

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za elektrotehniko

Mitja Alič

**Vpliv statične in dinamične
ekscentričnosti magnetnega
senzorja RM44 na napako v
signalu kota**

Magistrsko delo

Mentor: doc. dr. Mitja Nemec

Ljubljana, 2018

Zahvala

Zahvaljujem se mentorju doc. dr. Mitji Nemcu za pomoč pri izdelavi magistrskega dela. Prav tako se zahvaljujem sodelovcem laboratorija LRTME. Zahvala gre tudi dr. Blažu Šmidu in drugim v podjetju RLS Merilna tehnika. Zahvaljujem se družini in prijateljem, ki so me spodbujali in podpirali tekom celotnega študija.

Vsebina

1	Uvod	5
2	Senzor RM44	7
3	Izpeljava gibanja sonde relativno na magnet ob nepravilni montaži	13
3.1	Definicija koordinatnega sistema	13
3.2	Izpeljava gibanja lokacije Hallove sonde na magnet pri dinamični ekscentričnosti	15
3.3	Izpeljava gibanja lokacije Hall-ove sonde na magnet pri statični ekscentričnosti	16
3.4	Končna enačba za določanje lokacije Hall-ove sonde	17
4	Potek napake funkcije atan2 ob popačenju vhodnih signalov	19
4.1	Različne amplitude	19
4.2	Različne enosmerne komponente	23
4.2.1	Enosmerna komponenta v signalu B_{sin}	23
4.2.2	Enosmerna komponenta signala B_{cos}	25
4.2.3	Enosmerna komponenta pri obeh signalih	26
4.3	Neorotogonalnost signalov	28

4.4	Napaka zaradi spremembe amplitude in faze zaradi enega parametra	30
5	Linearni model magnetnega polja	33
5.1	Brez ekscentričnosti	34
5.2	Simulacija statične ekscentričnosti v smeri x-osi	36
5.2.1	Sprememba signalov Hallovih sond ter napake v odvisnosti od statične ekscentričnosti v smeri x	38
5.3	Simulacija statične ekscentričnosti v smeri y-osi	42
5.3.1	Sprememba signalov Hallovih sond ter napake v odvisnosti od statične ekscentričnosti v smeri y	44
5.4	Dinamična ekscentričnost v smeri x osi	47
5.4.1	Sprememba signalov Hallovih sond ter napake v odvisnosti od dinamične ekscentričnosti v smeri x	50
5.5	Dinamična ekscentričnost v smeri y in sprememba razdalje Hallo- vih sond od magneta	53

Seznam simbolov

V zaključnem delu so uporabljeni naslednje veličine in simboli:

Veličina / oznaka		Enota	
Ime	Simbol	Ime	Simbol
napajalna napetost	VDD	volt	V
ničelni potencial	GND	volt	V
referenčni kot	Θ	stopinja	°
pomerjeni kot	φ	stopinja	°
napaka	ε	stopinja	°
Z-komponenta gostote magnetnega polja	B_z	militesla	mT
statična ekscentričnost v x	Δx_s	milimetri	mm
statična ekscentričnost v y	Δy_s	milimetri	mm
dinamična ekscentričnost v x	Δx_d	milimetri	mm
dinamična ekscentričnost v y	Δy_d	milimetri	mm

Tabela 1: Veličine in simboli

Povzetek

Za regulacijo pogonov se v industriji uporablja dajalnike zasuka. Primer dajalnika zasuka je magnetni enkoder. Magnetni enkoder je zaradi svoje robustnosti primeren za delovanje v takem okolju.

S Hallovimi sonadmi enkoder meri Z-komponento magnetnega polja magneta, ki se nahaja na rotirajočem delu pogona. Iz signalov Hallovih sond se preko matematičnega algoritma izračuna kot zasuka. Algoritem predstavlja izračun matematične funkcije *atan2()*.

Ob nepravilni montaži enkoderja ali magneta, Hallove sonde zajamejo nepravilno polje. Posledično se v izračunanem kotu pojavi napaka. Napaka kota se izrazi glede na nepravilno zajeto magnetno polje. V magistrskem delu je predstavljeno spreminjanje zajemanja magnetnega polja posamezne Hallove sonde v odvisnosti od nepravilne montaže.

Napako zaradi nepravilne montaže se razbere iz signalov pomerjenih s Hallovimi sondami, izhod enkoderja je le podatek o zasuku. Izpeljan je potek napake *atan2()*; v odvisnosti od nepravilnih vhodnih signalov funkcije. Napaka funkcije *atan2()*; je izpeljana v neskončno vrsto v odvisnosti od nepravilnosti vhodnih signalov.

V programu MATLAB je bil sestavljen simulacijski model za merjenje napake enkoderja v odvisnosti od nepravilne montaže. Simulacije so bile opravljene na linearno aproksimirani Z-komponenti gostote magnetnega polja in na numerično izračunanem polju realnega magneta. Napaka ob napačni montaži je bila analizirana v frekvenčnem prostoru in je predstavljena kot potek posameznega har-

monika v odvisnosti od nepravilne montaže.

Opravljene so bile meritve na enkoderju RM44, ki so bile primerjane s simulacijami.

Ključne besede: dajalnik položaja, Hallova sonda, nepravilna montaža, predvidevanje napake, arcustangens

Abstract

Simulations have been compared to the encoder RM44 measurements. The basic principle of operation of encoder cannot be revealed due to secrecy.

This work presents the impact of incorrect measured Z-component of magnetic field with magnetic encoder, due to inappropriate installation of encoder or magnetic actuator. A relative change in position of Hall sensor relative to magnet is derived. The error of mathematical function $\text{atan2}()$; is described by infinity series depending on input signals distortion. Basic simulation model has been developed. Simulations have been made by linear approximation of Z-component of magnetic field and numerical calculations by magnet model. Simulations have been compared to measurements with encoder RM44. The basic principle of operation of encoder is business secret. Therefor was built own simulation model, by expectation that measurements will be different.

Key words: position encoders, Hall effect sensor, superficial implementation, anticipating an error, arcustangens

1 Uvod

Skozi celotno zgodovino so si ljudje želeli olajšati fizična dela na različne načine. Ponavljajoča dela je olajšala uporaba pogonov. Električni pogoni so delovne procese optimizirali. Za točnejše delovanje so se razvili različni načini krmiljenja. Z novimi načini krmiljenja, so se pojavile potrebe po merjenju novih količin. V zadnjih desetletjih, je pri krmiljenju pogonov, potrebna informacija o trenutnem položaju pogona.

Trenutni položaj merijo dajalniki pomika ali zasuka[1]. Dajalnike zasuka se loči na dajalnike, ki merijo zasuk na koncu osi (angl.: on axis) in dajalnike, ki merijo zasuk na osi (angl.: through hole). Možna delitev dajalnikov zasuka je tudi na eno-obratne (angl.: single-turn) in več-obratne (angl.: multi-turn). Eno-obratni dajalnikov zasuka podajo položaj znotraj enega obrata, medtem ko več-obratni štejejo tudi število polnih obratov. Dajalnike položaja se deli glede na uporabljeni princip zaznavanja fizikalne spremembe. Obstajajo magnetni, optični, induktivni in drugi [2].

Pri magnetnem principu senzor dajalnika zaznava spremembo jakosti in smeri gostote magnetnega pretoka ali polja. Gostoto magnetnega polja se povzroči z magnetnim akuatorjem. Gostoto magnetnega polja se meri s Hallovimi sondami, AMR senzorji ipd. Iz zajetega polja sledi izračun dejanskega položaja. Dajalnik položaja, ki pretvarja merjeno količino v informacijo se imenuje enkoder [3].

Kot vsak merilni element, ima tudi magnetni enkoder napako. Napaka se lahko pojavi ob narobe merjenem magnetnem polju [4]. Napako lahko povzroči

tudi napačno pomerjeno polje. To se zgodi ob nepravilni montaži enkoderja ali magnetnega aktuatorja na os vrtenja. S poznavanjem vplivov nepravilne montaže na napako pomerjenega položaja, se napako lahko predvidi in odpravi.

Cilj naloge je analizirati kako različne napake pri montaži, vplivajo na napako v signalu kota. Želi se predstaviti čimbolj preprost model, ki bo dovolj točno opisal dogajanje ob prisotnosti napake in to prekontrolirati.

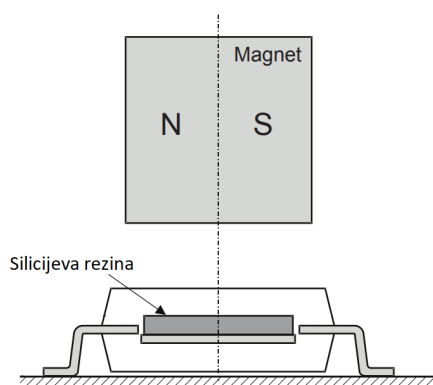
2 Senzor RM44

Senzor RM44 je 13 bitni enkoder, primeren za merjenje zasuka rotirajočega pogona [5]. Enkoder se nahaja v robustem ohišju, zato je primeren za delovanje v težkem industrijskem okolju. Oblika izhodnega podatka, je prilagodljiva na sistem aplikacije v kateri bo uporabljen [6]. Izhod senzorja je lahko analogen v obliki sinusnega in kosinusnega signala ali linearno spreminjajče se napetosti med potencialoma GND in VDD v odvisnosti od kota zasuka. Izhod je lahko tudi v obliki inkrementalnih signalov A in B s katerih se lahko določi smer in relativni zasuk vrtenja ter signal Ri kateri določa referenčno točko. Izhod je možen tudi preko SSI vodila. Senzor ima možnost nastavitev resolucije od 5 do 13 bitov na obrat [7] [5]. Senzor na katerem so bile opravljene meritve je imel 12 bitno resolucijo in na voljo analogna signala sinus in kosinus. Točno ime senzorja je RM44AC0001S20F2E10, v delu bo poimenovan okrajšano RM44.

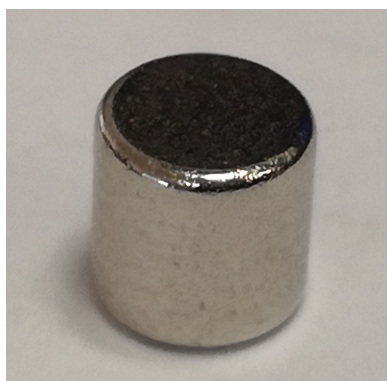


Slika 2.1: Senzor RM44

Ključni element senzorja je čip AM256. Za pravilno delovanje, se mora nahajati nad radialno polariziranim cilindričnim magnetom, ki je pritrjen na os vrtenja (slika 2.2). S strani proizvajalca senzorja je priporočen radialno polariziran magnet s premerom 4 mm, višino 4 mm in remanenco 1050 mT (slika 2.3).



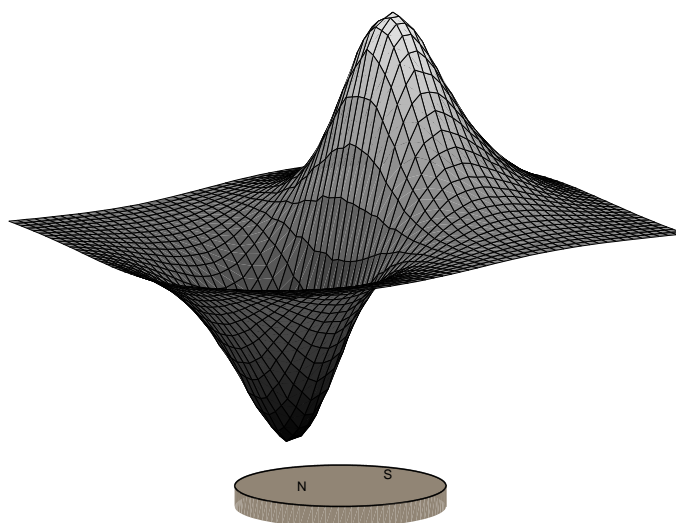
Slika 2.2: Nahajanje radialno polariziranega magneta nad čipom AM256 [7]



Slika 2.3: Primer magneta predlagan s strani proizvajalca RLS

Na siliciju čipa so razporejene Hallove sonde za meritev Z-komponento gostote magnetnega polja. Za merjenje Z-komponento gostote magnetnega polja je lahko čip obrnjen kot na sliki 2.2, ali obrnjen na glavo. Med silicijevo rezino in magnetom se pri taki montaži nahaja še tiskanina. Tiskanina nima magnetnih lastnosti in ne vpliva na Z-komponento gostote magnetnega polja povzročene z magnetnim

aktuatorjem. Pri montiranju senzorja je potrebno ohraniti predpisano razdaljo med magnetom in silicijevo rezino (1,8mm).

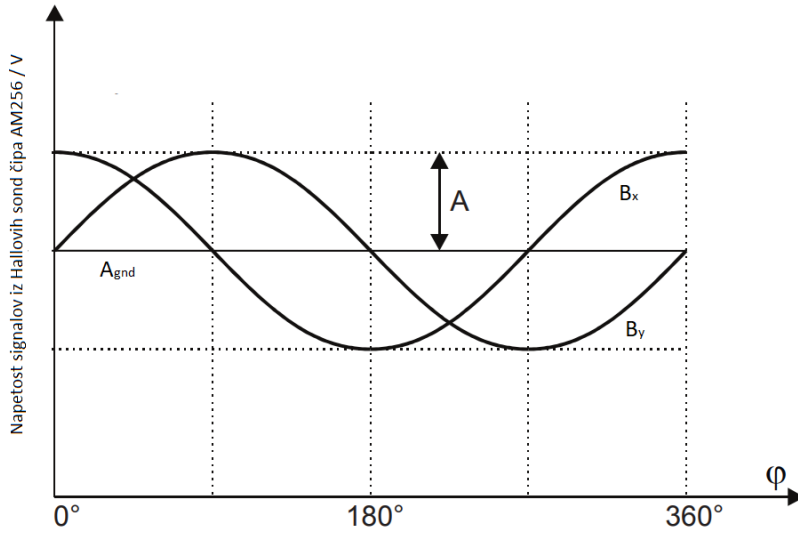


Slika 2.4: Oblika Z komponente gostote magnetnega pretoka nad magnetom

Na sliki 2.4 je prikazana oblika Z-komponente vektorja gostote magnetnega polja povzročene z radialno polariziranim cilindričnim magnetom.

