

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za elektrotehniko

Mitja Alič

**Vpliv statične in dinamične
ekscentričnosti magnetnega
senzorja RM44 na napako v
signalu kota**

Magistrsko delo

Mentor: doc. dr. Mitja Nemec

Ljubljana, 2018

Zahvala

Zahvaljujem se mentorju doc. dr. Mitji Nemcu za pomoč pri izdelavi magistrskega dela. Prav tako se zahvaljujem sodelovcem laboratorija LRTME. Zahvala gre tudi dr. Blažu Šmidu in drugim v podjetju RLS Merilna tehnika. Zahvaljujem se družini in prijateljem, ki so me spodbujali in podpirali tekom celotnega študija.

Vsebina

1	Uvod	5
2	Senzor RM44	7
3	Izpeljava gibanja sonde relativno na magnet ob nepravilni montaži	13
3.1	Definicija koordinatnega sistema	13
3.2	Izpeljava gibanja lokacije Hallove sonde na magnet pri dinamični ekscentričnosti	15
3.3	Izpeljava gibanja lokacije Hall-ove sonde na magnet pri statični ekscentričnosti	16
3.4	Končna enačba za določanje lokacije Hall-ove sonde	17
4	Potek napake funkcije atan2 ob popačenju vhodnih signalov	19
4.1	Različne amplitude	19
4.2	Različne enosmerne komponente	22
4.2.1	Enosmerna komponenta v signalu B_{sin}	22
4.2.2	Enosmerna komponenta signala B_{cos}	23
4.2.3	Enosmerna komponenta pri obeh signalih	26
4.3	Neorotogonalnost signalov	28

4.4	Napaka zaradi spremembe amplitude in faze zaradi enega parametra	29
5	Linearni model	31
5.1	Brez ekscentričnosti	32
5.2	Simulacija statične ekscentričnosti v smeri x-osi	33
5.2.1	Sprememba <i>sin, cos</i> ter napake v odvisnosti od Δx_s	33
5.3	Simulacija statične ekscentričnosti v smeri y-osi	38
5.3.1	Sprememba <i>sin, cos</i> ter napake od Δy_s	40
5.4	Dinamična ekscentričnost v smeri x osi	42
5.4.1	Sprememba <i>sin, cos</i> ter napake od Δx_d	44

Seznam simbolov

V zaključnem delu so uporabljeni naslednje veličine in simboli:

Veličina / oznaka		Enota	
Ime	Simbol	Ime	Simbol
referenčni kot	Θ	stopinja	$^{\circ}$
pomerjeni kot	φ	stopinja	$^{\circ}$
napaka	ε	stopinja	$^{\circ}$
z-komponenta gostote magnetnega pretoka B_z	militesla	mT	
statična ekscentričnost v x	Δx_s	milimetri	mm
statična ekscentričnost v y	Δy_s	milimetri	mm
dinamična ekscentričnost v x	Δx_d	milimetri	mm
dinamična ekscentričnost v y	Δy_d	milimetri	mm

Tabela 1: Veličine in simboli

Povzetek

V magistrski nalogi je predstavljen vpliv napačno merjene gostote magnetnega pretoka enkoderja, zaradi nepravilne montaže enkoderja ali magnetnega aktuatorja. Predstavljen je simulacijski model enkoderja, ter odvisnost napake na nepravilno montažo. Simulacije si primerjane z meritvami na enkoderju RM44. V začetku je bila opravljena izpeljava kako se giblje magnet ali senzor v sistemu z nepravilno montažo[?]. Opravi sem simulacije na linearno aproksimiranem magnetnem polju, ter na numerično izračunanem polju simuliranega realnega magneta. Tehnologija senzorja RM44 je poslovna skrivnost, zato je bil postavljen lasten simulacijski model senzorja, s pričakovanji, da bo rezultat slabši od končnih meritev. **Ključne besede:** dajalnik položaja, Hallova sonda, napačna

montaža, predvidevanje napake, arcustangens

Abstract

The thesis addresses ... **Key words:** position encoders, Hall effect sensor,
superficial implementation, anticipating an error, arcustangens

1 Uvod

Skozi celotno zgodovino so si ljudje želeli olajšati fizična dela na različne načine. Ponavljajoča dela je olajšala uporaba pogonov. Električni pogoni so delovne procese optimizirali. Za točnejše delovanje so se razvili različni načini krmiljenja. Z novimi načini krmiljenja, so se pojavile tudi potrebe po merjenju novih količin. V zadnjih desetletjih, je pri krmiljenju, potrebna informacija o trenutnem položaju pogona.

Trenutni položaj merijo dajalniki pomika ali zasuka[?]. Pri rotacijskih dajalnikih ločimo dajalnike, ki merijo zasuk na koncu osi (angl.: on axis) in dajalnike, ki merijo zasuk na osi (angl.: through hole). Možna delitev rotacijskih dajalnikov je tudi na eno-obratne (angl.: single-turn) in več-obratne (angl.: multi-turn). Eno-obratni rotacijski dajalniki podajo položaj znotraj enega obrata, medtem ko več-obratni štejejo tudi število polnih obratov. Dajalnike položaja delimo tudi glede na uporabljeni princip zaznavanja fizikalne spremembe, torej glede na uporabljeno tehnologijo. Poznamo magnetne, optične, induktivne in druge[?].

Pri magnetnem principu senzor dajalnika zaznava spremembo jakosti in smeri magnetnega polja. Magnetno polje se ustvari z aktuatorjem radialno polariziranega magneta. Meri se s Hallovimi sondami ali AMR senzorji. Iz zajetega polja sledi izračun dejanskega položaja. Dajalnik položaja, ki pretvarja merjeno magnetno polje v informacijo o položaju imenujemo enkoder[?].

Kot vsak merilni element, ima tudi magnetni enkoder napako. Napaka se lahko pojavi ob narobe merjenem magnetnem polju[?]. Napako lahko povzroči tudi napačno pomerjeno polje. To se zgodi ob nepravilni montaži enkoderja ali

magnetnega aktuatorja na pogon. S poznavanjem vplivov nepravilne montaže na napako pomerjenega položaja, se napako lahko predvidi in odpravi.

Cilj naloge je analizirati kako različne napake pri montaži, vplivajo na napako v signalih kota. Želi se predstaviti čimbolj preprost model, ki bo dovolj točno opisal dogajanje ob prisotnosti napake in to prekontrolirati.

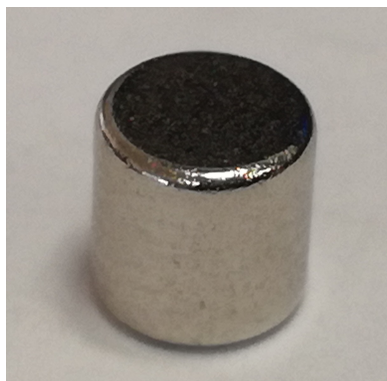
2 Senzor RM44

Senzor RM44 je 13 bitni enkoder, primeren za merjenje zasuka rotirajočega pogona[?]. Enkoder se nahaja v robustem ohišju, zato je primeren za delovanje v težkem industrijskem okolju. Oblika izhodnega podatka o zasuku, je prilagodljiva na sistem aplikacije v kateri bo uporabljen[?]. Izhod senzorja je lahko analogni v obliki sinusnega in cosinusnega signala ali linearno spreminjajče se napetosti med potencialoma GND in VDD v odvisnosti od kota zasuka. Izhod je lahko tudi v obliki inkrementalnih signalov A in B s katerih se lahko določi smer in relativni zasuk vrtenja ter signal Ri kateri določa referenčno točko. Izhod je možen tudi preko SSI vodila. Senzor ima možnost nastavitev resolucije od 5 do 13 bitov [?][?]. Senzor na katerem so bile opravljene meritve je imel na voljo analogna signala sinus in kosinus. Točno ime senzorja je RM44AC0001S20F2E10, v delu bo poimenovan okrajšano RM44.



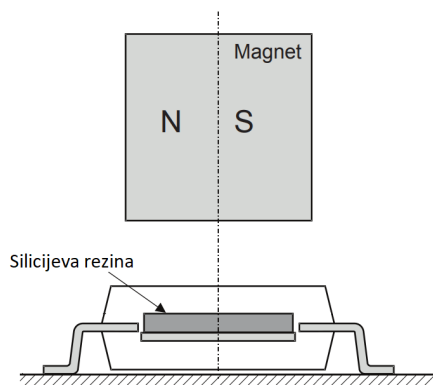
Slika 2.1: Senzor RM44

Ključni element senzorja je čip AM256. Za odčitavnaje zasuka, se mora nahajati nad radialno polariziranim cilindričnim magnetom, ki je pritrjen na os vrtenja (slika 2.3). S strani proizvajalca senzorja je priporočen radialno polariziran magnet s premerom 4 mm in višino 4 mm (slika 2.2).



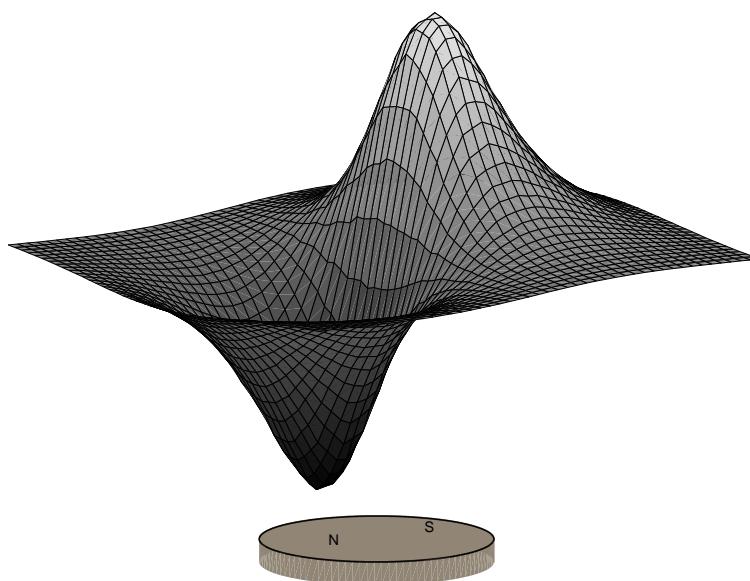
Slika 2.2: Primer magneta predlagan s strani proizvajalca RLS

Na siliciju čipa so razporejene Hallove sonde za meritev Z-komponento gostote magnetnega pretoka. Za merjenje Z-komponento gostote magnetnega pretoka je lahko čip obrnjen kot na sliki 2.3, ali obrnjen na glavo. Med silicijevo rezino in magnetom se pri taki montaži nahaja še tiskanina. Tiskanina nima magnetnih lastnosti in ne vpliva na meritve Hallovih sond. Pri montiranju je potrebno ohraniti predpisano razdaljo med magnetom in silicijevo rezino (1,8mm).



Slika 2.3: Nahajanje radialno polariziranega magneta nad čipom AM256 [?]

Na sliki 2.4 je prikazana oblika Z komponente vektorja gostote magnetnega pretoka povzročene z radialno polariziranim cilindričnim magnetom. Slika 2.4

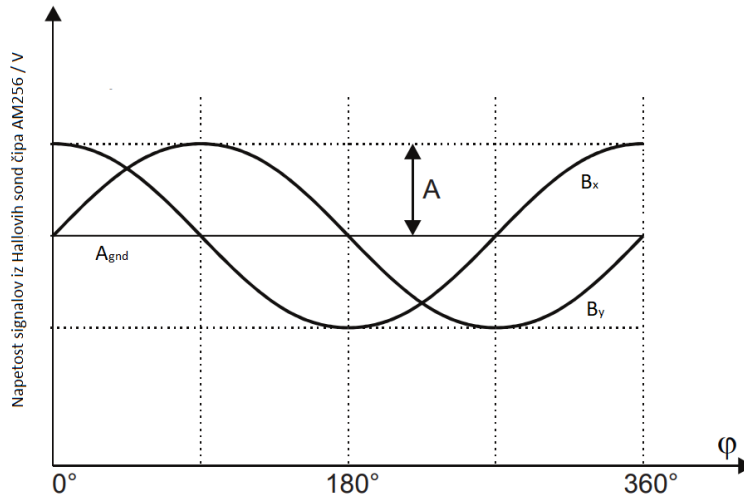


Slika 2.4: Oblika Z komponente gostote magnetnega pretoka nad magnetom

prikazuje rezultat Z-komponente gostote magnetnega pretoka simuliranega magneteta, ki ga priporoča proizvajalec senzorja.

