УДК 004.942 DOI: 10.17587/prin.13.41-48

**E. B. Авдеев,** ассистент, j-avdeev@yandex.ru, Самарский национальный исследовательский университет

# О некоторых аспектах уточнения температурного распределения в разработанном программном инструментарии моделирования нагрева порошка лазером

Для изготовления прототипов и мелкосерийного производства все большую популярность завоевывает применение аддитивных технологий 3D-печати изделий. В статье представлены результаты разработки программного инструментария для моделирования нагрева порошка лучом лазера, плавления порошка и формирования области ванны расплава. Представленные результаты являются текущим состоянием исследований по разработке приложения для моделирования накопленных деформаций, возникающих в процессе селективного лазерного плавления (SLM). Технология SLM позволяет в короткие сроки изготовить изделие сложной формы. В качестве материала SLM предусматривает использование порошковых металлов и сплавов, включая титан, алюминий, нержавеющую сталь. Изготовленные по технологии SLM детали вследствие цикличного неравномерного нагревания и остывания частиц порошка подвержены появлению деформаций и трещин. Описано приложение, реализующее метод расчета геометрического размера ванны расплава в динамической постановке. Для сокращения вычислительных затрат используется метод адаптации сетки. Проведено сравнение результатов моделирования с данными натурных экспериментов. Проведена оценка эффективности адаптации сетки с точки зрения сокращения вычислительных затрат.

**Ключевые слова:** выборочная лазерная плавка, selective laser melting, SLM, аддитивные технологии, OpenFOAM

#### Введение

Аддитивные технологии (АТ) позволяют изготавливать трехмерные детали путем постепенного сплавления тонких слоев материала. Главным преимуществом АТ является возможность производства сложных или "индивидуальных" деталей без использования дорогостоящих инструментов, таких как штампы, пуансоны, литейные формы. Технология выборочной лазерной плавки (Selective Laser Melting, SLM) позволяет использовать в качестве материалов порошковые металлы и сплавы, включая титан, алюминий, нержавеющую сталь. Это делает технологию SLM очень востребованной для изготовления деталей, необходимых в медицине и аэрокосмической технике. При этом изготовленные детали, вследствие цикличного неравномерного нагревания и остывания частиц порошка, подвержены появлению деформаций и трещин. Задача разработки программного инструментария, позволяющего моделировать процесс 3D-печати методом SLM, возникла в ходе проекта по моделированию нагрева и плавления порошка лазером [1].

Приложение, реализующее модель процесса изготовления деталей методом выборочной лазерной плавки, позволяет получать результаты, хорошо

согласующиеся с экспериментальными данными. С использованием разработанного инструментального средства осуществляются настройки изготовления детали, такие как мощность лазера или иного источника теплоты, скорость перемещения лазерного луча, диаметр лазерного пятна. Это позволяет существенно сократить трудоемкость настройки оборудования и сократить стоимость изготовления деталей. Приложение, моделирующее процесс 3D-печати, также позволит прогнозировать и устранять возможное возникновение деформаций и трещин в изготавливаемой детали.

Согласно технологии SLM изготавливаемая деталь формируется путем поочередного нанесения тонкого слоя порошкового материала и его выборочного плавления с помощью лазерного луча или иного источника теплоты. Толщина каждого слоя составляет 20...100 мкм. Лазерный луч сплавляет частички металлического порошка и образует треки (сварные дорожки, сварные швы), которые располагаются на заданном расстоянии друг от друга. Последовательное сплавление расплавленного порошка с относительно холодной подложкой или ранее нанесенными слоями приводит к высоким градиентам температуры, термической деформации и возникновению

накопленных деформаций (inherent strains) [2, 3]. Накопленные деформации, в свою очередь, приводят к изменению формы (короблению) и образованию трещин в детали при остывании. В настоящей работе представлены результаты по разработке программного комплекса моделирования нагрева порошка лучом лазера, плавления порошка и формирования области — ванны расплава. Работа разрабатываемого приложения основана на использовании метода накопленных деформаций [4-6].

# Постановка задачи

На верхнем уровне систематизации процесс разработки программного инструментария был разделен на перечисленные далее этапы.

