



Софийски университет “Св. Климент
Охридски”
Факултет по математика и информатика
**Катедра “Числени методи и
алгоритми”**

Симулация на платове

РАЗШИРЕНО РЕЗЮМЕ НА ДИПЛОМНАТА РАБОТА

МАГИСТЪРСКА ПРОГРАМА
ИЗЧИСЛИТЕЛНА МАТЕМАТИКА И
МАТЕМАТИЧЕСКО МОДЕЛИРАНЕ

Автор:
ДИМИТЪР В.
ТРЕНДАФИЛОВ
ФН: 25612

Научен ръководител:
ГЛ. АС. Д-Р ТИХОМИР
Б. ИВАНОВ

4 април 2021 г.

Съдържание

1 Увод	4
1.1 Цели и структура на дипломната работа	5
2 Модели, базирани на пружини и маси	7
2.1 Математическа формулировка	7
2.2 Резултати	10
3 Модели, базирани на теория на еластичността	15
3.1 Математическа формулировка	15
3.2 Резултати	17
4 Технически аспекти	19
5 Заключение	21
Библиография	24
Интернет източници	26

Глава 1

Увод

Платовете са навсякъде, те изграждат всичко, което носим, и много от предметите, които докосваме в ежедневието си. Поради това човек би предположил, че съществуват установени математически модели, които можем да ползваме за тяхната симулация, но всъщност това не е така. Симулацията на платове е пословично трудна, както в изчислителен, така и в математически аспект. Всички налични инструменти за дизайн и моделиране на тъкани са тясно специализирани за дадена цел. Въпреки това, има огромно количество проучвания (датиращи от 30-те години на миналия век [17]) и разработки в сферата.

Научната работа се извършва от множество индустрии. Текстилната индустрия се интересува от това как шарките върху тъканите ще изглеждат, след като са произведени (фигура 1.1в). Исторически това е дало начало на проучванията. Модната индустрия също е намесена. Употреба, за която повечето хора няма да се замислят, е в компютърната графика (фигура 1.1а). Системите за компютърното проектиране (CAD системи) поддържат множество безплатни и платени инструменти за целта. Също така, всички комерсиални платформи за игри предлагат вградени физични симулатори, които взаимодействват със системите за обличане на героите (фигура 1.1б). Всяка една сфера на употреба има своите изисквания и ограничения към модела на платове.

Както във всички научни сфери, тенденциите корелират с развитието в областта на компютърните науки и хардуера. По-старите статии се опитват да представят модели, които работят с минимално количесство изчисления [1, 6, 7, 18]. С популяризирането на многопроцесорните машини, симулациите започнали да включват по-точни числени методи [10], механика на непрекъснатите среди [3, 22] и оптимизации чрез паралелизиране [2]. Програмирането за графичните процесорни устройства просто засилило тези тенденции [21]. В днешни дни се появяват изкуст-

вения интелект [12] и трасирането на лъчи [13].



(а) Disney винаги подобрява инструментите си. Персонажите във филмите им са облечени с дрехи, които трябва да изглеждат и да се движат реалистично.

(б) Игрите винаги се опитват да ни потопят в тяхната реалност. В индустрията се носи легенда как студиото Rocksteady са имали служител, който се е занимавал само с наметалото на Батман за една от игрите в поредицата Arkham.

(в) Голяма част от литературата се занимава с дизайна на дрехи.

Фигура 1.1: Симулации на платове в различните индустрии.

1.1 Цели и структура на дипломната работа

Основната цел на дипломната работа е да избере няколко подходящи модели от литературата, да бъде представена математиката, върху която те са изградени, и да се дадат конкретни съвети относно полезността им и начина на имплементация. Ще бъдат разгледани добре познати в областта модели. Ще се придържаме към абстракциите, описани в първите статии, от които произлизат. Въпреки това, ще се опитаме да коментираме и да се справим с техните недостатъци, ползвайки последващи статии, които ги надграждат.

Дипломната работа е разделена на две части. В първата част, отговаряща на глава 2, са разгледани модели, описани в термините на системи ОДУ, за решението на които са използвани диференчни методи. След това в глава 3 са анализирани изчислителни модели, базирани на теория на еластичността и метода на крайните елементи. В заключение са дадени оценка и конкретни препоръки, основани на опита, придобит при имплементацията и работата с моделите.

Според литературата, моделите в първата част обикновено имат по-добро бързодействие, въпреки че там могат да се ползват и неявни числени схеми, при които това предимство е под въпрос. Те са пригодени за употреба в приложения, които се изпълняват в реално време, като например физични симулатори за игри. Тяхната главна цел е визуална правдоподобност и не толкова физическа коректност. Те могат да се справят с малък набор от тъкани.

От друга страна, моделите във втората част изискват повече изчисления и са по-сложни от математическа гледна точка. Тяхната главна цел е физическа коректност. По-голям набор от тъкани могат да бъдат симулирани с тях. Техните коефициенти често са базирани на качества на материала, които могат да бъдат измерени.