S pravilno postavitvijo Hallovih sond in obliki Z-komponente gostote magnetnega pretoka povzročene z magnetom, se ob prostorskem zajemu zajame 2 signala kosinusne oblike, ki sta za 90° prostorsko zamaknjena drug na drugega (slika 2.5). Prvi zajet signal, fazno prehiteva za 90° drugi signal in je v delu poimenovan B_{cos} , drugi signal, je poimenovan B_{sin} .

Iz signalov, zajetih s Hallovih sond, se izračuna kot. Metod, za numeričen



Slika 2.5: Analogna signala zajeta s Hallovimi sondami [?]

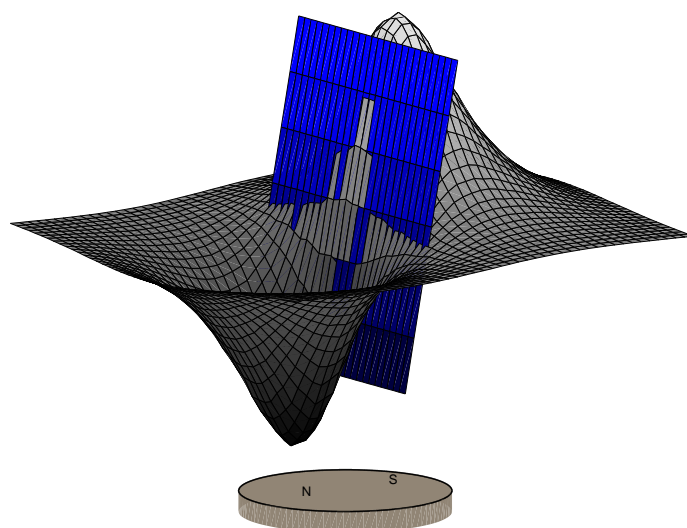
izračun kota iz podatkov kot sta signala B_{cos} in B_{sin} je več (CORDIC, SAR, sledilna metoda, itd [?]). Osnovni princip metode je izračun funkcije $\text{atan2}(B_{sin}, B_{cos})$ [?].

Osnovno delovanje senzorja se lahko ponazori, z dvema Hallovima sondama. Sondi sta postavljeni na krožnico s središčem v osi vrtenja magneta in radijem r_0 .

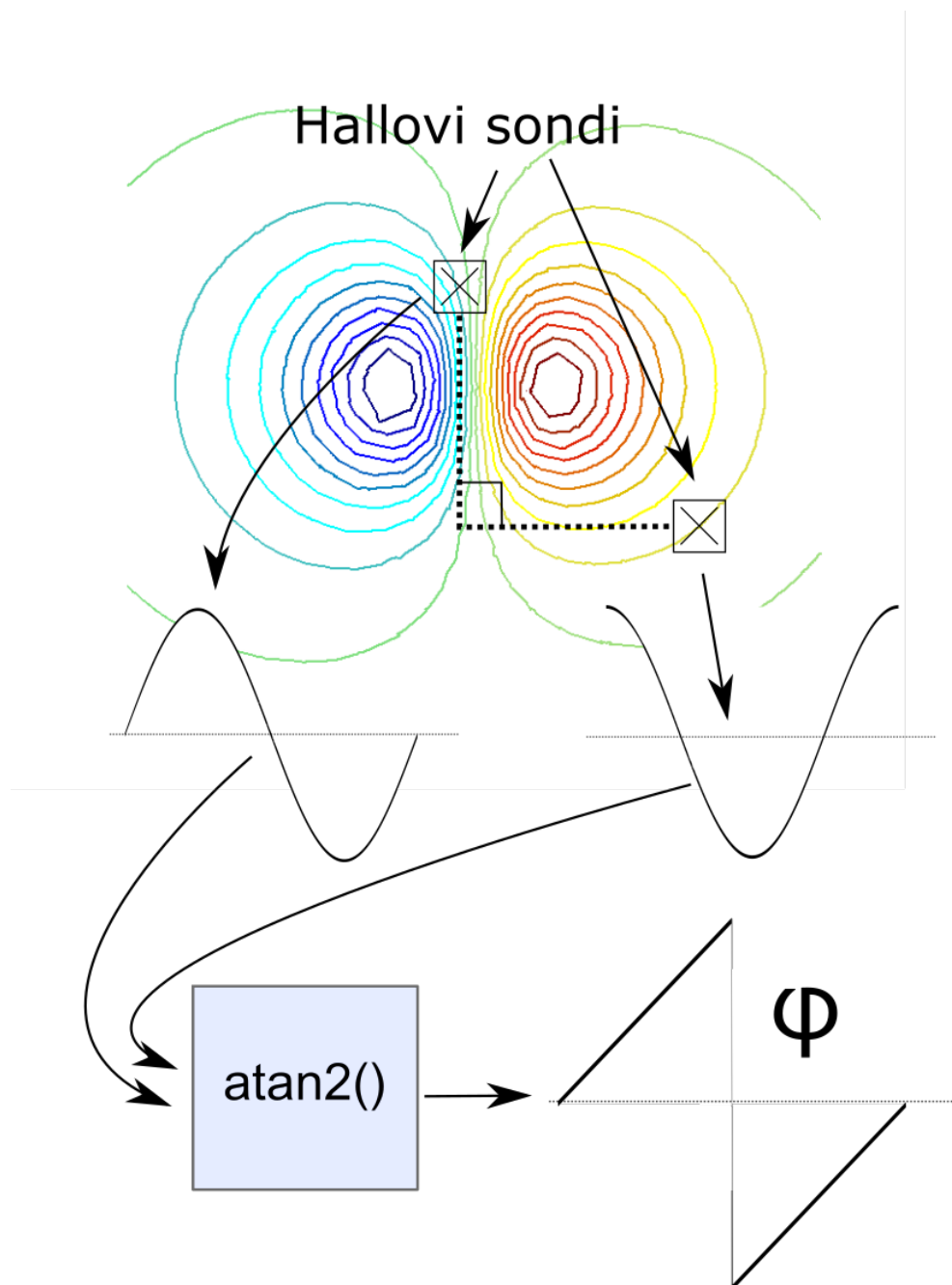
Sondi sta prostorsko zamaknjeni za 90° (slika 2.7). S sondama se zajame signala B_{cos} in B_{sin} . Signala sta vhodna parametra v funkcijo $\text{atan2}()$, ki izračuna kot zasuka (slika 2.7). Za oceno napake, se lahko Z komponento gostote magnetnega pretoka v okolici središča magneta, aproksimira z ravnino (slika 2.6).

$$B_z(x, y) = k \cdot x. \quad (2.1)$$

Aproksimacija zadostuje za oceno napake. S poznavanjem lokacije sonde glede na magnet, se lahko izračuna merjena komponenta magnetnega polja. Aproksimirano polje je linearno odvisno od x komponente (2.1). Za lažje razumevanje bo k enak $1 \frac{\text{mT}}{\text{mm}}$.



Slika 2.6: Oblika Z komponente gostote magnetnega pretoka nad magnetom in aproksimirano ravnino v središču magneta



Slika 2.7: Osnovni model, za izračun kot zasuka

3 Izpeljava gibanja sonde relativno na magnet ob nepravilni montaži

Nepravilna montaža bo vplivala na obe Hallovi sondi simulacijskega modela enako. Vpliv izmika senzorja in magneta, na relativno gibanje sonde nad magnetom bo prikazano na eni sondi. Na koncu poglavja je prikazan rezultat relativnega gibanja obeh sond simulacijskega modela na magnet.

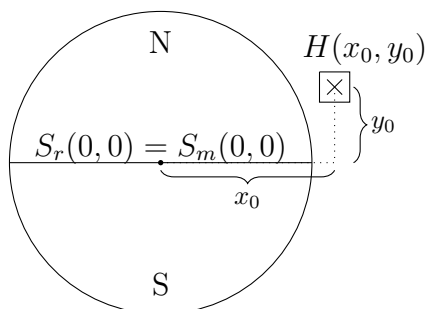
Izmik sredine senzorja iz osi vrtenja bo med spreminjanjem dejanskega kota zasuka statičen, njegova lokacija se nebo spreminjala na os vrtenja. Ta izmik je poimenovan statična ekscentričnost.

Ob izmiku magneta iz osi vrtenja se pojavi opletanje magneta. Lokacija središča magneta se spreminja glede na določen zasuk magneta. Opletanje magneta je poimenovano dinamična ekscentričnost.

3.1 Definicija koordinatnega sistema

Kartezični koordinatni sistem, ima v izhodišču postavljen radialno polariziran magnet ($S_m(0, 0)$). V izhodišču se nahaja tudi os vrtenja ($S_r(0, 0)$). Na poljubno točko $H(x_0, y_0)$, vendar ne v izhodišče je postavljena Hall-ova sonda (slika 3.1).

Z zasukom magneta za kot θ , se lokacija sonde glede na magnet spremeni. Nova lokacija sonde glede na magnet je enaka, če se namesto magnet, zavrti sondo za kot $-\theta$. Nova lokacija sonde glede na magnet je v točki (x, y) . Novo lokacijo sonde glede na magnet v odvisnosti od zasuka magneta za kot θ , opiše



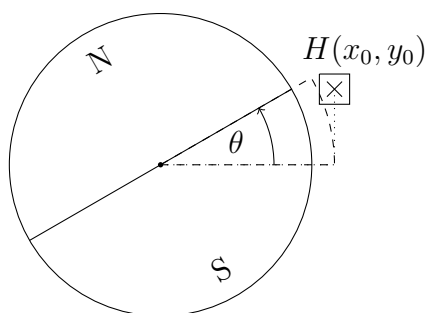
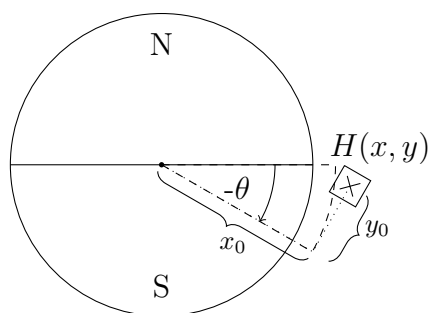
Slika 3.1: Definicija koordinatnega sistema z magnetom in Hall-ovo sondo

enačba (3.1).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) \\ \sin(-\theta) & \cos(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Argument rotacijske matrike je $-\theta$. Z upoštevanjem lihosti funkcije sinus in sodosti funkcije kosinus[?], se (3.1) poenostavi v:

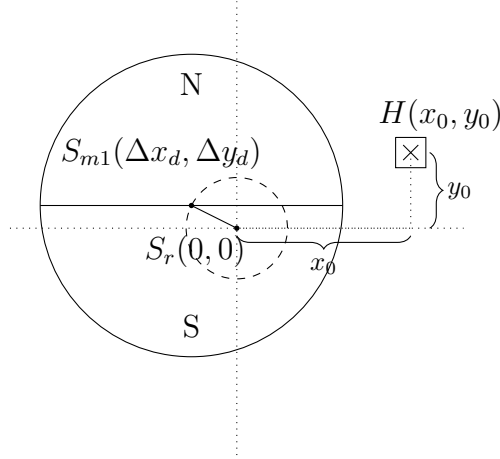
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