S pravilno postavitvijo Hallovih sond in obliko Z-komponente gostote magnetnega polja povzročene z magnetom, se ob prostorskem zajemu zajame 2 signala kosinusne oblike, ki sta za 90° prostorsko zamaknjena drug na drugega (slika 2.5). Prvi zajet signal, fazno prehiteva za 90° drugi signal in je v delu poimenovan B_{cos} , drugi signal, je poimenovan B_{sin} .

Iz signalov, zajetih s Hallovih sond, se izračuna kot. Metod, za numeričen izračun kota iz podatkov kot sta signala B_{cos} in B_{sin} je več (CORDIC, SAR,



Slika 2.5: Analogni signala zajeta s Hallovimi sondami [7]

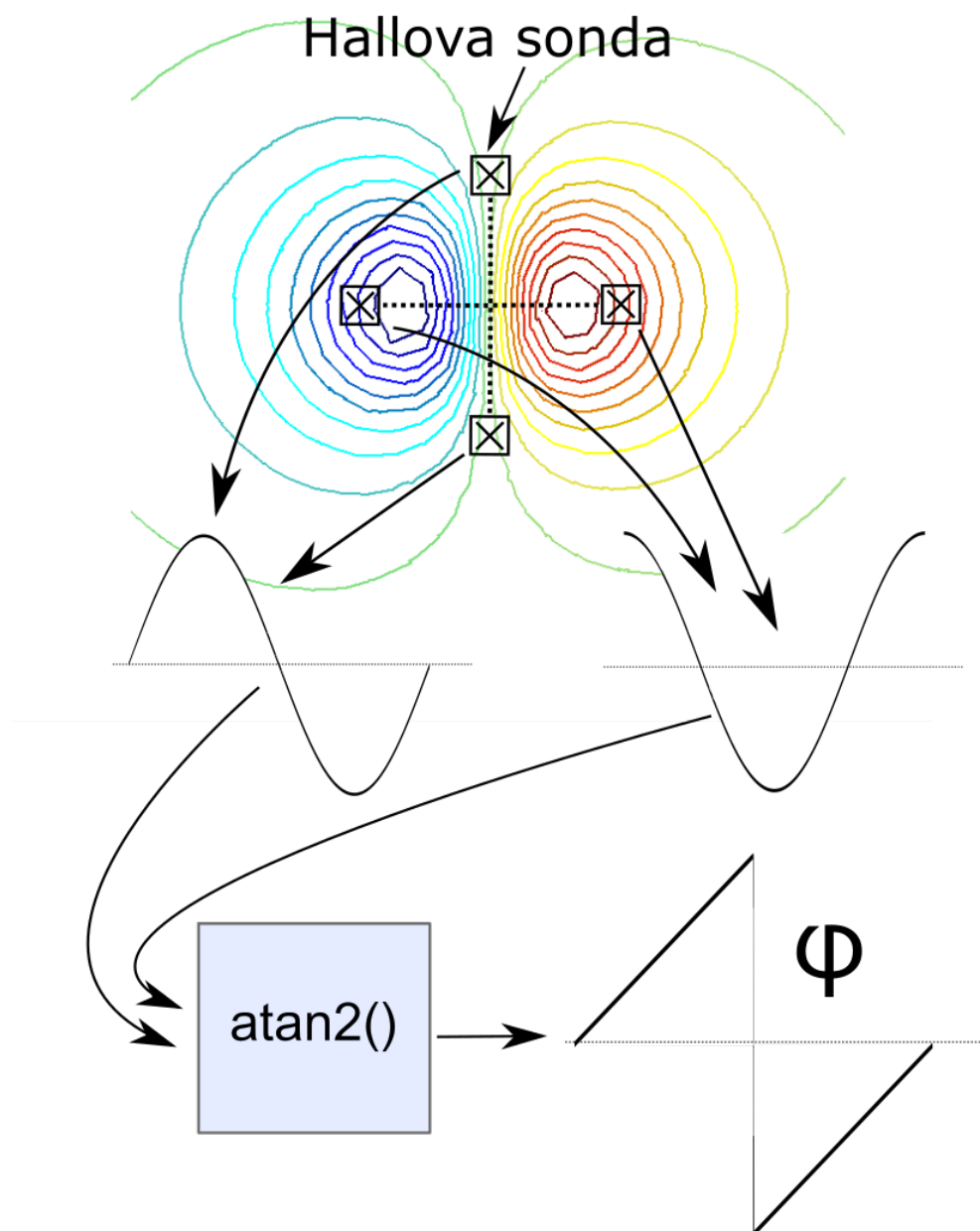
sledilna metoda, itd [8]). Osnovni princip metode je izračun funkcije $\text{atan2}(B_{\sin}, B_{\cos})$ [9].

Osnovno delovanje senzorja se lahko ponazori, s 4 Hallovimi. Sonde so enakomerno razporejene po krožnici s središčem v osi vrtenja in radijem r_0 . Z diferencialnim odčitavanjem pomejenih signalov nasproti ležečih Hallovih sond, se signaloma B_{\sin} in B_{\cos} odstrani enosmerno komponento in poveša amplitudo.

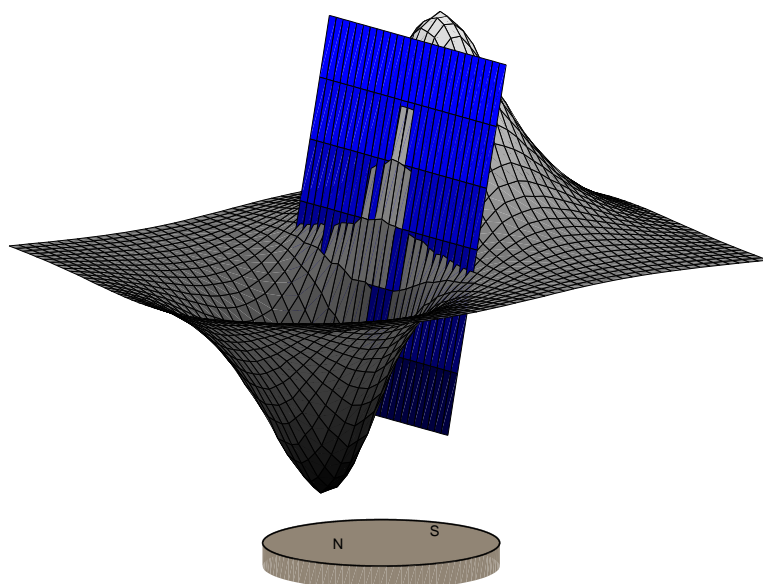
Signala B_{\cos} in B_{\sin} sta vhodna parametra v funkcijo $\text{atan2}()$, ki izračuna kot zasuka (slika 2.6). Za oceno napake, se lahko Z komponento gostote magnetnega pretoka v okolici središča magneta, aproksimira z ravnino (slika 2.7).

Aproksimacija zadostuje za oceno napake. S poznavanjem lokacije sonde glede na magnet, se lahko izračuna merjena komponenta magnetnega polja. Aproksimirano polje je linearno odvisno od x komponente (2.1). Za lažje razumevanje bo k enak $1 \frac{\text{mT}}{\text{mm}}$.

$$B_z(x, y) = k \cdot x. \quad (2.1)$$



Slika 2.6: Osnovni model, za izračun kot zasuka



Slika 2.7: Oblika Z komponente gostote magnetnega polja nad magnetom in aproksimirano ravnino v središču magneta

3 Izpeljava gibanja sonde relativno na magnet ob nepravilni montaži

Nepravilna montaža bo vplivala na Hallove sonde simulacijskega modela enako. Vpliv izmika senzorja in magneta, na relativno gibanje sonde nad magnetom bo prikazan na eni sondi.

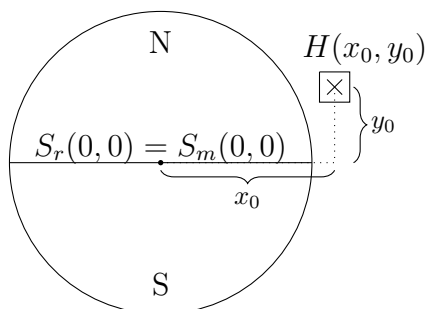
Izmik sredine senzorja iz osi vrtenja bo med spreminjanjem dejanskega kota zasuka statičen, njegova lokacija se ne bo spreminjala na os vrtenja. Ta izmik je poimenovan statična ekscentričnost.

Ob izmiku magneta iz osi vrtenja se pojavi opletanje magneta. Lokacija središča magneta se spreminja glede na določen zasuk magneta. Opletanje magneta je poimenovano dinamična ekscentričnost.

3.1 Definicija koordinatnega sistema

Naj bo definiran kartezični koordinatni sistem, ki ima v izhodišču postavljen radialno polariziranim magnetom ($S_m(0,0)$). V izhodišču se nahaja os vrtenja ($S_r(0,0)$). Na poljubno točko $H(x_0, y_0)$, vendar ne v izhodišče je postavljena Hall-ova sonda (slika 3.1).

Z zasukom magneta okoli osi vrtenja za kot θ , se lokacija sonde glede na magnet spremeni. Nova lokacija sonde glede na magnet je enaka, če se namesto magnet, zavrti sondo okoli osi vrtenja za kot $-\theta$. Nova lokacija sonde glede na magnet je v točki (x, y) . Spremembo lokacije sonde glede na magnet v odvisnosti



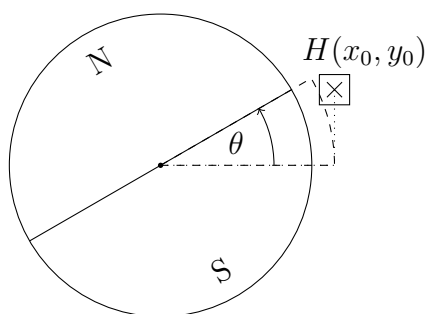
Slika 3.1: Definicija koordinatnega sistema z magnetom in Hall-ovo sondo

od zasuka magneta za kot θ , opiše enačba (3.1).

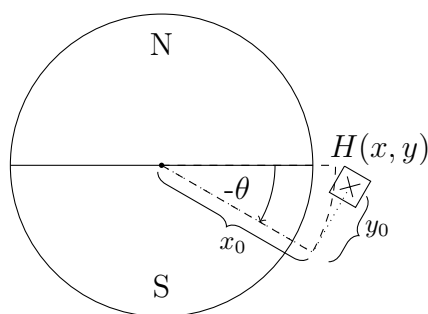
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) \\ \sin(-\theta) & \cos(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Argument rotacijske matrike je $-\theta$. Z upoštevanjem lihosti funkcije sinus in sodosti funkcije kosinus[10], se (3.1) poenostavi v:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$



(a) Zasukan magnet za kot θ

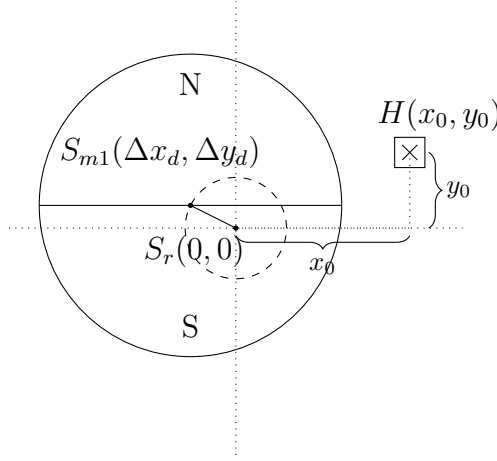


(b) Zasukan senzor za kot $-\theta$

Slika 3.2: Sprememba položaja glede na magnet ob rotaciji

3.2 Izpeljava gibanja lokacije Hallove sonde na magnet pri dinamični ekscentričnosti

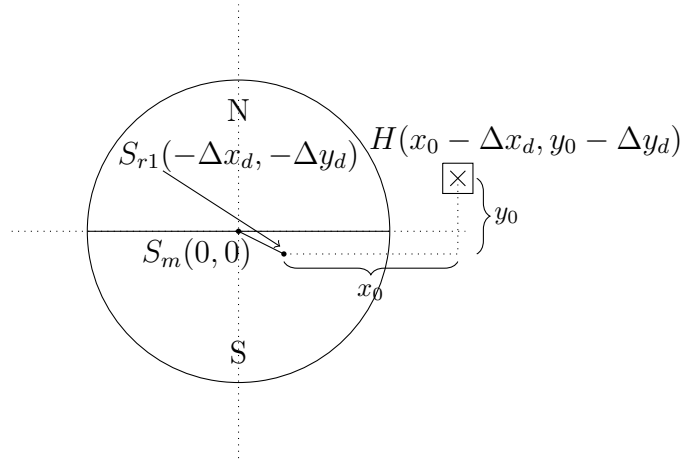
Magnet je postavljen v izhodišče koordinatnega sistema $S_m(0, 0)$, kjer je tudi os vrtenja $S_r(0, 0)$. Dinamična ekscentričnost povzroči premik središča magneta v točko $S_{m1}(\Delta x_d, \Delta y_d)$ (Slika 3.3). Os vrtenja ostaja v izhodišču koordinatnega sistema. Središče magneta $S_{m1}(\Delta x_d, \Delta y_d)$ ob rotaciji opiše okoli osi vrtenja krožnico z radijem $\sqrt{\Delta x_d^2 + \Delta y_d^2}$.



