E_0 \sin(\Theta_r - \lambda) + D_0 \sin(p\Theta_r))) \quad (3.55)$$

$$u_{y22}(\Theta_r) = \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot (E_0 \sin(\Theta_r - \lambda - \pi) + D_0 \sin(p\Theta_r - \pi))) \quad (3.56)$$

Da sta si napetosti po spreminjanju glede na kot  $\Theta_r$  nasprotni, poskrbi fazno premaknjen sinusni člen. Ker sta navitji povezani proti-serijsko, enačbo za izhodno napetost dobimo z odštevanjem posamičnih napetosti  $u_{y21}(\Theta_r)$  in  $u_{y22}(\Theta_r)$ .

$$u_y(\Theta_r) = u_{y21}(\Theta_r) - u_{y22}(\Theta_r) \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned} u_y(\Theta_r) &= \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot (E_0 \sin(\Theta_r - \lambda) + D_0 \sin(p\Theta_r))) \\ &\quad - \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot (E_0 \sin(\Theta_r - \lambda - \pi) + D_0 \sin(p\Theta_r - \pi))) \end{aligned} \quad (3.58)$$

Na tem mestu upoštevamo relacijo  $\sin(\xi - \pi) = -\sin(\xi)$ . Dobimo končno enačbo za izhodno napetost v primeru proti-serijsko vezanih dveh sekundarnih navitij:

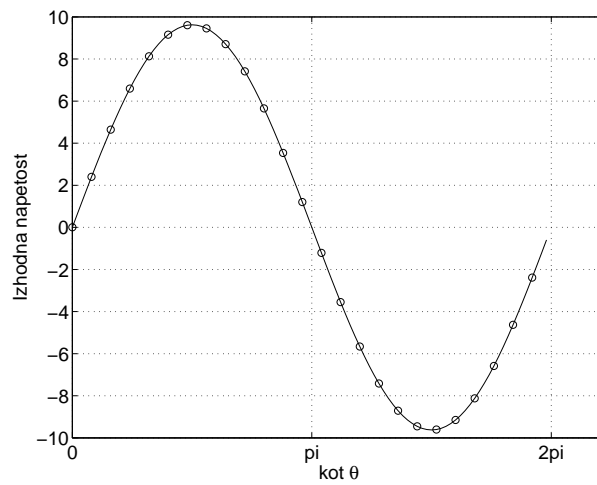
$$u_y(\Theta_r) = 2 \frac{di_1}{dt} k_{m\Theta_r} \cdot (E_0 \sin(\Theta_r - \lambda) + D_0 \sin(p\Theta_r)) \quad (3.59)$$

Na ta način so ponazorjeni posamezni vplivi na spremembo zračne reže in posredno na izhodno inducirano napetost. Združevanje konstant zato ni smiselno. Enačbe za posamezne primere izvedb resolverjev si oglejmo v tabeli 3.

Št. polov $p$	Enačba izhodne napetosti $u_2((\Theta_r))$
1	$u_2(\Theta_r) = 2 \frac{di_1}{dt} k_{m\Theta_r} \cdot (E_0 \sin(\Theta_r - \lambda) + D_0 \sin(\Theta_r))$
2	$u_2(\Theta_r) = \frac{di_1}{dt} k_{m\Theta_r} \cdot (E_0(\sin(\Theta_r - \lambda) - \cos(\Theta_r - \lambda)) + D_0(\sin(2\Theta_r) - \cos(2\Theta_r)))$
3	$u_2(\Theta_r) = 2 \frac{di_1}{dt} k_{m\Theta_r} \cdot (E_0 \sin(\Theta_r - \lambda) + D_0 \sin(3\Theta_r))$

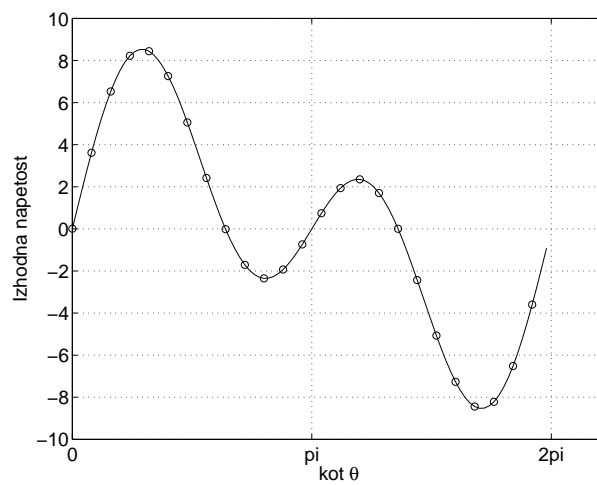
Tabela 3: Odvisnost kota zamika navitij  $\gamma$  od števila polov rotorja.