(a) Zasukan magnet za kot θ (b) Zasukan senzor za kot $-\theta$

Slika 3.2: Sprememba položaja glede na magnet ob rotaciji

3.2 Izpeljava gibanja lokacije Hallove sonde na magnet pri dinamični ekscentričnosti

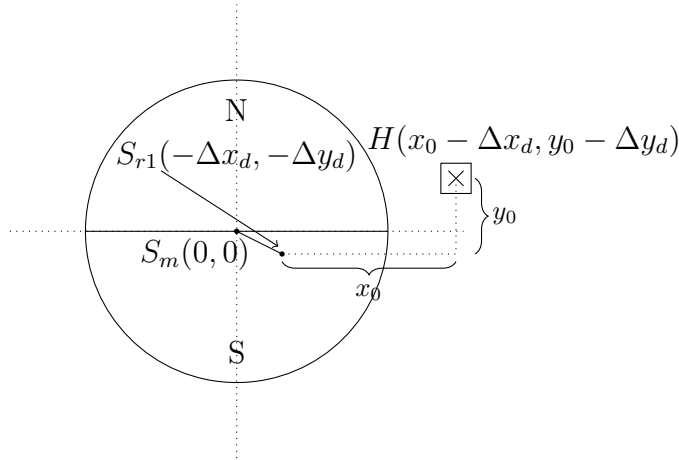
Magnet je postavljen v izhodišče koordinatnega sistema $S_m(0,0)$, kjer je tudi os vrtenja $S_r(0,0)$. Dinamična ekscentričnost povzroči premik središča magneta v točko $S_{m1}(\Delta x_d, \Delta y_d)$ (Slika 3.3). Os vrtenja je ostaja v izhodišču koordinatnega sistema. Središče magneta $S_{m1}(\Delta x_d, \Delta y_d)$ ob rotaciji opiše okoli osi vrtenja krožnico z radijem $\sqrt{\Delta x_d^2 + \Delta y_d^2}$.



Slika 3.3: Definicije dinamične ekscentričnosti

Naj ostane magnet v izhodišču $S_m(0,0)$ in naj se spremeni lokacija Hallove sonde in os vrtnja za $(-\Delta x_d, -\Delta y_d)$ (Slika 3.4). Sonda se tako kot v prejšnjem poglavju zavrti v nasprotno stran okoli osi vrtenja. Os vrtenja je v točki $(-\Delta x_d, -\Delta y_d)$. Sonda se giblje po krožnici s središčem v točki $(-\Delta x_d, -\Delta y_d)$. Spreminjanje lokacije sonde glede na magnet opiše (3.3)

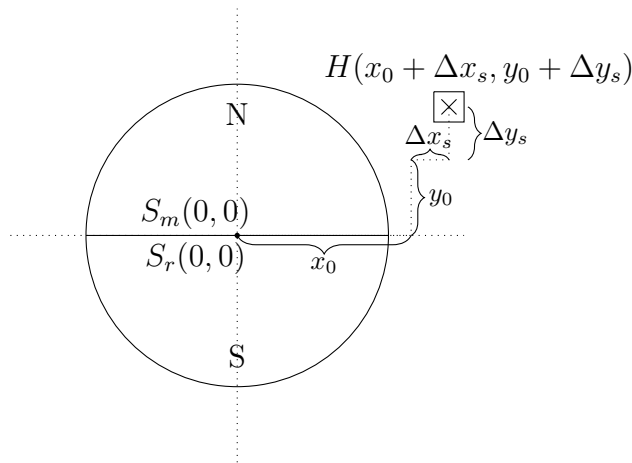
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta x_d \\ \Delta y_d \end{bmatrix} \quad (3.3)$$



Slika 3.4: Premik osi vrtenja in sonde za velikost dinamične ekscentričnosti

3.3 Izpeljava gibanja lokacije Hall-ove sonde na magnet pri statični ekscentričnosti

Statična ekscentričnost se pojavi, ob izmiku Hallove sonde iz njene osnovne lege v $H_1(x_0 + \Delta x_s, y_0 + \Delta y_s)$. Z zasukom magneta je razdalja med sondo in osjo vrtenja konstantna. Z miselnim obratom vrtenja sonde v nasprotni smeri se gibanje sonde izrazi kot gibanje po krožnici z novim radijem $\sqrt{(x_0 + \Delta x_s)^2 + (y_0 + \Delta y_s)^2}$ (3.4).



Slika 3.5: Definicije statične ekscentričnosti

Novo lokacijo sonde glede na magnet opiše (3.4). Ob povzročni statični eks-

centričnosti se sonda giblje po drugem radiju.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 + \Delta x_s \\ y_0 + \Delta y_s \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

3.4 Končna enačba za določanje lokacije Hall-ove sonde

(3.3) in (3.4) sta med seboj neodvisni zato se ju lahko združi. Z miselnim obratom rotacije sonde v nasprotno smer, kot bi se drugače vrtel magnet, so bili pridobljeni rezultati lokacije sonde relativno na magnet. Dinamična ekscentričnost vpliva na premik krožnice, po kateri se navidezno giblje sonda. Statična ekscentričnost, povzroči spremembo radija, po kateri se navidezno giblje sonda.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 + \Delta x_s \\ y_0 + \Delta y_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta x_d \\ \Delta y_d \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

4 Potek napake funkcije atan2 ob popačenju vhodnih signalov

Izhod enkoderja je podatek o zasuku. Iz pomerjene gostote magnetnega pretoka, sledi izračun kota preko inverza funkcije tangens. Funkcija se v MATLAB-u imenuje atan2();. Funkcija atan2(); vrne rezultat v radianih, funkcija atan2d(); vrne rezultat v stopinjah[?][?].

Različne literature [?] [?] [?] [?] opisujejo napake zaradi popačitve signalov B_{sin} B_{cos} . Napaka je izražena v obliki enosmerne komponente ter prvega oz. drugega harmonika, kateri od primera do primera najbolj izstopa. V nadaljevanju je prikazano, kako popačen signal kot vhod v funkcijo atan2d(); vpliva na napako, ter kako se odraža tudi na višjih harmonikih. Za majhne popačenja signalov, literatura nakazuje linearno naraščanje napake.

4.1 Različne amplitude

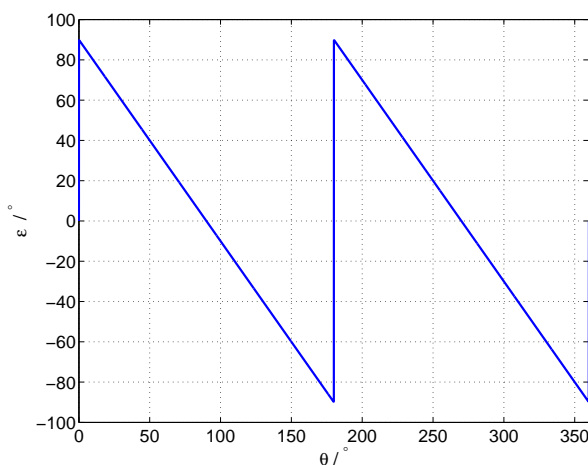
Prvi primer popačenih vhodov v funkcijo atan2d(); je neenakost amplitud vhodnih signalov. Signala imata poljubne amplitude, vendar izhod funkcije atan2d(); se nebo spremenil, če se obe amplitudi deli s poljubnim številom. Če se za poljubno število vzame amplitudo signala B_{cos} , imata signala novo definirani amplitudi. Razmerje amplitud med B_{sin} in B_{cos} je označeno s k .

$$B_{sin} = k \sin(\theta) \quad (4.1)$$

$$B_{cos} = \cos(\theta) \quad (4.2)$$

Funkciji sta vstavljeni v `atan2d()`; in parameter k je limitiran v neskončnost. Izhod `atan2d()`; je konstanta, napaka kota ε je prikazana na sliki 4.1.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \text{atan2}(k \sin \theta, \cos \theta) \quad (4.3)$$



Slika 4.1: ε ob limiti k v neskončnost

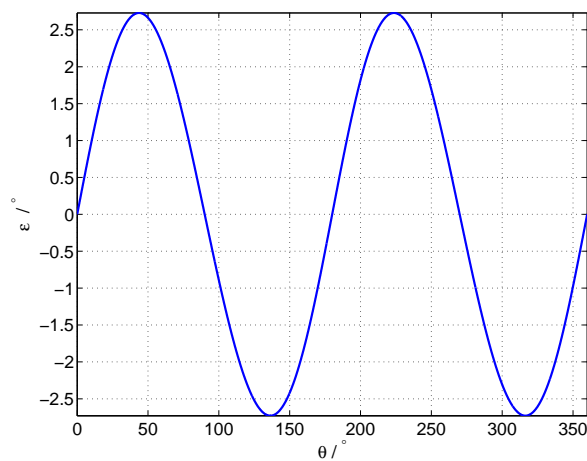
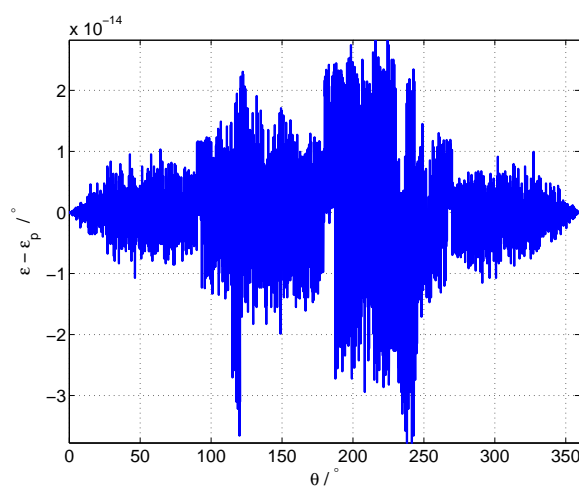
Potek ε se lahko zapiše z Fourierovo vrsto [?]:

$$\varepsilon = \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin 2n\theta \quad (4.4)$$

V napaki nastopajo le sodi harmoniki. S opazovanjem sodih harmonikov napake pri različnih k -jih in uporabo Curve Fitting tool [?], je bila določena funkcija poteka napake v odvisnosti od k .

$$\varepsilon_p = \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{k-1}{k+1} \right)^n \sin 2n\theta \quad (4.5)$$

Preostala je le numerična napaka. MATLAB pri funkciji `atan2d()`; izračuna najprej funkcijo `atan2()`; in jo nato pomnoži z $\frac{360}{2\pi}$. Izhod funkcije je nato v

Slika 4.2: Napaka ε pri $k=1,1$ Slika 4.3: Razlika med napako izračunano s funkcijo atan2d(); in izračunano napako z vrsto (4.5), pri čemer je bilo uporabljenih prvih 15 členov pri $k = 1,1$

stopinjah. Če se rezultat s slike 4.3 pomnoži z $\frac{2\pi}{360}$ je rezultat v rangi numerične napake MATLAB-a.

4.2 Različne enosmerne komponente

Enosmerna komponenta se lahko pojavi v enem ali obeh vhodnih signalih. Vhodna signala v funkcijo atan2d(); sta:

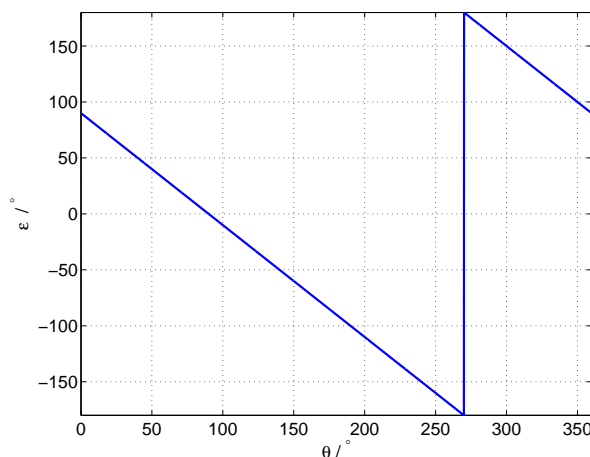
$$B_{sin} = \sin(\theta) + B_0 \quad (4.6)$$

$$B_{cos} = \cos(\theta) + A_0 \quad (4.7)$$

V podpoglavjih so obravnavani različni primeri enosmernih komponent v vhodnih signalih B_{sin} in B_{cos} .

