

Ονοματεπώνυμο: Μητρόπουλος Γιώργος

A.M: 1115202000128

1.1

Η υλοποίηση της σχετικής μεθόδου είναι στο αρχείο `syndyasmos_D_NR.m`

1.2

Η υλοποίηση του ερωτήματος είναι στο αρχείο `main.m`

	[a,b]	x0	xn	n
F1 (ρίζα -1)	[-1.125,-0.75]	-0.9375	-1	33
F1(ρίζα 2)	[1.995,2.0007]	2.0001	2	17
F2	[1.3125,1.3281]	1.3203	1.3191	13

Τα αρχικά διαστήματα ήταν: για την f1 με ρίζα -1 το [-3, 0], για την f1 με ρίζα 2 το [0, 10] και για την f2 το [-1, 3]

1.3

(Σημείωση: το μέγεθος του n είναι ίσο με τον αριθμό των επαναλήψεων που χρειαστηκε η μέθοδος της διχοτόμησης και του nr)

Η υλοποίηση του ερωτήματος είναι στο αρχείο `main.m`

Για P=1

● f1 με ρίζα -1

n	e_n	e_n+1/e_n
0.00000000	0.50000000	0.50000000
1.00000000	0.25000000	0.50000000
2.00000000	0.12500000	0.50000000
3.00000000	0.06250000	1.00000000
4.00000000	0.06250000	0.66428571
5.00000000	0.04151786	0.66510006
6.00000000	0.02761353	0.66563124
7.00000000	0.01838043	0.66598030

8.00000000	0.01224100	0.66621082
9.00000000	0.00815509	0.66636353
10.00000000	0.00543425	0.66646491
11.00000000	0.00362174	0.66653231
12.00000000	0.00241401	0.66657716
13.00000000	0.00160912	0.66660703
14.00000000	0.00107265	0.66662692
15.00000000	0.00071506	0.66664017
16.00000000	0.00047669	0.66664901
17.00000000	0.00031778	0.66665490
18.00000000	0.00021185	0.66665882
19.00000000	0.00014123	0.66666144
20.00000000	0.00009415	0.66666318
21.00000000	0.00006277	0.66666434
22.00000000	0.00004185	0.66666512
23.00000000	0.00002790	0.66666563
24.00000000	0.00001860	0.66666598
25.00000000	0.00001240	0.66666621
26.00000000	0.00000827	0.66666636
27.00000000	0.00000551	0.66666646
28.00000000	0.00000367	0.66666653
29.00000000	0.00000245	0.66666658
30.00000000	0.00000163	0.66666661
31.00000000	0.00000109	0.66666663
32.00000000	0.00000073	-

• f1 με ρίζα 2

n	e_n	e_{n+1}/e_n
0.00000000	3.00000000	0.16666667

1.00000000	0.50000000	1.50000000
2.00000000	0.75000000	0.16666667
3.00000000	0.12500000	1.50000000
4.00000000	0.18750000	0.16666667
5.00000000	0.03125000	1.50000000
6.00000000	0.04687500	0.16666667
7.00000000	0.00781250	1.50000000
8.00000000	0.01171875	0.16666667
9.00000000	0.00195312	1.50000000
10.00000000	0.00292969	0.16666667
11.00000000	0.00048828	1.50000000
12.00000000	0.00073242	0.16666667
13.00000000	0.00012207	1.00000000
14.00000000	0.00012207	0.00012205
15.00000000	0.00000001	0.00000000
16.00000000	0.00000000	-

● f2

n	e_n	e_n+1/e_n
0.00000000	-	-
1.00000000	1.00000000	0.50000000
2.00000000	2.50000000	1.00000000
3.00000000	1.00000000	2.00000000
4.00000000	0.18750000	4.00000000
5.00000000	0.57812500	8.00000000
6.00000000	0.37890625	16.00000000
7.00000000	0.47753906	32.00000000
8.00000000	0.44360352	0.00000000
9.00000000	0.42291260	Inf

10.00000000	0.42415021	0.79099250
11.00000000	0.42088488	0.78979016
12.00000000	0.00000000	-