Potek sinusne izhodne napetosti  $u_y(\Theta_r)$  prikazujejo naslednje slike.

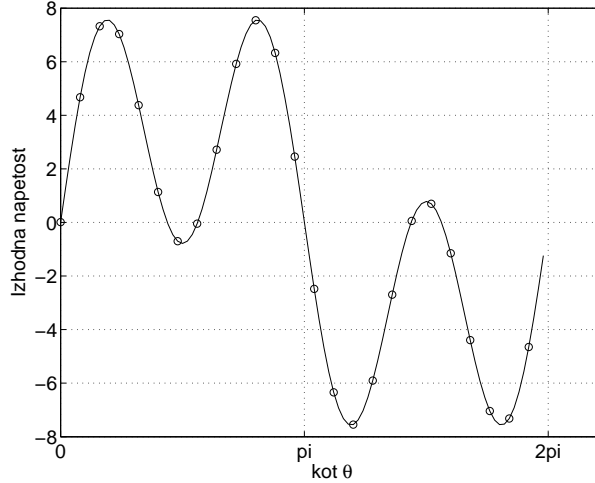


Slika 25: Potek napetosti smeri  $y$  v primeru dinamične ekscentričnosti  $E_0$ ,  $p = 1$ ,  $\lambda = 0$ .

Pri dvopolnem resolverju je ustrezna izhodna napetost smeri  $y$  prikazana na spodnji sliki. Izpeljava do tega rezultata se od zgoraj navedene razlikuje v faznem premiku navitij za kot  $\gamma = \pi/2$ .



Slika 26: Potek napetosti smeri  $y$  v primeru dinamične ekscentričnosti  $E_0$ ,  $p = 2$ ,  $\lambda = 0$ .



Slika 27: Potek napetosti smeri  $y$  v primeru dinamične ekscentričnosti  $E_0$ ,  $p = 3$ ,  $\lambda = 0$ .

Na zgornjih slikah lahko opazimo povečanje amplitude v smeri ekscentričnosti. Posebej je to opazno na sliki 25.

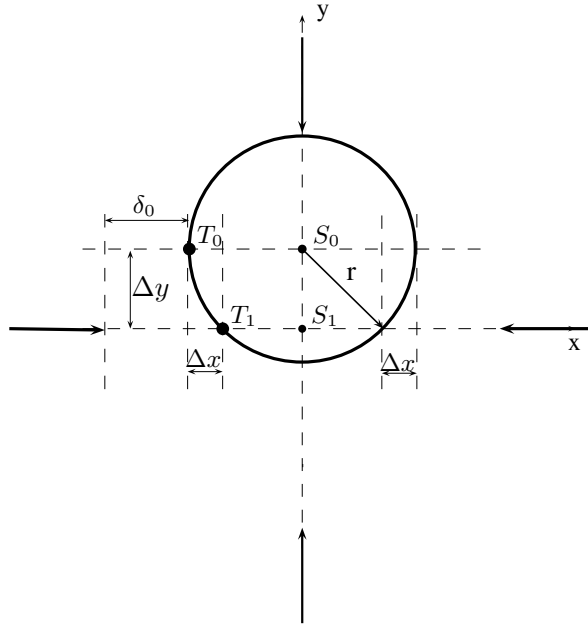
### 3.5.2 Vpliv na izhodno napetost osi $x$