4.2.1 Enosmerna komponenta v signalu B_{sin}

Z limito B_0 v neskončnost in $A_0 = 0$ ter izpeljavi napake v obliko Fourierove vrste, se napaka izrazi kot:



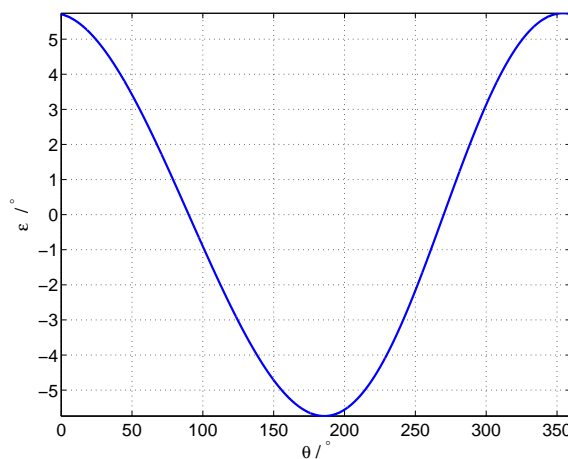
Slika 4.4: ε ob limiti B_0 v neskončnost

$$\varepsilon = \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n} \sin(n\theta + 90n) \quad (4.8)$$

Največjo amplitudo ima prvi harmonik, nastopajo tako lihe kot sode komponente. Z analizo potekov posameznega harmonika napake in uporabe Curve

Fitting tool je bila najdena funkcija, ki opiše odvisnost napake od enosmerne komponente v signalu B_{sin} . Definijsko območje je bilo potrebno razdeliti na 3 dele.

$$\varepsilon_p = \begin{cases} \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-|B_0|^{-n}}{n} \sin(n\theta - 90n), & B_0 \leq -1 \\ \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_0^n}{n} \sin(n\theta + 90n), & |B_0| \leq 1 \\ \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-B_0^{-n}}{n} \sin(n\theta + 90n), & B_0 \geq 1 \end{cases} \quad (4.9)$$



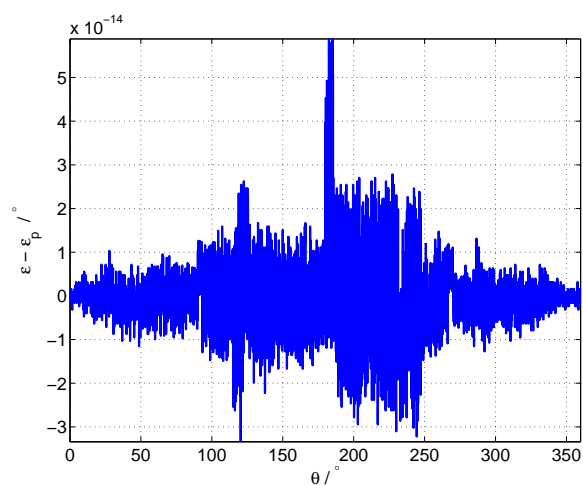
Slika 4.5: ε pri $B_0 = 0,1$

4.2.2 Enosmerna komponenta signala B_{cos}

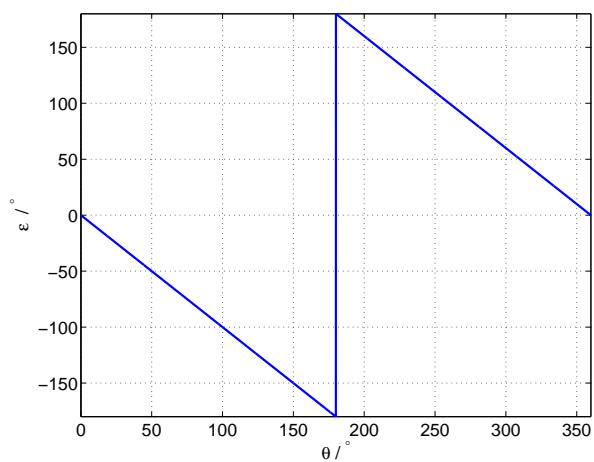
Postopek je ponovljen tudi za enosmerno komponento v signalu B_{cos}

$$\lim_{a_0 \rightarrow \infty} \text{atan2}(\sin \theta, \cos \theta + A_0) \quad (4.10)$$

Napaka (slika 4.7) je proti napaki na sliki 4.4 le fazno zamaknjena. To se



Slika 4.6: Razlika med napako izračunano s funkcijo atan2d in napako izračunano z (4.9) pri $B_0 = 0,1$ in uporabi prvih 20 členov vrste (4.9)



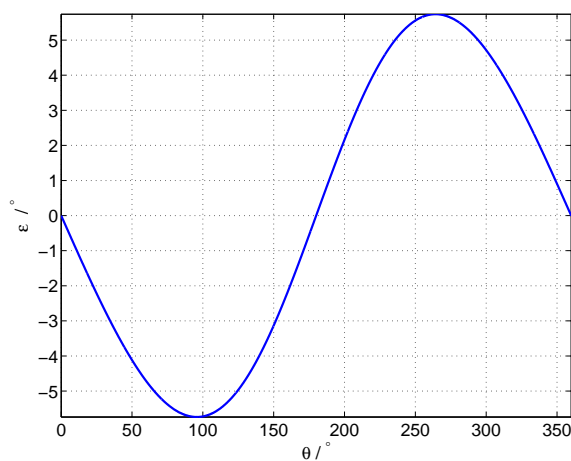
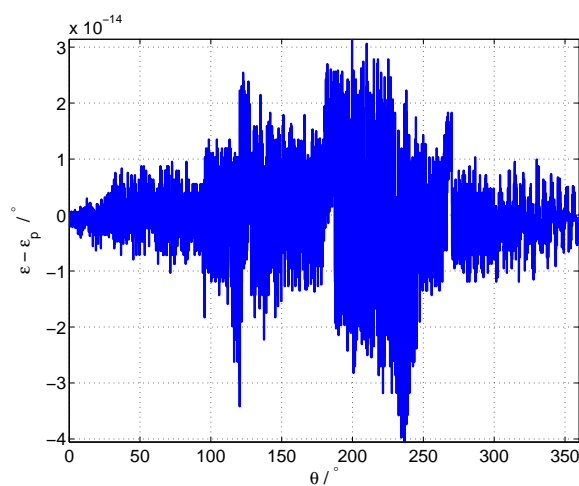
Slika 4.7: ε ob limiti A_0 v neskončnost

izrazi tudi v Fourierovi vrsti.

$$\varepsilon = \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n} \sin(n\theta + 90n) \quad (4.11)$$

Potek napake v odvisnosti od A_0 je (4.12)

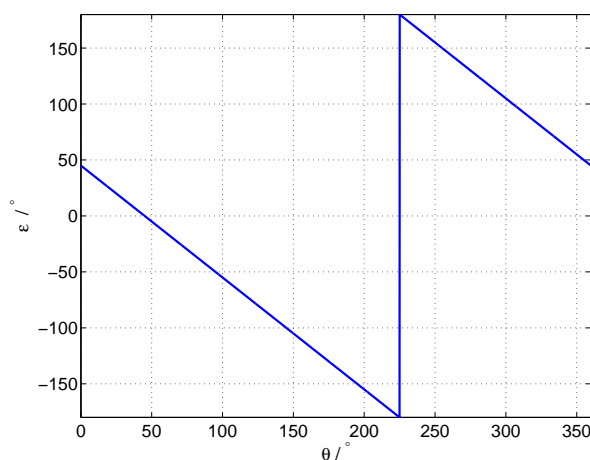
$$\varepsilon_p = \begin{cases} \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2-|A_0|^{-n}}{n} \sin(n\theta), & A_0 \leq -1 \\ \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{A_0^n}{n} \sin(n\theta), & |A_0| \leq 1 \\ \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2-A_0^{-n}}{n} \sin(n\theta), & A_0 \geq 1 \end{cases} \quad (4.12)$$

Slika 4.8: ε pri $A_0 = 0,1$ Slika 4.9: Razlika med napako izračunano s funkcijo atan2d(); in napako izračunano z (4.12) pri $A_0 = 0,1$ in uporabi prvih 20 členov vrste (4.12)

4.2.3 Enosmerna komponenta pri obeh signalih

Predstavljeno je tudi vsebnost enakih enosmernih komponent v obeh signalih. Naj bo enosmerna komponenta v obeh signalih označena s C_0 , kjer velja $C_0 = A_0 = B_0$.

Limita napake ko gre C_0 proti neskončnosti se v Fourierovi vrsti izrazi kot:

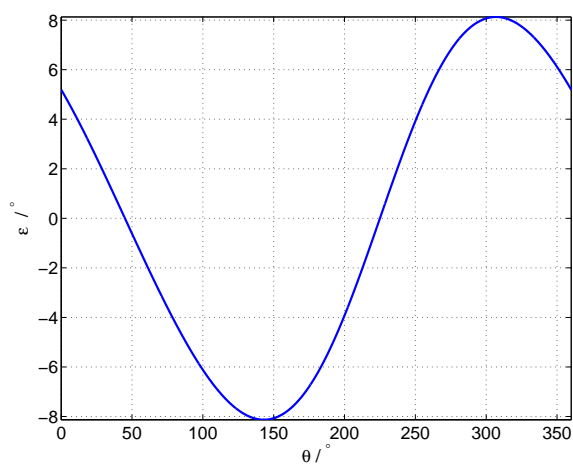
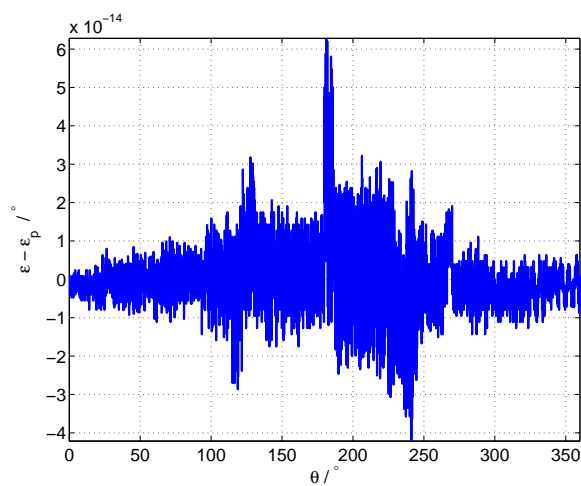


Slika 4.10: ε ob limiti C_0 v neskončnost

$$\varepsilon = \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n} \sin(n\theta - 90n) \quad (4.13)$$

Odvisnost napake ob spreminjanju enosmernih komponent pri obeh signalih se je izrazilo v (4.14).

$$\varepsilon_p = \begin{cases} \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-|\sqrt{2}C_0|^{-n}}{n} \sin(n\theta + 90n), & C_0 \leq -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{2}C_0)^n}{n} \sin(n\theta - 90n), & |C_0| \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-(\sqrt{2}C_0)^{-n}}{n} \sin(n\theta - 90n), & C_0 \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \quad (4.14)$$

Slika 4.11: ε pri $C_0 = 0,1$ Slika 4.12: Razlika med napako izračunano s funkcijo $\text{atan2d}()$; in napako izračunano z (4.14) pri $C_0 = 0,1$ in uporabi prvih 20 členov vrste (4.14)