- 1. Моделирование распределения температуры в ванне расплава в стационарной постановке. Геометрия ванны расплава моделируется в зависимости от формы и кривой распределения энергии лазерного луча путем решения уравнения теплопроводности с граничными условиями: подложка/проплавленный слой, слой металлического порошка, среда инертного газа. Моделирование проводится методом конечных объемов. Решение уравнения происходит в стационарной постановке.
- 2. Моделирование распределения температуры в сплавляемом слое в динамической (нестационарной) постановке в зависимости от технологических параметров (таких как скорость и шаг движения луча лазера). Определение геометрии движущейся ванны расплава и распределения температуры в ванне расплава. Эти данные позволят описать фронт перехода из почти нулевой теплопроводности (вне фронта проводимости) к проводимости перед фронтом ванны расплава.
- 3. Решение задачи теплообмена и структурного анализа в верхнем слое конечных объемов, содержащем сплавляемый слой материала. Расчет накопленных деформаций в этом слое. Термическое напряжение рассчитывается на основе поля температур [7, 8] и на основе напряжений, связанных с изменением объема в ходе фазового перехода [9].
- 4. Решение задачи структурного анализа для конечных объемов нижних слоев. К граничным узлам верхнего слоя, в котором происходит сплавление, прикладывается нагрузка, вызванная накопленными деформациями [10, 11]. Рассчитывается упругая реакция в этих узлах от приложенной нагрузки.
- 5. Определение деформаций на основе рассчитанных деформаций в объеме детали. Инвертируя эти деформации в исходной 3D-модели выращиваемой детали, можно снизить воздействия термических напряжений.

В качестве основы для разработки программного инструментария используется открытая библиотека ОрепFOAM. Данная библиотека содержит большое число примеров моделирования задач механики сплошных сред, решателей и готовых реализаций граничных условий. При этом код всех модулей открыт, распространяется по лицензии GPL 3 и может быть использован для создания собственных решателей, реализующих собственные модели. Большая

часть исходного кода OpenFOAM написана на языке программирования C++.

# Основные модули разрабатываемого приложения

В Ореп FOAM процесс моделирования задач механики сплошных сред разделен на следующие этапы.

- 1. Подготовка геометрии 2D- или 3D-модели, объема, который будет использоваться для моделирования процесса.
- 2. Подготовка сетки разбиение рабочего объема, сформированного на предыдущем шаге, на конечные объемы или конечные элементы. На этом же шаге проводят выделение границ логически сгруппированных ячеек или границ ячеек.
- 3. Настройка граничных условий, когда необходимо задать начальные граничные условия для каждой границы, определенной на предыдущем шаге. Набор доступных граничных условий связан с выбранным решателем.
- 4. Запуск решателя решатель принимает на вход сетку, перечень границ, назначенных граничных условий. В решателе находится реализация одного или нескольких уравнений баланса. На основе этих уравнений и заданных начальных значений решатель итерационно формирует значения физических величин внутри геометрии вычислительного объема.

В соответствии с перечисленными этапами в приложении моделирования спекания металлического порошка можно выделить следующие модули: модуль разбиения вычислительного объема (построения сетки); модуль моделирования граничных условий; решатель.

В настоящее время в актуальной версии OpenFOAM отсутствуют полностью готовые решатели, позволяющие смоделировать процесс плавления порошка лазером. Тем не менее есть библиотеки, в том числе сторонние, которые можно использовать в качестве основы и значительно сократить трудозатраты по разработке приложения.

Для моделирования граничного условия передачи теплоты от лазера использовался сторонний модуль laserConvBC [12]. Модуль laserConvBC позволяет задать граничное условие, имитирующее нагрев лучом лазера. При этом задаются такие параметры, как мощность лазера, координаты точки лазера (X, Y, Z), направление луча лазера (dX, dY, dZ), размеры пятна (dX, dY), время нагрева и др. Дополнительно laserConvBC позволяет указать траекторию перемещения лазерного луча, если задача решается в динамической постановке.

В качестве основного метода используемого в решателе приложения выбран метод конечного объема (МКО). ОрепFOAM включает в себя необходимые библиотеки, которые можно использовать в качестве основы для реализации МКО. Для моделирования распределения температуры в сплавляемом слое в качестве основы выбран решатель библиотеки OpenFOAM — laplacianFoam, который позволяет получить решение уравнения баланса вида

$$\frac{\partial}{\partial t}(T) - \nabla (D_T \nabla T) = S_T, \tag{1}$$

где T — некоторая искомая скалярная величина, в рассматриваемой задаче это температура (K); t — время (c);  $D_T$  — коэффициент диффузии, в данном случае это коэффициент температуропроводности ( $M^2/c$ );  $S_T$  — коэффициент источников, в рассматриваемой задаче это источники теплоты и теплопередача "порошок—воздух".