Slika 3.3: Definicije dinamične ekscentričnosti

Naj ostane magnet v izhodišču $S_m(0, 0)$ in naj se spremeni lokacija Hallove sonde in os vrtenja za $(-\Delta x_d, -\Delta y_d)$ (Slika 3.4). Sonda se tako kot v prejšnjem poglavju zavrti v nasprotno stran okoli osi vrtenja. Os vrtenja je v točki $(-\Delta x_d, -\Delta y_d)$. Sonda se giblje po krožnici s središčem v točki $(-\Delta x_d, -\Delta y_d)$. Spreminjanje lokacije sonde glede na magnet opiše (3.3)

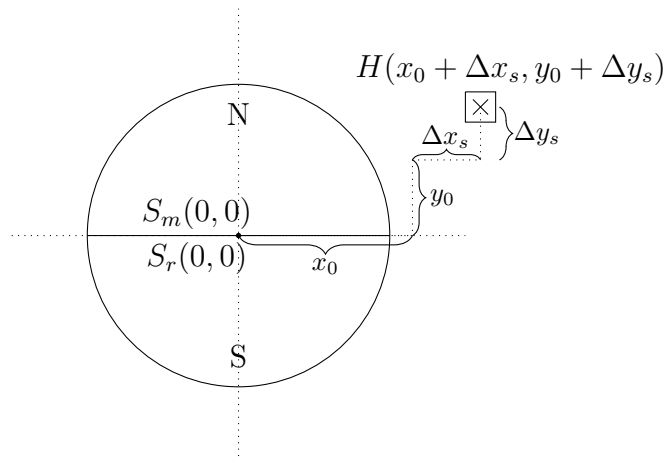
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta x_d \\ \Delta y_d \end{bmatrix} \quad (3.3)$$



Slika 3.4: Premik osi vrtenja in sonde za velikost dinamične ekscentričnosti

3.3 Izpeljava gibanja lokacije Hall-ove sonde na magnet pri statični ekscentričnosti

Statična ekscentričnost se pojavi, ob izmiku Hallove sonde iz njene osnovne lege v $H_1(x_0 + \Delta x_s, y_0 + \Delta y_s)$. Z zasukom magneta je razdalja med sondo in osjo vrtenja konstantna. Z miselnim obratom vrtenja sonde v nasprotno smer se gibanje sonde izrazi kot gibanje po krožnici z novim radijem $\sqrt{(x_0 + \Delta x_s)^2 + (y_0 + \Delta y_s)^2}$ (3.4). Novo lokacijo sonde glede na magnet opiše (3.4). Ob povzročni statični



Slika 3.5: Definicije statične ekscentričnosti

ekscentričnosti se sonda giblje po drugem radiju.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 + \Delta x_s \\ y_0 + \Delta y_s \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

3.4 Končna enačba za določanje lokacije Hall-ove sonde

(3.3) in (3.4) sta med seboj neodvisni, zato se ju lahko združi. Dinamična ekscentričnost vpliva na premik krožnice, po kateri se navidezno giblje sonda. Statična ekscentričnost, povzroči spremembo radija, po kateri se navidezno giblje sonda.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 + \Delta x_s \\ y_0 + \Delta y_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta x_d \\ \Delta y_d \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

4 Potek napake funkcije atan2 ob popačenju vhodnih signalov

Izhod enkoderja je podatek o zasuku. Iz pomerjene gostote magnetnega polja, sledi izračun kota preko inverza funkcije tangens. Funkcija se v MATLAB-u imenuje `atan2()`. Funkcija `atan2()` vrne rezultat v radianih, funkcija `atan2d()` vrne rezultat v stopinjah[9][11].

Različne literature [4] [12] [13] [14] opisujejo napako izhoda funkcije zaradi popačenosti vhodnih signalov. Napaka je izražena v obliki enosmerne komponente ter prvega oz. drugega harmonika, kateri od primera do primera bolj izstopa. V tem poglavju je prikazano, kako popačena signala kot vhoda v funkcijo `atan2d()`; vplivata na napako. Za majhna popačenja vhodnih signalov, literatura nakazuje linearno naraščanje napake. V poglavju je predstavljeno tudi kako se popačenja vhodnih signalov odražajo na višjih harmonikih napake.

4.1 Različne amplitude

Prvi primer popačenih vhodov v funkcijo `atan2d()`; je neenakost amplitud vhodnih signalov. Signala imata poljubne amplitude, vendar se izhod funkcije `atan2d()`; nebo spremenil, če se obe amplitudi deli s poljubnim številom. Če se za poljubno število vzame amplitudo signala B_{cos} , imata signala novo definirani

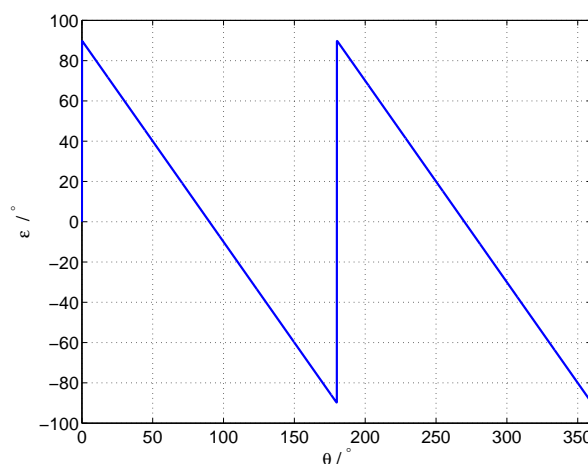
amplitdi. Razmerje amplitud med B_{sin} in B_{cos} je označeno s k .

$$B_{sin} = k \sin(\theta) \quad (4.1)$$

$$B_{cos} = \cos(\theta) \quad (4.2)$$

Funkciji sta vstavljeni v $\text{atan2d}()$; in parameter k je limitiran v neskončnost. Izhod $\text{atan2d}()$; je konstanta, napaka ε je prikazana na sliki 4.1.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \text{atan2}(k \sin \theta, \cos \theta) - \theta \quad (4.3)$$



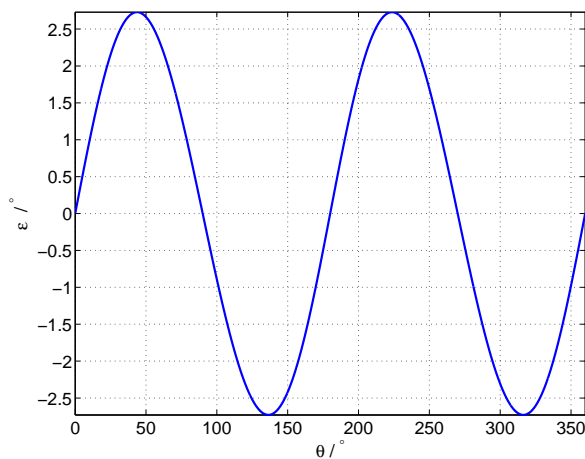
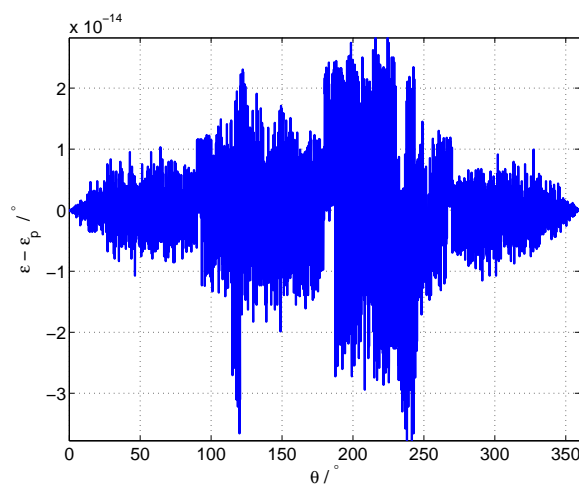
Slika 4.1: ε ob limiti k v neskončnost

Potek ε se lahko zapiše s Fourierovo vrsto [10]:

$$\varepsilon = \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin 2n\theta \quad (4.4)$$

V napaki nastopajo le sodi harmoniki. Z opazovanjem sodih harmonikov napake pri različnih k -jih in uporabo Curve Fitting tool [15], je bila določena funkcija poteka napake v odvisnosti od k .

$$\varepsilon_p = \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{k-1}{k+1} \right)^n \sin 2n\theta \quad (4.5)$$

Slika 4.2: Napaka ε pri $k=1,1$ Slika 4.3: Razlika med napako izračunano s funkcijo atan2d(); in izračunano napako z vrsto (4.5), pri čemer je bilo uporabljenih prvih 15 členov pri $k = 1,1$

Razlika med napako izračunano s funkcijo atan2d(); in napako izračunano z (4.5) je prikazana na sliki 4.3. Ostala je le numerična napaka. MATLAB pri

funkciji `atan2d()`; izračuna najprej funkcijo `atan2()`; in rezultat nato pomnoži z $\frac{360}{2\pi}$. Izhod funkcije je nato v stopinjah. Če se rezultat s slike 4.3 pomnoži z $\frac{2\pi}{360}$ je rezultat v območju numerične napake MATLAB-a.

4.2 Različne enosmerne komponente

Naj imata vhodna signala amplitudi enaki 1. Signaloma se definira enosmerna komponenta v velikosti B_0 signalu B_{sin} in A_0 signalu B_{cos} . Enosmerna komponenta se lahko pojavi v enem ali obeh vhodnih signalih.

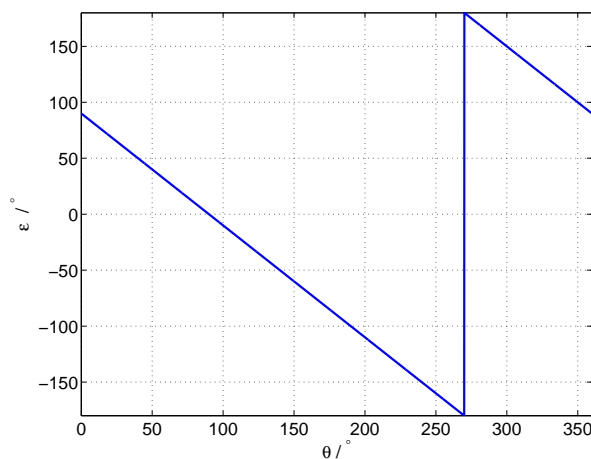
$$B_{sin} = \sin(\theta) + B_0 \quad (4.6)$$

$$B_{cos} = \cos(\theta) + A_0 \quad (4.7)$$

V podpoglavjih so obravnavani različni primeri enosmernih komponent v vhodnih signalov B_{sin} in B_{cos} .

4.2.1 Enosmerna komponenta v signalu B_{sin}

Z limito B_0 v neskončnost in $A_0 = 0$ ter izpeljavo napake ε v Fourierovo vrsto, se napaka izrazi kot:



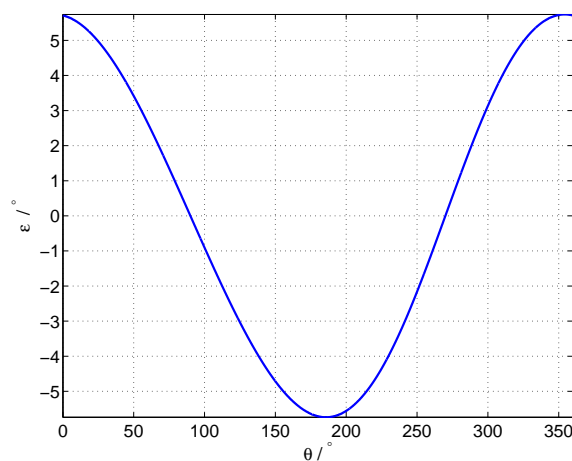
Slika 4.4: ε ob limiti B_0 v neskončnost

$$\varepsilon = \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n} \sin(n\theta + 90n). \quad (4.8)$$

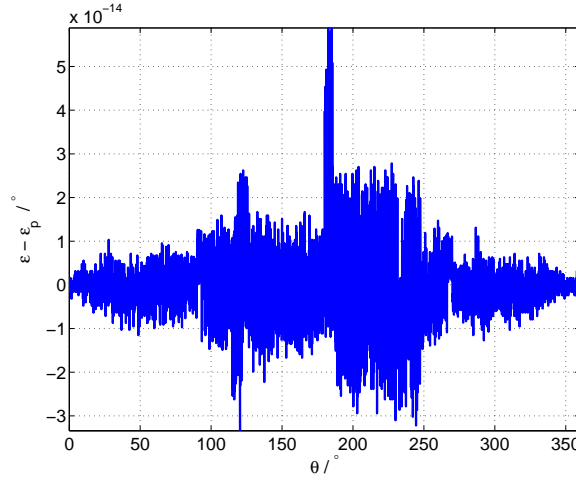
Največjo amplitudo ima prvi harmonik, nastopajo tako lihe kot sode komponente. Z analizo potekov posameznega harmonika napake in uporabe Curve

Fitting tool je bila najdena funkcija, ki opiše odvisnost napake od enosmerne komponente v signalu B_{sin} . Definijsko območje je bilo potrebno razdeliti na 3 dele.

$$\varepsilon_p = \begin{cases} \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-|B_0|^{-n}}{n} \sin(n\theta - 90n), & B_0 \leq -1 \\ \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_0^n}{n} \sin(n\theta + 90n), & |B_0| \leq 1 \\ \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-B_0^{-n}}{n} \sin(n\theta + 90n), & B_0 \geq 1 \end{cases} \quad (4.9)$$



Slika 4.5: ε pri $B_0 = 0,1$



Slika 4.6: Razlika med napako izračunano s funkcijo atan2d in napako izračunano z (4.9) pri $B_0 = 0,1$ in uporabi prvih 20 členov vrste (4.9)