4.3 Neorotogonalnost signalov

Napaka se pojavi tudi, če signala B_{sin} in B_{cos} nista fazno zamaknjena za točno 90° . Vhodna signala imata obliko:

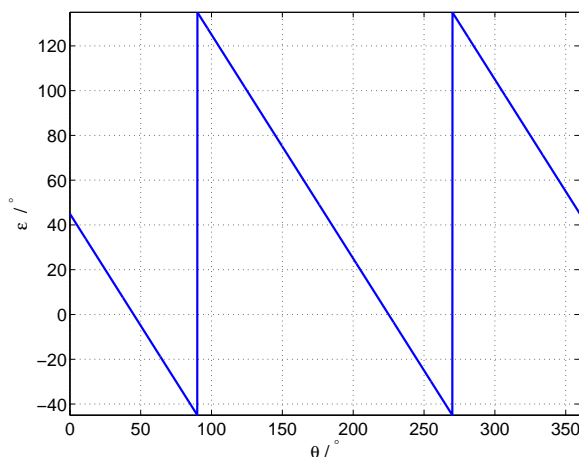
$$Sin = \sin(\theta + \varphi_s) \quad (4.15)$$

$$Cos = \cos(\theta + \varphi_c) \quad (4.16)$$

Napako se določi posamično za vsakega od parametrov. Drugi je takrat enak 0. Na koncu se enačbi združi. Za določanje limite ni potrebno iti proti neskončnosti, ampak le do najslabše možnosti, ki je pri $\pm 90^\circ$:

$$\varepsilon = \lim_{\varphi_s \rightarrow 90^\circ} \text{atan2}(Sin, Cos) - \text{atan2d}(\sin(\theta), \cos(\theta)) \quad (4.17)$$

Potek napake ε s slike 4.13 predstavi vrsta (4.18).



Slika 4.13: Napaka ε ob limiti $\varphi_s \rightarrow 90^\circ$

$$\varepsilon = 45^\circ - \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(2n\theta) \quad (4.18)$$

Iz izraza je vidno nastopanje enosmerne komponente in sodih harmonikov. Z opazovanjem sodih harmonikov napake pri različnih faznih kotih, je bil dobljen izraz napake v odvisnosti od faznih zamikov B_{sin} in B_{cos} na idealna signala.

$$\varepsilon(\varphi_s, \varphi_c) = \frac{\varphi_s + \varphi_c}{2} + \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\tan \frac{\varphi_s - \varphi_c}{2} \right)^n \sin(2n\theta + n(90^\circ + \varphi_s + \varphi_c)) \quad (4.19)$$

4.4 Napaka zaradi spremembe amplitude in faze zaradi enega parametra

Bodita amplitudi signalov B_{sin} in B_{cos} enaki C_1 . V obeh vhodnih signalih se lahko pojavi tudi dodaten signal iste frekvence. To se lahko zapiše kot:

$$B_{sin} = C_1 \sin(\theta) + \Delta_c \cos(\theta) \quad (4.20)$$

$$B_{cos} = C_1 \cos(\theta) + \Delta_c \sin(\theta) \quad (4.21)$$

Opravljen je bil limita Δ_c v neskončnost. V napaki nastopa enosmerna komponenta in sodi harmoniki. Funkcija ki predstavlja odvisnost napake od Δ_c je (4.22).

$$\varepsilon_p = \text{atan} \frac{\Delta_c}{\Delta_c + 2C_1} + \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{\Delta_c}{\sqrt{\Delta_c^2 + 2r_0\Delta_c + 2C_1^2}} \right)^n \sin(2n\theta + n(90 + \text{atan}(\frac{\Delta_c + C_1}{C_1}))) \quad (4.22)$$

Pri čemer velja:

$$\Delta_c > -C_1$$

Izračunan je bil tudi potek napake če se pojavi signal v obliki sinusne oblike. Vhoda v funkcijo sta:

$$B_{sin} = C_1 \sin(\theta) + \Delta_s \sin(\theta) \quad (4.23)$$

$$B_{cos} = C_1 \cos(\theta) + \Delta_s \sin(\theta) \quad (4.24)$$

Pričakovan je podoben potek kot pri dodanem signalu kosinusne oblike.

Izračunana vrsta napake v odvisnosti od Δ_s je:

$$\varepsilon_p = \text{atan} \frac{-\Delta_s}{\Delta_s + 2C_1} + \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{\Delta_s}{\sqrt{\Delta_s^2 + 2C_1\Delta_s + 2r_0^2}} \right)^n \sin(2n\theta + n(90 + \text{atan}(\frac{\Delta_s + C_1}{C_1}))) \quad (4.25)$$

Pri čemer velja:

$$\Delta_s > -C_1$$

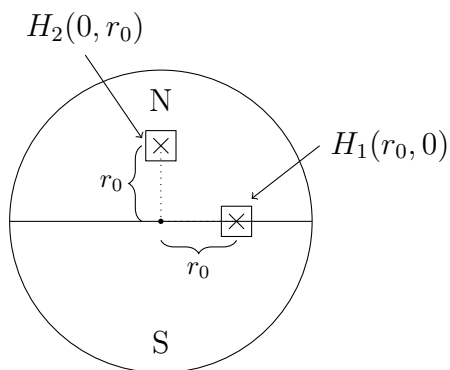
Za majhne odmike, je dovolj upoštevanje le prvega člena vrste, pri katerih se tudi predpostavi linearno naraščanje napake. V nadaljevanju bodo velikosti harmonikov v odvisnosti od povzročene ekscentričnosti aproksimirani s kubičnim polinomi.

5 Linearni model

Prve simulacije in predvideni poteki napake so bili opravljeni na Z-komponenti gostote magnetnega pretoka aproksimiranega z ravnino (5.1).

$$B(x, y) = x \quad (5.1)$$

Simulacijski model sestavljati dve Hallovi sondi postavljeni na krožnico z radijem r_0 in sta prostorsko zamaknjeni za 90° (slika 5.1). Lokacija predstavlja začetno lego Hallovih sond. Ob zasuku magneta, se sonde relativno gibljejo na magnet v nasprotni smeri kot se vrtil magnet.



Slika 5.1: Shema simulacijskega modela

Z upoštevanjem vplivov ekscentričnosti iz izraza (3.5) in enačbe polja se lahko izrazi potek polja, ki ga meriti sonde ob vrtenju. Sonda H_1 brez upoštevanja ekscentričnosti zajame signal kosinusne oblike, zato je signal v nadaljevanju poimenovan B_{cos} . Sonda H_2 brez upoštevanja ekscentričnosti zajame signal sinusne

oblike, zato je signal v nadaljevanju poimenovan B_{sin} .

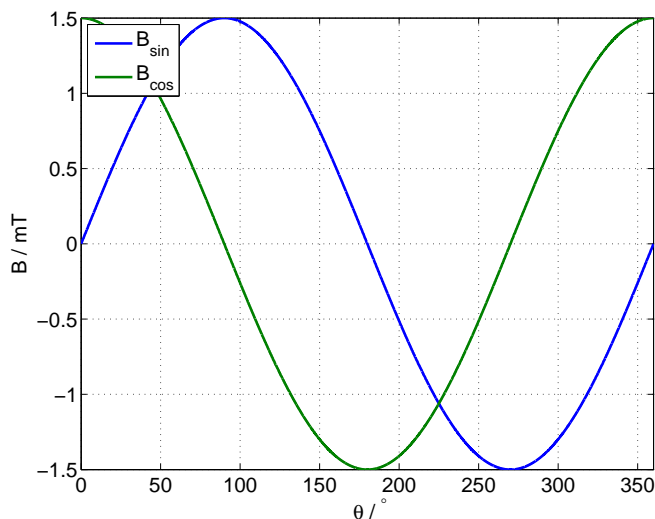
$$B_{H_1} = B_{cos} = r_0 \cos \theta + \Delta x_s \cos \theta + \Delta y_s \sin \theta - \Delta x_d \quad (5.2)$$

$$B_{H_2} = B_{sin} = r_0 \sin \theta + \Delta x_s \cos \theta + \Delta y_s \sin \theta - \Delta x_d \quad (5.3)$$

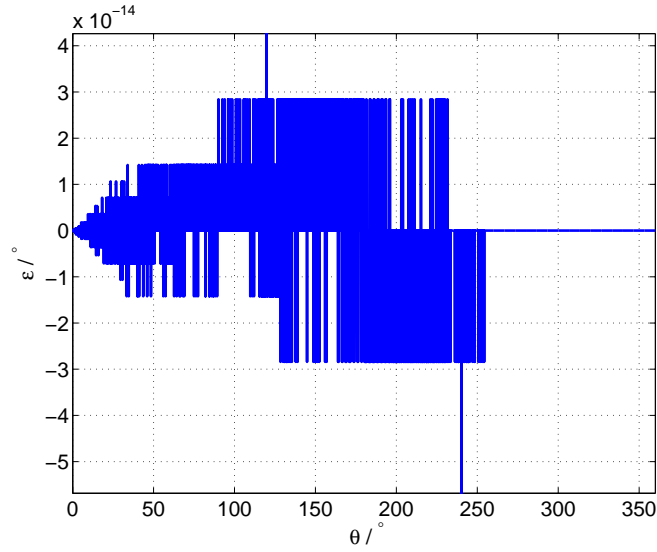
Prikazan je potek napake pri različnih izmikih, ter potek amplitud posameznih haarmonikov napake v odvisnosti od ekscentričnosti. Hall-ovi sonde sta postavljeni na krožnico z radijem 2,4 mm [?].

5.1 Brez ekscentričnosti

Signala sin in cos pomerjena v stanju brez ekscentričnosti imata enaki amplitudi in sta fazno zamaknjena za 90° . Napaka ε , ki se pojavi pri izračunu je le numerična napaka funkcije atan2d (Slika 5.3). Numerična napaka je proti pričakovani napaki zaradi ekscentričnosti zanemarljiva.



Slika 5.2: sin in cos pri simulacijah z linearnim magnetnim poljem brez ekscentričnosti



Slika 5.3: Napaka ε pri simulacijah z linearnim magnetnim poljem brez ekscentričnosti

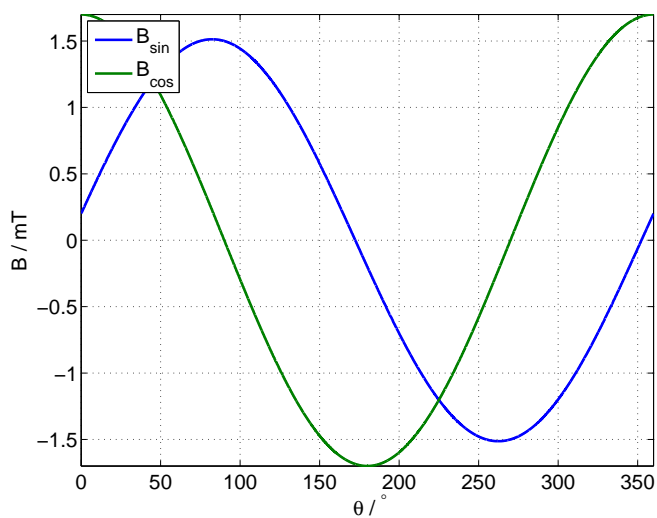
5.2 Simulacija statične ekscentričnosti v smeri x-osi

Po pričakovanjih se bo povišala amplituda \sin in \cos signala ter zmanjšal njun fazni zamik (??) (??). Po pričakovanjih najbolj izstopata enosmerna komponenta (harmonik 0) in drugi harmonik.