Potem, ko smo izpeljali enačbo za odvisnost izhodne napetosti v smeri  $y$ , bi lahko postopek analogno ponovili tudi za izhodno napetost smeri  $x$ . Paziti bi morali le na ustrezní fazni premik  $\pi/2$ , saj so navitja prostorsko premaknjena na ta način. Tukaj se bomo opredelili na vpliv dinamične ekscentričnosti v smeri  $y$  na zračni reží smeri  $x$ . Videli bomo, da ima omenjena ekscentričnost vendarle nekoliko drugačen vpliv na statično povečanje zračne reží smeri  $x$ , kot ga je imela v primeru smeri  $y$ . Za začetek privzemimo, da rotor miruje in je njegova ekscentričnost poravnana z izhodiščem vrtenja  $\Theta_r = 0$ . Velja torej  $\lambda = 0$ . Za izpeljavo sem rotor poenostavil v navaden krog z radijem  $r$ . Oglejmo si sliko 28. Ob predpostavki zelo majhnih premikov  $\Delta y$  in velikem rotorju, je zgoraj omenjeni vpliv zanemarljivo majhen. Tukaj ga bom obravnaval, ker bodo tako izpeljave veljale splošno. Zračne reží ne opazujemo več s stališča (široke) glave navitja, ampak ga skrčimo v točko. To storimo samo zaradi nazornosti prikaza obravnavanega vpliva. Stator obdrži prvotno lego s središčem v koordinatnem izhodišču  $S_0$ . Ko rotor izmaknemo iz centra  $S_0$  za  $\Delta y$  v novo točko na rotorju  $S_1$ , kot kaže slika 28, se opazovanje reží premakne iz točke  $T_0$  v  $T_1$ . Pri tem potujemo po krožnici, zato se obe reží povečata po enačbi:

$$\Delta x = \sqrt{r^2 - (y_0 - \Delta y)^2} \quad (3.60)$$

Nova začetna zračna reží se glasi:

$$\delta_{0dx} = \delta_0 + \Delta x \quad (3.61)$$



Slika 28: Vpliv dinamične ekscentričnosti  $E_0$  na spremembo reže v smeri  $x$ .

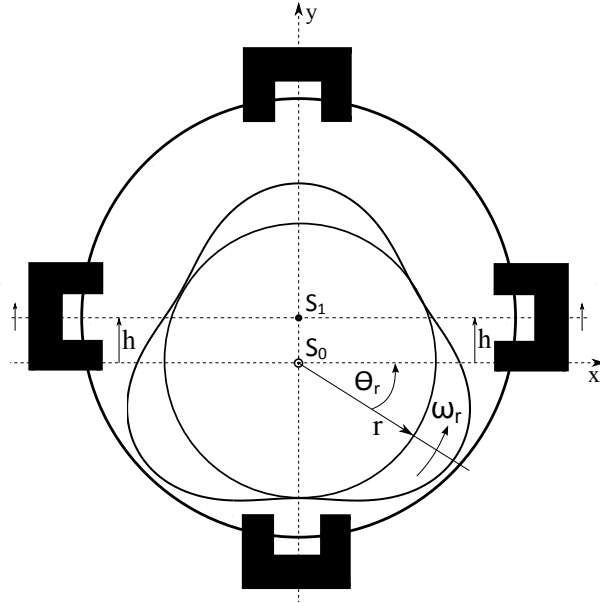
Ko rotor zavrtimo, ima ekscentričnost enak vpliv na vse zračne reže senzorja, saj je središče vrtenja še vedno v centru statorja  $S_0$ . Dinamično obnašanje reže  $\delta_1$  lahko opišemo kot

$$\delta_{1dx} = \delta_0 + \Delta x - e(\Theta_r) - d(\Theta_r) \quad (3.62)$$

V primeru resolverja z lihim številom polov se nasprotno enako spreminja tudi reža  $\delta_2$ . Od tukaj naprej je pot do izhodne napetosti enaka, kot je bilo opisano v podpoglavju 3.5.1. Ker se reža spremeni le statično, vpliv ni viden na potekih izhodnih napetosti. Če ima resolver sodo število polov je ta vpliv potrebno upoštevati glede na kot  $\gamma$ . Za dvopolni resolver tako dobimo, da ekscentričnost v smeri  $y$  doprinese k statičnemu povečanju zračne reže  $\delta_{0dx}$  navitja izhodne inducirane napetosti smeri  $y$ .