4.2.2 Enosmerna komponenta signala B_{cos}

Enak postopek je ponovljen tudi za enosmerno komponento v signalu B_{cos}

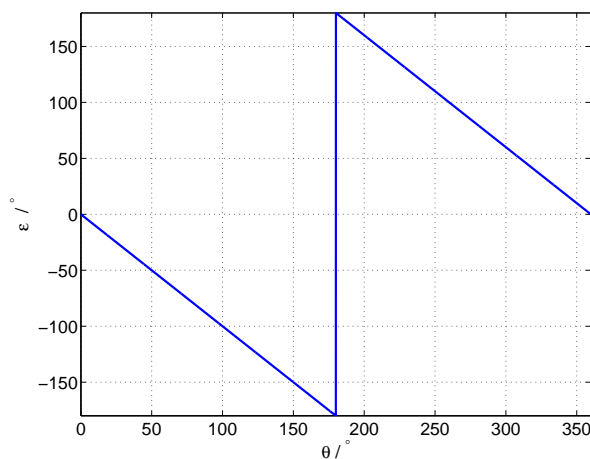
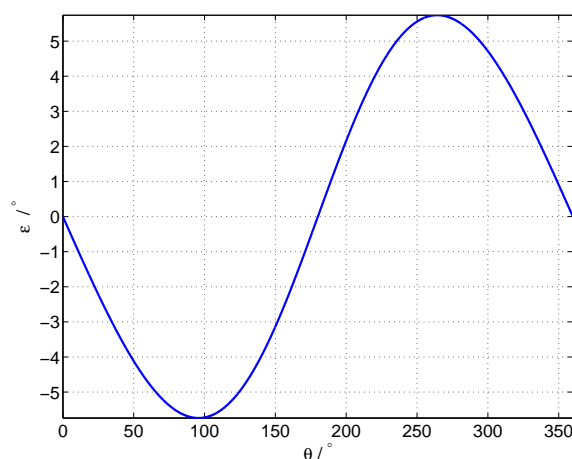
$$\lim_{a_0 \rightarrow \infty} \text{atan2}(\sin \theta, \cos \theta + A_0) \quad (4.10)$$

Napaka (slika 4.7) je proti napaki na sliki 4.4 le fazno zamaknjena. To se izrazi tudi v Fourierovi vrsti.

$$\varepsilon = \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n} \sin(n\theta + 180n) \quad (4.11)$$

Potek napake v odvisnosti od A_0 je (4.12)

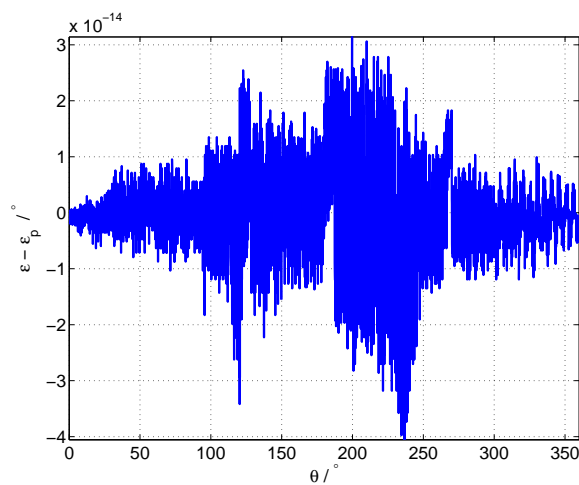
$$\varepsilon_p = \begin{cases} \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{-|A_0|^{-n}}}{n} \sin(n\theta), & A_0 \leq -1 \\ \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{A_0^n}{n} \sin(n\theta), & |A_0| \leq 1 \\ \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{-A_0^{-n}}}{n} \sin(n\theta), & A_0 \geq 1 \end{cases} \quad (4.12)$$

Slika 4.7: ε ob limiti A_0 v neskončnostSlika 4.8: ε pri $A_0 = 0,1$

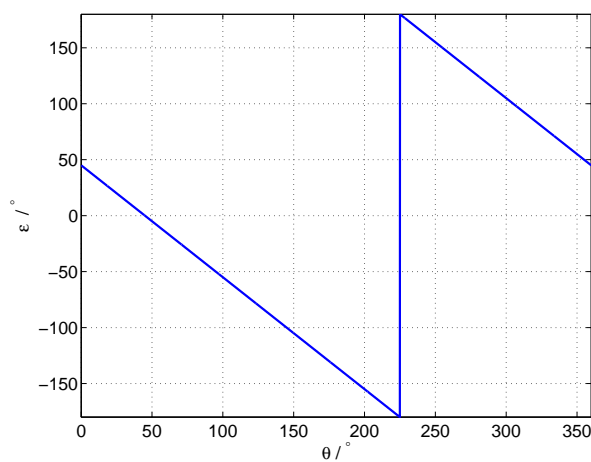
4.2.3 Enosmerna komponenta pri obeh signalih

Naj bo enosmerna komponenta v obeh signalih označena s C_0 , kjer velja $C_0 = A_0 = B_0$. Limita napake, ko gre C_0 proti neskončnosti se v Fourierovi vrsti izrazi kot:

$$\varepsilon = \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n} \sin(n\theta - 90n). \quad (4.13)$$



Slika 4.9: Razlika med napako izračunano s funkcijo atan2d(); in napako izračunano z (4.12) pri $A_0 = 0,1$ in uporabi prvih 20 členov vrste (4.12)

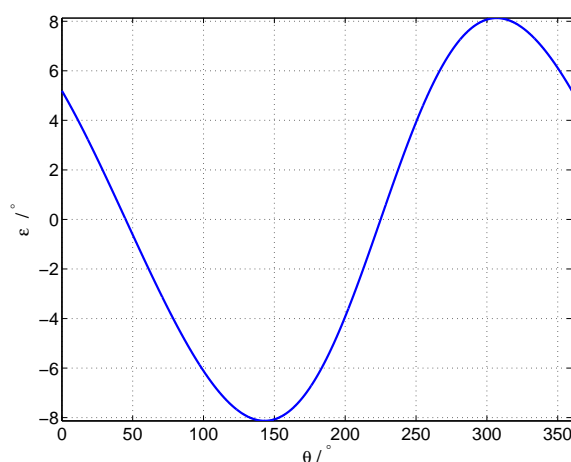


Slika 4.10: ε ob limiti C_0 v neskončnost

Odvisnost napake ob spreminjanju enosmernih komponent pri obeh signalih

se izrazi kot:

$$\varepsilon_p = \begin{cases} \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-|\sqrt{2}C_0|^{-n}}{n} \sin(n\theta + 90n), & C_0 \leq -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{2}C_0)^n}{n} \sin(n\theta - 90n), & |C_0| \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-(\sqrt{2}C_0)^{-n}}{n} \sin(n\theta - 90n), & C_0 \geq \frac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases} \quad (4.14)$$



Slika 4.11: ε pri $C_0 = 0,1$

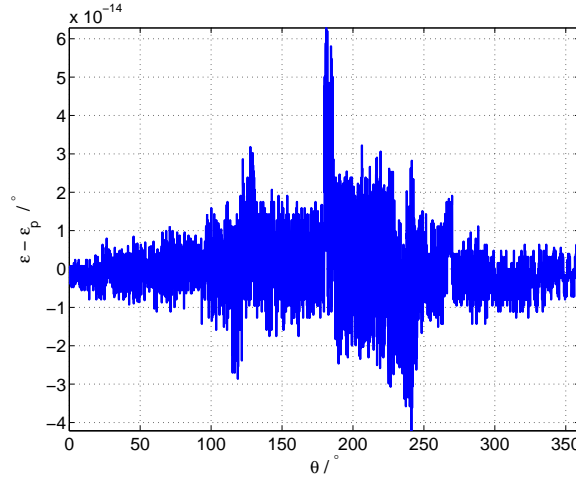
4.3 Neorotogonalnost signalov

Napaka se pojavi tudi, če signala B_{sin} in B_{cos} nista fazno zamaknjena za točno 90° . Signala B_{sin} in B_{cos} bodita odvisna tudi od faznega zamika in sicer φ_s signala B_{sin} in φ_c signala B_{cos}

$$B_{sin} = \sin(\theta + \varphi_s) \quad (4.15)$$

$$B_{cos} = \cos(\theta + \varphi_c) \quad (4.16)$$

Napako se določi za vsakega od parametrov posamično. Drugi je takrat enak 0. Na koncu se enačbi združi.



Slika 4.12: Razlika med napako izračunano s funkcijo atan2d(); in napako izračunano z (4.14) pri $C_0 = 0,1$ in uporabi prvih 20 členov vrste (4.14)

Za določanje limite ni potrebno iti proti neskončnosti, ampak le do najslabše možnosti, ki je pri $\pm 90^\circ$:

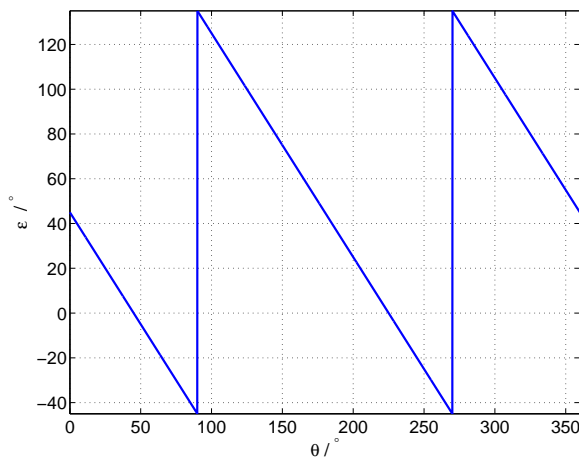
$$\varepsilon = \lim_{\varphi_s \rightarrow 90^\circ} \text{atan2}(\text{Sin}, \text{Cos}) - \text{atan2d}(\sin(\theta), \cos(\theta)) \quad (4.17)$$

Potek napake ε s slike 4.13 predstavi vrsta (4.18).

$$\varepsilon = 45^\circ - \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(2n\theta) \quad (4.18)$$

Iz izraza je vidno nastopanje enosmerne komponente in sodih harmonikov. Z opazovanjem sodih harmonikov napake pri različnih faznih kotih, je bil dobljen izraz napake v odvisnosti od faznih zamikov B_{\sin} in B_{\cos} .

$$\varepsilon(\varphi_s, \varphi_c) = \frac{\varphi_s + \varphi_c}{2} + \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\tan \frac{\varphi_s - \varphi_c}{2} \right)^n \sin(2n\theta + n(90^\circ + \varphi_s + \varphi_c)) \quad (4.19)$$

Slika 4.13: Napaka ε ob limiti $\varphi_s \rightarrow 90^\circ$

4.4 Napaka zaradi spremembe amplitude in faze zaradi enega parametra

Bodita amplitudi signalov B_{sin} in B_{cos} enaki C_1 . V obeh vhodnih signalih se lahko pojavi tudi dodaten signal iste frekvence. To se lahko zapiše kot:

$$B_{sin} = C_1 \sin(\theta) + \Delta_c \cos(\theta) \quad (4.20)$$

$$B_{cos} = C_1 \cos(\theta) + \Delta_c \sin(\theta) \quad (4.21)$$

Opravljen je bil limitni slučaj $\Delta_c \rightarrow \infty$. V napaki nastopa enosmerna komponenta in sodi harmoniki. Funkcija, ki predstavlja odvisnost napake od Δ_c je (4.22).

$$\varepsilon_p = \text{atan} \frac{\Delta_c}{\Delta_c + 2C_1} + \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{\Delta_c}{\sqrt{\Delta_c^2 + 2C_1\Delta_c + 2C_1^2}} \right)^n \sin(2n\theta + n(90 + \text{atan}(\frac{\Delta_c + C_1}{C_1}))) \quad (4.22)$$

Pri čemer velja:

$$\Delta_c > -C_1.$$

Izračunan je bil tudi potek napake, če se pojavi signal v obliki sinusne oblike. Vhoda v funkcijo sta:

$$B_{sin} = C_1 \sin(\theta) + \Delta_s \sin(\theta) \quad (4.23)$$

$$B_{cos} = C_1 \cos(\theta) + \Delta_s \sin(\theta) \quad (4.24)$$

Pričakovan je podoben potek kot pri dodanem signalu kosinusne oblike. Izračunana vrsta napake v odvisnosti od Δ_s je:

$$\begin{aligned} \varepsilon_p = \operatorname{atan} \frac{-\Delta_s}{\Delta_s + 2C_1} + \frac{180}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{\Delta_s}{\sqrt{\Delta_s^2 + 2C_1\Delta_s + 2C_1^2}} \right)^n \\ \cdot \sin(2n\theta + n(90 + \operatorname{atan}(\frac{\Delta_s + C_1}{C_1}))). \end{aligned} \quad (4.25)$$

Pri čemer velja:

$$\Delta_s > -C_1.$$

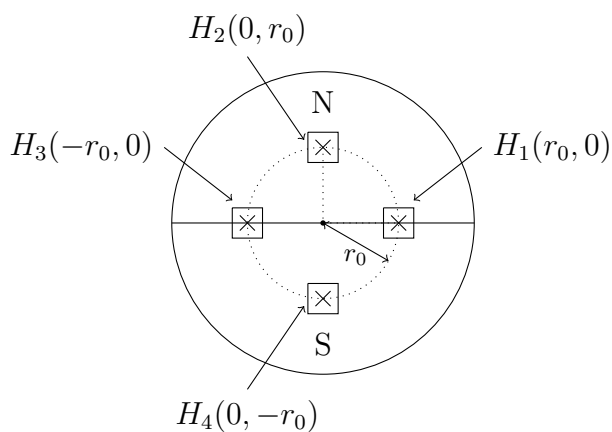
Za majhne odmike, je dovolj upoštevanje le prvega člena vrste, pri katerih se tudi predpostavi linearno naraščanje napake. V nadaljevanju bodo amplitude harmonikov v odvisnosti od povzročene ekscentričnosti aproksimirane s kubičnim polinomi.