Για P=2

• f1 με ρίζα -1

n	e_n	e_n+1/e_n
0.00000000	0.50000000	0.50000000
1.00000000	0.25000000	2.00000000
2.00000000	0.12500000	4.00000000
3.00000000	0.06250000	16.00000000
4.00000000	0.06250000	10.62857143
5.00000000	0.04151786	16.01961436
6.00000000	0.02761353	24.10525755
7.00000000	0.01838043	36.23312342
8.00000000	0.01224100	54.42452949
9.00000000	0.00815509	81.71137960
10.00000000	0.00543425	122.64148336
11.00000000	0.00362174	184.03652526
12.00000000	0.00241401	276.12901254
13.00000000	0.00160912	414.26769319
14.00000000	0.00107265	621.47568068
15.00000000	0.00071506	932.28763963
16.00000000	0.00047669	1398.50556320
17.00000000	0.00031778	2097.83243867
18.00000000	0.00021185	3146.82274526
19.00000000	0.00014123	4720.30820076
20.00000000	0.00009415	7080.53638107

21.00000000	0.00006277	10620.87864958
22.00000000	0.00004185	15931.39205102
23.00000000	0.00002790	23897.16215233
24.00000000	0.00001860	35845.81730396
25.00000000	0.00001240	53768.80003075
26.00000000	0.00000827	80653.27411996
27.00000000	0.00000551	120979.98525278
28.00000000	0.00000367	181470.05195575
29.00000000	0.00000245	272205.15201117
30.00000000	0.00000163	408307.80212261
31.00000000	0.00000109	612461.77724003
32.00000000	0.00000073	-

● f1 με ρίζα 2

n	e_n	e_n+1/e_n
0.00000000	3.00000000	0.16666667
1.00000000	0.50000000	3.00000000
2.00000000	0.75000000	0.22222222
3.00000000	0.12500000	12.00000000
4.00000000	0.18750000	0.88888889
5.00000000	0.03125000	48.00000000
6.00000000	0.04687500	3.55555556
7.00000000	0.00781250	192.00000000
8.00000000	0.01171875	14.22222222
9.00000000	0.00195312	768.00000000
10.00000000	0.00292969	56.88888889
11.00000000	0.00048828	3072.00000000
12.00000000	0.00073242	227.55555556
13.00000000	0.00012207	8192.00000000

```

14.00000000 0.00012207 0.99983728
15.00000000 0.00000001 0.00000000
16.00000000 0.00000000 -

```

• f2

```

0.00000000 - -
1.00000000 1.00000000 0.50000000
2.00000000 2.50000000 4.00000000
3.00000000 1.00000000 32.00000000
4.00000000 0.18750000 256.00000000
5.00000000 0.57812500 2048.00000000
6.00000000 0.37890625 16384.00000000
7.00000000 0.47753906 131072.00000000
8.00000000 0.44360352 0.00000000
9.00000000 0.42291260 Inf
10.00000000 0.42415021 516420.68174862
11.00000000 0.42088488 538058523028.17950439
12.00000000 0.00000000 -

```

1.4.

Παρατηρούμε ότι ο λόγος e_n/e_{n-1} είναι ίσος με $f''(\xi) / 2 f'(\xi)$. Συμφωνα με την θεωρία επιβεβαιώνεται δηλαδή ότι αριθμητικά η ασυμπτωτική σταθερά σφάλματος της N-R είναι ίση με $c = f''(\xi) / 2 f'(\xi)$, που είναι μικρότερο του 1. Η τάξη σύγκλισης είναι γραμμική, όπως περιμέναμε, μιας και, πχ για την ρίζα -1, είναι πολλαπλότητας 3, για αυτό ισχύει και $c < 1$

1.5

Η υλοποίηση του ερωτήματος είναι στο αρχείο `syndyasmos_D_T.m` και `main.m` Πινακάκι τελικών αποτελεσμάτων

	[a,b]	x0	xn	n
F1 (ρίζα -1)	[-1.125,-0.75]	-0.9375	-1	45
F1(ρίζα 2)	[1.995,2.0007]	2.0001	2	18

F2	[1.3125,1.3281]	1.3203	1.3191	14
----	-----------------	--------	--------	----

Τα αρχικά διαστήματα ήταν: για την f_1 με ρίζα -1 το $[-3, 0]$, για την f_1 με ρίζα 2 το $[0, 10]$ και για την f_2 το $[-1, 3]$

(Σημείωση: το μέγεθος του n είναι ίσο με τον αριθμο των επαναλήψεων που χρειαστηκε η μέθοδος της διχοτόμησης και της τέμνουσας)