### 3.6 Izpeljava enačbe pri statični ekscentričnosti v smeri $y$

Opazovani sistem ostaja enak, brez ekscentričnosti in statorjem z navitji v  $x$  in  $y$  smeri. Predpostavljamo, da je osnovna zračna reža  $\delta_0 = \frac{w-2r}{2}$  enako definirana za oba sklopa navitij. Odmik statorja je majhen, tako da stresanje polja prečno postavljenih navitij nima bistvenega vpliva na izhodno napetost. Definirajmo izhodiščno točko  $h = 0$  v centru  $S_0(x_0, y_0)$ . Stator nato izmaknemo v smeri  $y$  za premik  $h$  iz prvotne centrirane lege  $S_0$  v novo lego  $S_1(x_0, y_0 + h)$ , kot kaže slika 29. Premik navzgor torej pomeni spremembo s pozitivnim predznakom, negativni predznak pa ponazarja spremembo navzdol. Rotor tako ostaja poravnan z osjo vrtenja.



Slika 29: Statična ekscentričnost v smeri  $y$ .

Graf spreminjanja zračne reže v smeri ekscentričnosti ostaja po obliki enak osnovnemu, brez ekscentričnosti, le da je izmaknjen za  $\pm h$ .

### 3.6.1 Odvisnost izhodne napetosti osi $y$

Pričakujemo statično spremembo zračne reže v  $y$  smeri. Nekoliko bolj zapletena je obravnava spremembe zračnih rež v  $x$  osi ob statični ekscentričnosti smeri  $y$ , zato sem temu namenil posebno podpoglavje.

Enačbi za zračni rež pri poljubnem premiku  $h$  in resolver z lihim številom polov se glasita:

$$\delta_1(\Theta_r, h) = \frac{w - 2r}{2} - h + D_0 \sin(p\Theta_r) \quad (3.63)$$

$$\delta_2(\Theta_r, h) = \frac{w - 2r}{2} + h + D_0 \sin(p\Theta_r - \pi) \quad (3.64)$$

Odvisnost izhodnih napetosti je ob upoštevanju osnovnih transformatorskih enačb za naš primer naslednja

$$u_{y21}(\Theta_r, h) = \frac{di_1}{dt} \cdot M_1(\Theta_r, h) \quad (3.65)$$

$$u_{y22}(\Theta_r, h) = \frac{di_1}{dt} \cdot M_2(\Theta_r, h) \quad (3.66)$$

Definirajmo novi medsebojni induktivnosti, odvisni tudi od statične ekscentričnosti:

$$M_1(\Theta_r, h) = M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot \left( \frac{w - 2r}{2} - h + D_0 \sin(p\Theta_r) \right) \quad (3.67)$$

$$M_2(\Theta_r, h) = M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot \left( \frac{w-2r}{2} + h + D_0 \sin(p\Theta_r - \pi) \right) \quad (3.68)$$

Člen  $k_{m\Theta_r}(\frac{w-2r}{2})$  pripišemo h konstanti  $M_0$ , člen  $k_{m\Theta_r}D_0 \sin(p\Theta_r)$  je sinusno spreminjanje reže zaradi oblike rotorja, statično ekscentričnost pa ponazarja  $\pm k_{m\Theta_r}h$ . Enačbi 3.67 in 3.68 vstavimo v transformatorski enačbi 3.65 in 3.66:

$$u_{y21}(\Theta_r, h) = \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot (D_0 \sin(p\Theta_r) - h)) \quad (3.69)$$

$$u_{y22}(\Theta_r, h) = \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot (D_0 \sin(p\Theta_r - \pi) + h)) \quad (3.70)$$

Na koncu napetosti odštejemo

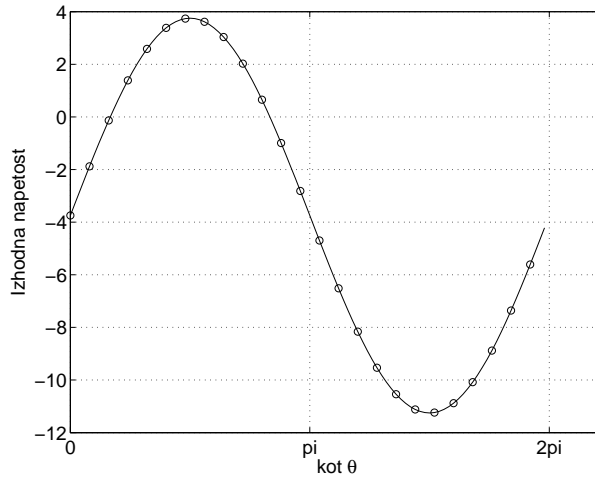
$$u_y(\Theta_r, h) = u_{y21}(\Theta_r, h) - u_{y22}(\Theta_r, h) \quad (3.71)$$