5 Linearni model magnetnega polja

Prve simulacije in predvideni poteki napake so opravljeni na Z-komponenti gostote magnetnega polja aproksimiranega z ravnino (5.1).

$$B(x, y) = x \quad (5.1)$$

Simulacijski model sestavljajo 4 Hallove sonde enakomerno razporejene po krožnici z radijem r_0 (slika 5.1). Lokacija predstavlja začetno lego Hallovih sond. Ob zasuku magneta, se sonde relativno gibljejo na magnet v nasprotni smeri kot se vrti magnet.



Slika 5.1: Shema simulacijskega modela

Z upoštevanjem vplivov ekscentričnosti iz izraza (3.5) in enačbe za izračun Z-komponente gostote magnetnega pretoka (5.1) se izrazi potek polja, ki ga pomeri

posamezna sonda ob vrtenju.

$$B_{H_1}(\theta, r_0, \Delta x_s, \Delta y_s, \Delta x_d, \Delta y_d) = r_0 \cos \theta + \Delta x_s \cos \theta + \Delta y_s \sin \theta - \Delta x_d \quad (5.2)$$

$$B_{H_2}(\theta, r_0, \Delta x_s, \Delta y_s, \Delta x_d, \Delta y_d) = r_0 \sin \theta + \Delta x_s \cos \theta + \Delta y_s \sin \theta - \Delta x_d \quad (5.3)$$

$$B_{H_3}(\theta, r_0, \Delta x_s, \Delta y_s, \Delta x_d, \Delta y_d) = -r_0 \cos \theta + \Delta x_s \cos \theta + \Delta y_s \sin \theta - \Delta x_d \quad (5.4)$$

$$B_{H_4}(\theta, r_0, \Delta x_s, \Delta y_s, \Delta x_d, \Delta y_d) = -r_0 \sin \theta + \Delta x_s \cos \theta + \Delta y_s \sin \theta - \Delta x_d \quad (5.5)$$

Z odštevanjem signalov nasprotni ležečih sond se pridobi signala B_{sin} in B_{cos} .

$$B_{sin} = B_{H_1} - B_{H_3} = 2r_0 \sin \theta \quad (5.6)$$

$$B_{cos} = B_{H_2} - B_{H_4} = 2r_0 \cos \theta \quad (5.7)$$

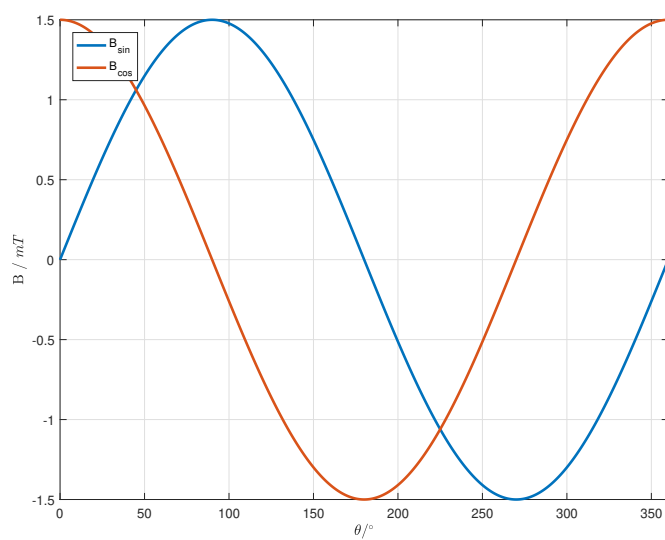
Z diferencialnim odčitavanjem signalov B_{sin} in B_{cos} , se popačanje signalov zaradi napačne montaže izniči. Iz tega sledi zaključek, da pri linearni apoksimaciji Z-komponente gostote magnetnega pretoka napačna montaža ne vpliva na napako.

Kljub temu so bile opravljene simulacije na poenostavljenem modelu uporabi le dveh sond ($B_{sin} = B_{H_1}$ in $B_{cos} = B_{H_2}$). Na ta način je lahko bila analizirana napaka.

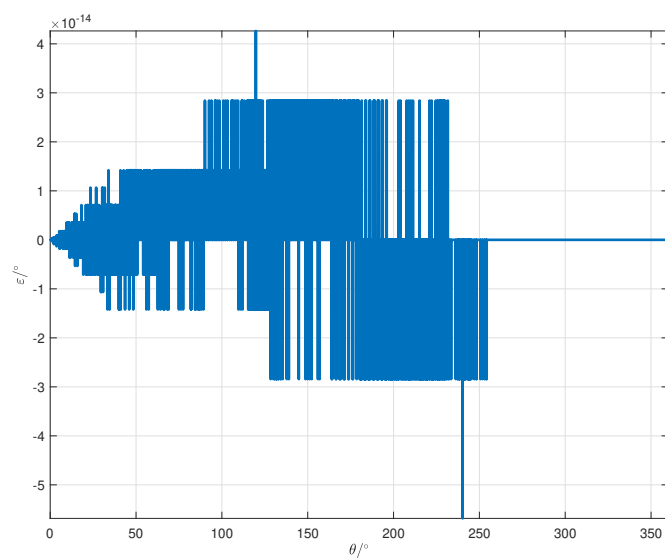
V tem poglavju so predstavljeni rezultati simulacij z upoštevanjem dveh Hall-ovih sond in uporabo linearno aproksimirane Z-komponente gostote magnetnega pretoka. Prikazan je potek napake pri različnih izmikih, ter potek amplitud posameznih harmonikov napake v odvisnosti od ekscentričnosti. Hall-ovi sondi sta postavljeni na krožnico z radijem 1,5 mm [7].

5.1 Brez ekscentričnosti

Signala B_{sin} in B_{cos} pomejena v stanju brez ekscentričnosti imata enaki amplitudi in sta fazno zamaknjena za 90° ter brez enosmernih komponent. Napaka ε , ki se pojavi pri izračunu je le numerična napaka funkcije $\text{atan2d}()$; (Slika 5.3). Numerična napaka je proti pričakovani napaki zaradi ekscentričnosti zanemarljiva.



Slika 5.2: B_{sin} in B_{cos} pri simulacijah z linearnim magnetnim poljem brez ekscentričnosti



Slika 5.3: Napaka ε pri simulacijah z linearnim magnetnim poljem brez ekscentričnosti

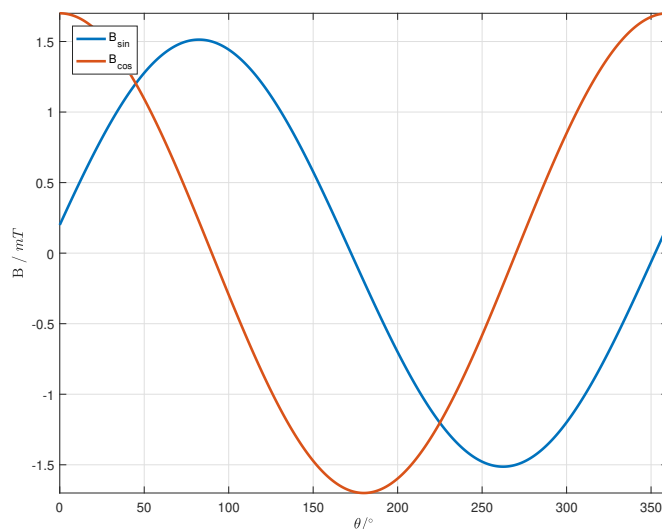
5.2 Simulacija statične ekscentričnosti v smeri x-osi

Izraza (5.2) in (5.3), se lahko preuredi:

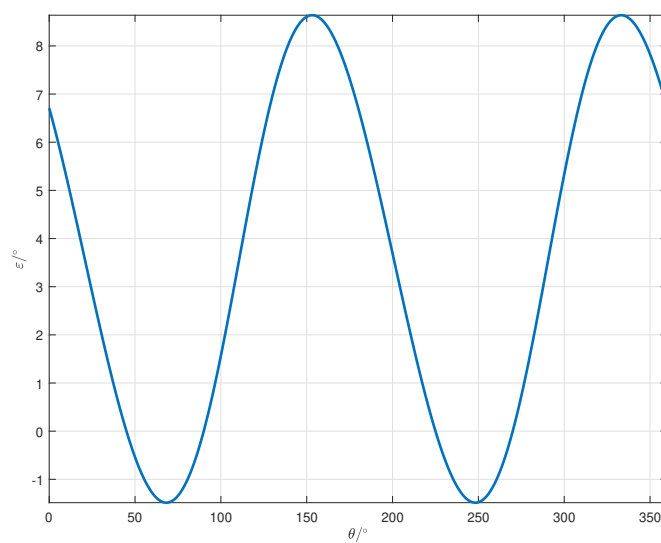
$$B_{sin} = \sqrt{(r_0 + \Delta y_s)^2 + \Delta x_s^2} \sin(\theta + \text{atan}\frac{\Delta x_s}{\Delta y_s + r_0}) - \Delta x_d \quad (5.8)$$

$$B_{cos} = \sqrt{(r_0 + \Delta x_s)^2 + \Delta y_s^2} \cos(\theta - \text{atan}\frac{\Delta y_s}{\Delta x_s + r_0}) - \Delta x_d. \quad (5.9)$$

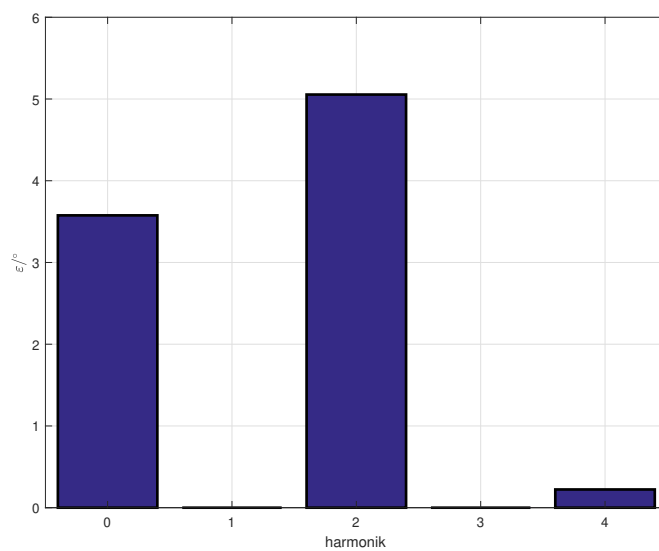
Ob upoštevanju le statične ekscentričnosti v smeri x se iz (5.8) razbere linearna sprememba amplitude signala B_{cos} . Signalu B_{sin} se poveča amplituda, vendar je sprememba manjša kot pri signalu B_{cos} . Signalu B_{sin} se spremeni tudi faza. Potek signalov B_{sin} in B_{cos} pri 0,2mm statične ekscentričnosti v smeri x je prikazan na sliki 5.4. V poglavju 4.4 je bil predstavljen primer popačanja signalov na ta način. Napaka se je pričakovano izrazila v obliki enosmerne komponente, drugega harmonika in višjih sodih harmonikov (slika 5.5 in 5.6).



Slika 5.4: B_{sin} in B_{cos} pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri x



Slika 5.5: Napaka ε pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri x



Slika 5.6: Amplitude harmonikov napake ε razvite v Fourierovo vrsto pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri x

5.2.1 Sprememba signalov Hallovih sond ter napake v odvisnosti od statične ekscentričnosti v smeri x

Signala B_{sin} in B_{cos} se pri vsaki simulirani ekscentričnosti aproksimira s funkcijo v obliki:

$$B_{sin} \simeq A_{sin} \sin(\theta + \delta_{sin}) + Off_{sin} \quad (5.10)$$

$$B_{cos} \simeq A_{cos} \cos(\theta + \delta_{cos}) + Off_{cos}. \quad (5.11)$$

V primeru linearizirane Z-komponente magnetnega polja v gornjih izrazih velja enačaj, vendar je uporabljen približek zaradi splošne aproksimacije. Parametri $(A_{sin}, \delta_{sin}, Off_{sin}, A_{cos}, \delta_{cos}, Off_{cos})$ so se s spreminjanjem posamezne ekscentričnosti spreminjali. Poteki posameznega parametra v odvisnosti od ekscentričnosti so aproksimirani z kubičnimi polinomi. Na spodnjih slikah je predstavljen potek posameznega parametra od spreminjajoče ekscentričnosti.

Napaka ε je pri vsaki ekscentričnosti razvita v Fourierovo vrsto. Opazovani so prvi štirje harmoniki in enosmerna komponenta. Napako se lahko predstavi tudi v obliki

$$\varepsilon(\Delta x_s) \simeq C_0 + C_1 \sin(\theta + \delta_1) + C_2 \sin(2\theta + \delta_2) + C_3 \sin(3\theta + \delta_3) + C_4 \sin(4\theta + \delta_4). \quad (5.12)$$

Parameter je bil aproksimiran s kubičnim polinomom v odvisnosti od ekscentričnosti. Na spodnjih slikah so predstavljeni tudi poteki amplitud posameznega harmonika napake v odvisnosti od ekscentričnosti.

Na sliki 5.7 je prikazana sprememba amplitude prvega harmonika signalov B_{sin} in B_{cos} . Razvidno iz (5.8) (5.9) linearno narašča amplituda B_{cos} . Slika 5.8 prikazuje enosmerni komponenti, ki od statične ekscentričnosti nista odvisni. Slika 5.9 prikazuje fazni zamik signalov glede na njuno idealno poravnavo. Po (5.8) je pričakovano spreminjanje faze B_{sin} .