Глава 2

Модели, базирани на пружини и маси

В тази глава се разглежда модел, представен в [18], който описва поведението на плат чрез система от маси, свързани с пружини. Съществуват множество статии, базирани на този труд [2, 25, 26, 21, 27]. Описаният модел разделя силите, които влияят на дадена частица, на вътрешни и външни. Вътрешните отговарят на еластичността на плата и се пораждат от пружините, които влияят на частиците, с които са свързани. Външните сили описват взаимодействията на системата и частиците в нея с околната среда. Тук ще скицираме идеята на модела, а по-подробна версия може да се прочете в глава 2 на дипломната работа.

2.1 Математическа формулировка

Моделът от [18] разглежда дадено парче плат като система от $m \times n$ материални точки или частици, всяка от които е свързана с 12 други чрез пружини с нулева маса. Въпросните 12 връзки са илюстрирани във фигура 2.1 и имат следната физична обосновка:

- Пружини, свързващи частица $[i, j]$ с:
 - частица $[i, j + 1]$
 - частица $[i, j - 1]$
 - частица $[i + 1, j]$
 - частица $[i - 1, j]$

Ще ги наричаме “структурни пружини”; Те моделират реакцията на платта при разтягане и свиване.

- Пружини, свързващи частица $[i, j]$ с:
 - частица $[i + 1, j + 1]$
 - частица $[i - 1, j - 1]$
 - частица $[i - 1, j + 1]$
 - частица $[i + 1, j - 1]$

Ще ги наричаме “напречни пружини”; Те моделират реакцията на плата, когато му бъдат приложени напречни сили.

- Пружини, свързващи частица $[i, j]$ с:
 - частица $[i, j + 2]$
 - частица $[i, j - 2]$
 - частица $[i + 2, j]$
 - частица $[i - 2, j]$

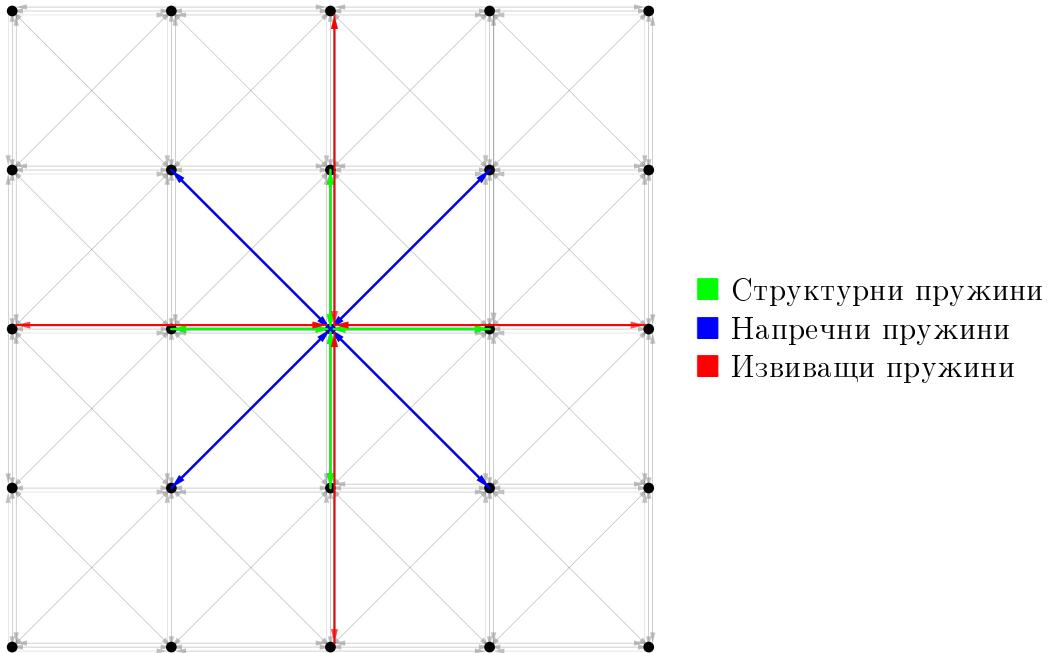
Ще ги наричаме “извивачи пружини”; Те моделират реакцията на плата при огъване.

Нека частицата $[i, j]$ се намира на позиция $\vec{P}_{i,j}(t)$ в момента от време t за $i = \overline{1, m}$ и $j = \overline{1, n}$. Еволюцията на системата се определя от втория закон на Нютон $\vec{F}_{i,j} = \mu \vec{a}_{i,j}$, където μ е масата на всяка частица (допускайме че симулираме хомогенен материал и всички частици имат еднаква маса), а $\vec{a}_{i,j}$ е нейното ускорение, породено от силата $\vec{F}_{i,j}$. $\vec{F}_{i,j}$ е сборът на вътрешните и външните сили. От закона на Хук следва, че:

$$\vec{F}_{internal}(P_{i,j}) = - \sum_{(k,l) \in R_{i,j}} K_{i,j,k,l} \left[\vec{l}_{i,j,k,l} - l_{i,j,k,l}^0 \frac{\vec{l}_{i,j,k,l}}{\|\vec{l}_{i,j,k,l}\|} \right] \quad (2.1)$$

Където:

- $R_{i,j}$ е множеството от всички двойки (k, l) , такива че $[k, l]$ е частица, свързана с пружина с $[i, j]$
- $\vec{l}_{i,j,k,l} = \overrightarrow{P_{i,j} P_{k,l}}$
- $l_{i,j,k,l}^0$ е естествената (недеформираната) дължина на пружината, свързваща частиците $[k, l]$ и $[i, j]$



Фигура 2.1: Тук се виждат 12-те пружини, действащи върху дадена частича.