Схематично все основные разработанные и модифицированные модули приложения представлены на рис. 1. Серым цветом на рис. 1 отмечены блоки, которые были модифицированы или полностью разработаны для реализации функциональных возможностей приложения. Белым цветом отмечены блоки, которые использовались без изменений. Например, в решатель laplacian Foam была интегрирована поддержка динамической сетки. Дополнительно в решатель laplacian Foam интегрирована библиотека laser ConvBC, реализующая граничное условие нагрева лучом лазера.

Рассмотрим подробнее модуль построения сетки. Для сокращения вычислительных затрат на моделирование в модуль построения сетки интегрирован модуль динамической адаптации сетки (Adaptive Mesh Refinement, AMR). Адаптация сетки проводится на основе матрицы-вектора оценок, формируемого в соответствующем модуле.

При моделировании процесса изготовления детали сложной формы вычислительные затраты достаточно велики. Для сокращения вычислительных затрат был использован метод, основанный на адаптации сетки. В одной из предыдущих работ автора [13] показано, что разбиение вычислительного домена на конечные объемы (построение сетки) влияет на сходимость итерационного решения и время вычисления задачи.

Выражение (1) после проведения дискретизации по пространству и времени может быть преобразовано и представлено в матричном виде:

$$Ax = b$$

где **A** — квадратная разреженная матрица  $n \times n$ , матрица коэффициентов дискретизации; **x** — вектор  $n \times 1$ ,

вектор искомых значений;  $\mathbf{b}$  — вектор  $n \times 1$ , вектор заданных значений.

Адаптация сетки проводится на основе поля **F**, которое, в свою очередь, формируется на основе матрицы дискретизации **A**:

$$f_i = \left| m_{ii} \right| + \sum_{i \neq i} \left| m_{ij} \right|,$$

$$f_i$$
 нормализованное =  $\frac{f_i}{\max(f_i)}$ ,

где  $m_{ii}$ ,  $m_{ij}$  — диагональные и недиагональные элементы матрицы  $\mathbf{M} = \mathbf{I} - \mathbf{A}$  соответственно;  $\mathbf{I}$  — единичная матрица.

Схематично процесс адаптации сетки в составе общего процесса моделирования изображен на рис. 2.

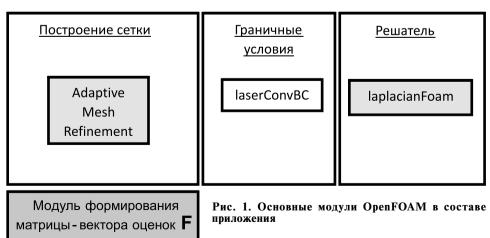
При моделировании распределения температуры были сделаны следующие допущения:

- слой порошкового материала моделируется как однородное и непрерывное твердое тело;
- распределение теплового потока внутри пятна нагрева, создаваемого лазерным лучом, от центра к краям моделируется в виде распределения Гаусса;
- модель не учитывает потери теплоты при переходе порошкового материала из твердого в расплавленное состояние;
  - пятно лазера имеет форму круга;
- коэффициент теплопередачи между расплавленным материалом и окружающей средой принят постоянным и независящим от температуры.

### Прикладная интерпретация

В описываемом далее примере представлены результаты моделирования распределения температуры в ванне расплава в нестационарной постановке. Геометрическая модель нагреваемого лазером порошка представляет собой параллелепипед толщиной 75 мкм (рис. 3).

Исходная "грубая" конечно-объемная модель содержит 25 000 элементов (размерность по осям X, Y, Z составляет 50, 50, 10 ячеек соответственно), тип конечных элементов — гексаэдры. Конечно-объемная