Spreminjanje amplitude prvega harmonika, enosmerne komponente in faznega

zamika B_{sin} in B_{cos} je opisano z (5.13)- (5.18).

$$Off_{sin}(\Delta x_s) = 0\Delta x_s^3 + 0\Delta x_s^2 + 0\Delta x_s + 0 \quad (5.13)$$

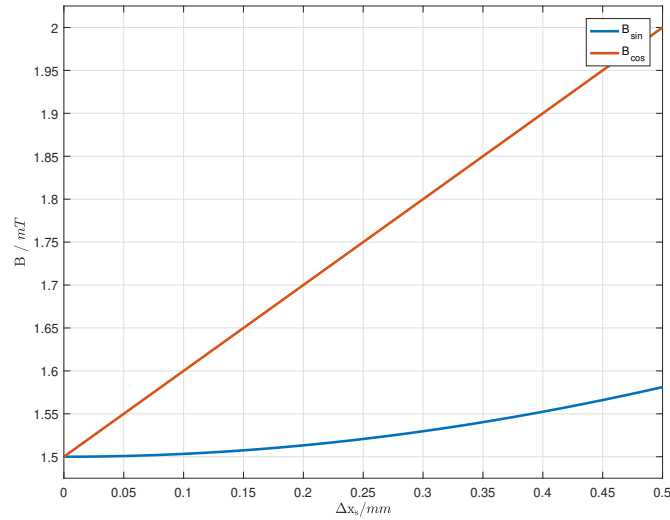
$$A_{sin}(\Delta x_s) = -3,38 \cdot 10^{-2}\Delta x_s^3 + 3,44 \cdot 10^{-1}\Delta x_s^2 - 1,09 \cdot 10^{-3}\Delta x_s + 1,50 \quad (5.14)$$

$$\delta_{sin}(\Delta x_s) = -4,71\Delta x_s^3 - 3,96 \cdot 10^{-1}\Delta x_s^2 + 3,82 \cdot 10\Delta x_s - 1,15 \cdot 10^{-3} \quad (5.15)$$

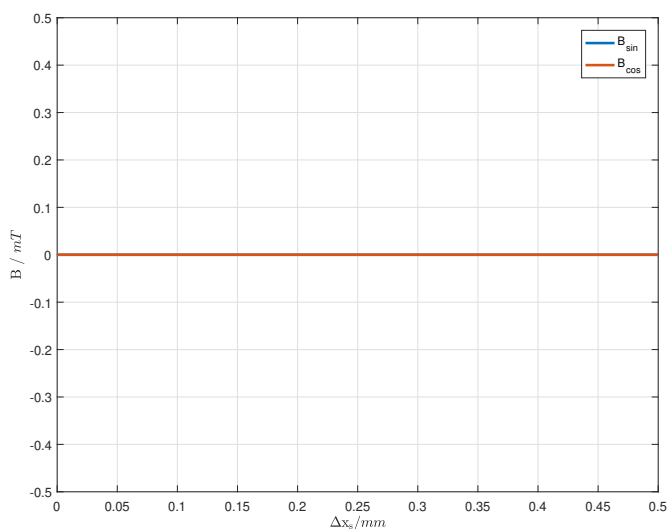
$$Off_{cos}(\Delta x_s) = 0\Delta x_s^3 + 0\Delta x_s^2 + 0\Delta x_s + 0 \quad (5.16)$$

$$A_{cos}(\Delta x_s) = 2,08 \cdot 10^{-14}\Delta x_s^3 - 3,29 \cdot 10^{-14}\Delta x_s^2 + 1,00\Delta x_s + 1,50 \quad (5.17)$$

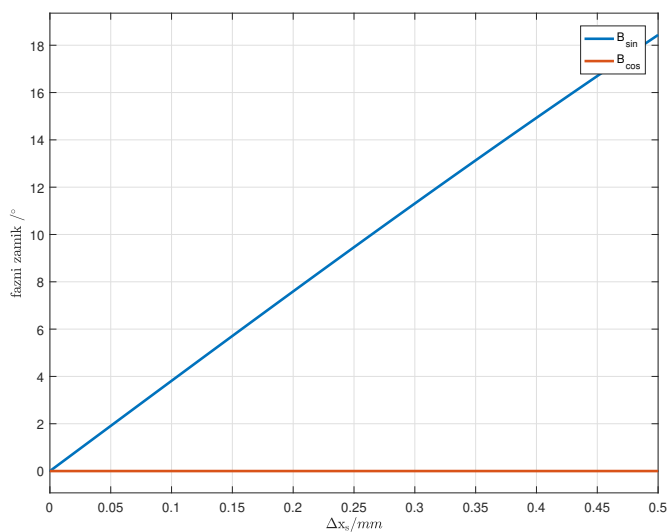
$$\delta_{cos}(\Delta x_s) = -2,44 \cdot 10^{-15}\Delta x_s^3 + 4,14 \cdot 10^{-15}\Delta x_s^2 - 1,07 \cdot 10^{-15}\Delta x_s - 2,48 \cdot 10^{-16} \quad (5.18)$$



Slika 5.7: Amplituda osnovnega harmonika B_{sin} in B_{cos} pri simulacijah z linearnim poljem statične ekscentričnosti v smeri x



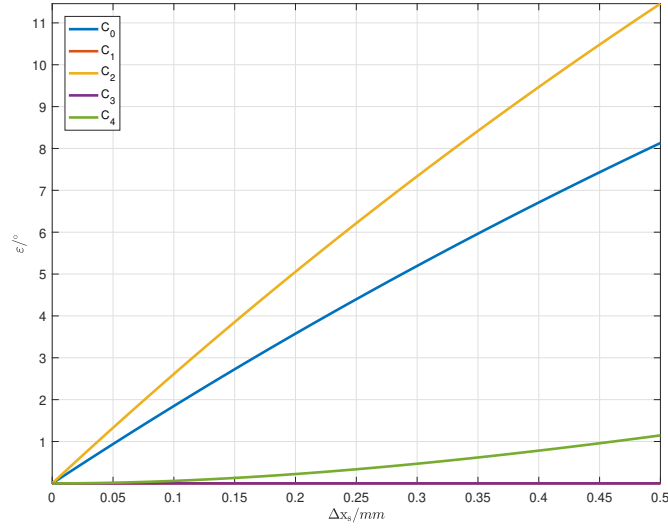
Slika 5.8: Enosmerna komponenta B_{sin} in B_{cos} pri simulacijah z linearnim poljem statične ekscentričnosti v smeri x



Slika 5.9: Fazni zamik B_{sin} in B_{cos} pri simulacijah z linearnim poljem statične ekscentričnosti v smeri x glede na idealna signala B_{sin} in B_{cos}

Spremembi signalov B_{sin} in B_{cos} se odrazita tudi pri izračunu kota φ in napake ε . Na sliki 5.10 je odvisnost amplitud posameznega harmonika od spreminjanja statične ekscentričnosti v smeri x. Poteke s slike 5.10 aproksimirajo polinomi

(5.19) - (5.23).



Slika 5.10: Potek amplitud posameznega harmonika napake ε od statične ekscentričnosti v smeri x pri simulacijah z linearnim poljem

$$C_0(\Delta x_s) = 1,32\Delta x_s^3 - 6,33\Delta x_s^2 + 1,91 \cdot 10\Delta x_s + 1,09 \cdot 10^{-4} \quad (5.19)$$

$$C_1(\Delta x_s) = 6,18 \cdot 10^{-14}\Delta x_s^3 - 4,97 \cdot 10^{-14}\Delta x_s^2 + 1,03 \cdot 10^{-14}\Delta x_s + 5,64 \cdot 10^{-15} \quad (5.20)$$

$$C_2(\Delta x_s) = 1,71\Delta x_s^3 - 9,04\Delta x_s^2 + 2,70 \cdot 10\Delta x_s - 5,20 \cdot 10^{-5} \quad (5.21)$$

$$C_3(\Delta x_s) = -2,07 \cdot 10^{-14}\Delta x_s^3 + 2,00 \cdot 10^{-14}\Delta x_s^2 - 3,76 \cdot 10^{-15}\Delta x_s + 4,81 \cdot 10^{-16} \quad (5.22)$$

$$C_4(\Delta x_s) = -2,92\Delta x_s^3 + 5,96\Delta x_s^2 + 4,36 \cdot 10^{-2}\Delta x_s - 9,80 \cdot 10^{-4} \quad (5.23)$$

Za primerjavo, so dodane tudi enačbe potekov amplitud posameznega harmo-

nika razvitega v Taylorjevo vrsto v okolici 0, katere sledijo iz (4.22):

$$C_0(\Delta x_s) = 1,41\Delta x_s^3 - 6,37\Delta x_s^2 + 1,91 \cdot 10\Delta x_s \quad (5.24)$$

$$C_1(\Delta x_s) = 0 \quad (5.25)$$

$$C_2(\Delta x_s) = 1,50\Delta x_s^3 - 9,00\Delta x_s^2 + 2,70 \cdot 10\Delta x_s \quad (5.26)$$

$$C_3(\Delta x_s) = 0 \quad (5.27)$$

$$C_4(\Delta x_s) = -4,24\Delta x_s^3 + 6,37\Delta x_s^2 \quad (5.28)$$

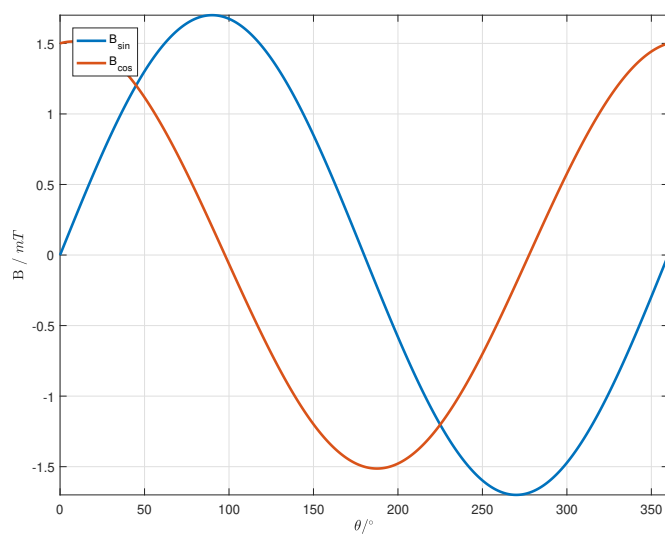
Rezultati so pričakovani. Četrty harmonik se po poteku nekoliko razlikuje. To je posledica razvite vrste okoli izhodišča. Z razvojem četrtega harmonika okoli točke 0,25mm (5.29), je iz izraza že bolj razvidno prilagajanje harmonika.

$$C_4(\Delta x_s) = -2,90\Delta x_s^3 + 5,88\Delta x_s^2 + 0,08\Delta x_s - 4,98 \cdot 10^{-3} \quad (5.29)$$

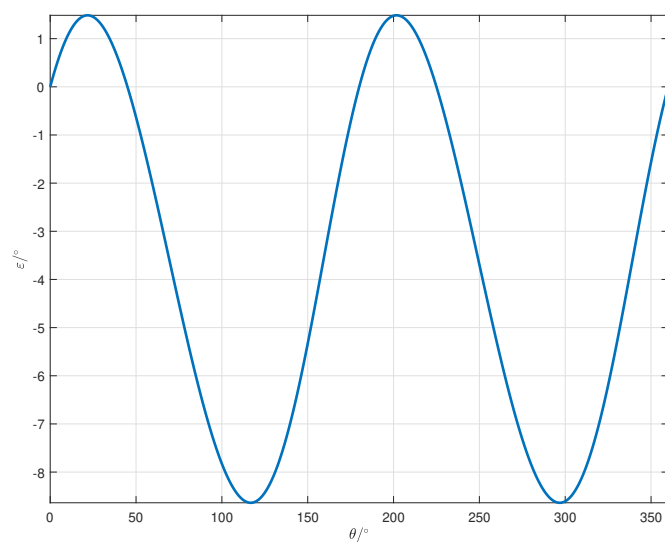
5.3 Simulacija statične ekscentričnosti v smeri y-osi

Pričakovani so podobni rezultati kot pri statični ekscentričnosti v smeri x, le da bo tu hitreje naraščala amplituda B_{sin} , spreminjal se bo fazni zamik B_{cos} .

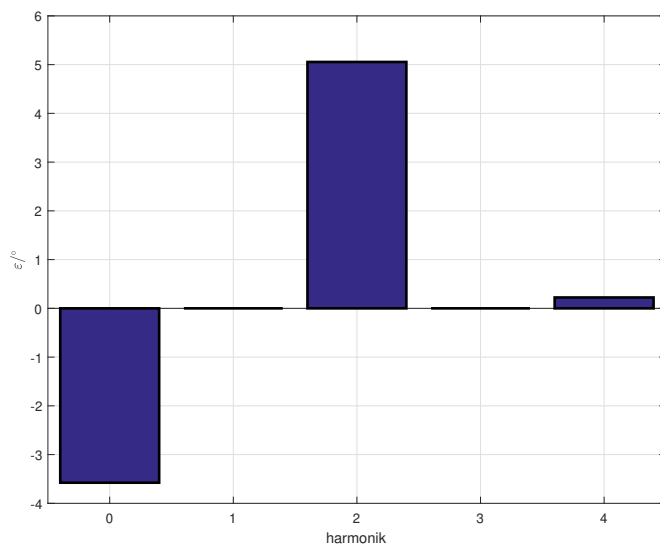
Napaka je prikazana na sliki 5.12. Sestavlja jo negativna enosmerna komponenta in izrazit drugi harmonik. Iz napake razvite v vrsto (slika 5.13) je vidna enaka amplituda drugega harmonika, kot pri ekscentričnosti v smeri x. Enosmerna komponenta se razlikuje v predznaku.