- $K_{i,j,k,l}$ ¹ е коефициентът на еластичност на пружината, свързваща частиците $[k, l]$ и $[i, j]$

Външните сили имат разнообразна природа и могат да бъдат моделирани на база взаимодействията с околната среда, които искаме да опишем. Представената имплементация ползва следните:

$$\vec{F}_{external}(P_{i,j}) = \vec{F}_{gravity}(P_{i,j}) + \vec{F}_{damp}(P_{i,j}) + \vec{F}_{wind}(P_{i,j}) \quad (2.2)$$

където:

- Нека \vec{g} е гравитационното ускорение. Тогава силата на тежестта на частицата $[i, j]$ се представя по следния начин:

$$\vec{F}_{gravity}(P_{i,j}) = \mu \vec{g}$$

- Загубата на енергия от системата (вследствие например на триене) се описва с:

$$\vec{F}_{damp}(P_{i,j}) = -C_{damp} \vec{v}_{i,j}$$

¹В представената имплементация всички пружини в системата имат еднакъв коефициент на еластичност K

където C_{damp} е коефициент на затихване и $\vec{v}_{i,j}$ е скоростта на частицата $[i, j]$.

- Подемната и теглещата сила зависят от качествата на флуида, в който е потопен обектът, и на размера, формата и скоростта на обекта. Тези сили се въвеждат със следното уравнение:

$$\vec{F}_{wind}(P_{i,j}) = \frac{1}{2} \rho A_{i,j} [(C_D - C_L)(\vec{v}_{i,j}^r \cdot \vec{n}_{i,j}) \vec{v}_{i,j}^r + C_L |\vec{v}_{i,j}|^2 \vec{n}_{i,j}]$$

където ρ е плътността на флуида (въздуха), $A_{i,j}$ е лицето на материала, отговарящо на частицата $[i, j]$, $\vec{n}_{i,j}$ е единичната нормала към плата в точката $P_{i,j}$, $\vec{v}_{i,j}$ е скоростта на частицата $[i, j]$, а $\vec{v}_{i,j}^r$ е относителната ѝ скорост². C_D и C_L са коефициентите, контролиращи теглещата и подемната сила. За повече детайли прочетете приложение А на дипломната работа.

Използвайки уравнения (2.1) и (2.2), можем да пресметнем силата $\vec{F}_{i,j}(t)$, която действа в точката $P_{i,j}$ в момента от време t . $\vec{P}_{i,j}(0)$ са началните условия, които се подават като входен аргумент. За да получим $P_{i,j}$, ще трябва да решим система от обикновени диференциални уравнения базиращи се на класическата механика:

$$\begin{cases} \vec{F}_{i,j} = \mu \vec{a}_{i,j} \\ \frac{d\vec{v}_{i,j}}{dt} = \vec{a}_{i,j} \quad , \text{ където } i = \overline{1, m} \text{ и } j = \overline{1, n} \\ \frac{d\vec{P}_{i,j}}{dt} = \vec{v}_{i,j} \end{cases} \quad (2.3)$$

Задачата (уравнение (2.3)) може да бъде решена с много числени методи. В секция 2.2.1 на дипломната работа е представен методът, използван в [18]. В секция 2.2.2 е показано как се решава задачата с няколко модификации на метода на Верле.

2.2 Резултати

Поради естеството на решаваната задача, неподвижните изображения не са достатъчни, за да се покаже как моделът се държи в различни постановки. Поради това прибегнахме към записа на видеа. Те са налични в прикаченено устройство за съхранение в папката “Mass-Spring Model” с имена, отговарящи на експериментите. Параметрите, които не фигурират в описанието на експеримента, могат да бъдат видяни в клиповете.

²Относителната скорост на частица е разликата между стойността на векторното поле, описващо скоростта на вътърът, и скоростта на частицата.



Фигура 2.2: Резултати при използването на разгледания в секция 2.2.1 на дипломната работа явен метод. Експериментът използва сравнително малка стъпка по време от $\Delta t = 0.0030s$. Зададеният коефициент на еластичност на пружините е $K = 43N/m$.

Освен предоставените видеа, във фигури 2.2 и 2.3 могат да се видят платове с идентични поведения, но използвани различни числени методи. От информацията под изображенията може да се видят разликите в използваните коефициенти.

Експериментите са проведени, използвайки следната обща постановка:

- 32×32 квадратна мрежа от частици със страна $5.0m$.
- Температура на въздуха $20^\circ C$.