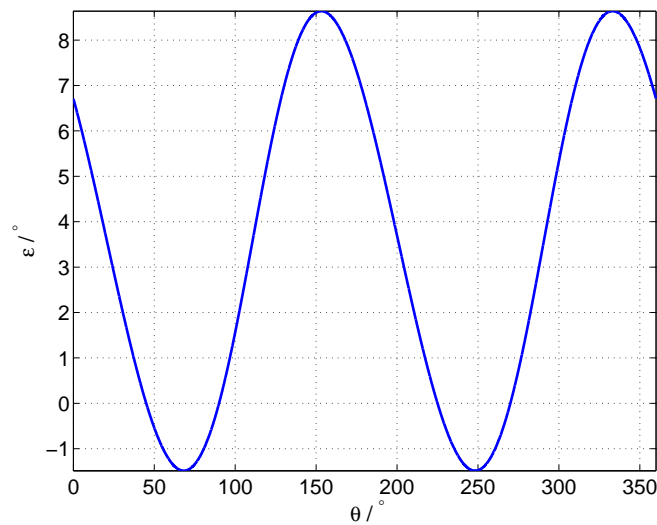
5.2.1 Sprememba \sin , \cos ter napake v odvisnosti od Δx_s

Na sliki 5.7 je prikazana sprememba amplitude prvega harmonika signalov \sin in \cos . Razvidno iz (??) (??) se linearno narašča amplituda \cos . Slika 5.8 prikazuje enosmerni komponenti, ki od statične ekscentričnosti nista odvisni. Slika 5.9 prikazuje fazni zamik signalov glede na njuno idealno poravnavo. Po (??) je pričakovano spreminjanje faze \sin .

Spreminjanje amplitude prvega harmonika, enosmerne komponente in faznega zamika \sin in \cos signalov je opisano z (??) in (??). Tu so poteki razviti v Taylorjevo vrsto do tretje stopnje.



Slika 5.4: \sin in \cos pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,24 mm statične ekscentričnosti v smeri x



Slika 5.5: Napaka ε pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,24 mm statične ekscentričnosti v smeri x

$$A_{sin} = 2,08 \cdot 10^{-1} \Delta x_s^2 + 2,4 \quad (5.4)$$

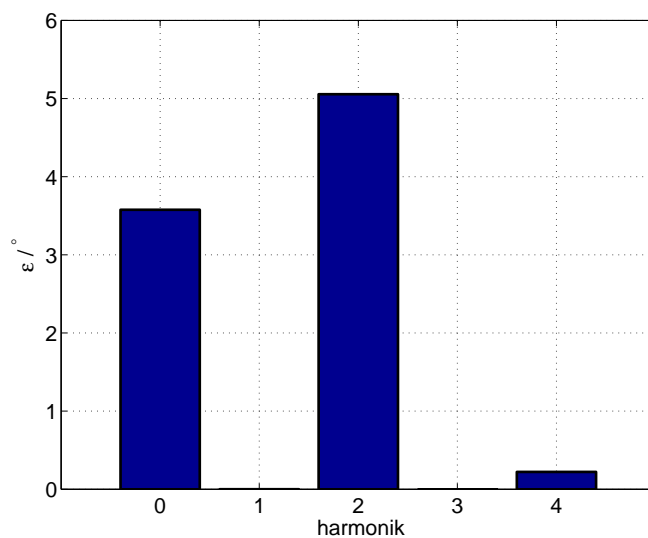
$$Off_{sin} = 0 \quad (5.5)$$

$$\delta_{sin} = -1,38 \Delta x_s^3 + 23,9 \Delta x_s \quad (5.6)$$

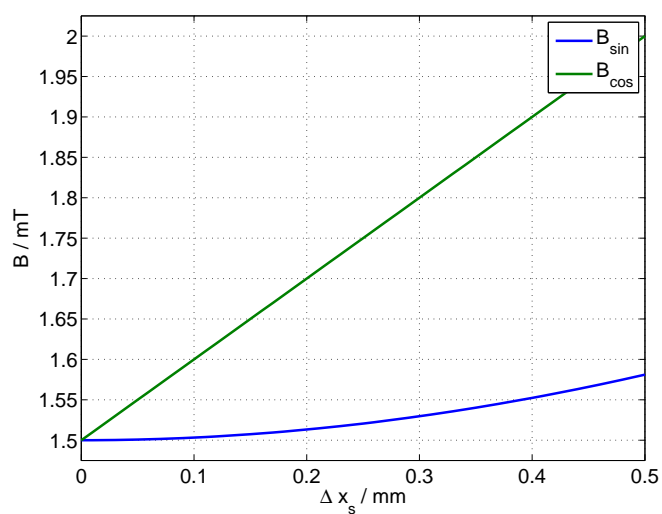
$$A_{cos} = \Delta x_s + 2,4 \quad (5.7)$$

$$Off_{cos} = 0 \quad (5.8)$$

$$\delta_{cos} = 0 \quad (5.9)$$

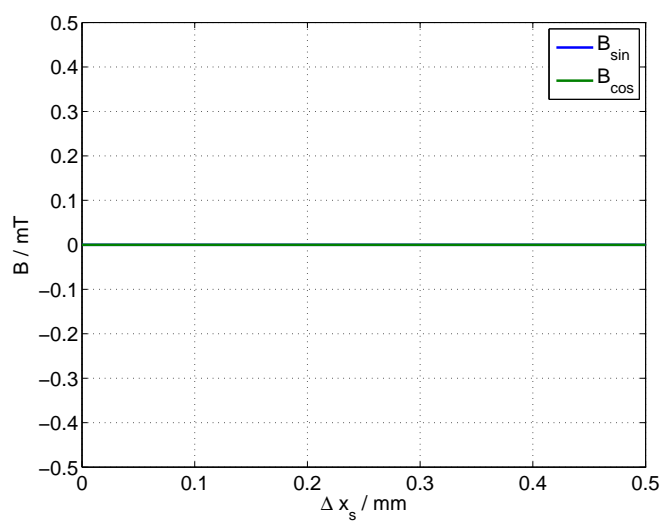


Slika 5.6: Amplitude harmonikov napake ε razvite v Fourierovo vrsto pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,24 mm statične ekscentričnosti v smeri x

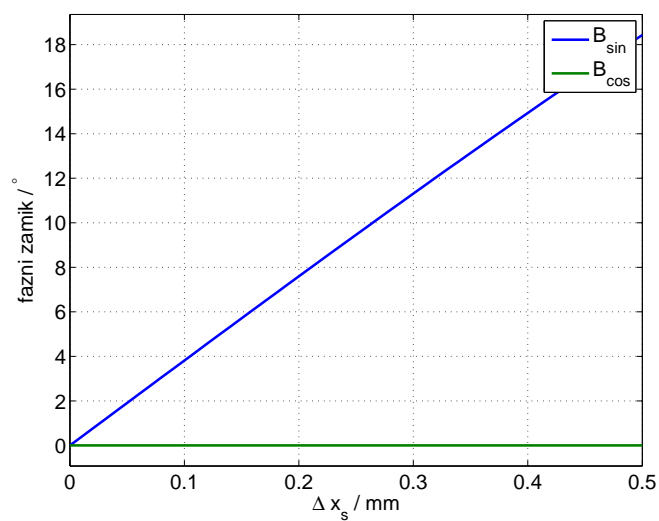


Slika 5.7: Amplituda osnovnega harmonika *sin* in *cos* pri simulacijah z linearnim poljem statične ekscentričnosti v smeri x

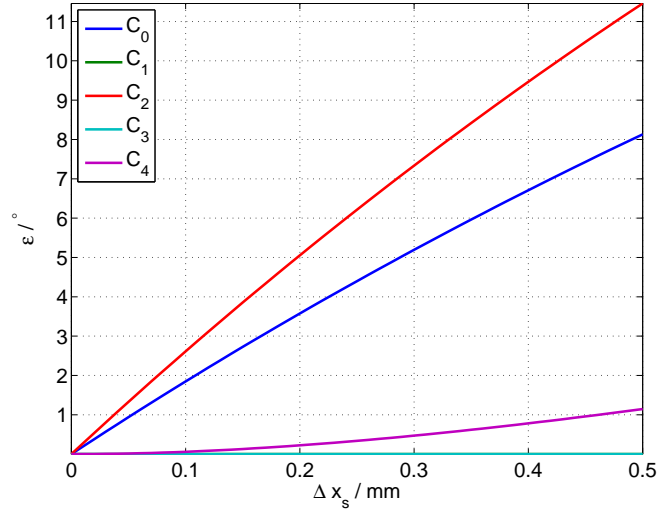
Spremembi signalov *sin* in *cos* se odrazita tudi pri izračunu kota φ in napake ε . Na sliki 5.10 vidimo odvisnost amplitud posameznega harmonika od spreminjanja statične ekscentričnosti v smeri x. Poteke s slike 5.10 aproksimiramo s polinomi.



Slika 5.8: Enosmerna komponenta *sin* in *cos* pri simulacijah z linearnim poljem statične ekscentričnosti v smeri x



Slika 5.9: Fazni zamik *sin* in *cos* pri simulacijah z linearnim poljem statične ekscentričnosti v smeri x glede na idealna signala *sin* in *cos*



Slika 5.10: Potek amplitud posameznega harmonika napake ε od statične ekscentričnosti v smeri x pri simulacijah z linearnim poljem

$$C_0 = 3,35 \cdot 10^{-1} \Delta x_s^3 - 2,48 \Delta x_s^2 + 11,9 \Delta x_s + 1,23 \cdot 10^{-5} \quad (5.10)$$

$$C_1 = 5,56 \cdot 10^{-4} \Delta x_s^3 - 2,00 \cdot 10^{-3} \Delta x_s^2 + 4,34 \cdot 10^{-3} \Delta x_s + 7,67 \cdot 10^{-8} \quad (5.11)$$

$$C_2 = 4,13 \cdot 10^{-1} \Delta x_s^3 - 3,53 \Delta x_s^2 + 16,9 \Delta x_s - 2,31 \cdot 10^{-5} \quad (5.12)$$

$$C_3 = -2,17 \cdot 10^{-4} \Delta x_s^3 + 2,57 \cdot 10^{-4} \Delta x_s^2 + 0,0042 \Delta x_s + 4,51 \cdot 10^{-8} \quad (5.13)$$

$$C_4 = -8,27 \cdot 10^{-1} \Delta x_s^3 + 2,42 \Delta x_s^2 + 8,08 \cdot 10^{-3} \Delta x_s - 1,60 \cdot 10^{-4} \quad (5.14)$$

Za primerjavo, s dodane tudi enačbe potekov amplitud posameznega harmonika razvitega v Taylorjevo vrsto, katere sledijo iz (4.22):

$$C_0 = 3,45 \cdot 10^{-1} \Delta x_s^3 - 2,49 \Delta x_s^2 + 11,9 \Delta x_s \quad (5.15)$$

$$C_1 = 0 \quad (5.16)$$

$$C_2 = 3,66 \cdot 10^{-1} \Delta x_s^3 - 3,51 \Delta x_s^2 + 16,9 \Delta x_s \quad (5.17)$$

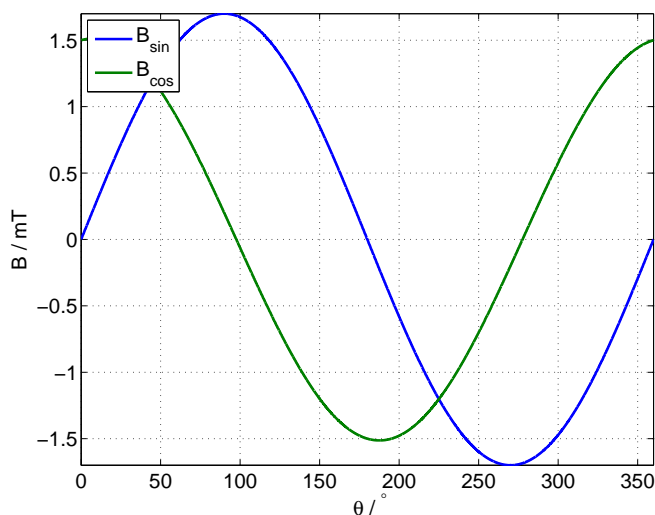
$$C_3 = 0 \quad (5.18)$$

$$C_4 = -1,04 \Delta x_s^3 + 2,49 \Delta x_s^2 \quad (5.19)$$

Rezultati so pričakovani. Enosmerna komponenta in amplituda prvega harmonika naraščata linearno, četrti harmonik narašča s kvadratom ekscentričnosti, lihi harmoniki, so zanemarljivi.