$$u_y(\Theta_r, h) = \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot (D_0 \sin(p\Theta_r) - h)) - \frac{di_1}{dt} \cdot (M_0 + k_{m\Theta_r} \cdot (D_0 \sin(p\Theta_r - \pi) + h)) \quad (3.72)$$

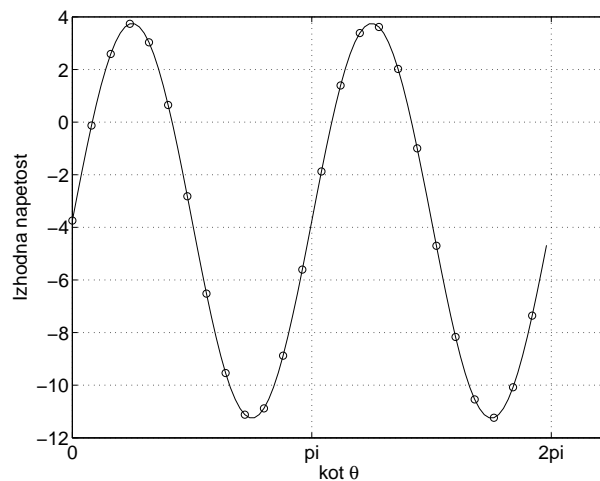
in dobimo

$$u_y(\Theta_r, h) = 2 \frac{di_1}{dt} k_{m\Theta_r} \cdot (D_0 \sin(p\Theta_r) - h) \quad (3.73)$$

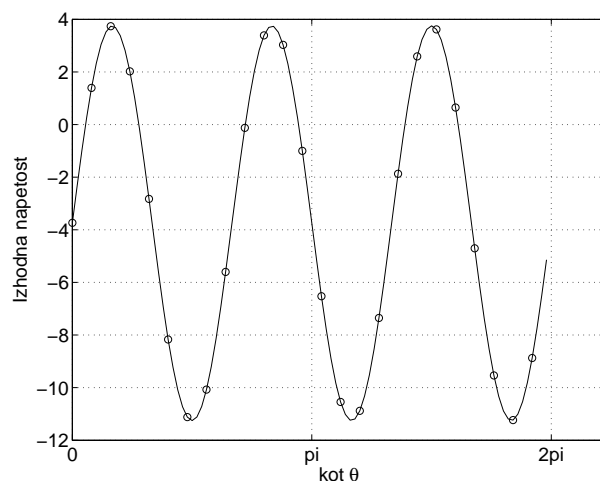
Vpliv na izhodno napetost navitij osi  $y$  prikazujejo naslednje slike. Statična ekscentričnost izmakne središčno lego sinusoide za vrednost  $k_{m\Theta_r}h$  od abscisne osi.



Slika 30: Izhodna napetost pri statični ekscentričnosti v smeri  $y$ ,  $p = 1$ .



Slika 31: Izhodna napetost pri statični ekscentričnosti v smeri  $y$ ,  $p = 2$ .

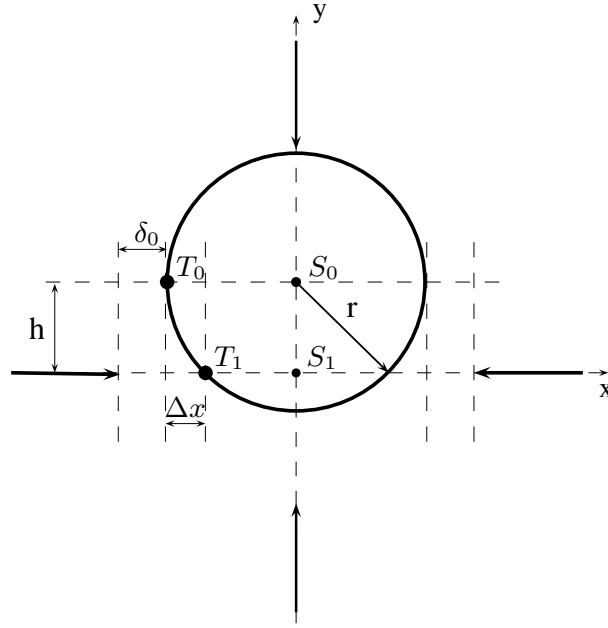


Slika 32: Izhodna napetost pri statični ekscentričnosti v smeri  $y$ ,  $p = 3$ .