Експеримент 1: Целта на този експеримент е да бъде показано как се държи парчето плат, когато му бъдат зададени широк спектър от материални свойства. Използван е разгледаният в секция 2.2.1 на дипломната работа явен метод и сравнително малка стъпка по времето $\Delta t = 0.0032s$. Видеото е разделено на следните части:

0:00 - 0:23 : Еластичният коефициент на пружините K бавно се променя от $10N/m$ до $100N/m$. Вижда се промяната в провисването на плата, причинено от промените в параметъра.

0:23 - 0:26 : Еластичният коефициент на пружините е фиксиран $K = 100N/m$. Платът изглежда почти неразтеглив.



Фигура 2.3: Резултати при използването на класическия метод на Верле. Експериментът използва по-голяма стъпка по време от $\Delta t = 0.0110s$. Използвани са твърди пружини.

0:29 - 0.50 : Еластичният коефициент на пружините е фиксиран $K = 76N/m$. Плътността на материала ρ бавно се изменя от $0.15kg/m^2$ до $1.0kg/m^2$. Вижда се провисване на плата, поради по-голямото тегло.

Експеримент 2: Целта на този експеримент е да се покаже как моделът на вятъра кара парчето плат да се движи. Използван е разгледаният в секция 2.2.1 на дипломната работа явен метод и сравнително малка стъпка по времето $\Delta t = 0.0032s$. Скоростта на вятъра е фиксирана $10.0m/s$. Подемният коефициент също е фиксиран $C_L = 0.200$. Експериментът е разбит на следните клипове:

Експеримент 2.1: Плътността на материала ρ бавно се изменя от $0.3kg/m^2$ до $0.8kg/m^2$ и обратно. Вижда се че платовете с по-малка маса се влияят по-малко от вятъра.

Експеримент 2.2: Плътността на материала е фиксирана $\rho = 0.3kg/m^2$. Коефициентът на теглене C_D бавно се изменя от 0.106 до 0.433. Коефициентите на подемната и теглещата сила работят като противоположни един на друг, което е очакван и желан резултат.

Експеримент 2.3: Всички параметри са фиксирани $\rho = 0.3kg/m^2$, $C_D = 0.106$ и $C_L = 0.200$. Посоката на вятъра е напречна на плата и не му се добавя шум. Наблюдават се турбулентни ефекти.

Експеримент 3: Целта на този експеримент е да демонстрира устойчивостта на класическия метод на Верле от секция 2.2.2 и съответно липсата на вибрации. Използвани са твърди пружини. Симулацията е изпълнена с различни стойности за стъпката по време и методът запазва своята устойчивост при всяка от тях. Видеото може да се разбие на следните части:

0:00 - 0:09 : Стъпката по времето е $\Delta t = 0.01s$.

0:13 - 0:21 : Стъпката по времето е $\Delta t = 0.02s$.

0:25 - 0:33 : Стъпката по времето е $\Delta t = 0.03s$.

0:34 - 0:41 : Стъпката по времето е $\Delta t = 0.04s$.

0:49 - 0:53 : Стъпката по времето е $\Delta t = 0.005s$.

0:55 - 0:55 : Показана е решетката от частици.

Въпреки че големите стъпки по време не причиняват неустойчивост, те водят до неестествено провисване на парчето плат поради бавното разпространение на силите³ в системата от частици.

Експеримент 4: Целта на този експеримент е да демонстрира проблемите на методите на Верле с променлива стъпка по времето. Записът е направен, използвайки подобрената версия на метода от секция 2.2.2. Видеото може да се разбие на следните части:

0:03 - 0:15 : Максималната стъпка по времето е $\Delta t = 0.0053s$. Грешките от закръгляне причиняват вибрации.

0:16 - 0:21 : Максималната стъпка по времето е $\Delta t = 0.0113s$. Вибрациите спират.

0:22 - 0:24 : Максималната стъпка по времето е $\Delta t = 0.0165s$. Грешките от закръгляне причиняват катастрофална неустойчивост.

³Нека частица бъде преместена от приложените върху нея сили. В рамките на една стъпка на симулацията, това преместване би породило вътрешни сили само в 12 други частици, чрез пружините с които са свързани. Това ограничава скоростта на разпространение на вътрешните сили.

Експеримент 5: Целта на този експеримент е да демонстрира неустойчивостта на разгледания в секция 2.2.1 на дипломната работа явен метод. Еластичният коефициент на пружините е $K = 75N/m$. Видеото може да се разбие на следните части:

0:00 - 0:07 : Всички параметри са фиксирани $\rho = 1.0kg/m^2$, $\Delta t = 0.0032s$ и $C_{damp} = 0.027$. Използвайки мишката се показва, че при симулирането на тъкани с голяма плътност се наблюдава неустойчивост.

0:08 - 0:21 : Всички параметри са фиксирани $\rho = 0.16kg/m^2$, $\Delta t = 0.0032s$ и $C_{damp} = 0.027$. Поведението на метода е устойчиво при по-малка плътност на тъканта.

