Métodos Numéricos I

Maestría en Ciencia de Datos

Universidad de la Ciudad de Aguascalientes

Anuncios

- Próxima semana: Evaluación
  - Examen teórico
  - Examen practico

Auto vectores

Vectores propios

Definición

- v es un **autovector (vector propio)** de A, entonces se cumple que

$$Av = \lambda A$$

Av = un número por vectorERP

- Donde λ es un escalar llamado **valor propio** o **autovalor** asociado al autovector v

Calcular valores propios

Encontrando los valores de λ que satisfacen la **ecuación característica**:

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Ejemplo

Para matrices de 4x4

$$\det(A-\lambda I) = det\left(\begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}\right)$$

$$= det\left(\begin{bmatrix} a-\lambda & b & c & d \\ e & f-\lambda & g & h \\ i & j & k-\lambda & l \\ m & n & o & p-\lambda \end{bmatrix}\right)$$

Ejercicio

- Calcular la ecuación característica de las matrices de 3x3

Calcular vectores propios

Para cada valor propio λ, se resuelve el sistema de ecuaciones lineales:

$$(A - \lambda I)v = 0$$

Método de las Potencias

La sucesión

$$\frac{\lambda_1^{k+1} a_1 v_{1,j}}{\lambda_1^k a_1 v_{1,j}}$$

Converge al valor del valor propio mas grande.

Así también

$$\lambda^{-k} A^k v$$

Converge al valor propio asociado

Propiedades

- Cada matriz cuadrada tiene al menos un valor propio y su correspondiente autovector asociado.
- Los autovectores asociados a un mismo valor propio son linealmente dependientes.
- Si una matriz tiene n valores propios distintos, entonces sus correspondientes autovectores son linealmente independientes.

Usos

- Proporcionan información sobre las direcciones en las que un sistema evoluciona o cambia de manera estable o inestable.
- Son fundamentales en la descomposición espectral y en la diagonalización de matrices.
  - La diagonalización de una matriz permite simplificar cálculos.
- Se utilizan en técnicas como la descomposición en valores singulares (SVD) y el análisis de componentes principales (PCA).

Usos

- Proporcionan soluciones linealmente independientes y, en algunos casos, permiten obtener soluciones analíticas exactas.
- Se aplican en el análisis de redes y grafos para identificar nodos importantes, comunidades o estructuras subyacentes.
  - Por ejemplo, el algoritmo PageRank de Google

colab