$P = 1$

• **f_1 με ρίζα -1**

n	e_n	e_{n+1}/e_n
0.00000000	0.50000000	0.50000000
1.00000000	0.25000000	0.50000000
2.00000000	0.12500000	0.50000000
3.00000000	0.06250000	4.00000000
4.00000000	0.25000000	0.25000000
5.00000000	0.06250000	0.94907909
6.00000000	0.05931744	0.68155322
7.00000000	0.04042799	0.78151024
8.00000000	0.03159489	0.74323314
9.00000000	0.02348237	0.75825290
10.00000000	0.01780558	0.75274546
11.00000000	0.01340307	0.75506897
12.00000000	0.01012024	0.75433042
13.00000000	0.00763400	0.75473125
14.00000000	0.00576162	0.75466490
15.00000000	0.00434809	0.75475660
16.00000000	0.00328175	0.75477118
17.00000000	0.00247697	0.75480316
18.00000000	0.00186963	0.75481920
19.00000000	0.00141123	0.75483441

20.00000000	0.00106524	0.75484469
21.00000000	0.00080409	0.75485290
22.00000000	0.00060697	0.75485893
23.00000000	0.00045818	0.75486354
24.00000000	0.00034586	0.75486700
25.00000000	0.00026108	0.75486961
26.00000000	0.00019708	0.75487159
27.00000000	0.00014877	0.75487308
28.00000000	0.00011230	0.75487420
29.00000000	0.00008477	0.75487505
30.00000000	0.00006399	0.75487569
31.00000000	0.00004831	0.75487618
32.00000000	0.00003647	0.75487654
33.00000000	0.00002753	0.75487682
34.00000000	0.00002078	0.75487703
35.00000000	0.00001569	0.75487718
36.00000000	0.00001184	0.75487730
37.00000000	0.00000894	0.75487739
38.00000000	0.00000675	0.75487746
39.00000000	0.00000509	0.75487751
40.00000000	0.00000385	0.75487755
41.00000000	0.00000290	0.75487758
42.00000000	0.00000219	0.75487760
43.00000000	0.00000165	0.75487762
44.00000000	0.00000125	-

● **f1 με ρίζα 2**

n	e_n	e_n+1/e_n
0.00000000	3.00000000	0.16666667

1.00000000	0.50000000	1.50000000
2.00000000	0.75000000	0.16666667
3.00000000	0.12500000	1.50000000
4.00000000	0.18750000	0.16666667
5.00000000	0.03125000	1.50000000
6.00000000	0.04687500	0.16666667
7.00000000	0.00781250	1.50000000
8.00000000	0.01171875	0.16666667
9.00000000	0.00195312	1.50000000
10.00000000	0.00292969	0.16666667
11.00000000	0.00048828	1.50000000
12.00000000	0.00073242	0.16666667
13.00000000	0.00012207	6.00000000
14.00000000	0.00073242	0.16666667
15.00000000	0.00012207	0.00073200
16.00000000	0.00000009	0.00012206
17.00000000	0.00000000	-

● **f2**

n	e_n	e_n+1/e_n
0.00000000	-	-
1.00000000	1.00000000	0.50000000
2.00000000	2.50000000	0.50000000
3.00000000	1.00000000	0.50000000
4.00000000	0.18750000	0.50000000
5.00000000	0.57812500	0.50000000
6.00000000	0.37890625	0.50000000
7.00000000	0.47753906	0.50000000
8.00000000	0.44360352	1.00000000

9.00000000	0.41510010	1.00000000
10.00000000	0.44360352	0.15743698
11.00000000	0.42414257	0.00718558
12.00000000	0.42090502	0.00097902
13.00000000	0.00000000	-

P = 2

• f1 με ρίζα -1

n	e_n	e_{n+1}/e_n
0.00000000	0.50000000	1.00000000
1.00000000	0.25000000	0.50000000
2.00000000	0.12500000	0.50000000
3.00000000	0.06250000	4.00000000
4.00000000	0.25000000	0.25000000
5.00000000	0.06250000	0.94907909
6.00000000	0.05931744	0.68155322
7.00000000	0.04042799	0.78151024
8.00000000	0.03159489	0.74323314
9.00000000	0.02348237	0.75825290
10.00000000	0.01780558	0.75274546
11.00000000	0.01340307	0.75506897
12.00000000	0.01012024	0.75433042
13.00000000	0.00763400	0.75473125
14.00000000	0.00576162	0.75466490
15.00000000	0.00434809	0.75475660
16.00000000	0.00328175	0.75477118
17.00000000	0.00247697	0.75480316
18.00000000	0.00186963	0.75481920
19.00000000	0.00141123	0.75483441

