Компютърно упражнение №5

Диференчни методи за решаване на гранични задачи за параболични ЧДУ.

За задачата

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t),\ 0 < x < 1\ ,\ 0 < t \le 2,$$
$$u(x,0) = u_0(x),\ 0 \le x \le 1,$$
$$\alpha_1 u(0,t) + \beta_1 \frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = \mu_1(t),\ 0 \le t \le 2,$$
$$\alpha_2 u(1,t) + \beta_2 \frac{\partial u}{\partial x}(1,t) = \mu_2(t),\ 0 \le t \le 2$$

- да се напишат явна и чисто неявна диференчна схема с локална грешка на апроксимацията $O(\tau + h^2)$.
- да се напише програма за решаване на съответната дискретна задача, като в случая на неявна схема се използва метода на прогонката;
- през интервал 0.5 по времето да се запишат във файл стойностите на приближеното и точно решение и разликата между тях в 11 точки от интервала [0, 1];
- да се осъществят (пред асистента) по няколко изпълнения на програмата с различни стойности на отношението $\alpha = \tau / h^2$ с цел експериментиране на устойчивостта на схемите.

Стъпките τ и h да са параметри, които се задават.

Файловете да изглеждат така:

TIME = ……

x_i	Точно решение $u(x_i)$	Приближено решение y_i	Разлика $\varepsilon_i = u(x_i) - y_i$

№	u_0	$f(x)$	α_1	α_2	β_1	β_2	μ_1	μ_2	Точно решение
1.	0	$\frac{x(1+tx)+2t^2}{(1+tx)^3}$	1	0	0	1	0	$\frac{t}{(1+t)^2}$	$\frac{tx}{1+tx}$
2.	$\frac{x^2}{2}-x$	$-e^{-t}\left(\frac{x^2}{2}-x+1\right)$	1	0	0	1	0	0	$e^{-t}\left(\frac{x^2}{2}-x\right)$
3.	x	$-e^{-t}x$	1	1	0	1	0	$2e^{-t}$	$e^{-t}x$
4.	$\sin\frac{\pi x}{2}$	$\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^2-1\right)e^{-t}\sin\frac{\pi x}{2}$	1	0	0	1	0	0	$e^{-t}\sin\frac{\pi x}{2}$
5.	$x\sin\frac{\pi x}{2}$	$-\pi e^{-t}\cos\frac{\pi x}{2}+\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^2-1\right)e^{-t}x\sin\frac{\pi x}{2}$	1	1	1	0	0	e^{-t}	$e^{-t}x\sin\frac{\pi x}{2}$
6.	0	$\frac{\cos t}{1+x}-\frac{2\sin t}{(1+x)^3}$	1	1	0	1	$\sin t$	$\frac{1}{4}\sin t$	$\frac{\sin t}{1+x}$
7.	0	x	1	1	0	1	0	$2t$	tx
8.	0	$\frac{x}{(1+t)^2}$	1	1	0	1	0	$\frac{2t}{1+t}$	$\frac{tx}{1+t}$
9.	0	$\left(1+t\left(\frac{\pi}{2}\right)^2\right)\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	1	0	0	1	0	0	$t\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$

№	u_0	$f(x)$	α_1	α_2	β_1	β_2	μ_1	μ_2	Точно решение
10.	0	$\frac{x(1+tx)+2t^2}{(1+tx)^3}$	1	0	0	1	0	$\frac{t}{(1+t)^2}$	$\frac{tx}{1+tx}$
11.	$\frac{x^2}{2}-x$	$-e^{-t}\left(\frac{x^2}{2}-x+1\right)$	1	0	0	1	0	0	$e^{-t}\left(\frac{x^2}{2}-x\right)$
12.	x	$-e^{-t}x$	1	1	0	1	0	$2e^{-t}$	$e^{-t}x$
13.	$\sin\frac{\pi x}{2}$	$\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^2-1\right)e^{-t}\sin\frac{\pi x}{2}$	1	0	0	1	0	0	$e^{-t}\sin\frac{\pi x}{2}$
14.	$x\sin\frac{\pi x}{2}$	$-\pi e^{-t}\cos\frac{\pi x}{2}+\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^2-1\right)e^{-t}x\sin\frac{\pi x}{2}$	1	1	1	0	0	e^{-t}	$e^{-t}x\sin\frac{\pi x}{2}$
15.	0	$\frac{\cos t}{1+x}-\frac{2\sin t}{(1+x)^3}$	1	1	0	1	$\sin t$	$\frac{1}{4}\sin t$	$\frac{\sin t}{1+x}$
16.	0	x	1	1	0	1	0	$2t$	tx
17.	0	$\frac{x}{(1+t)^2}$	1	1	0	1	0	$\frac{2t}{1+t}$	$\frac{tx}{1+t}$
18.	0	$\left(1+t\left(\frac{\pi}{2}\right)^2\right)\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	1	0	0	1	0	0	$t\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$

№	u_0	$f(x)$	α_1	α_2	β_1	β_2	μ_1	μ_2	Точно решение
19.	0	$x(x^2-6t)$	0	1	1	0	0	$\boldsymbol{t}$	tx^3
20.	0	$x(x^2-6t)$	0	1	1	0	0	t	tx^3
21.	0	$x(x^2-6t)$	1	1	1	0	0	$\boldsymbol{t}$	tx^3
22.	0	$x(x^2-6t)$	1	1	1	0	0	$\boldsymbol{t}$	tx^3
23.	0	$x(x^2-6t)$	1	0	0	1	0	$3t$	tx^3
24.	0	$x(x^2-6t)$	1	0	0	1	0	$3t$	tx^3
25.	x^3	$1-6x$	0	1	1	0	0	$1+t$	x^3+t
26.	x^3	$1-6x$	0	1	1	0	0	$1+t$	x^3+t
27.	0	x	1	0	0	1	0	t	xt