0:32 - 0:40 : Всички параметри са фиксирани $\rho = 1.0kg/m^2$, $\Delta t = 0.0032s$ и $C_{damp} = 0.111$. Показва се как с по-голям коефициент на затихване неустойчивостта може да се намали.

0:44 - 1.02 : Всички параметри са фиксирани $\rho = 1.0kg/m^2$, $\Delta t = 0.0032s$ и $C_{damp} = 0.385$. Виждаме, че при твърде голям коефициент на затихване платът изглежда сякаш е потопен в течност с голям вискоzитет.

Избирането на по-малка стъпка по времето може да реши проблема, но в текущия експеримент се ползва най-малката стъпка, при която симулацията работи в реално време.

Глава 3

Модели, базирани на теория на еластичността

Моделът, представен в глава 2, има своите качества като бързодействие и простота, но има и своите недостатъци, които за някои цели го правят неизползваем. В глава 3 на дипломната работа използваме механиката на непрекъснатите среди. За класическа формулировка на математическия модел, е построена числена схема, базирана на метода на крайните елементи. За схемата се използва така наречената коротационна постановка, която се разглежда в секция 3.6.

3.1 Математическа формулировка

Използвайки Лагранжевата формулировка, може да се изведат следните обикновени диференциални уравнения, които описват движението на плата [3]:

$$M\ddot{x} + D\dot{x} + K(x - x_0) = f_{ext} \quad (3.1)$$

където M е матрицата на масата, D е матрицата на затихване, а K е матрицата на коравина на плата. Векторите x , \dot{x} и \ddot{x} съдържат позициите, скоростите и ускоренията на частиците (отговарящи на възлите в триангуляцията). x_0 дефинира началното недеформирано състояние на системата и f_{ext} моделира външните сили, приложени върху система-та. Уравнение (3.1) представлява една система от $3n$ ОДУ за мрежа с n върха. Уравнение (3.1) произлиза от чисто инженерни съображения и нашата задача е да конструираме и имплементираме числен метод за неговото решаване.

Обикновено платовете са изтъкани от влакна, ориентирани в две основни посоки, перпендикулярни една на друга. Поради тази причина

моделът разглежда дадено парче плат като хомогенен ортотропен материал, а поради това, че платовете са сравнително тънки можем да ги считаме като локално двумерни.

Матрицата на маса M е диагонална матрица, по главния диагонал на която стоят масите на частиците. По този начин масите в модела са концентрирана във върховете на мрежата. Допускаме, че масата на частица е равна на произведението на лицето, отговарящо на върха в мрежата, и плътността на материала. Лицето, отговарящо на върха, е дефинирано като лицето на Вороной (виж в приложение В на дипломната работа).

Моделът използва затихване на Рейли [9, 20], за да симулира загубата на енергия от системата. Съгласно този модел, **матрицата на затихване** D е:

$$D = \alpha M + \beta K \quad (3.2)$$

където M и K са съответно матрицата на масата и коравината.

Остава да определим **матрица на коравина** K . Това е направено подробно в секции 3.2 - 3.6 на дипломната работа. Показано е, че е построена от елементните матрици $K_e = A_e B_e^T C B_e$, където A_e е лицето на съответния елемент, C съдържа коефициентите на еластичност на материала, а B_e се получава при диференциране на функциите на формата. Използвайки K е дефинирана матрицата на коравина в коротационна постановка $K^{CR} = R_P K R_P^T$, където R_P^T е матрица, трансформираща елементите на мрежата в двумерно не ротирано пространство.

За численото интегриране по времето се използва неявен числен метод. Той води до устойчива симулация по времето, въпреки твърдостта на уравненията с които боравим, при големи стъпки по времето. За да се получи изменението на скоростта на дадена стъпка, се решава следната система линейни уравнения:

$$\begin{aligned} (M + \Delta t D + \Delta t^2 K^{CR}) \Delta v &= \\ &= -\Delta t (K^{CR} x_n - F_0^{CR} - f_{ext,n} + \Delta t K^{CR} v_n + D v_n) \end{aligned}$$

където векторите f_{ext} , x_n and v_n съдържат външните сили, позициите и скоростите по върховете на мрежата и всеки от тях $\in \mathbb{R}^{3n}$. K^{CR} е матрицата на коравина в коротационна постановка и $F_0^{CR} = \hat{K}^{CR} \bar{x}_0$ (виж секция 3.6 на дипломната работа). Матрицата на масата M , затихването D и K^{CR} , имат размерност $3n \times 3n$. След като решим системата за Δv , получаваме промяната на позицията от $\Delta x = \Delta t(v_n + \Delta v)$.

3.2 Резултати

За да се направят резултатите сравними с тези в секция 2.3 на дипломната работа, експериментите в текущата секция са изпълнени върху квадратно парче плат със страна 5.0. Триангуляцията¹ включва 144 върха и 242 правоъгълни триъгълника. Това води до система от 432 линейни уравнения. Не се прилага вятър и материалните параметри са взети от таблица 3.1.