20.00000000	0.00106524	0.75484469
21.00000000	0.00080409	0.75485290
22.00000000	0.00060697	0.75485893
23.00000000	0.00045818	0.75486354
24.00000000	0.00034586	0.75486700
25.00000000	0.00026108	0.75486961
26.00000000	0.00019708	0.75487159
27.00000000	0.00014877	0.75487308
28.00000000	0.00011230	0.75487420
29.00000000	0.00008477	0.75487505
30.00000000	0.00006399	0.75487569
31.00000000	0.00004831	0.75487618
32.00000000	0.00003647	0.75487654
33.00000000	0.00002753	0.75487682
34.00000000	0.00002078	0.75487703
35.00000000	0.00001569	0.75487718
36.00000000	0.00001184	0.75487730
37.00000000	0.00000894	0.75487739
38.00000000	0.00000675	0.75487746
39.00000000	0.00000509	0.75487751
40.00000000	0.00000385	0.75487755
41.00000000	0.00000290	0.75487758
42.00000000	0.00000219	0.75487760
43.00000000	0.00000165	0.75487762
44.00000000	0.00000125	-

● **f1 με ρίζα 2**

n	e_n	e_n+1/e_n
0.00000000	3.00000000	0.16666667

1.00000000	0.50000000	3.00000000
2.00000000	0.75000000	0.22222222
3.00000000	0.12500000	12.00000000
4.00000000	0.18750000	0.88888889
5.00000000	0.03125000	48.00000000
6.00000000	0.04687500	3.55555556
7.00000000	0.00781250	192.00000000
8.00000000	0.01171875	14.22222222
9.00000000	0.00195312	768.00000000
10.00000000	0.00292969	56.88888889
11.00000000	0.00048828	3072.00000000
12.00000000	0.00073242	227.55555556
13.00000000	0.00012207	49152.00000000
14.00000000	0.00073242	227.55555556
15.00000000	0.00012207	5.99658382
16.00000000	0.00000009	1365.99950196
17.00000000	0.00000000	-

● f2

n	e_n	e_n+1/e_n
0.00000000	-	-
1.00000000	1.00000000	0.50000000
2.00000000	2.50000000	1.00000000
3.00000000	1.00000000	2.00000000
4.00000000	0.18750000	4.00000000
5.00000000	0.57812500	8.00000000
6.00000000	0.37890625	16.00000000
7.00000000	0.47753906	32.00000000
8.00000000	0.44360352	128.00000000

9.000000000	0.41510010	128.00000000
10.000000000	0.44360352	20.15193328
11.000000000	0.42414257	5.84204684
12.000000000	0.42090502	110.77328101
13.000000000	0.00000000	-

Σχολιασμός αποτελεσμάτων

Βλέπουμε αρχικά ότι η μέθοδος της τέμνουσας κάνει 41 επαναλήψεις για να βρει την ρίζα -1. Είναι δηλαδή πιο αργή από την N-R, αλλά αυτό είναι αναμενόμενο.

Μπορούμε να σημειώσουμε επίσης ότι η μέθοδος της τέμνουσας χρειάζεται λιγότερο χρόνο για τον υπολογισμό της προσεγγιστικής ρίζας καθώς για την μέθοδο της Newton-Raphson χρειαζόμαστε περισσότερους υπολογισμούς της συνάρτησης επειδή υπάρχει η πρώτη παράγωγος στον τύπο σε αντίθεση με τον τύπο της τέμνουσας που υπάρχει μόνο η συνάρτηση.

Ωστόσο, η Newton Raphson και η Τέμνουσα έχουν τάξη σύγκλισης γραμμική για την ρίζα -1. Παρατηρούμε όμως ότι η μέθοδο της Τέμνουσας χρειάζεται σχεδόν τις διπλάσιες επαναλήψεις από την Newton-Raphson για να βρει την ρίζα -1, το οποίο επαληθεύει το θεώρημα της σύγκλισης από τις διαφάνειες.

Εκτέλεση και προγράμματα

Το πρόγραμμα εκτελείται με το όνομα κυρίου αρχείου, main. Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει με menu μεταξύ των επιλογών 1 (για τον συνδυασμό διχοτόμησης και NR), 2 (για τον συνδυασμό διχοτόμησης και τέμνουσας) και 3 (γραφήματα των συναρτήσεων) Υλοποιήθηκαν τα αρχεία main.m, syndyasmos_D_NR.m, syndyasmos_D_T.m και graph.m. Τα αρχεία bisect_m.m, rf_newton2.m και temnousa.m χρησιμοποιήθηκαν έτοιμα από το e-class, ορισμένα με ελάχιστες τροποποιήσεις. Τέλος, όλα τα αρχεία αναπτύχθηκαν και εκτελέστηκαν με την χρήση του matlab.