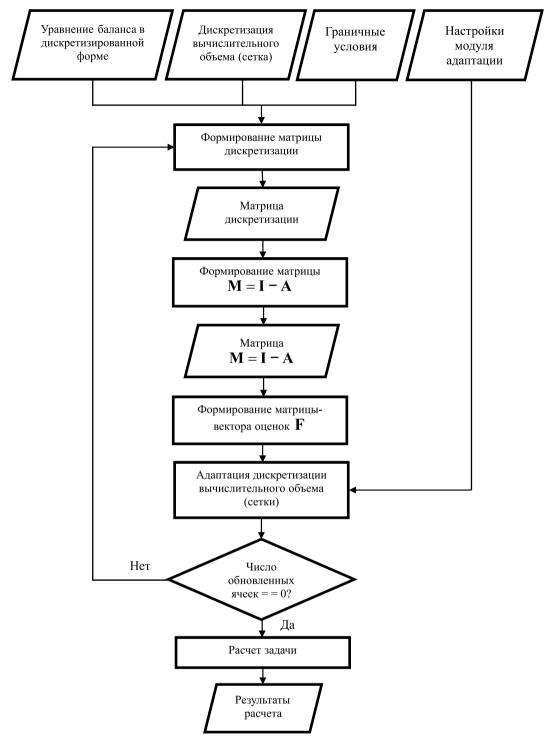


Рис. 2. Структурная схема информационной технологии адаптации сетки

модель (сетка) изображена на рис. 4. Далее этот расчетный случай обозначим как расчетный случай 1.

Для увеличения скорости сходимости итерационного решателя и для сокращения вычислительных затрат дополнительно генерируется адаптированный вариант сетки. Адаптированная сетка формируется на основе исходной сетки с помощью модифицированного решателя с добавленным модулем адаптации сетки. Решатель запускается на одну итерацию,

в ходе которой формируется матрица дискретизации и массив значений, на основе которого происходит непосредственно адаптация сетки.

Конечно-объемная модель адаптированного варианта изображена на рис. 5. Данный расчетный случай обозначим как 2.

Адаптированная сетка содержит в 100 000 элементов. Максимальное число 100 000 элементов было задано в настройках модуля адаптации.

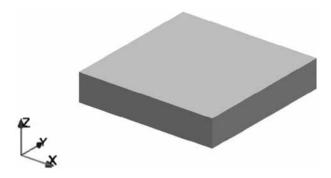


Рис. 3. Геометрия нагреваемого лазером слоя

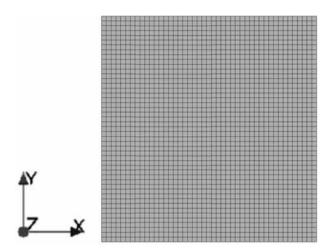


Рис. 4. Исходная равномерная конечно-объемная модель. Расчетный случай 1

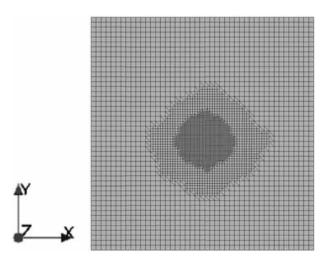


Рис. 5. Адаптированная конечно-объемная модель. Расчетный случай 2

Как видно на рис. 5, в центральной области конечно-объемной модели находятся более мелкие элементы, так как это потенциально позволит уменьшить вычислительную погрешность.

Для оценки эффективности адаптивной сетки был сформирован расчетный случай 3 с измельченной сеткой, изображенной на рис. 6 (размерность по осям X, Y, Z составляет 100, 100 и 20 ячеек соответственно).

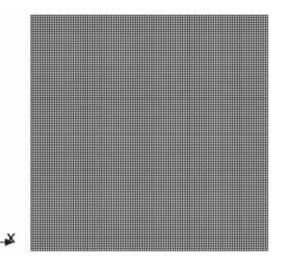


Рис. 6. Конечно-объемная модель. Расчетный случай 3

Для оценки точности моделирования разработанного приложения использовались результаты моделирования, приведенные в работе [14]. Эти результаты получены с помощью программного пакета Ansys. В указанной работе авторы приводят подробное описание граничных условий, полученных результатов и сравнение с экспериментальными данными. Поэтому сравнение с работой [14] позволяет оценить погрешность моделирования с помощью разработанного приложения. Для того чтобы сравнить полученные результаты с опубликованными в работе [14], использовались такие же граничные условия, как и в работе [14]. Граничные условия представлены на рис. 7. Детально граничные условия описаны в табл. 1.