фигури 3.1а and 3.1б: Тези експерименти са проведени, използвайки сравнително малка стъпка по времето. Тяхната главна цел е да покажат разликите в резултатите, когато са зададени различни качества на симулирания материал. Тъканите от вълна са по-неразтегливи и съответно в симулацията вълненият плат провисва по-малко, въпреки че има по-голяма плътност.

фигура 3.1в: Този експеримент използва по-голяма стъпка по времето от останалите. Въпреки че се използват материалните свойства на вълната и останалите коефициенти са същите като тези във фигура 3.1а, резултатът изглежда различен. Осцилациите и други неустойчивости са очаквани, но по-голямото разтягане на плата не е очаквано и изискава по-задълбочено изследване.

фигура 3.1г: Този експеримент използва същите параметри като този във фигура 3.1а, като изключим по-големия коефициент на затихване за коравина β . Наблюдението, което може да се направи, е че резултатите на модела са изключително чувствителни към параметрите на затихване и еластичността на системата е твърде зависима от тях. Нека отбележим, че при модела от глава 2 на дипломната работа, C_{damp} има изразен ефект върху начина, по който се движи платът, но не толкова силен ефект върху еластичността му.

	$\rho [kg/m^2]$	$E_x [Pa]$	$E_y [Pa]$	ν_{xy}	ν_{yx}	$E_s [Pa]$
Вискоза	0.23	245	366	0.249	0.167	0.38
Вълна	0.26	866	1391	0.261	0.162	0.51

Таблица 3.1: Материални свойства на тъканите, взети от [11]

¹В дипломната работа не се обсъждат начини и стратегии за триангуляция, тъй като графичните софтуери обикновено използват мрежите на обектите.



(а) Симулирана е вълна при следните коефициенти:

- $\Delta t = 0.003s$
- $\alpha = 0.2, \beta = 0.01$

(б) Симулирана е вискоза при следните коефициенти:

- $\Delta t = 0.003s$
- $\alpha = 0.2, \beta = 0.01$



(в) Симулирана е вълна при следните коефициенти:

- $\Delta t = 0.099s$
- $\alpha = 0.2, \beta = 0.01$

(г) Симулиране е вълна при следните коефициенти:

- $\Delta t = 0.003s$
- $\alpha = 0.2, \beta = 0.05$

Фигура 3.1: Резултати, използващи представения модел, базиран на механиката на непрекъснатите среди.

Глава 4

Технически аспекти

В глава 4. са разгледани техническите въпроси, свързани с реализацията на представените методи. В частност:

- В секция 4.1 са разгледани няколко структури от данни, предназначени за съхранението на възли и техните данни. На база изложената информация се обосновава избора на структура, направен при имплементацията на моделите.
- В секция 4.2 са дадени техниките, използвани при показването на резултатите.
- В секция 4.3 е описан инструмент, предоставен на потребителя за манипулация на плата.

Дипломната работа завършва с 3 приложения, в които са описани математически инструменти, използвани от двата представени модела. В частност:

- В приложение А в представен модел за вятър, взаимстван от [24]. Моделът е специално построен за флуиди с малко число на Рейнолдс. Използват се отделни коефициенти C_D и C_L за контрол на теглещата и подемната сила, породени при взаимодействията на плата с въздуха.
- В приложение В е обяснен алгоритъмът, по който се пресмята лицето, отговарящо на дадена частица. Резултатът от алгоритъма се ползва при пресмятането на масата на частиците. Също така моделът в приложение А изисква лице, което се получава по този начин.

- В приложение С е изложен алгоритъм, за бърза полярна декомпозиция. Компонентът отговарящ на ротацията, се използва в коротационна формулровка на метода на крайните елементи в глава 3.

Глава 5

Заключение

Като резултат от натрупания опит и знания при разработката на дипломната работа, даваме общи препоръки към тези, които биха искали да използват подобни модели. След въпросните препоръки може да се види таблица, която сравнява качествата на представени класове изчислителни модели.

1. За приложения, които се изпълняват в реално време можем да препоръчаме модел, подобен на описания в глава 2. Те не са твърде бавни за пресмятане и са сравнително прости за имплементация. Също така с тях може да се експериментира лесно, което е важно, когато се разработват инструменти за манипулация на платове и други физични симулации, взаимодействащи с тъкани. Това качество се дължи на факта, че по-сложните модели изискват много повече допълнителна работа, за да бъдат разширени. Също така те обикновено не се изпълняват в реално време, което прави разширяването им още по-трудно.
2. Бихме препоръчали модел, подобен на описания в глава 3, за употреба в приложения, които не работят в реално време. Този клас изчислителни модели са много по-сложни, но налагат по-малко ограничения на потребителя.
3. Какъвто и модел да бъде избран, препоръчваме при имплементацията да се използва структурата от данни Half-Edge. В секция 4.1 на дипломната работа може да бъде прочетена подробна аргументация на избора. Секция 4.1.3 описва избраната структура от данни и алгоритмите върху нея.
4. Детайлите са от голямо значение. Просто местейки върховете на мрежа, на база породили се вътрешни сили не е достатъчно. Пла-

тът трябва да взаимодейства с околния свят чрез смислени външни сили. Това значи, че добър модел за вятъра е наложителен. Пресичания с другите обекти трябва да бъдат премахвани, а докосванията да пораждат сили на триене.