### 3.6.2 Vpliv na izhodno napetost osi $x$

Statična ekscentričnost v smeri  $y$  ima svoj vpliv tudi na zračni reži v smeri  $x$ . V tem podpoglavju se bom osredotočil le na spremembo zračne reže pri resolverju z lihimi številom polov. Postopek do izhodne napetosti je opisan že v podpoglavju 3.6.1. Pri tem moramo paziti na ustrezni fazni premik  $\pi/2$ , saj so navitja prostorsko premaknjena na ta način. Za začetek privzemimo, da rotor miruje in je njegova ekscentričnost poravnana z izhodiščem vrtenja  $\Theta_r = 0$ . Velja torej  $\lambda = 0$ . Za izpeljavo sem rotor poenostavil v navaden krog z radijem  $r$ . Oglejmo si sliko 33. Tudi v tem primeru moram omeniti, da ima primer statične ekscentričnosti zanemarljive vplive v primeru večjega rotorja, široke glave navitij in majhnih ekscentričnosti, vendar ga bom zaradi splošnosti vseeno obravnaval. Izpeljava temelji na podobnih predpostavkah glede opazovanja zračne reže, kot sem jih omenil v podpoglavju 3.5.2. Glede na sliko 33, rotor obdrži prvotno lego, vendar se zaradi izmika





Slika 33: Vpliv statične ekscentričnosti  $h$  na spremembo reže v smeri  $x$ .

satorja iz točke  $S_0$  za  $h$  v novo točko na rotorju  $S_1$ , statično spremeni zračna reža osi  $x$  za  $\Delta x$ . Zopet potujemo po krožnici in dobimo povečanje reže po enačbi:

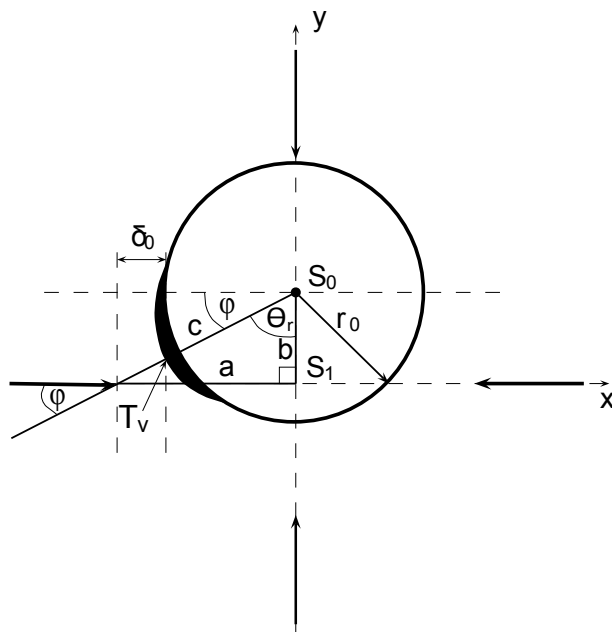
$$\Delta x = \sqrt{r^2 - (y_0 - \Delta y)^2} \quad (3.74)$$

Nova zračna reža je:

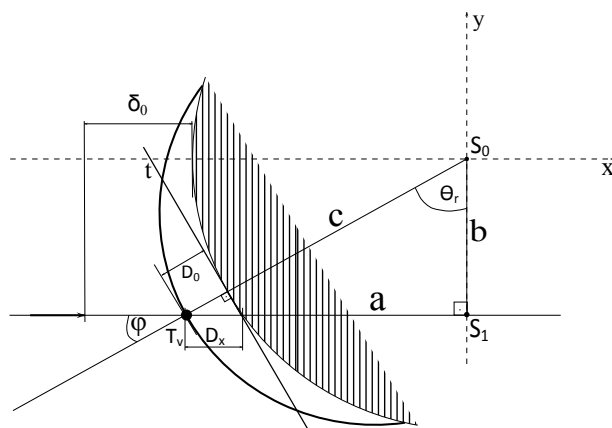
$$\delta_{0sx} = \delta_0 + \Delta x \quad (3.75)$$