Slika 5.11: B_{sin} in B_{cos} pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri y



Slika 5.12: Napaka ε pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri y



Slika 5.13: Amplitude harmonikov napake ε razvite v Fourierovo vrsto pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,2 mm statične ekscentričnosti v smeri y

5.3.1 Sprememba signalov Hallovih sond ter napake v odvisnosti od statične ekscentričnosti v smeri y

Potek hitrejšega spreminjanja amplitude B_{sin} je pričakovan. Enosmerna komponenta signalov se prav tako ni spremenila. Fazni zamik signala B_{cos} se je zmanjševal, posledično tudi fazna razlika med signaloma. Poteki so opisani s kubičnimi polinomi. Na sliki 5.17 so prikazani poteki amplitud posameznih harmonikov v odvisnosti od statične ekscentričnosti v smeri y. Potek amplitud harmonikov je enak potekom simuliranih s statično ekscentričnostjo v smeri x, raz-

likuje se le enosmerna komponenta z nasprotnim predznakom.

$$Of f_{sin}(\Delta y_s) = 0\Delta y_s^3 + 0\Delta y_s^2 + 0\Delta y_s + 0 \quad (5.30)$$

$$A_{sin}(\Delta y_s) = 2,08 \cdot 10^{-14}\Delta y_s^3 - 3,29 \cdot 10^{-14}\Delta y_s^2 + 1,00\Delta y_s + 1,50 \quad (5.31)$$

$$\delta_{sin}(\Delta y_s) = 6,79 \cdot 10^{-12}\Delta y_s^3 - 4,89 \cdot 10^{-12}\Delta y_s^2 + 8,24 \cdot 10^{-13}\Delta y_s - 9,12 \cdot 10^{-15} \quad (5.32)$$

$$Of f_{cos}(\Delta y_s) = 0\Delta y_s^3 + 0\Delta y_s^2 + 0\Delta y_s + 0 \quad (5.33)$$

$$A_{cos}(\Delta y_s) = -3,38 \cdot 10^{-2}\Delta y_s^3 + 3,44 \cdot 10^{-1}\Delta y_s^2 - 1,09 \cdot 10^{-3}\Delta y_s + 1,50 \quad (5.34)$$

$$\delta_{cos}(\Delta y_s) = 4,71\Delta y_s^3 + 3,96 \cdot 10^{-1}\Delta y_s^2 - 3,82 \cdot 10\Delta y_s + 1,15 \cdot 10^{-3} \quad (5.35)$$

$$C_0(\Delta y_s) = -1,32\Delta y_s^3 + 6,33\Delta y_s^2 - 1,91 \cdot 10\Delta y_s - 1,09 \cdot 10^{-4} \quad (5.36)$$

$$C_1(\Delta y_s) = 4,36 \cdot 10^{-14}\Delta y_s^3 - 3,81 \cdot 10^{-14}\Delta y_s^2 + 1,04 \cdot 10^{-14}\Delta y_s + 5,59 \cdot 10^{-15} \quad (5.37)$$

$$C_2(\Delta y_s) = 1,71\Delta y_s^3 - 9,04\Delta y_s^2 + 2,70 \cdot 10\Delta y_s - 5,20 \cdot 10^{-5} \quad (5.38)$$

$$C_3(\Delta y_s) = -1,86 \cdot 10^{-14}\Delta y_s^3 + 1,60 \cdot 10^{-14}\Delta y_s^2 - 2,99 \cdot 10^{-15}\Delta y_s + 4,59 \cdot 10^{-16} \quad (5.39)$$

$$C_4(\Delta y_s) = -2,92\Delta y_s^3 + 5,96\Delta y_s^2 + 4,36 \cdot 10^{-2}\Delta y_s - 9,80 \cdot 10^{-4} \quad (5.40)$$

Tu so priloženi tudi poteki izraza (4.25), razviti v Taylorjevo vrsto okoli ničle do tretje potence. (4.25) opisuje napako funkcije atan2d() v primeru vhodnih signalov, kakršna sta B_{sin} in B_{cos} s statično ekscentričnostjo v smeri y.

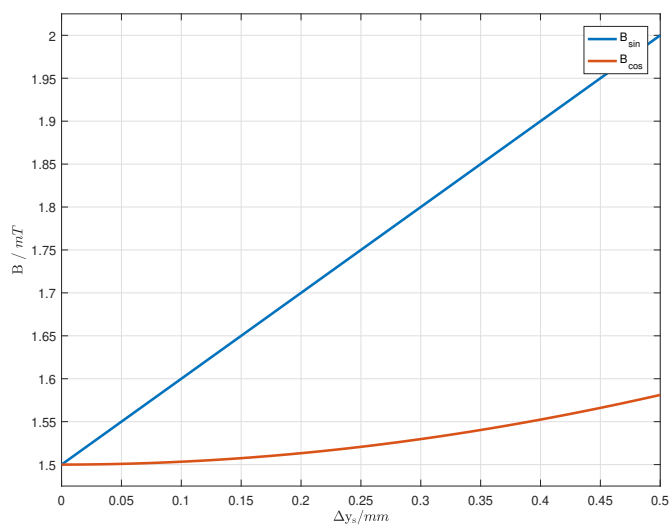
$$C_0(\Delta y_s) = -1,41\Delta y_s^3 + 6,37\Delta y_s^2 - 1,91 \cdot 10\Delta y_s \quad (5.41)$$

$$C_1(\Delta y_s) = 0 \quad (5.42)$$

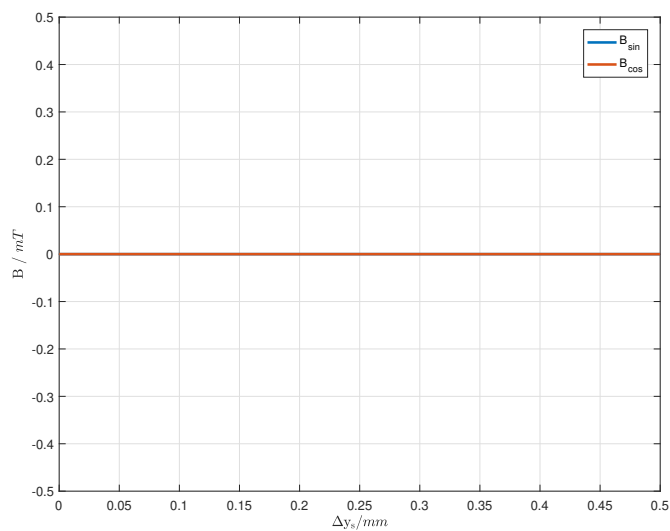
$$C_2(\Delta y_s) = 1,50\Delta y_s^3 - 9,00\Delta y_s^2 + 2,70 \cdot 10\Delta y_s \quad (5.43)$$

$$C_3(\Delta y_s) = 0 \quad (5.44)$$

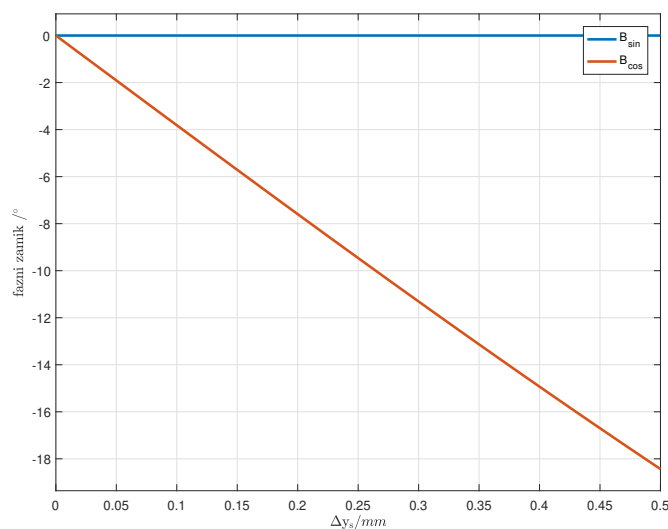
$$C_4(\Delta y_s) = -4,24\Delta y_s^3 + 6,37\Delta y_s^2 \quad (5.45)$$



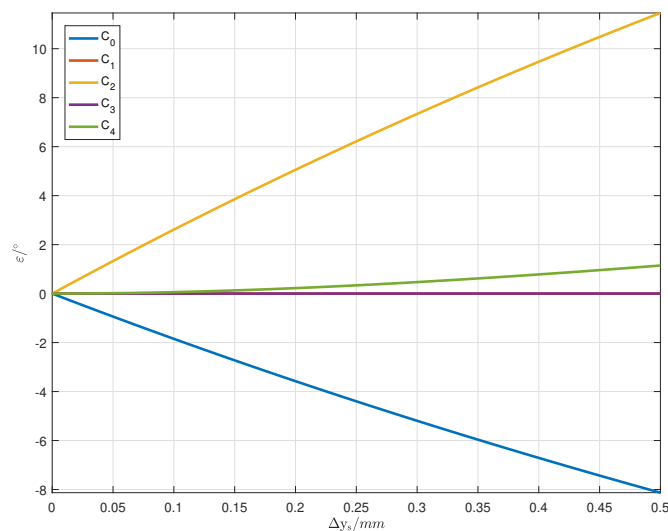
Slika 5.14: Amplituda osnovnega harmonika signalov B_{sin} in B_{cos} pri simulacijah z linearnim poljem statične ekscentričnosti v smeri y



Slika 5.15: Enosmerna komponenta B_{sin} in B_{cos} pri simulacijah z linearnim poljem statične ekscentričnosti v smeri y



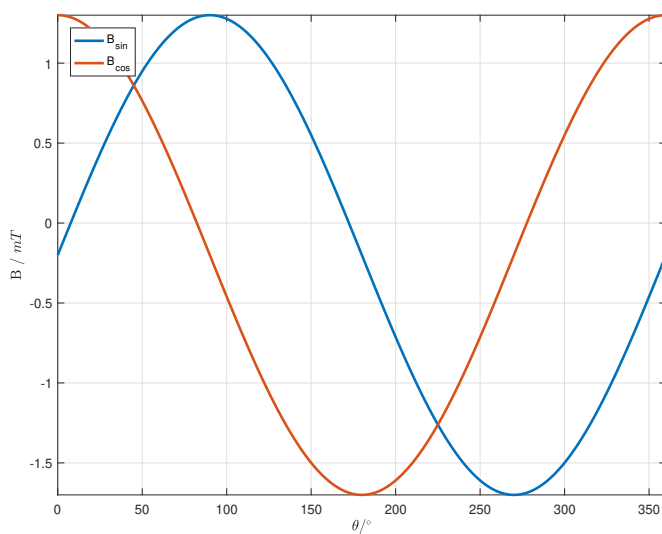
Slika 5.16: Fazni zamik B_{\sin} in B_{\cos} pri simulacijah z linearnim poljem statične ekscentričnosti v smeri y glede na idealna signala B_{\sin} in B_{\cos}



Slika 5.17: Potek amplitud posameznega harmonika napake ε od statične ekscentričnosti v smeri y pri simulacijah z linearnim poljem

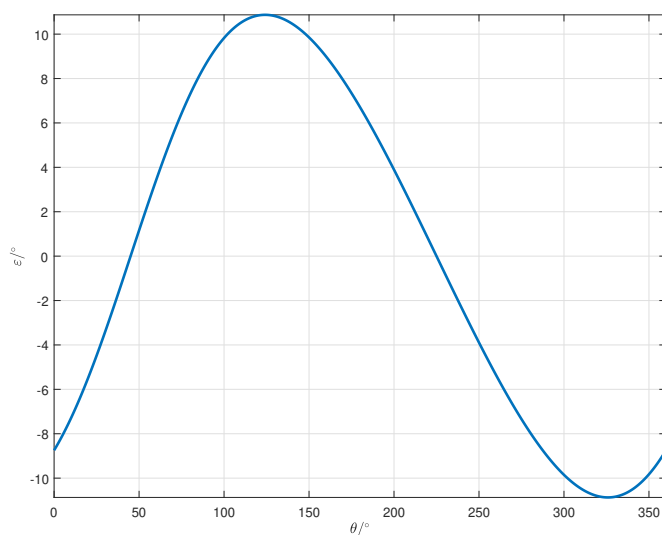
5.4 Dinamična ekscentričnost v smeri x osi

Dinamična ekscentričnost v smeri x osi pričakovano povzroči v B_{\sin} in B_{\cos} enosmerno komponento (Slika 5.18). Na sliki 5.19 je vidna napaka v obliki prvega



Slika 5.18: B_{sin} in B_{cos} pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,24 mm mm dinamične ekscentričnosti v smeri x

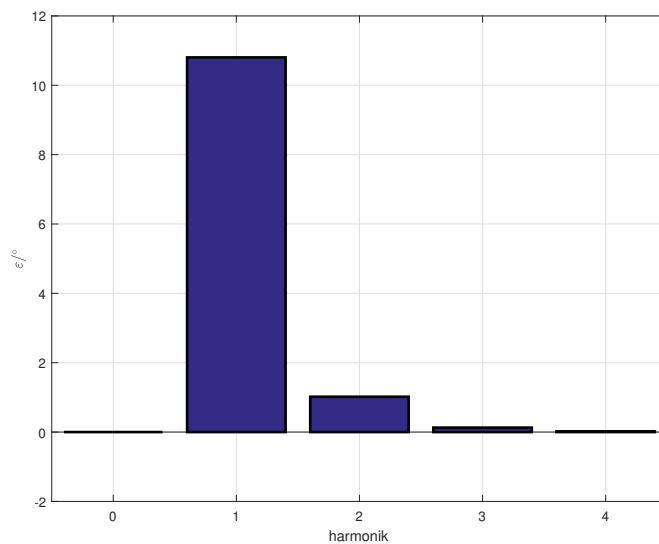
harmonika, kar je bilo pričakovati (Poglavje 4.2.3). Z razvojem napake v Fou-



Slika 5.19: Napaka ε pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,24 mm dinamične ekscentričnosti v smeri x

rierovo vrsto je najizrazitejši prvi harmonik, enosmerna komponenta je nič (slika

5.20).