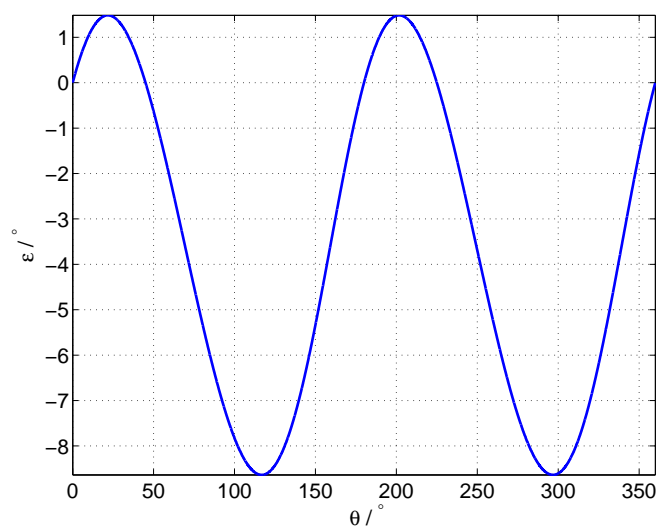
5.3 Simulacija statične ekscentričnosti v smeri y-osi

Pričakovani so podobni rezultati kot pri statični ekscentričnosti v smeri x, le da bo tu hitreje naraščala amplituda *sin* in spreminjal se bo fazni zamik *cos*.

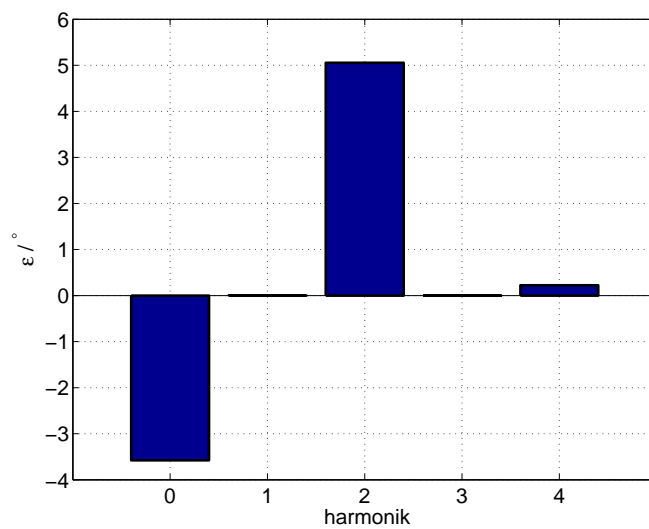


Slika 5.11: *sin* in *cos* pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,24 mm statične ekscentričnosti v smeri y

Napaka je prikazana na sliki 5.12. Sestavlja jo negativna enosmerna komponenta in izrazit drugi harmonik. Iz napake razvite v vrsto (5.13) je vidna enaka amplituda drugega harmonika, kot pri ekscentričnosti v smeri x. Enosmerna komponenta se razlikuje v predznaku.



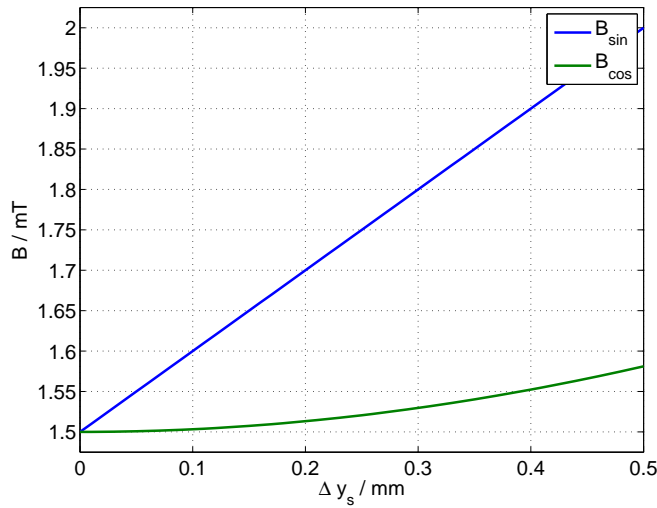
Slika 5.12: Napaka ε pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,24 mm statične ekscentričnosti v smeri y



Slika 5.13: Amplitude harmonikov napake ε razvite v Fourierovo vrsto pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,24 mm statične ekscentričnosti v smeri y

5.3.1 Sprememba \sin , \cos ter napake od Δy_s

Potek hitrejšega spreminjanja amplitude \sin je pričakovan. Enosmerna komponenta signalov se prav tako ni spremenila. Fazni zamik signala \cos se je zmanjševal, posledično tudi fazna razlika med signaloma. Poteki so opisani s kubičnimi polinomi. Na sliki 5.17 so prikazani poteki amplitud posameznih harmonikov v odvisnosti od statične ekscentričnosti v smeri y. Poteki so aproksimirani z kubičnimi polinomi. Potek amplitud harmonikov je enak potekom simuliranih s statično ekscentričnostjo v smeri x, razlikuje se enosmerna komponenta z nasprotnim predznakom.



Slika 5.14: Amplituda osnovnega harmonika signalov \sin in \cos pri simulacijah z linearnim poljem statične ekscentričnosti v smeri y

$$A_{\sin} = \Delta x_s + 2,4 \quad (5.20)$$

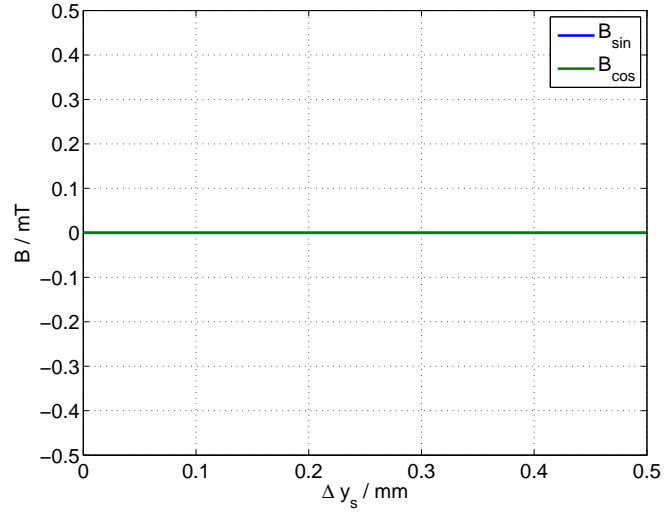
$$Off_{\sin} = 0 \quad (5.21)$$

$$\delta_{\sin} = 0 \quad (5.22)$$

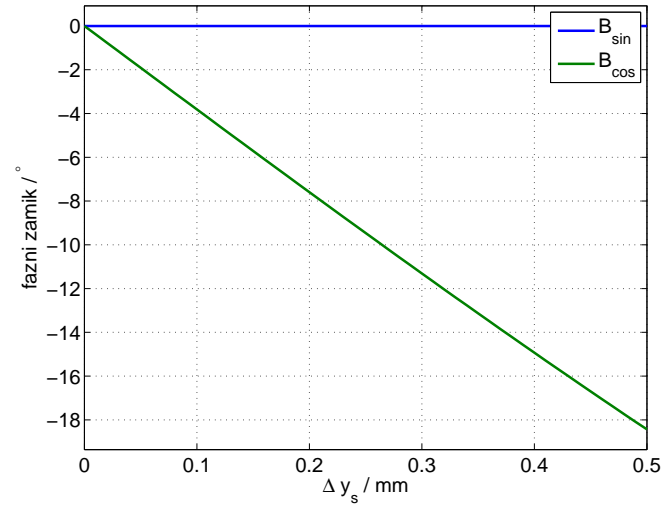
$$A_{\cos} = 2,08 \cdot 10^{-1} \Delta x_s^2 + 2,4 \quad (5.23)$$

$$Off_{\cos} = 0 \quad (5.24)$$

$$\delta_{\cos} = 1,38 \Delta x_s^3 - 23,9 \Delta x_s \quad (5.25)$$



Slika 5.15: Enosmerna komponenta *sin* in *cos* pri simulacijah z linearnim poljem statične ekscentričnosti v smeri y



Slika 5.16: Fazni zamik *sin* in *cos* pri simulacijah z linearnim poljem statične ekscentričnosti v smeri y glede na idealna signala *sin* in *cos*

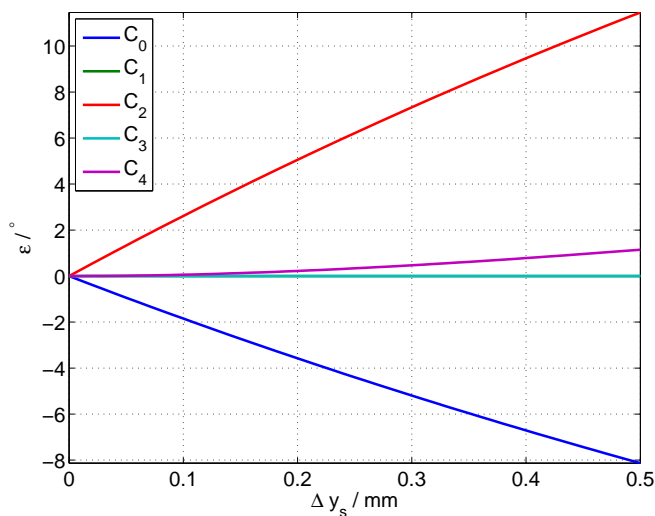
$$C_0 = -3,35 \cdot 10^{-1} \Delta y_s^3 + 2,48 \Delta y_s^2 - 11,9 \Delta y_s - 1,22 \cdot 10^{-5} \quad (5.26)$$

$$C_1 = 1,09 \cdot 10^{-4} \Delta y_s^3 - 8,69 \cdot 10^{-4} \Delta y_s^2 + 0,00434 \Delta y_s + 7,62 \cdot 10^{-10} \quad (5.27)$$

$$C_2 = 4,12 \cdot 10^{-1} \Delta y_s^3 - 3,53 \Delta y_s^2 + 1,69 \cdot 10 \Delta y_s - 2,31 \cdot 10^{-5} \quad (5.28)$$

$$C_3 = 2,43 \cdot 10^{-4} \Delta y_s^3 - 0,00130 \Delta y_s^2 + 0,00420 \Delta y_s + 1,83 \cdot 10^{-8} \quad (5.29)$$

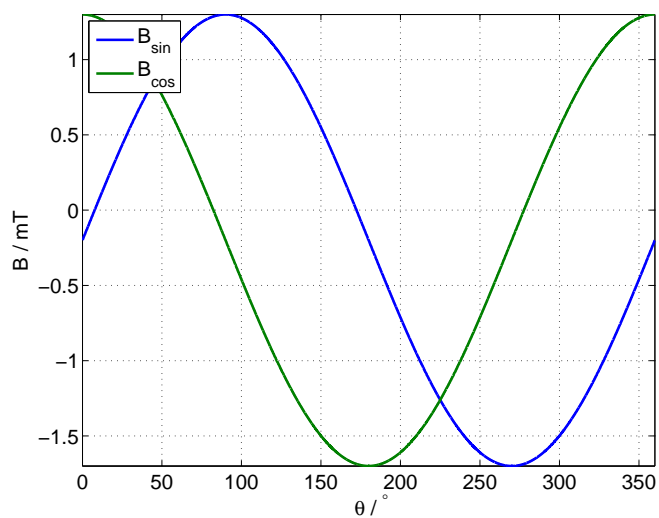
$$C_4 = -8,26 \cdot 10^{-1} \Delta y_s^3 + 2,42 \Delta y_s^2 + 6,13 \cdot 10^{-3} \Delta y_s - 1,60 \cdot 10^{-4} \quad (5.30)$$