Глава 2:	Глава 3:
• Изискват по-малко изчисления.	• Изискват повече изчисления.
• Визуално правдоподобни.	• Физическа коректност.
• Тесен набор от тъкани.	• По-широк набор от тъкани.

В крайна сметка една дипломна работа е проект с налични крайно време и ресурси. В представения труд са поместени малка част от съществуващите модели и техники. Решение, използвамо от дадена индустрия, би включвало множество компоненти не фигуриращи в нашето. В едно обозримо бъдеще бихме желали да подобрим имплементацията си по следните начини:

Премахване на пресичанията: В момента е построена проста система за намиране на пресичания, която тества всеки обект с всеки. Също така тя поддържа само малък набор от примитиви. Подобрена версия би поддържала произволна геометрия и самопресичания на плата [8, 13]. Подобна система ще включва структура, която да намалява проверките за пресичания между обекти (например евристика по обграждащите кутии [23]). Независимо от начина, по който се намират пресичанията, те трябва да пораждат триения. Текущата система не поражда такива и това води до зле изглеждащи резултати.

Симулация на вятър: Представената имплементация дава възможност на потребителя да избере посока, в която вятърът да вее и дава контрол над неговата скорост. Освен това, с цел по-разнообразни резултати, към тези коефициенти може да се приложи шум, който също е контролирам. Това предоставя външни сили на симулацията на платата, но има как да се подобри. Вятърът може да бъде симулиран като векторно поле чрез уравненията на Навие-Стокс и да се поставят “източници на вятър”. Освен това, вятърът може да взаимодейства с платата и да произвежда интересни ефекти поради турбуленция.

Други модели: Има множество статии и разработки, които заслужават внимание. Например нелинейни модели [1, 5] (външност първата статия е базирана на [18] и използва неявни числени методи). Също така

съществуват геометрични модели [4], които обещават по-добра устойчивост. Съществуват модерни и екзотични решения, базирани на изкуствен интелект [12]. [14, 15] също изглеждат обещаващи, като те са базирани на динамика по позициите.

Оптимизации на бързодействието: Представените модели лесно могат да бъдат паралелизириани, което ще отключи пълния потенциал на модерните машини. Това не е направено тъй като подобни оптимизации водят до усложняване на софтуера което би затруднило експериментите.

Когато ползваме неявни числени методи, винаги стигаме да решаването на големи системи от линейни уравнения. Известен и бърз начин за решаване на подобни задачи е метода на спрягането на градиенти [19]. Няколко статии които ползват подобен метод са [1, 3, 10, 11, 21, 22]. Тази оптимизация обикновено върви ръка за ръка с по-добър начин за съхраняване на разредени матрици (както знаем, числените методи боравят с матрици, основно пълни с нули).

Друга обещаваща техника е подразделянето на мрежи [3, 16]. Идеята е, че различни части на плата се нуждаят от различно ниво на детайл. Тази техника се опитва да направи мрежата по-ситна на местата, където това е нужно. По този начин сметките не се увеличават драстично, но въпреки това получаваме по-точни резултати, където е нужно.

Библиография

- [1] David Baraff и Andrew Witkin. “Large steps in cloth simulation”. B: *Proceedings of the 25th annual conference on Computer graphics and interactive techniques - SIGGRAPH '98*. 1998. DOI: [10.1145/280814.280821](https://doi.org/10.1145/280814.280821).
- [2] Jan Bender и Daniel Bayer. “Parallel simulation of inextensible cloth”. B: *Virtual Reality Interactions and Physical Simulations (VRIPhys)*. Grenoble (France), ноем. 2008, с. 47–56.
- [3] Jan Bender и Crispin Deul. “Adaptive cloth simulation using corotational finite elements”. B: *Computers & Graphics* 37.7 (ноем. 2013), с. 820–829. DOI: [10.1016/j.cag.2013.04.008](https://doi.org/10.1016/j.cag.2013.04.008).
- [4] Jan Bender, Daniel Weber и Raphael Diziol. “Fast and stable cloth simulation based on multi-resolution shape matching”. B: *Computers & Graphics* 37.8 (дек. 2013), с. 945–954. DOI: [10.1016/j.cag.2013.08.003](https://doi.org/10.1016/j.cag.2013.08.003).
- [5] Miklos Bergou и др. *A Quadratic Bending Model for Inextensible Surfaces*. en. 2006. DOI: [10.2312/SGP/SGP06/227-230](https://doi.org/10.2312/SGP/SGP06/227-230).
- [6] David E. Breen, Donald H. House и Phillip H. Getto. “A physically-based particle model of woven cloth”. B: *The Visual Computer* 8.5-6 (сент. 1992), с. 264–277. DOI: [10.1007/bf01897114](https://doi.org/10.1007/bf01897114).
- [7] David E. Breen, Donald H. House и Michael J. Wozny. “Predicting the drape of woven cloth using interacting particles”. B: *Proceedings of the 21st annual conference on Computer graphics and interactive techniques - SIGGRAPH '94*. 1994. DOI: [10.1145/192161.192259](https://doi.org/10.1145/192161.192259).
- [8] Robert Bridson, Ronald Fedkiw и John Anderson. “Robust treatment of collisions, contact and friction for cloth animation”. B: *Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques - SIGGRAPH '02*. 2002. DOI: [10.1145/566570.566623](https://doi.org/10.1145/566570.566623).