Таблица 1 Граничные условия задачи

•		
Параметр Значе		
Толщина слоя порошка	75 мкм	
Температура окружающей среды	293 K	
Коэффициент теплопередачи порошок-воздух	10 Bт/(м <sup>2</sup> ·°С)	
Мощность лазера	300 Вт	
Скорость перемещения пятна лазера	1,6 мм/с	

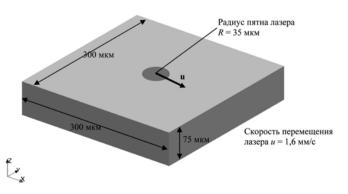


Рис. 7. Граничные условия задачи

#### Сравнение точности решения

	Результаты в работе [14]	Расчетный случай		
Параметр		1 (исходная сетка)	2 (адаптированная сетка)	3 (мелкая сетка)
Диаметр ванны расплава, мкм	140	125	147	145
Глубина ванны расплава, мкм	51	32	41	41
Диаметр ванны расплава, отличие от [14], %	0	-11	+5	+4
Глубина ванны расплава, отличие от [14], %	0	-48	-20	-20

При сравнении точности в качестве сравниваемых параметров выбраны продольная, поперечная длина и глубина ванны расплава. В качестве области ванны расплава принималась область, в которой температура материала достигала 660 К и выше.

На рис. 8 (см. вторую сторону обложки) изображено полученное в результате расчета распределение температуры, приведенное в работе [14].

На рис. 9—11 (см. вторую и третью стороны обложки) изображены распределения температуры случаев: 1 — исходная грубая сетка; 2 — адаптированная сетка; 3 — мелкая сетка. Для визуального сравнения формы распределения температуры на рис. 9—11 использовалась одинаковая шкала.

Было также получено и проведено сравнение с результатами работы [14] распределение температуры в сечении. На рис. 12 приведено расположение плоскости сечения, в которой показано распределение температуры на рис. 13—16 (см. третью и четвертую стороны обложки).

Для сравнения полученные результаты расчетов сведены в табл. 2. В табл. 2 показано отклонение значений величин, полученных в расчетных случаях 1, 2, 3, от результатов работы [14]. Отклонения связаны с различной реализацией математических моделей в Ansys и OpenFOAM. При этом отклонения результатов, полученных в расчетных случаях 2 и 3, меньше, чем полученные в расчетном случае 1.

На рис. 17 (см. четвертую сторону обложки) представлены графики убывания невязок для всех расчетных случаев. Под невязкой в данном случае подразумевается разница между известными значениями и соответствующими значениями, полученными с использованием приближенных неизвестных значений для заданной итерации. Например, пусть требуется найти такое x, что значение функции:

$$f(x) = b$$
.

Примем, что задача решается итерационным методом. Для расчета невязки для итерации 5 необходимо подставить приближенное значение  $x_5$ , вместо x:

$$b-f(x_5)$$
.

На рис. 17 (см. четвертую сторону обложки) видно, что в расчетных случаях 2 и 3 невязка уменьшается

Таблица 3 Вычислительное время расчетов

Расчетный случай	Вычислительное время, с
1 (исходный)	2
2 (адаптированный)	8
3 (измельченный)	28

немного быстрее, чем в расчетном случае 1. Это связано с тем, что конечно-объемная модель с большим числом элементов позволяет снизить погрешности, вызванные неортогональностью и скошенностью ячеек. Число элементов конечно-объемной модели также влияет на вычислительные затраты расчетного случая.

В табл. 3 для сравнения приведено вычислительное время, необходимое для расчета распределения температуры на одном шаге лазера. Для расчетного случая 2 время указано с учетом вычислительного времени на адаптацию.

Как видно из данных табл. 3, вычислительное время в расчетном случае 3 намного превышает вычислительное время расчетных случаев 1 и 2. Это связано с большим числом элементов конечно-объемной модели в расчетном случае 3, что потребовало значительных вычислительных ресурсов.

## Заключение

Продемонстрировано текущее состояние разработки приложения для моделирования процесса изготовления деталей по технологии SLM. Приложение позволяет моделировать нагревание порошка лазером и анализировать форму ванны расплава. Продемонстрирована согласованность полученных результатов с опубликованными экспериментальными данными. Отклонение от экспериментальных данных составляет не более 20 %.

Продемонстрировано также, что применение адаптации сетки позволяет повысить сходимость решения задачи и снизить вычислительные затраты. Использование адаптации сетки позволяет сократить время расчета задачи более чем в 3 раза.

Исходный код решателя и решаемой задачи доступны по ссылке [15].