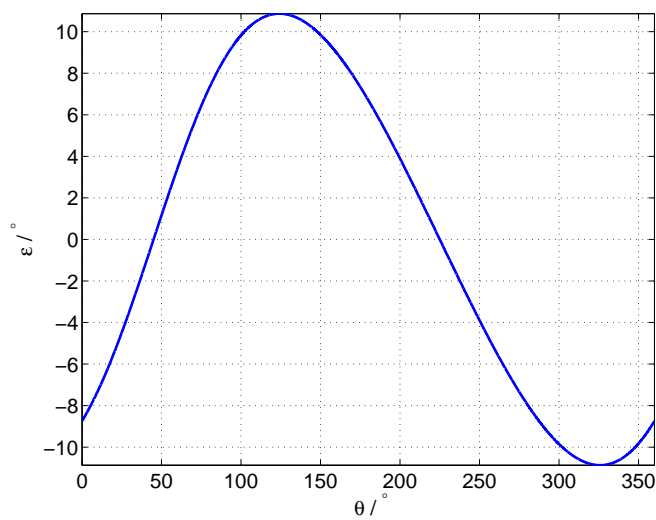
Slika 5.17: Potek amplitud posameznega harmonika napake ε od statične ekscentričnosti v smeri y pri simulacijah z linearnim poljem

5.4 Dinamična ekscentričnost v smeri x osi

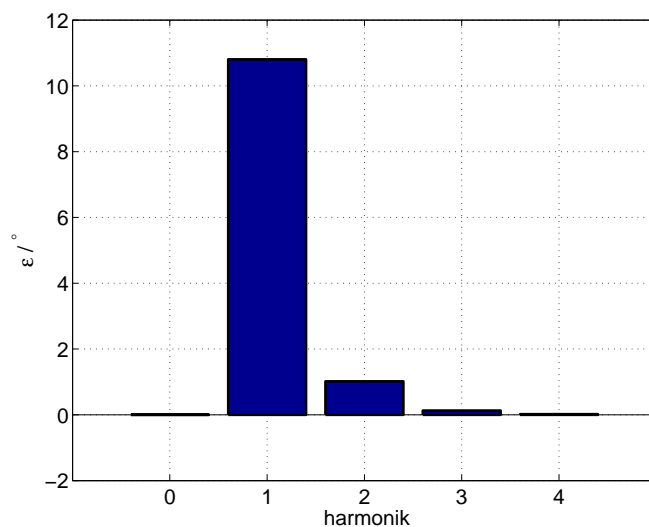
Dinamična ekscentričnost pričakovano povzroči v *sin* in *cos* enosmerno komponento (Slika 5.18). Na sliki 5.19 je vidna napaka v obliki prvega harmonika, kar je bilo pričakovati. Z razvojem napake v Fourierovo vrsto je nejizrazitejši prvi harmonik, enosmerna komponenta je nič (slika 5.20).



Slika 5.18: \sin in \cos pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,24 mm mm dinamične ekscentričnosti v smeri x



Slika 5.19: Napaka ε pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,24 mm dinamične ekscentričnosti v smeri x



Slika 5.20: Amplitude harmonikov napake ε razvite v Fourierovo vrsto pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,24 mm dinamične ekscentričnosti v smeri x

5.4.1 Sprememba \sin , \cos ter napake od Δx_d

Dinamična ekscentričnost vpliva na enosmerni komponenti \sin in \cos (slika 5.22).

Z aproksimacijo posameznega parametra \sin in \cos s kubičnim polinomom sta od dinamične ekscentričnosti odvisni le enosmerni komponenti.

$$A_{\sin} = 2,4 \quad (5.31)$$

$$Off_{\sin} = -\Delta x_d \quad (5.32)$$

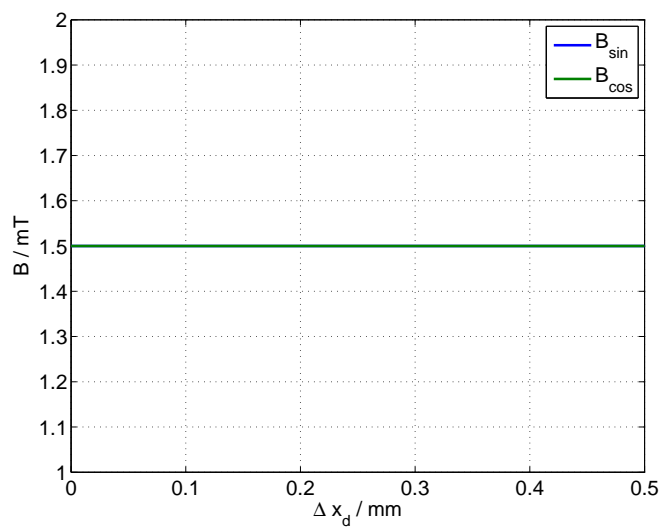
$$\delta_{\sin} = 0 \quad (5.33)$$

$$A_{\cos} = 2,4 \quad (5.34)$$

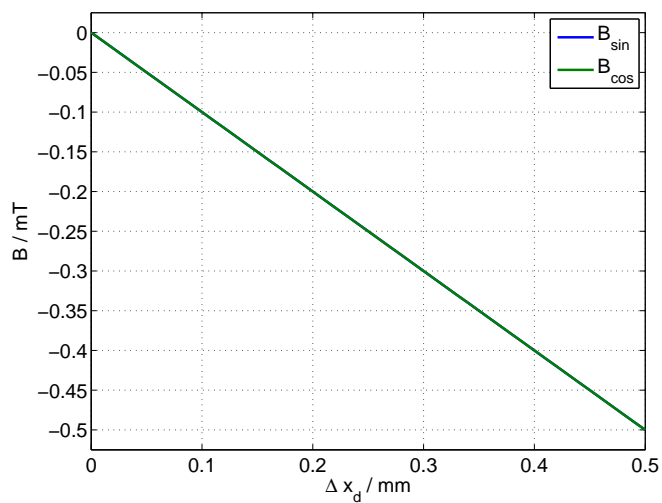
$$Off_{\cos} = -\Delta x_d \quad (5.35)$$

$$\delta_{\cos} = 0 \quad (5.36)$$

Slika 5.24 prikazuje odvisnost amplitud napake od spreminjanja dinamične ekscentričnosti v smeri x. V napaki, se po pričakovanjih linearno povečuje prvi harmonik (4.14). Poteki opisani s kubičnimi polinomi.



Slika 5.21: Amplituda osnovnega harmonika *sin* in *cos* pri simulacijah z linearnim poljem dinamične ekscentričnosti v smeri x



Slika 5.22: Enosmerna komponenta *sin* in *cos* pri simulacijah z linearnim poljem dinamične ekscentričnosti v smeri x

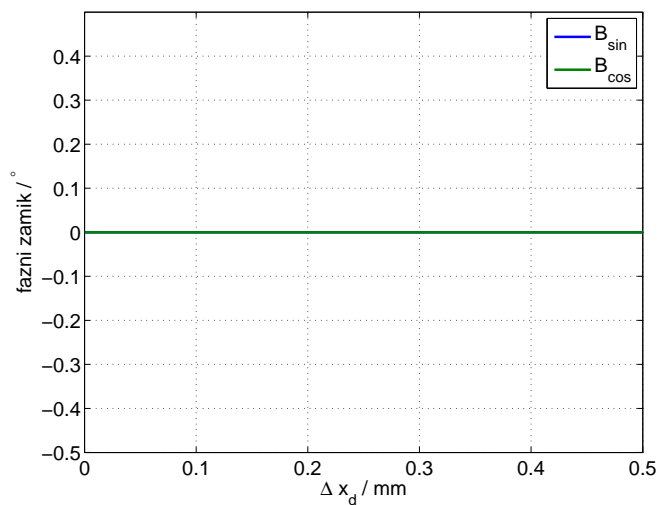
$$C_0 = 2,64 \cdot 10^{-4} \Delta x_d^3 + 0,00125 \Delta x_d^2 + 0,00291 \Delta x_d + 1,02 \cdot 10^{-7} \quad (5.37)$$

$$C_1 = 1,58 \cdot 10^{-4} \Delta x_d^3 + 2,37 \cdot 10^{-3} \Delta x_d^2 + 33,8 \Delta x_d + 2,28 \cdot 10^{-7} \quad (5.38)$$

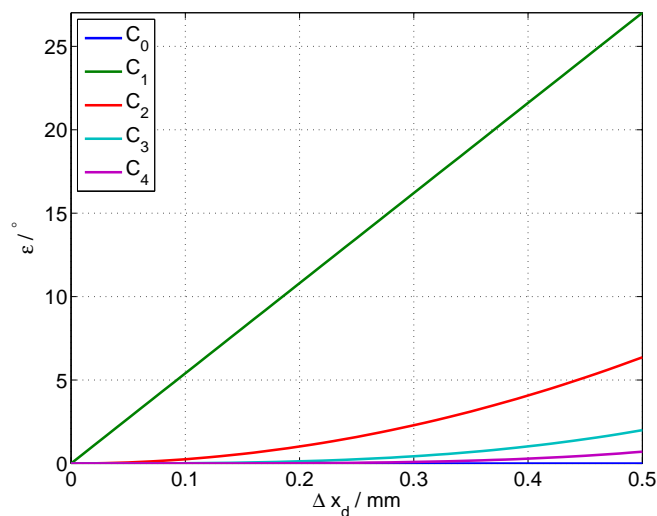
$$C_2 = 1,06 \cdot 10^{-3} \Delta x_d^3 + 9,95 \Delta x_d^2 - 1,95 \cdot 10^{-3} \Delta x_d + 7,96 \cdot 10^{-7} \quad (5.39)$$

$$C_3 = 3,91 \Delta x_d^3 - 1,41 \cdot 10^{-3} \Delta x_d^2 + 9,91 \cdot 10^{-4} \Delta x_d + 1,06 \cdot 10^{-5} \quad (5.40)$$

$$C_4 = 1,73 \Delta x_d^3 - 5,52 \cdot 10^{-1} \Delta x_d^2 + 6,15 \cdot 10^{-2} \Delta x_d - 1,36 \cdot 10^{-3} \quad (5.41)$$



Slika 5.23: Fazni zamik *sin* in *cos* pri simulacijah z linearnim poljem dinamične ekscentričnosti v smeri x glede na idealna signala *sin* in *cos*



Slika 5.24: Potek amplitud posameznega harmonika napake ε od dinamične ekscentričnosti v smeri x pri simulacijah z linearnim poljem

Poteki (??) razviti v Taylorjevo vrsto, so podali enake rezultate.

$$C_0 = 0 \quad (5.42)$$

$$C_1 = 33,8\Delta x_d \quad (5.43)$$

$$C_2 = 9,95\Delta x_d^2 \quad (5.44)$$

$$C_3 = 3,91\Delta x_d^3 \quad (5.45)$$

$$C_4 = 0 \quad (5.46)$$

Predstavljen je bil potek spreminjanja \sin in \cos in napake v odvisnosti od ekscentričnosti. Napaka zaradi dinamične ekscentričnosti je bila 0, zato rezultati tudi niso podani. Dinamična ekscentričnost v smeri y nima vpliva na enosmerno komponento, niti na osnovni harmonik \sin in \cos .