- [9] T. K. Caughey. “Classical Normal Modes in Damped Linear Dynamic Systems”. B: *Journal of Applied Mechanics* 27.2 (юни 1960), с. 269—271. DOI: 10.1115/1.3643949.
- [10] Kwang-Jin Choi и Hyeong-Seok Ko. “Stable but responsive cloth”. B: *ACM SIGGRAPH 2005 Courses on - SIGGRAPH '05*. 2005. DOI: 10.1145/1198555.1198571.
- [11] O. Etzmuss, M. Keckisen и W. Strasser. “A fast finite element solution for cloth modelling”. B: *11th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications, 2003. Proceedings*. IEEE Comput. Soc, 2003. DOI: 10.1109/pccga.2003.1238266.
- [12] Tae Min Lee, Young Jin Oh и In-Kwon Lee. “Efficient Cloth Simulation using Miniature Cloth and Upscaling Deep Neural Networks”. B: *CoRR* (2019). URL: <http://arxiv.org/abs/1907.03953>.
- [13] François Lehericey, Valérie Gouranton и Bruno Arnaldi. “GPU ray-traced collision detection for cloth simulation”. B: *Proceedings of the 21st ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology*. Ho-ем. 2015. DOI: 10.1145/2821592.2821615.
- [14] Miles Macklin, Matthias Müller и Nuttapong Chentanez. “XPBD”. B: *Proceedings of the 9th International Conference on Motion in Games*. Окт. 2016. DOI: 10.1145/2994258.2994272.
- [15] Matthias Müller и др. “Position based dynamics”. B: *Journal of Visual Communication and Image Representation* 18.2 (апр. 2007), с. 109—118. DOI: 10.1016/j.jvcir.2007.01.005.
- [16] Rahul Narain, Armin Samii и James F. O’Brien. “Adaptive anisotropic remeshing for cloth simulation”. B: *ACM Transactions on Graphics* 31.6 (ноем. 2012), с. 1—10. DOI: 10.1145/2366145.2366171.
- [17] Frederick Thomas Peirce. “5—THE GEOMETRY OF CLOTH STRUCTURE”. B: *Journal of the Textile Institute Transactions* 28.3 (март 1937), Т45—T96. DOI: 10.1080/19447023708658809.
- [18] Xavier Provot. “Deformation Constraints in a Mass-Spring Model to Describe Rigid Cloth Behaviour”. B: *Proceedings of Graphics Interface '95*. GI '95. Quebec, Quebec, Canada: Canadian Human-Computer Communications Society, 1995, с. 147—154. ISBN: 0-9695338-4-5.
- [19] Jonathan R Shewchuk. *An Introduction to the Conjugate Gradient Method Without the Agonizing Pain*. Техн. докл. USA, 1994. DOI: 10.5555/865018.

- [20] Baron Rayleighm John William Strutt. *The Theory of Sound*. en. T. 1. London, England: Macmillan и со., 1877.
- [21] Min Tang и др. “A GPU-based Streaming Algorithm for High-Resolution Cloth Simulation”. B: *Computer Graphics Forum* 32.7 (2013), c. 21–30.
- [22] Pascal Volino, Nadia Magnenat-Thalmann и Francois Faure. “A simple approach to nonlinear tensile stiffness for accurate cloth simulation”. B: *ACM Transactions on Graphics* 28.4 (авг. 2009), c. 1–16. DOI: 10.1145/1559755.1559762.
- [23] Robert Webb и Mike Gigante. “Using Dynamic Bounding Volume Hierarchies To Improve Efficiency of Rigid Body Simulations”. B: *Visual Computing*. Springer Japan, 1992, c. 825–842. DOI: 10.1007/978-4-431-68204-2_50.
- [24] Keith Wilson и др. “Simulating wind effects on cloth and hair in Disney’s Frozen”. B: *ACM SIGGRAPH 2014 Talks on - SIGGRAPH ’14*. 2014. DOI: 10.1145/2614106.2614120.

Интернет източници

- [25] Thomas Jakobsen. *Advanced Character Physics*. 21 ян. 2003. URL: https://www.gamasutra.com/view/feature/131313/advanced_character_physics.php.
- [26] Dean Macri. *Simulating Cloth for 3D Games*. 3 юли 2012. URL: <https://software.intel.com/content/www/us/en/develop/articles/simulating-cloth-for-3d-games.html>.
- [27] Cyril Zeller. *Cloth Simulation*. 15 февр. 2007. URL: <https://developer.download.nvidia.com/whitepapers/2007/SDK10/Cloth.pdf>.