Slika 5.20: Amplitude harmonikov napake ε razvite v Fourierovo vrsto pri simulacijah z linearnim poljem pri 0,24 mm dinamične ekscentričnosti v smeri x

5.4.1 Sprememba signalov Hallovih sond ter napake v odvisnosti od dinamične ekscentričnosti v smeri x

Dinamična ekscentričnost vpliva na enosmerni komponenti B_{sin} in B_{cos} (slika 5.22).

Z aproksimacijo posameznega parametra B_{sin} in B_{cos} s kubičnim polinomom sta od dinamične ekscentričnosti odvisni le enosmerni komponenti.

$$Off_{sin}(\Delta x_d) = 3,78 \cdot 10^{-15} \Delta x_d^3 - 2,47 \cdot 10^{-15} \Delta x_d^2 - 10,00 \cdot 10^{-1} \Delta x_d - 2,53 \cdot 10^{-17} \quad (5.46)$$

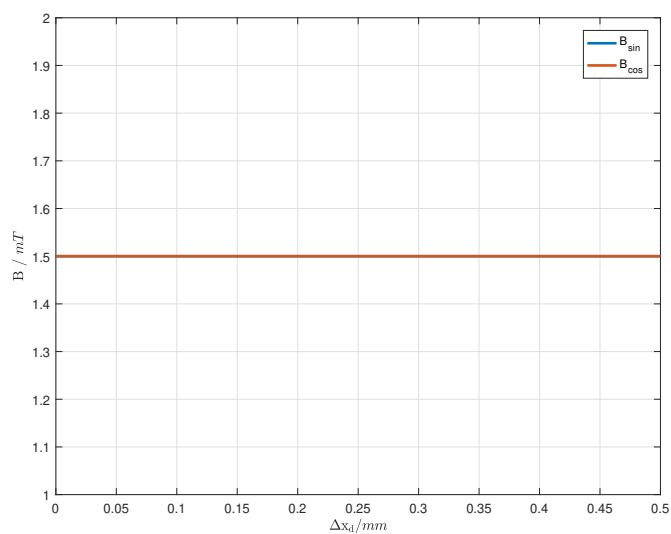
$$A_{sin}(\Delta x_d) = -8,33 \cdot 10^{-14} \Delta x_d^3 + 5,76 \cdot 10^{-14} \Delta x_d^2 - 8,58 \cdot 10^{-15} \Delta x_d + 1,50 \quad (5.47)$$

$$\delta_{sin}(\Delta x_d) = 6,62 \cdot 10^{-12} \Delta x_d^3 - 4,89 \cdot 10^{-12} \Delta x_d^2 + 8,24 \cdot 10^{-13} \Delta x_d - 1,47 \cdot 10^{-14} \quad (5.48)$$

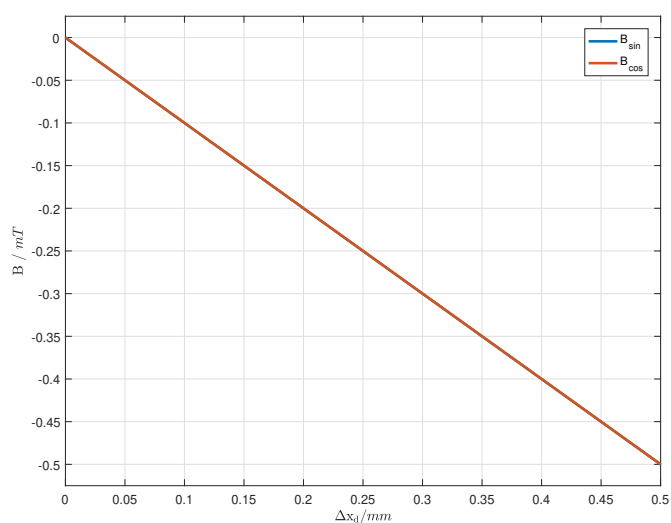
$$Off_{cos}(\Delta x_d) = 3,78 \cdot 10^{-15} \Delta x_d^3 - 2,47 \cdot 10^{-15} \Delta x_d^2 - 10,00 \cdot 10^{-1} \Delta x_d - 2,53 \cdot 10^{-17} \quad (5.49)$$

$$A_{cos}(\Delta x_d) = -8,33 \cdot 10^{-14} \Delta x_d^3 + 5,76 \cdot 10^{-14} \Delta x_d^2 - 8,58 \cdot 10^{-15} \Delta x_d + 1,50 \quad (5.50)$$

$$\delta_{cos}(\Delta x_d) = 2,72 \cdot 10^{-15} \Delta x_d^3 + 1,33 \cdot 10^{-15} \Delta x_d^2 - 1,00 \cdot 10^{-15} \Delta x_d - 2,16 \cdot 10^{-16} \quad (5.51)$$

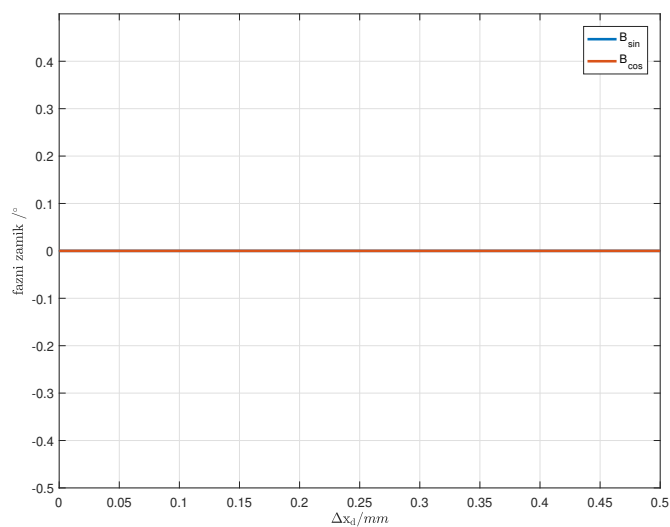


Slika 5.21: Amplituda osnovnega harmonika B_{\sin} in B_{\cos} pri simulacijah z linearnim poljem dinamične ekscentričnosti v smeri x



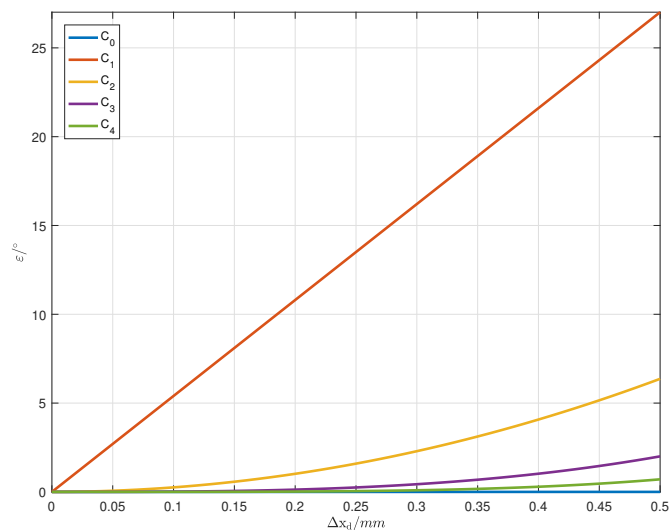
Slika 5.22: Enosmerna komponenta B_{\sin} in B_{\cos} pri simulacijah z linearnim poljem dinamične ekscentričnosti v smeri x

Slika 5.24 prikazuje odvisnost amplitud napake od spreminjanja dinamične ekscentričnosti v smeri x. V napaki, se po pričakovanjih linearno povečuje prvi harmonik (4.14). Linearno se povečuje le do izmika $\Delta x_d = r_0 \frac{\sqrt{2}}{2}$. Poteki so



Slika 5.23: Fazni zamik B_{sin} in B_{cos} pri simulacijah z linearnim poljem dinamične ekscentričnosti v smeri x glede na idealna signala B_{sin} in B_{cos}

bili opazovani le do 0,5 mm. V tem območju se amplituda prvega harmonika zaradi enosmerne komponente v B_{sin} in B_{cos} spreminja linearno. Poteki opisani



Slika 5.24: Potek amplitud posameznega harmonika napake ε od dinamične ekscentričnosti v smeri x pri simulacijah z linearnim poljem

s kubičnimi polinomi.

$$C_0(\Delta x_d) = -2,93 \cdot 10^{-14} \Delta x_d^3 + 2,53 \cdot 10^{-14} \Delta x_d^2 - 8,20 \cdot 10^{-15} \Delta x_d + 3,64 \cdot 10^{-16} \quad (5.52)$$

$$C_1(\Delta x_d) = -2,81 \cdot 10^{-13} \Delta x_d^3 + 2,11 \cdot 10^{-13} \Delta x_d^2 + 5,40 \cdot 10 \Delta x_d + 5,56 \cdot 10^{-15} \quad (5.53)$$

$$C_2(\Delta x_d) = -8,22 \cdot 10^{-14} \Delta x_d^3 + 2,55 \cdot 10 \Delta x_d^2 - 1,27 \cdot 10^{-14} \Delta x_d + 7,81 \cdot 10^{-16} \quad (5.54)$$

$$C_3(\Delta x_d) = 1,60 \cdot 10 \Delta x_d^3 + 2,09 \cdot 10^{-14} \Delta x_d^2 - 1,12 \cdot 10^{-15} \Delta x_d - 3,04 \cdot 10^{-16} \quad (5.55)$$

$$C_4(\Delta x_d) = 1,13 \cdot 10 \Delta x_d^3 - 3,61 \Delta x_d^2 + 3,92 \cdot 10^{-1} \Delta x_d - 8,94 \cdot 10^{-3} \quad (5.56)$$

Poteki napake so enaki kot v poglavju 4.2.3. Razlikuje se le v negativnem argumentu. Poteki so razviti v Taylorjevo vrsto. Četrty harmonik je enak nič, saj Taylorjeva vrsta do tretjega člena ne zajame četrte potence zato je enaka 0.

$$C_0 = 0 \quad (5.57)$$

$$C_1 = 54,02 \Delta x_d \quad (5.58)$$

$$C_2 = 25,46 \Delta x_d^2 \quad (5.59)$$

$$C_3 = 16,01 \Delta x_d^3 \quad (5.60)$$

$$C_4 = 0 \quad (5.61)$$

5.5 Dinamična ekscentričnost v smeri y in sprememba razdalje Hallovih sond od magneta

Dinamična ekscentričnost v smeri y ni povzročila nobene napake v kotu zasuka, saj ni vplivala na siganl, ki ga zajameti Hallovi sondi (5.2)(5.3).

Gostota magnetnega pretoka z razdaljo od magneta upada, oblika Z komponente kljub temu ostaja enaka. Zajeto polje Hallovih sond, bo imelo le manjšo

amplitudo. Z večjo oddaljenostjo se bo spremenila le amplituda zajetega signala, faza in enosmerna komponenta se ohraniti. Tudi vpliv ekscentričnosti se bo zmanjšal proporcionalno, kot se je zmanjšala amplituda. V funkcijo `atan2()`; imata vhodna signala manjši amplitudi, vendar se njuno razmerje ohrani in tako v izračunih v MATLABU ne vpliva na izhodni podatek o zasuku.

Literatura

- [1] J. Gachter, M. Hirz in R. Seebacher, “Impact of rotor position sensor errors on speed controlled permanent magnetized synchronous machines,” v *IEEE 12th International Conference on Power Electronics and Drive Systems (PEDS)*, str. pp.822–830, Dec. 2017.
- [2] B. Killer, “Diplomsko delo absolutni magnetni dajalnik zasuka z uporabo principa nonij,” Master’s thesis, Univerza v Ljubljani.
- [3] Z. Zhang, F. Ni, H. Liu in M. Jin, “Theory analysis of a new absolute position sensor based on electromagnetism,” v *International Conference on Automatic Control and Artificial Intelligence*.
- [4] M. Demierre, *Improvements of CMOS Hall Microsystems and Application for Absolute Angular Position Measurements*. PhD thesis, Federal Polytechnic School of Lausanne, Switzerland.
- [5] RLS Merilna tehnika d.o.o., “Rm44 magnetic encoder base unit.” Dosegljivo: https://www.rls.si/en/fileuploader/download/download/?d=0&file=custom%2Fupload%2FRM44D01_10.pdf.
- [6] V. Ambrožič in P. Zajec, *Električni servo pogoni*. Slovensko Združenje elektroenergetikov CIGRÉ-CIRED.
- [7] RLS Merilna tehnika d.o.o., “Am256 – angular magnetic encoder ic.” Dosegljivo: https://www.rls.si/en/fileuploader/download/download/?d=0&file=custom%2Fupload%2FAM256D01_13_bookmark.pdf.

- [8] iC Haus, “High-precision sine/cosine interpolation / white paper.”
Dosegljivo: http://www.ichaus.de/upload/pdf/WP7en_High-Precision_Interpolation_140124.pdf.
- [9] MathWorks. Dosegljivo: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/atan2d.html>.
- [10] G. Dolinar, *Matematika 1*. Založba FE in FRI.
- [11] MathWorks. Dosegljivo: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/atan2d.html>.
- [12] J. Lara, “Position error compensation in quadrature analog magnetic encoders through an iterative optimization algorithm,” v *IECON 2014 - 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*.
- [13] Q. Lin, T. Li in Z. Zhou, “Error analysis and compensation of the orthogonal magnetic encoder,” v *IEEE ICMCC Conference*.
- [14] D. Hanselman, “Resolver signal requirements for high accuracy resolver-to-digital conversion,” 37.
- [15] MathWorks. Dosegljivo: <https://www.mathworks.com/products/curvefitting.html>.