Rotor zavrtimo v lego, kot je prikazano na sliki 34, pri čemer ga vrnemo v prvotno obliko. V tej legi poteka skozi središče  $S_0$  in točko opazovanja na abscisi premica, ki gre skozi vršno točko rotorja  $T_v$ . Smer pogleda na rotor s strani glave navitja ni več radialna, kot je bila v centrirani legi satorja. Abscisa oklepa z radijem rotorja kot  $\varphi$ . Izriše se nam trikotnik  $\triangle abc$ . Že iz slike 34 je razvidno, da je zaradi spremembe smeri pogleda poleg statičnega povečanja zračne reže, potrebna še pravilna projekcija debeline izbočenosti rotorja  $D_0$ . Točko  $T_v$  poravnamo z absciso, tako da je ta točka tudi točka opazovanja zračne reže. Slika 35 prikazuje povečan del okrog vršne točke  $T_v$ . Izračunajmo kot  $\varphi$ :

$$\varphi = \arcsin \frac{b}{c} \quad (3.76)$$



Slika 34: Vpliv statične ekscentričnosti osi  $y$  na spremembo reže v smeri  $x$ .



Slika 35: Določitev projekcije izbočenosti rotorja  $D_0$ .

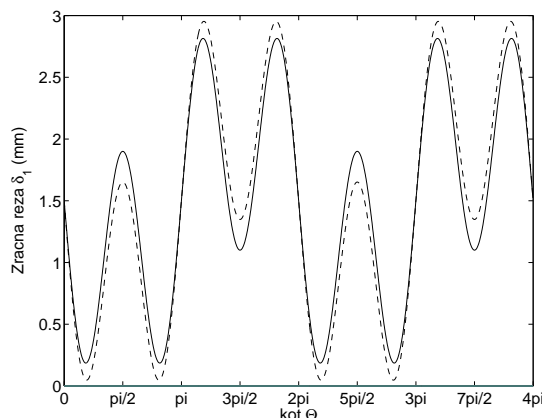
Dobili smo majhen pravokotni trikotnik znotraj izbočenosti rotorja. Tukaj si lahko privoščimo manjšo poenostavitev. Presečišče tangente  $t$  na obod rotorja z radijem  $r$  in abscise (glej sliko 35), je dovolj blizu zunanjemu robu rotorja, da je napaka zaradi odstopanja zanemarljiva. Kot  $\varphi$  smo izračunali že prej in ga zdaj lahko uporabimo za izračun projekcije rotorske izbočenosti. Ta se navidezno poveča, zato:

$$E_{0x} = \frac{E_0}{\cos \varphi} \quad (3.77)$$

Projekcija  $E_{0x}$  bo v enačbi za spreminjanje reže v smeri  $x$  nastopala vedno. V centrirani legi bo njen iznos  $E_{0x} = E_0$ . Takrat namreč velja  $\varphi = 0$  in  $\cos \varphi = 1$ .

Zaradi analogije v izpeljavah vplivov dinamične in statične ekscentričnosti v smeri  $x$

na smer  $y$ , bom te izpeljave izpustil. V končnih enačbah, ki opisujejo napetosti obeh osi  $y$  ter  $x$  v primerih ekscentričnosti, pa je upoštevanje medsebojnih vplivov vsekakor potrebno. Najboljši vtis o opisanem vplivu dobimo, če si grafično ogledamo primerjavo med zračno režo smeri  $x$  brez ekscentričnosti (prekinjena črta) in z ekscentričnostjo v  $y$  smeri (polna črta), slika 36. Logično je, da izpeljava velja pri poljubnem kotu zasuka  $\lambda$ , vendar je zaradi preglednosti izbran  $\lambda = 0$ . Prav tako je z istim razlogom močno pretirana izbira kota  $\varphi = 30^\circ$ .



Slika 36: Vpliv statične ekscentričnosti smeri  $y$  na smer  $x$ ,  $\lambda = 0$ ,  $\varphi = 30^\circ$ .