#### Список литературы

1. **Avdeev E. V.** Steady state numerical calculation of the melt-pool shape // Journal of Pysics: Conference Series. 2019. Vol. 1368, Issue 4. URL: https://iopscience.iop.org/artic le/10.1088/1742-6596/1368/4/042069/pdf

2. Lewis G., Schlienger E. Practical considerations and capabilities for laser assisted direct metal deposition // Mater Des.

2000. Vol. 21, No. 4. P. 417-423.

- 3. Mercelis P., Kruth J. Residual stresses in selective laser sintering and selective laser melting // Rapid Prototyp. 2006. Vol.12,
- No. 5. P. 254–265.
  4. **Ueda Y., Fukuda K., Tanigawa M.** New measuring method of three residual stresses based on theory of inherent strain (welding mechanics, strength & design) // Transactions of JWRI. 1979.
- 5. Yuan M., Ueda Y. Prediction of residual stresses in welded T- and I-joints using inherent strains // Journal of engineering materials and technology. 1996. Vol. 118. P. 229—234.

  6. **Hill M., Nelson D.** The inherent strain method for residual
- stress determination and its application to a long welded joint // ASME-PUBLICATIONS-PVP. 1995. Vol. 318. URL: https://citeseerx.ist.psu. edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.30.2893&rep=rep1&type=pdf
- 7. Lindgren L-E. Finite element modeling and simulation of welding part 1: increased complexity // J Therm Stresses. 2001. Vol. 24, No. 2. P. 141–192.

- 8. Lindgren L-E. Finite element modeling and simulation of welding part 2: improved material modeling // J Therm Stresses.
- 2001. Vol. 24, No. 3. P. 195—231.

  9. **DebRoy T.** A perspective on residual stresses in welding // Sci Technol Weld Join, 2011. Vol. 16, No. 3. P. 204–208.

  10. Martukanitz R., Michaleris P., Palmer T., DebRoy T.,
- Liu Z.-K., Otis R. Towards an integrated computational system for describing the additive manufacturing process for metallic materials // Addit Manuf. 2014. Vol. 1-4. P. 52-63.
- 11. Michaleris P. Modeling metal deposition in heat transfer analyses of additive manufacturing processes // Finite Elem Anal Des. 2014. Vol. 86. P. 51—60.

  12. **Holzmann T.** laserConvectionBC. URL: https://bitbucket.
- org/shor-ty/laserconvectionbc/src/master/
- 13. Avdeev E., Fursov V., Ovchinnikov V. An adaptive mesh refinement in the finite volume method // 2015 Computer Science. URL: https://doi.org/10.18287/1613-0073-2015-1490-
- 14. Han Q., Setchi R., Evans S., Qui C. Three-dimensional finite element thermal analysis in selective laser melting of Al—Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> powder // 2016 Solid Freeform Fabrication 2016: Proceedings of the 27th Annual International Solid Freeform Symposium. URL: http://utw10945.utweb.utexas.edu/sites/default/files/2016/010-
- 15. LaserCase OpenFOAM. URL: https://github.com/j-avdeev/ LaserCase

# On some Aspects of the Refinement of the Temperature Distribution in the Developed Software Toolkit for Modeling Powder Heating by a Laser

E. V. Avdeev, j-avdeev@yandex.ru, Samara National Research University, Samara, 443086, Russian Federation

Corresponding author:

Avdeev Evgeniy V., Assistant, Samara National Research University, Samara, 443086, Russian Federation E-mail: j-avdeev@yandex.ru

> Received on October 31, 2021 Accepted on November 17, 2021

Nowadays, the use of additive manufacturing is gaining popularity. The cost of product manufacturing with additive manufacturing (AM) in large-scale production is usually higher than the traditional technologies (for example, casting, milling), therefore AM is often used for prototyping and small-scale production.

The paper presents results of powder heating by a laser beam modeling, powder melting modeling, and area-bath melt formation. The presented results are part of the work of solver development for modeling the selective laser melting (SLM) process. SLM technology makes it possible to manufacture a product with a complex shape in a fairly short time. As a material SLM provides for the use of powder metals and alloys, including titanium, aluminum, stainless steel. In this case, the shape of the manufactured parts is often prone to deformations and cracks. The reason for the deformation is the presence of inherited stresses due to cyclic uneven heating and cooling, arising during layer-by-layer melting of powder particles. To solve this problem, it was decided to develop a software tool that would analyze the manufacturing process and correct it, reducing the occurrence of residual stresses.