### 3.7 Končna enačba VR resolverja

Do sedaj smo postopoma izpeljevali enačbe za:

- klasičen LVDT sistem
- LVDT sistem s prostim jedrom
- sistem z rotirajočim jedrom in rotorsko ekscentričnostjo
- sistem z rotirajočim jedrom in statorsko ekscentričnostjo

Na tem mestu bi bilo smiselno enačbe združiti v eno samo. Upoštevati je potrebno tudi vse medsebojne vplive glede spreminjanja zračnih rež. Uporabimo princip superpozicije in dobimo enačbo za izhodno napetost smeri  $y$ , ki upošteva tako vpliv statične kot dinamične ekscentričnosti in oba medsebojna vpliva. Po izpeljavi v poglavju 3.5.2 smo ugotovili, da je vpliv dinamične ekscentričnosti smeri  $y$  na smer  $x$  le statične narave in ga tako upoštevamo samo v  $M_0$ , medtem ko na dinamično delovanje in poteke veličin nima vpliva. Končna enačba za navitja smeri  $y$  se glasi:

$$u_y(\Theta_r) = 2 \frac{di_1}{dt} k_{m\Theta_r} \cdot \left( \frac{D_0}{\cos \varphi} \sin(p\Theta_r) + E_0 \sin(\Theta_r - \lambda) - h \right) \quad (3.78)$$

Podobno dobimo tudi končno enačbo za kosinusno izhodno napetost, to je napetost v smeri  $x$ :

$$u_x(\Theta_r) = 2 \frac{di_1}{dt} k_{m\Theta_r} \cdot \left( \frac{D_0}{\cos \varphi} \cos(p\Theta_r) + E_0 \cos(\Theta_r - \lambda) - h \right) \quad (3.79)$$

Enačbi 3.78 in 3.79 veljata le za primer resolverja z lihim številom polov. Kot sem že v izpeljavah poudarjal je potrebno za resolverje s sodim številom polov upoštevati ustrezni prostorski premik navitji  $\gamma$ . Ta se odraža v spreminjanju zračnih rež in posledično tudi v izpeljavi izhodne napetosti. Primera enačb za dvopolni resolver sta v tabelah 2 in 3.

## 4 Zaključek

Z analitičnim pogledom na problematiko napak ekscentričnosti sem skušal poiskati njihov izvor in posledice. Razvidno je, da vplivi največkrat niso zanemarljivi, vsekakor pa so brez matematične osnove težko odpravljivi. Težave se lahko pojavijo že pri iskanju njihovih izvorov. Ker izpeljave temeljijo na mnogih predpostavkah in zelo enostavni izvedbi resolverja, se zdi, da je obravnavana tematika vse prej kot blizu realnosti. To delno mogoče drži, saj je bil namen vsega le osnovati dobro podlago za nadaljnje delo. Poglobljanje v podrobnejšo konstrukcijo VR resolverja ni smiselno, saj bi na ta način bistveno otežili analitične izpeljave in zameglili bistvo, torej nazoren prikaz izvorov napak zaradi ekscentričnosti. Zgodba o njihovem reševanju tukaj ni končana, podpreti jo je potrebno še praktično in s simulacijami. Izpeljane enačbe lahko služijo kot osnova, saj imamo v njih dostop do mnogih parametrov, ki jih lahko med simulacijo spreminjamo in opazujemo odzive. Dobro bi bilo odgovoriti tudi na vprašanje frekvenčnega odražanja napak v izhodnih signalih resolverja, meritve kota zasuka gredi ter v končni fazi tudi predlagati ustrezen kompenzator napak zaradi dinamične in statične ekscentričnosti.

## Literatura

- [1] Dr. D.C. Hanselman, R.E. Thibodeau, D.J. Smith, *Variable-reluctance resolver design guidelines* (University of Maine, Orono 1989).
- [2] V. Ambrožič, *Sodobne regulacije pogonov z izmeničnimi stroji* (Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana 1996).
- [3] Horst Stöcker, *Matematični priročnik z osnovami računalništva* (Tehniška založba Slovenije, Ljubljana 2006).
- [4] DDC, *Synchro/resolver conversion handbook, Fourth Edition* New York, 1994.