The article presents the results of modeling and calculating the geometric size of the melt pool in a dynamic setting. A comparison is made between the results obtained in the course of this work and the results of expe-

Modeling the selective fusion process entails high computational costs. The article presents a method based on mesh adaptation, which allows to reduce the computational costs of modeling. The analysis of the effectiveness of this method is carried out.

Keywords: selective laser melting, selective laser melting, SLM, additive technologies, OpenFOAM

For citation:

**Avdeev E. V.** On some Aspects of the Refinement of the Temperature Distribution in the Developed Software Toolkit for Modeling Powder Heating by a Laser, *Programmnaya Ingeneria*, 2022, vol. 13, no. 1, pp. 41–48.

DOI: 10.17587/prin.13.41-48

#### References

- 1. **Avdeev E. V.** Steady state numerical calculation of the melt-pool shape, *Journal of Pysics: Conference Series*, 2019, vol. 1368, issue 4, available at: https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1368/4/042069/pdf
- 2. **Lewis G., Schlienger E.** Practical considerations and capabilities for laser assisted direct metal deposition, *Mater Des.*, 2000, vol. 21, no. 4, pp. 417—423.
- 3. **Mercelis P., Kruth J.** Residual stresses in selective laser sintering and selective laser melting, *Rapid Prototyp.*, 2006, vol. 12, no. 5, pp. 254—265.
- 4. **Ueda Y., Fukuda K., Tanigawa M.** New measuring method of three residual stresses based on theory of inherent strain (welding mechanics, strength & design), *Transactions of JWRI*, 1979, vol. 8, pp. 249—256.
- 5. **Yuan M., Ueda Y.** Prediction of residual stresses in welded T- and I-joints using inherent strains, *Journal of engineering materials and technology*, 1996, vol. 118, pp. 229—234.
- 6. **Hill M., Nelson D.** The inherent strain method for residual stress determination and its application to a long welded joint, *ASME-PUBLICATIONS-PVP*, 1995, vol. 318, available at: https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.30.2893&rep=rep1&type=pdf
- 7. **Lindgren L-E.** Finite element modeling and simulation of welding part 1: increased complexity, *J Therm Stresses*, 2001, vol. 24, no. 2, pp. 141—192.

- 8. **Lindgren L.-E.** Finite element modeling and simulation of welding part 2: improved material modeling, *J Therm Stresses*, 2001, vol. 24, no. 3, pp. 195—231.
- 9. **DebRoy T.** A perspective on residual stresses in welding, *Sci Technol Weld Join*, 2011, vol.16, no. 3, pp. 204—208.
- 10. **Martukanitz R., Michaleris P., Palmer T., DebRoy T., Liu Z-K., Otis R.** Towards an integrated computational system for describing the additive manufacturing process for metallic materials, *Addit Manuf.*, 2014, vol. 1-4, pp. 52—63.
- 11. **Michaleris P.** Modeling metal deposition in heat transfer analyses of additive manufacturing processes, *Finite Elem Anal Des.*, 2014, vol. 86, pp. 51–60.
- 12. **Holzmann T.** laserConvectionBC, available at: https://bit-bucket.org/shor-ty/laserconvectionbc/src/master/
- 13. **Avdeev E., Fursov V., Ovchinnikov V.** An adaptive mesh refinement in the finite volume method, *2015 Computer Science*, available at: https://doi.org/10.18287/1613-0073-2015-1490-234-241
- 14. Han Q., Setchi R., Evans S., Qui C. Three-dimensional finite element thermal analysis in selective laser melting of Al-Al2O3 powder, 2016 Solid Freeform Fabrication 2016: Proceedings of the 27th Annual International Solid Freeform Symposium, available at: http://utw10945.utweb.utexas.edu/sites/default/files/2016/010-Han.pdf
- 15. **LaserCase** OpenFOAM, available at: https://github.com/j-avdeev/LaserCase

**ООО "Издательство "Новые технологии".** 107076, Москва, ул. Матросская Тишина, д. 23, стр. 2 Технический редактор *Е. М. Патрушева* 

Сдано в набор 23.11.2021 г. Подписано в печать 23.12.2021 г. Формат 60×88 1/8. Заказ Р1121 Шена свободная.

Оригинал-макет ООО "Адвансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Адвансед солюшнз". 119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru