**1. Пространство элементарных событий. Классификация случайных событий. Алгебра событий.**

1. **Пространство элементарных событий (Ω):** Это множество всех возможных исходов случайного эксперимента. Каждый элемент этого пространства представляет собой элементарное событие.
2. **Случайные события:** События, происходящие в результате случайного эксперимента. Они подразделяются на:
   * *Достоверные события:* Те, которые обязательно произойдут.
   * *Невозможные события:* Те, которые не могут произойти.
   * *Случайные события:* Те, которые могут произойти или не произойти в зависимости от случайных условий.
3. **Алгебра событий:** Множество всех возможных событий, которое можно комбинировать с использованием операций объединения, пересечения и дополнения. Алгебра событий образует алгебраическую структуру.

**2. Статистическое определение вероятности**

Статистическое определение вероятности основывается на частотном подходе и определяет вероятность события как предел относительной частоты его возникновения при большом числе испытаний. По формуле:

*P*(*A*)=lim*n*→∞​*nn*(*A*)​

где *P*(*A*) - вероятность события *n*(*A*) - число благоприятных исходов, *n* - общее число испытаний. Это определение предполагает, что при увеличении числа испытаний относительная частота сходится к фиксированному значению, которое и является вероятностью события.

**3. Элементы комбинаторики: размещения, сочетания, перестановки.**

1. **Перестановки (n!):** Это способы упорядоченного размещения элементов. Если у нас есть *n* элементов, то число перестановок равно факториалу *n* (обозначается как !*n*!).

Пример: Для трех элементов (A, B, C) возможны перестановки ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

1. **Сочетания (C(n, k)):** Это способы выбора подмножеств из *n* элементов без учета порядка. Число сочетаний обозначается как *C*(*n*,*k*) и определяется как *k*!⋅(*n*−*k*)!*n*!​.

Пример: Из множества {A, B, C} можно выбрать сочетания из двух элементов: AB, AC, BC.

1. **Размещения (A(n, k)):** Это упорядоченные комбинации элементов. Число размещений обозначается как *A*(*n*,*k*) и равно (*n*−*k*)!*n*!​.

Пример: Размещения из двух элементов множества {A, B, C} включают AB, AC, BA, BC, CA, CB.

**4. Классическое определение вероятности**

Классическое определение вероятности применяется в ситуациях, где все исходы равновозможны и эксперимент имеет равномерное распределение вероятностей. В этом случае вероятность события *A* вычисляется по формуле:

*P*(*A*)=Общее число возможных исходовЧисло благоприятных исходов для события *A*​

**5. Геометрическое определение вероятности.**

Геометрическое определение вероятности связано с измерением геометрических фигур. Если каждому исходу случайного эксперимента можно поставить в соответствие геометрическую область, то вероятность события *A* определяется как отношение меры (длины, площади, объема и т.д.) геометрической области, соответствующей событию *A*, к мере всей области, представляющей все возможные исходы эксперимента. Формально: *P*(*A*)=Мера области всех возможных исходовМера геометрической области, соответствующей *A*​

**6. Аксиоматическое построение теории вероятностей**

1. **Аксиома неотрицательности:** Вероятность любого события не может быть отрицательной: *P*(*A*)≥0 для любого события *A*.
2. **Аксиома нормировки:** Вероятность всего пространства элементарных событий равна 1: (Ω)=1*P*(Ω)=1, где ΩΩ - пространство элементарных событий.
3. **Аксиома аддитивности:** Для любой последовательности попарно непересекающихся событий *A*1​,*A*2​,…: *P*(*A*1​∪*A*2​∪…)=*P*(*A*1​)+*P*(*A*2​)+…

**7. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей**.

словная вероятность события *A* при условии, что событие *B* уже произошло, обозначается как *P*(*A*∣*B*) и определяется как: *P*(*A*∣*B*)=*P*(*B*)*P*(*A*∩*B*)​

где *P*(*A*∩*B*) - вероятность одновременного наступления событий *A* и *B*, а*P*(*B*) - вероятность события *B*.

**Теорема умножения вероятностей:**

Теорема умножения вероятностей утверждает, что вероятность одновременного наступления двух событий *A* и *B* равна произведению условной вероятности *A* при условии *B* на вероятность события *B*: *P*(*A*∩*B*)=*P*(*A*∣*B*)⋅*P*(*B*)

8. Формула полной вероятности

Формула полной вероятности используется для расчета вероятности события �*A*, учитывая различные случаи (гипотезы) или группы событий �1,�2,…,��*B*1​,*B*2​,…,*Bn*​, которые образуют полную группу исчерпывающих гипотез. Формула выглядит следующим образом:

*P*(*A*)=∑*i*=1*n*​*P*(*A*∣*Bi*​)⋅*P*(*Bi*​)

где:

* *P*(*A*) - вероятность события �*A*,
* )*P*(*A*∣*Bi*​) - условная вероятность события �*A* при условии ��*Bi*​,
* *P*(*Bi*​) - вероятность гипотезы ��*Bi*​.

9. Формула Байеса

*P*(*A*∣*B*)=*P*(*B*)*P*(*B*∣*A*)⋅*P*(*A*)​

где:

*P*(*A*∣*B*) - вероятность гипотезы �*A* при условии �*B* (апостериорная вероятность),

* )*P*(*B*∣*A*) - вероятность наступления события *B* при условии, что гипотеза *A* верна,

*P*(*A*) - априорная вероятность гипотезы *A* (вероятность до учета новой информации),

* *P*(*B*) - полная вероятность наступления события �*B*.

10.Повторение независимых опытов. Формула Бернулли

Формула Бернулли выглядит следующим образом:

*P*(*X*=*k*)=*Cnk*​⋅*pk*⋅(1−*p*)*n*−*k* где:

* *P*(*X*=*k*) - вероятность получения �*k* успехов,
* *Cnk*​ - биномиальный коэффициент, число сочетаний из �*n* по �*k*,
* *p* - вероятность успеха в одном опыте,
* (1−*p*) - вероятность неудачи в одном опыте,
* *n* - общее число повторений опыта.

11.Закон распределения дискретной случайной величины

Закон распределения дискретной случайной величины описывает вероятности всех возможных значений этой величины. Пусть �*X* - дискретная случайная величина, а �(�=�)*P*(*X*=*x*) - вероятность того, что �*X* примет значение �*x*.

Математически это выражается как: *P*(*X*=*xi*​)=*pi*​

* *xi*​ - конкретное значение случайной величины,
* *pi*​ - вероятность того, что случайная величина примет значение ��*xi*​.

Сумма всех вероятностей в законе распределения должна равняться 1:

∑*i*​*P*(*X*=*xi*​)=1

**12.Функция распределения случайной величины и её свойства**

Функция распределения случайной величины *X*, обозначаемая *FX*​(*x*), определяется как вероятность того, что случайная величина *X* примет значение, меньшее или равное *x*. Формально: *FX*​(*x*)=*P*(*X*≤*x*)

**Свойства функции распределения:**

1. **Неубывающая:** *FX*​(*x*1​)≤*FX*​(*x*2​)для *x*1​≤*x*2​ Функция распределения всегда не убывает при увеличении аргумента.
2. **Ограниченная:** 0≤*FX*​(*x*)≤1 Значения функции распределения находятся в пределах от 0 до 1.
3. **Непрерывная слева:** lim*x*→*a*−​*FX*​(*x*)=*FX*​(*a*) Функция распределения непрерывна слева в каждой точке.
4. **Верхняя граница:** lim*x*→∞​*FX*​(*x*)=1

**13.Плотность вероятностей и её свойства**

Плотность вероятности является функцией, которая описывает вероятностное распределение случайной величины. Она обычно обозначается как f(x) или p(x) и имеет следующие свойства:

Неотрицательность: Значения плотности вероятности должны быть неотрицательными для всех значений случайной величины: f(x) ≥ 0.

Нормировка: Интеграл плотности вероятности по всем возможным значениям случайной величины должен равняться 1: ∫ f(x) dx = 1. Это означает, что общая вероятность события, которое происходит, равна 1.

Вероятность в интервале: Вероятность того, что случайная величина принимает значение в определенном интервале, может быть вычислена как интеграл плотности вероятности в этом интервале: P(a ≤ X ≤ b) = ∫[a, b] f(x) dx.

Нулевая вероятность в точке: Вероятность получить определенное точечное значение случайной величины, заданное плотностью вероятности, равна нулю: P(X = c) = ∫{c} f(x) dx = 0. Это означает, что вероятность получить конкретное значение случайной величины, включая непрерывные случайные величины, равна нулю.

**14.Числовые характеристики положения случайной величины.**

Числовые характеристики положения случайной величины используются для определения ее типичного значения или центральной точки распределения. Некоторые из основных числовых характеристик положения включают:

Математическое ожидание (expected value): Математическое ожидание случайной величины, также называемое средним значением или средним, обозначается как E(X). Оно представляет собой сумму произведений значений случайной величины на их вероятности. Математическое ожидание является центральной точкой распределения и представляет типичное значение случайной величины.

Медиана (median): Медиана случайной величины представляет собой значение, которое разделяет распределение на две равные части, где 50% значений находятся выше медианы, а 50% значений находятся ниже. Медиана является робастной характеристикой положения, нечувствительной к выбросам.

Мода (mode): Мода случайной величины - это значение, которое встречается с наибольшей частотой в распределении. В случае многомодального распределения может быть несколько мод.

Квантили (quantiles): Квантили разделяют распределение на равные части. Например, первый квантиль (25-й процентиль) определяет значение, ниже которого находится 25% значений, а третий квантиль (75-й процентиль) определяет значение, ниже которого находится 75% значений. Квантили позволяют изучать положение значений внутри распределения.

Эти числовые характеристики положения помогают понять типичное или центральное значение случайной величины и ее положение в распределении. Математическое ожидание представляет среднее значение, медиана представляет значение, разделяющее распределение пополам, а мода представляет наиболее часто встречающееся значение. Квантили позволяют определить положение значений внутри распределения и изучить процентные доли значений.

**15.Числовые характеристики рассеивания случайной величины**

Числовые характеристики рассеяния случайной величины измеряют степень распределения значений случайной величины вокруг ее среднего значения. Некоторые из основных числовых характеристик рассеяния включают:

Дисперсия (variance): Дисперсия случайной величины определяет среднюю квадратичную разницу между значениями случайной величины и ее средним значением. Дисперсия обозначается как Var(X) или σ^2 и вычисляется следующим образом:

Var(X) = E[(X - E(X))^2]

где X - случайная величина, E(X) - математическое ожидание (среднее значение) случайной величины. Корень из дисперсии называется стандартным отклонением и обозначается как σ.

Среднеквадратическое отклонение (standard deviation): Среднеквадратическое отклонение является положительным квадратным корнем из дисперсии и измеряет разброс значений случайной величины относительно ее среднего значения.

Коэффициент вариации (coefficient of variation): Коэффициент вариации является отношением стандартного отклонения к среднему значению случайной величины. Он измеряет относительную меру изменчивости случайной величины и позволяет сравнивать распределения с разными средними значениями.

Межквартильный размах (interquartile range): Межквартильный размах представляет разницу между третьим и первым квартилями распределения. Он измеряет разброс значений случайной величины в центральной половине распределения и является робастной мерой рассеяния, устойчивой к выбросам.

Эти числовые характеристики рассеяния помогают оценить, насколько значения случайной величины распределены вокруг ее среднего значения. Чем больше дисперсия или стандартное отклонение, тем больше разброс значений. Коэффициент вариации позволяет сравнить изменчивость разных случайных величин относительно их средних значений. Межквартильный размах предоставляет информацию о концентрации значений вокруг медианы и устойчив к выбросам.

**16.Моменты случайных величин. Асимметрия и эксцесс**

Моменты случайных величин - это числовые характеристики, которые описывают форму распределения и поведение случайной величины. Моменты определены с использованием моментных функций, которые являются функциями от случайной величины.

n-й момент случайной величины X определяется следующим образом: μ\_n = E(X^n),

где E обозначает математическое ожидание (среднее значение). Особые значения моментов включают:

Первый момент (n = 1) - это математическое ожидание (среднее значение) случайной величины.

Второй момент (n = 2) - это дисперсия случайной величины.

Третий момент (n = 3) - это коэффициент асимметрии.

Четвертый момент (n = 4) - это коэффициент эксцесса.

Асимметрия (skewness) - это мера несимметричности распределения случайной величины. Она определяется третьим моментом (μ\_3) и стандартным отклонением (σ):

асимметрия = μ\_3 / σ^3

Если асимметрия равна 0, то распределение симметрично.

Если асимметрия положительна, то распределение смещено вправо (есть более длинный правый хвост).

Если асимметрия отрицательна, то распределение смещено влево (есть более длинный левый хвост).

Эксцесс (kurtosis) - это мера остроты или плоскости распределения случайной величины. Он определяется четвертым моментом (μ\_4) и стандартным отклонением (σ):

эксцесс = μ\_4 / σ^4 - 3

Если эксцесс равен 0, то распределение является мезокуртотическим и имеет нормальную форму.

Если эксцесс положительный (больше 0), то распределение имеет более острые пики и более тяжелые хвосты, чем нормальное распределение (называется "островершинность").

Если эксцесс отрицательный (меньше 0), то распределение имеет более плоские пики и более легкие хвосты, чем нормальное распределение (называется "плоскость").

Асимметрия и эксцесс важны для анализа формы распределения случайной величины и могут указывать на отклонения от нормальности. Они помогают понять характеристики данных и выбрать соответствующие статистические методы для анализа и выводов.

**17.Характеристическая функция**

Характеристическая функция (characteristic function) - это функция, определенная для случайной величины, которая полностью описывает ее распределение. Она является комплекснозначной функцией и определяется как математическое ожидание комплексной экспоненты, возведенной в комплексное значение случайной величины.

Для случайной величины X характеристическая функция обозначается как φ(t) или ϕ(t) и определяется следующим образом:

φ(t) = E(e^(itX))

где i - мнимая единица (i^2 = -1), t - действительное число, X - случайная величина.

Некоторые свойства характеристической функции:

Унитарность: Характеристическая функция всегда равна 1 при t = 0, то есть φ(0) = 1.

Непрерывность: Характеристическая функция является непрерывной функцией t.

Единственность: Если две случайные величины имеют одинаковые характеристические функции, то они имеют одинаковые распределения.

Связь с моментами: Из характеристической функции можно получить моменты случайной величины. Например, производная характеристической функции в нуле дает первый момент случайной величины, а производные более высокого порядка дают центральные моменты.

Связь с функцией распределения: Характеристическая функция является преобразованием Фурье функции распределения случайной величины. Обратное преобразование Фурье характеристической функции дает функцию распределения.

Характеристическая функция является мощным инструментом в теории вероятностей и статистике, поскольку она позволяет исследовать свойства случайных величин, включая их распределения, моменты, сходимость и другие характеристики.

**18.Биномиальный закон распределения и его числовые характеристики**

Биномиальный закон распределения является дискретным распределением вероятностей, которое моделирует количество успешных и неуспешных исходов в серии независимых бинарных экспериментов. Он основан на двух параметрах: вероятности успеха в отдельном эксперименте (p) и общего числа экспериментов (n).

Функция вероятности (probability mass function, PMF) биномиального распределения задается следующим образом:

P(X = k) = C(n, k) \* p^k \* (1-p)^(n-k)

где X - случайная величина, равная числу успешных исходов, k - неотрицательное целое число, C(n, k) - биномиальный коэффициент, равный числу сочетаний из n по k (C(n, k) = n! / (k! \* (n-k)!)), p - вероятность успеха в каждом отдельном эксперименте, (1-p) - вероятность неуспеха в каждом отдельном эксперименте.

Некоторые числовые характеристики биномиального распределения:

Среднее значение (математическое ожидание): E(X) = n \* p. Это представляет собой ожидаемое количество успешных исходов в серии экспериментов.

Дисперсия: Var(X) = n \* p \* (1-p). Дисперсия измеряет разброс значений случайной величины вокруг ее среднего значения. Корень из дисперсии называется стандартным отклонением.

Формула для биномиального коэффициента: C(n, k) = n! / (k! \* (n-k)!). Биномиальный коэффициент показывает количество возможных сочетаний k успешных исходов из общего числа n экспериментов.

Биномиальное распределение широко применяется в статистике и вероятностной теории, особенно при моделировании серий экспериментов с двоичными исходами, таких как монетки, испытания на успех/неудачу, опросы и другие. Оно позволяет оценить вероятности различных исходов и исследовать статистические свойства серий экспериментов

**19.Закон распределения Пуассона**

Закон распределения Пуассона - это дискретное распределение вероятностей, которое моделирует количество редких событий, происходящих в фиксированном временном или пространственном интервале, при условии, что эти события происходят независимо и с постоянной интенсивностью.

Функция вероятности (probability mass function, PMF) распределения Пуассона задается следующим образом:

P(X = k) = (e^(-λ) \* λ^k) / k!

где X - случайная величина, равная количеству событий, k - неотрицательное целое число, λ - параметр интенсивности (λ > 0), e - математическая константа, примерно равная 2.71828, и k! обозначает факториал числа k.

Свойства распределения Пуассона:

Дискретность: Закон распределения Пуассона применяется к дискретным случайным величинам, которые могут принимать только неотрицательные целочисленные значения.

Редкие события: Распределение Пуассона хорошо подходит для моделирования случайных событий, которые происходят редко во времени или пространстве, но имеют постоянную интенсивность.

Независимость: Количество событий, моделируемых распределением Пуассона, считается независимыми друг от друга. Это означает, что вероятность наступления одного события не зависит от наступления других событий.

Параметр интенсивности: Параметр λ (lambda) в распределении Пуассона определяет интенсивность событий. Более высокое значение λ соответствует более интенсивному потоку событий.

Среднее и дисперсия: Среднее значение случайной величины X, описываемой распределением Пуассона, равно λ, а дисперсия также равна λ. Таким образом, среднее и дисперсия равны между собой.

Распределение Пуассона широко используется в различных областях, таких как теория надежности, телекоммуникации, физика частиц, биология, экономика и другие. Оно предоставляет простую модель для анализа и прогнозирования редких событий и их вероятностей.

**20.Простейший поток событий**

Простейший поток событий, также известный как пуассоновский поток событий, является стохастическим процессом, который моделирует случайное поступление событий во времени. Он получил свое название в честь математика Симеона Дени Пуассона, который внес значительный вклад в его изучение.

Основные свойства простейшего потока событий:

Независимость инкрементов: Время между последовательными событиями является независимыми случайными величинами. Это означает, что наступление события не зависит от наступления предыдущих событий.

Отсутствие памяти: Вероятность поступления события в будущем не зависит от времени, прошедшего с момента последнего события. Простейший поток событий не имеет памяти.

Пуассоновское распределение интервалов времени: Время между событиями в простейшем потоке событий имеет пуассоновское распределение. Пуассоновское распределение описывает вероятность наступления фиксированного числа событий за заданный интервал времени при постоянной интенсивности.

Параметр интенсивности: Простейший поток событий характеризуется параметром интенсивности (λ), который определяет среднее количество событий, поступающих за единицу времени. Более высокое значение λ соответствует более интенсивному потоку событий.

Простейший поток событий широко используется в различных областях, включая теорию массового обслуживания, телекоммуникации, организацию транспортных систем, моделирование случайных процессов и другие. Он предоставляет простую и удобную модель для анализа случайных событий и позволяет оценить вероятности наступления событий в заданном интервале времени.

**21.Равномерный закон распределения**

Равномерное распределение, также известное как прямоугольное распределение, является одним из основных непрерывных распределений вероятностей. Оно характеризуется тем, что случайная величина имеет равномерную вероятность попадания в заданный диапазон значений.

Функция плотности вероятности (probability density function, PDF) равномерного распределения определяется следующим образом:

f(x) = 1 / (b - a), если a ≤ x ≤ b

f(x) = 0, в остальных случаях

где a и b - параметры диапазона значений, в котором случайная величина может принимать значения (a < b).

Свойства равномерного распределения:

Константная вероятность: В равномерном распределении вероятность попадания случайной величины в любой заданный подинтервал внутри диапазона [a, b] является постоянной и равной 1 / (b - a). Это означает, что все значения внутри диапазона равновероятны.

Ограниченный диапазон: Значения случайной величины ограничены диапазоном [a, b]. Вероятность попадания вне этого диапазона равна нулю.

Равномерное распределение: Вероятность попадания случайной величины в любой подинтервал фиксированной длины внутри диапазона [a, b] одинакова для всех подинтервалов.

Среднее и дисперсия: Среднее значение случайной величины равно (a + b) / 2, а дисперсия равна (b - a)^2 / 12.

Равномерное распределение широко используется в статистике и вероятностной теории, а также в различных приложениях, таких как случайные числа, моделирование случайных процессов и оптимизация. Оно предоставляет простую модель равномерной случайной выборки из заданного диапазона и может использоваться для генерации случайных чисел с равномерным распределением.

**22.Показательный закон распределения**

Показательное (экспоненциальное) распределение - это одно из основных непрерывных распределений вероятностей. Оно описывает время между последовательными и независимыми событиями, происходящими с постоянной интенсивностью, или время до наступления первого события в процессе с постоянной интенсивностью.

Функция плотности вероятности (probability density function, PDF) экспоненциального распределения задается следующим образом:

f(x) = λ \* exp(-λx)

где x - случайная величина, λ - параметр интенсивности (λ > 0), exp - экспоненциальная функция, определенная как exp(z) = e^z, а e - математическая константа, примерно равная 2.71828.

Свойства показательного распределения:

Неотрицательность: Значения случайной величины x, описываемой показательным распределением, всегда неотрицательны (x ≥ 0).

Одноэкспоненциальное: Время между двумя последовательными событиями имеет экспоненциальное распределение. Другими словами, экспоненциальное распределение предполагает отсутствие памяти: вероятность наступления события не зависит от времени, прошедшего с момента последнего события.

Среднее и стандартное отклонение: Среднее значение случайной величины x, описываемой показательным распределением, равно 1/λ, а стандартное отклонение равно 1/λ.

Отсутствие хвостов: Показательное распределение не имеет тяжелых хвостов. Вероятность появления значительно больших значений убывает экспоненциально.

Показательное распределение широко используется в различных областях, включая теорию надежности, телекоммуникации, физику частиц, финансовую математику и другие. Оно обладает множеством интересных математических свойств и является базовым для других распределений, таких как гамма-распределение и распределение Вейбулла.

**23.Нормальный закон распределения (закон Гаусса)**

Нормальный закон распределения, также известный как закон Гаусса или гауссовское распределение, является одним из наиболее важных и широко используемых законов распределения в статистике и вероятностной теории. Он описывает распределение случайной величины, которая является суммой или средним множества независимых случайных величин, подчиняющихся другим законам распределения.

Нормальное распределение характеризуется следующими основными свойствами:

Симметрия: Нормальное распределение симметрично относительно своего среднего значения. Функция плотности вероятности имеет пик вокруг среднего значения и симметрично убывает в обе стороны.

Определено средним и стандартным отклонением: Нормальное распределение полностью определяется двумя параметрами - средним (μ) и стандартным отклонением (σ). Среднее значение определяет центр распределения, а стандартное отклонение отражает его разброс или размах.

Кривая колокола: График плотности вероятности нормального распределения имеет форму гладкой кривой колокола (звонка) или колокольчика. Эта форма связана с тем, что нормальное распределение является предельным случаем суммы большого числа независимых случайных величин.

Центральная предельная теорема: Нормальное распределение связано с центральной предельной теоремой, которая утверждает, что сумма большого числа независимых и одинаково распределенных случайных величин стремится к нормальному распределению с увеличением размера выборки.

Нормальное распределение имеет множество применений в статистике, экономике, физике, биологии и других областях. Многие естественные и случайные явления, такие как рост людей, ошибки измерений, IQ-показатели, шумы и многие другие, могут быть аппроксимированы или моделированы нормальным распределением.

**24.Функция Лапласа и ее свойства**

Функция Лапласа, также известная как двусторонняя экспоненциальная функция или функция двойного экспонента, является математической функцией, которая широко используется в теории вероятностей и статистике. Она определяется следующим образом:

Для случайной величины X с плотностью вероятности f(x), функция Лапласа L(x) определяется как:

L(x) = (1/2) \* exp(-|x|)

Где |x| - модуль значения x.

Свойства функции Лапласа:

Симметрия: Функция Лапласа симметрична относительно вертикальной оси y=0, то есть L(x) = L(-x). Это свойство отражает симметрию модуля в определении функции Лапласа.

Нулевое среднее: Функция Лапласа имеет нулевое среднее значение (математическое ожидание), то есть интеграл от L(x) по всей числовой оси равен 0.

Быстрое убывание: Функция Лапласа быстро убывает при удалении от нуля. Это свойство позволяет использовать функцию Лапласа для моделирования данных, которые имеют тяжелые хвосты или значительный разброс в окрестности нуля.

Связь с функцией распределения: Функция Лапласа может быть использована для вычисления функции распределения случайной величины X. Функция распределения F(x) для случайной величины X с плотностью вероятности f(x) может быть выражена через функцию Лапласа следующим образом:

F(x) = (1/2) \* [1 + sign(x) \* L(|x|)]

Где sign(x) - функция знака, возвращающая 1 для положительных значений x, -1 для отрицательных значений x и 0 для x=0.

Функция Лапласа имеет широкий спектр применений в статистике и теории вероятностей, включая моделирование данных с выбросами, оценку параметров, построение доверительных интервалов и тестирование гипотез.

**25.Правило трех сигм**

Правило трех сигм, также известное как правило 68-95-99.7, является эмпирическим правилом, основанным на стандартном отклонении и нормальном распределении. Оно предоставляет информацию о том, как вероятно значения нормально распределенной случайной величины находятся в определенных интервалах относительно ее среднего значения.

Согласно правилу трех сигм:

Приблизительно 68% значений находятся в пределах одного стандартного отклонения от среднего значения. Иными словами, вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале (μ - σ, μ + σ), составляет около 68%, где μ - среднее значение, а σ - стандартное отклонение.

Приблизительно 95% значений находятся в пределах двух стандартных отклонений от среднего значения. Вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале (μ - 2σ, μ + 2σ), составляет около 95%.

Приблизительно 99.7% значений находятся в пределах трех стандартных отклонений от среднего значения. Вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале (μ - 3σ, μ + 3σ), составляет около 99.7%.

Это правило основано на предположении о нормальном распределении данных и предполагает, что данные распределены симметрично вокруг среднего значения. В реальных случаях, когда данные не являются нормально распределенными, правило трех сигм может быть менее точным, но все же может дать общее представление о вероятности значений в определенных интервалах.

Правило трех сигм широко используется в статистике и анализе данных для оценки разброса и вероятностных интервалов вокруг среднего значения случайной величины.

**26.Системы случайных величин**

Система случайных величин представляет собой набор двух или более случайных величин, которые взаимодействуют или зависят друг от друга. Каждая случайная величина в системе может иметь свое собственное распределение и свои вероятностные характеристики, но вместе они образуют систему, которая может быть объектом анализа и исследования.

Системы случайных величин могут быть классифицированы по двум основным типам: дискретные и непрерывные.

Дискретные системы случайных величин: В этом случае, каждая случайная величина в системе принимает дискретное множество значений. Примером может служить система, состоящая из бросков двух игральных костей, где каждая случайная величина представляет результат броска одной кости. Возможными значениями каждой случайной величины являются числа от 1 до 6.

Непрерывные системы случайных величин: В этом случае, каждая случайная величина в системе принимает значения на непрерывном интервале. Например, система, состоящая из случайных величин "высота" и "вес" людей в некоторой группе, где каждая случайная величина представляет соответствующую характеристику для каждого человека в группе.

Системы случайных величин могут демонстрировать различные виды взаимосвязей или зависимостей между случайными величинами. Например, система может быть независимой, когда каждая случайная величина не зависит от других в системе. Альтернативно, случайные величины могут быть зависимыми, когда значение одной случайной величины зависит от значений других случайных величин.

Анализ системы случайных величин может включать вычисление совместной функции вероятности или плотности, расчет математических ожиданий, дисперсий, ковариаций и корреляций, а также построение моделей и прогнозирование.

**27.Закон распределения дискретной системы двух случайных величин**

Закон распределения дискретной системы двух случайных величин определяет вероятности различных значений случайного вектора (X, Y). Закон распределения может быть задан с помощью таблицы, графика или функции вероятности.

Для дискретной системы двух случайных величин, закон распределения определяется совместной функцией вероятности, которая предоставляет вероятности для всех возможных комбинаций значений (x, y).

Функция вероятности P(X = x, Y = y) или p(x, y) определяет вероятность того, что случайный вектор (X, Y) примет значения (x, y). Сумма вероятностей для всех возможных значений (x, y) должна быть равной 1.

Свойства закона распределения дискретной системы двух случайных величин:

Неотрицательность: Вероятности должны быть неотрицательными: p(x, y) ≥ 0 для всех (x, y).

Нормализация: Сумма вероятностей для всех значений (x, y) равна 1: ΣΣp(x, y) = 1, где суммирование производится по всем возможным значениям (x, y).

Вероятности событий: Вероятность того, что случайный вектор (X, Y) попадает в некоторую область, может быть вычислена суммированием вероятностей соответствующих значений (x, y) в этой области.

Примеры дискретных законов распределения системы двух случайных величин включают мультиномиальное распределение, совместное распределение Бернулли, гипергеометрическое распределение и другие.

Знание конкретного закона распределения позволяет анализировать вероятностные свойства системы двух случайных величин, такие как математическое ожидание, дисперсия, ковариация и другие статистические характеристики.

**28.Функция распределения системы двух случайных величин**

Функция распределения системы двух случайных величин определяет вероятность того, что случайный вектор (X, Y) будет принимать значения меньше или равные определенным значениям (x, y). Обозначается как F(x, y) или P(X ≤ x, Y ≤ y).

Функция распределения системы двух случайных величин имеет следующие свойства:

Неотрицательность: Функция распределения всегда неотрицательна: 0 ≤ F(x, y) ≤ 1 для любых значений (x, y).

Монотонность: Функция распределения монотонно не убывает по каждой переменной. Если (x₁, y₁) ≤ (x₂, y₂), то F(x₁, y₁) ≤ F(x₂, y₂).

Пределы: При (x, y) стремящихся к минус бесконечности, функция распределения стремится к 0: lim F(x, y) = 0. При (x, y) стремящихся к плюс бесконечности, функция распределения стремится к 1: lim F(x, y) = 1.

Неубывающая ступенчатость: Функция распределения является неубывающей ступенчатой функцией, которая может иметь скачки только в точках, соответствующих значениям (x, y) случайного вектора.

Функция распределения системы двух случайных величин может быть использована для вычисления вероятностей событий и построения доверительных интервалов. Она содержит информацию о совместном распределении двух случайных величин и их взаимосвязи

**29.Плотность вероятностей системы двух случайных величин**

Плотность вероятностей системы двух случайных величин описывает вероятностное распределение для пары случайных величин. Обозначается как f(x, y) или p(x, y), где x и y - значения двух случайных величин.

Функция плотности вероятности системы двух случайных величин определяется таким образом, чтобы интеграл от нее по всем возможным значениям x и y равнялся 1. Функция плотности вероятности позволяет определить вероятность попадания случайного вектора (X, Y) в некоторую область в пространстве значений.

Свойства плотности вероятностей системы двух случайных величин:

Неотрицательность: Плотность вероятности должна быть неотрицательной для всех значений x и y.

Нормализация: Интеграл от плотности вероятности по всем возможным значениям x и y должен быть равен 1.

Вероятность событий: Вероятность события может быть вычислена как интеграл плотности вероятности по соответствующей области.

Функция плотности вероятности системы двух случайных величин может быть использована для вычисления различных характеристик, таких как математическое ожидание, дисперсия, ковариация и коэффициент корреляции.

Важно отметить, что форма плотности вероятности зависит от типа распределения случайных величин в системе (например, нормальное распределение, равномерное распределение, экспоненциальное распределение и т. д.). Конкретный вид плотности вероятности определяется параметрами распределения и свойствами системы случайных величин.

**30.Условные законы распределения случайных величин.**

Условные законы распределения случайных величин описывают распределение случайной величины при условии, что другая случайная величина имеет определенное значение или попадает в определенный диапазон. Существуют два основных типа условных законов распределения: условная плотность вероятности и условная функция распределения. Давайте рассмотрим каждый из них:

Условная плотность вероятности: Условная плотность вероятности описывает распределение случайной величины Y при условии, что случайная величина X имеет определенное значение x. Обозначается как f(y|x) или p(y|x), она представляет собой отношение плотности вероятности совместного распределения X и Y к плотности вероятности X. Условная плотность вероятности может быть использована для вычисления условного математического ожидания, условной дисперсии и других характеристик случайной величины Y при условии X. условная функция распределения: Условная функция распределения определяет вероятность того, что случайная величина Y принимает значение меньше или равное y при условии, что случайная величина X имеет определенное значение x. Обозначается как F(y|x) или P(Y ≤ y | X = x). Условная функция распределения может быть использована для вычисления вероятностей событий и построения доверительных интервалов при условии X.

**31.Основные числовые характеристики системы двух случайных величин**

Основные числовые характеристики системы двух случайных величин включают среднее значение (математическое ожидание), дисперсию и коэффициент корреляции. Давайте рассмотрим каждую из этих характеристик подробнее:

Среднее значение (математическое ожидание): Это сумма произведений значений двух случайных величин на их вероятности. Среднее значение отражает центральную тенденцию системы двух случайных величин.

Дисперсия: Это мера разброса значений случайной величины относительно ее среднего значения. Для системы двух случайных величин дисперсия вычисляется с использованием ковариационной матрицы, которая содержит информацию о взаимосвязи их отклонений от среднего значения.

Коэффициент корреляции: Это мера степени линейной связи между двумя случайными величинами. Коэффициент корреляции показывает, насколько две случайные величины изменяются вместе. Коэффициент корреляции принимает значения от -1 до 1, где значение 1 указывает на положительную линейную связь, значение -1 - на отрицательную линейную связь, а значение 0 - на отсутствие линейной связи.

**32.Корреляционный момент. Коэффициент корреляции и его свойства**

Корреляционный момент - это мера степени линейной зависимости между двумя случайными переменными. Он измеряет, насколько две переменные изменяются вместе. Коэффициент корреляции используется для нормализации корреляционного момента и представляет собой относительную меру связи между переменными.

Коэффициент корреляции обозначается как "r" и принимает значения от -1 до 1. Знак коэффициента корреляции указывает на направление связи: положительный коэффициент (от 0 до 1) указывает на прямую (положительную) линейную связь, отрицательный коэффициент (от -1 до 0) указывает на обратную (отрицательную) линейную связь, а значение близкое к нулю свидетельствует об отсутствии линейной связи.

**Свойства коэффициента корреляции:**

Коэффициент корреляции всегда находится в диапазоне от -1 до 1.

Значение 1 или -1 указывает на идеальную линейную связь между переменными.

Значение 0 указывает на отсутствие линейной связи между переменными.

Значение коэффициента корреляции не зависит от изменения масштаба переменных.

Коэффициент корреляции не указывает на причинно-следственную связь между переменными.

**33.Условные математические ожидания. Линии регрессии**

Условные математические ожидания и линии регрессии являются понятиями, связанными с анализом зависимостей между случайными величинами. Рассмотрим каждый из них подробнее:

Условное математическое ожидание:

Условное математическое ожидание представляет собой ожидаемое значение одной случайной величины при условии, что другая случайная величина имеет определенное значение или принадлежит определенному интервалу. Обозначается оно как E(X|Y), где X и Y - случайные величины.

Для непрерывной случайной величины X и дискретной случайной величины Y условное математическое ожидание определяется следующим образом:

E(X|Y=y) = ∫ x \* f(x|y) dx (для непрерывной X)

E(X|Y=y) = ∑ x \* P(X=x|Y=y) (для дискретной X)

где f(x|y) - плотность вероятности (для непрерывной X) или условная вероятность (для дискретной X) X при условии Y=y.

Условное математическое ожидание позволяет оценить среднее значение случайной величины X, учитывая информацию о значении другой случайной величины Y.

Линии регрессии:

Линии регрессии - это прямые или кривые, которые представляют собой модель зависимости между двумя случайными величинами. Они используются для прогнозирования значений одной переменной (независимой переменной) на основе значений другой переменной (зависимой переменной).

Наиболее распространенные типы линий регрессии - это линейная регрессия и полиномиальная регрессия. Линейная регрессия строит прямую линию, которая наилучшим образом соответствует данным, а полиномиальная регрессия использует полиномиальную функцию для приближения данных.

Линия регрессии позволяет найти математическую модель, которая наиболее точно описывает связь между переменными и может использоваться для прогнозирования значений зависимой переменной на основе значений независимой переменной.

В обоих случаях, как для условного математического ожидания, так и для линий регрессии, основной целью является анализ зависимостей и прогнозирование значений одной переменной на основе другой переменной.

**34.Нормальный закон на плоскости**

Нормальное распределение (или гауссовское распределение) на плоскости представляет собой двумерное вероятностное распределение, которое описывает случайные величины на плоскости с нормальной зависимостью.

Функция плотности вероятности для двумерного нормального распределения имеет следующий вид:

f(x, y) = (1 / (2πσ₁σ₂√(1-ρ²))) \* exp(-((x-μ₁)²/(2σ₁²) - 2ρ(x-μ₁)(y-μ₂)/(σ₁σ₂) + (y-μ₂)²/(2σ₂²)))

где (x, y) - случайная пара значений на плоскости, μ₁ и μ₂ - средние значения (математические ожидания) для x и y соответственно, σ₁ и σ₂ - стандартные отклонения для x и y соответственно, а ρ - коэффициент корреляции между x и y.

Нормальное распределение на плоскости обладает следующими свойствами:

1. Симметричность: Распределение симметрично относительно своих средних значений в обоих направлениях (x и y).

2. Эллиптическая форма: Контурные линии плотности вероятности имеют эллиптическую форму. Форма эллипсов определяется стандартными отклонениями σ₁ и σ₂ и коэффициентом корреляции ρ.

3. Зависимость: Значения x и y в нормальном распределении на плоскости зависят друг от друга через коэффициент корреляции ρ. Если ρ = 0, то x и y независимы.

4. Условное нормальное распределение: Если x и y имеют многомерное нормальное распределение, то условное распределение одной переменной при условии другой переменной также будет нормальным.

Нормальное распределение на плоскости широко используется в статистике и анализе данных для моделирования случайных величин, зависимых друг от друга. Оно предоставляет мощный инструмент для описания и предсказания случайных плоских данных.

**35.Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Вариационный ряд. Статистический ряд. Полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.**

Задачи математической статистики:

Математическая статистика занимается сбором, анализом, интерпретацией и представлением данных с целью делать выводы о генеральной совокупности на основе выборочных данных. Она решает следующие задачи:

1. Описательная статистика: Задача состоит в описании и представлении данных с помощью различных статистических мер, таких как среднее значение, медиана, дисперсия, корреляция и другие. Цель - получить информацию о характеристиках выборки или генеральной совокупности.

2. Инференциальная статистика: Задача состоит в сделать выводы о генеральной совокупности на основе выборочных данных. Включает в себя оценку параметров, проверку гипотез, построение доверительных интервалов и другие методы статистического вывода.

Генеральная и выборочная совокупности:

Генеральная совокупность - это полный набор всех объектов или единиц, о которых мы хотим сделать выводы. Например, генеральная совокупность может состоять из всех жителей определенной страны.

Выборочная совокупность - это подмножество генеральной совокупности, которое фактически изучается или для которого собираются данные. Выборочная совокупность используется для деления выводов о генеральной совокупности. Вариационный ряд:

Вариационный ряд представляет собой упорядоченный список значений выборки от наименьшего до наибольшего значения. Этот ряд используется для анализа и описания значений выборки, и он позволяет увидеть распределение данных. Статистический ряд:

Статистический ряд - это представление данных в виде таблицы, в которой значения выборки группируются в интервалы или категории, а также указывается частота или относительная частота каждого интервала. Статистический ряд позволяет визуально представить распределение данных и проводить анализ. Полигон и гистограмма:

Полигон - это графическое представление статистического ряда в виде ломаной линии, где по горизонтальной оси откладываются интервалы или категории, а по вертикальной оси - частота или относительная частота. Полигон позволяет наглядно представить распределение данных и их изменение. Гистограмма - это графическое представление статистического ряда в виде прямоугольников, где каждый прямоугольник соответствует интервалу или категории, а его высота пропорциональна частоте или относительной частоте. Гистограмма также позволяет визуализировать распределение данных и сравнивать их.

Эмпирическая функция распределения и ее свойства:

Эмпирическая функция распределения (ЭФР) представляет собой функцию, которая описывает кумулятивную вероятность получить значение случайной величины меньшее или равное определенному значению на основе выборочных данных.

Свойства эмпирической функции распределения:

1. Неубывающая функция: Значение эмпирической функции распределения не убывает по мере увеличения значения случайной величины.

2. Ступенчатая функция: Эмпирическая функция распределения имеет ступенчатый вид, где каждый скачок происходит в точках, соответствующих значениям выборки.

3. Скачки равны частотам: Высота каждого скачка эмпирической функции распределения равна частоте или относительной частоте соответствующего значения выборки.

4. Пределы: При стремлении значения случайной величины к минимальному или максимальному значению выборки, эмпирическая функция распределения стремится к 0 и 1 соответственно.

Эмпирическая функция распределения является важным инструментом в анализе данных, особенно когда нет информации о вероятностном распределении генеральной совокупности. Она позволяет оценить и визуализировать эмпирическую вероятность получить определенное значение случайной величины на основе имеющихся данных.

**36.Точечное оценивание параметров распределения. Свойства точечных оценок. Несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.**

Точечное оценивание параметров распределения:

Точечное оценивание параметров распределения - это процесс определения числовых значений, называемых точечными оценками, которые являются оценками неизвестных параметров распределения на основе выборочных данных. Например, если мы хотим оценить среднее значение (математическое ожидание) или дисперсию распределения, мы используем точечные оценки для предоставления числовых значений этих параметров.

Свойства точечных оценок:

Хорошие точечные оценки должны обладать следующими свойствами:

Несмещенность: Оценка называется несмещенной, если ее математическое ожидание равно истинному значению параметра. В случае несмещенной оценки среднее значение (ожидаемое значение) оценки совпадает с реальным значением параметра.

Состоятельность: Оценка называется состоятельной, если она стремится к истинному значению параметра по мере увеличения размера выборки. То есть с увеличением объема данных точечная оценка становится все более точной и приближается к истинному значению параметра.

Эффективность: Оценка называется эффективной, если она имеет наименьшую дисперсию (или наименьшую среднеквадратичную ошибку) среди всех несмещенных оценок. В случае эффективной оценки она предоставляет наиболее точные результаты среди всех доступных несмещенных оценок.

Состоятельная асимптотическая нормальность: Оценка называется состоятельно асимптотически нормальной, если она состоятельна и приближается к нормальному распределению по мере увеличения размера выборки. Это свойство позволяет использовать асимптотические методы для оценки доверительных интервалов и проверки гипотез.

Несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии:

Несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии являются важными оценками в статистике. Несмещенная оценка математического ожидания обозначается как "µ̂" (читается "мю-хат") и рассчитывается по формуле:

µ̂ = Σ(xi) / n где xi - значения выборки, n - размер выборки.

Несмещенная оценка дисперсии обозначается как "σ̂²" (читается "сигма-квадрат-хат") и рассчитывается по формуле:

σ̂² = Σ(xi - µ̂)² / (n-1) где xi - значения выборки, µ̂ - несмещенная оценка математического ожидания, n - размер выборки.

**37. Интервальные оценки параметров генеральной совокупности. Доверительная вероятность.**

Интервальные оценки параметров генеральной совокупности представляют собой диапазоны значений, в которых с определенной вероятностью содержится истинное значение параметра. Это позволяет учесть неопределенность и случайность при оценке параметров на основе выборочных данных.

Доверительная вероятность - это вероятность того, что интервал содержит истинное значение параметра. Она обычно выражается в процентах и обозначается как (1 - α), где α - уровень значимости или вероятность ошибки.

Например, если мы строим 95% доверительный интервал для среднего значения генеральной совокупности, то доверительная вероятность равна 0.95, что означает, что в 95% случаев такой интервал будет содержать истинное значение среднего.

Доверительная вероятность связана с уровнем значимости α следующим образом:

- Уровень значимости α определяет вероятность ошибки при построении доверительного интервала. Обычно используется значения 0.05 или 0.01, что соответствует уровню значимости 5% или 1%.

- Доверительная вероятность (1 - α) равна вероятности того, что построенный доверительный интервал будет содержать истинное значение параметра.

При выборе уровня доверия нужно учитывать баланс между точностью и шириной интервала. Чем выше доверительная вероятность, тем шире интервал, что означает большую неопределенность, но более высокую вероятность покрытия истинного значения параметра. С другой стороны, более узкий интервал дает более точные оценки, но снижает вероятность покрытия.

Важно отметить, что доверительная вероятность относится к процессу построения интервалов и не дает гарантии, что конкретный интервал, построенный на основе выборки, содержит истинное значение параметра. Доверительная вероятность описывает статистическую точность и вероятность покрытия в долгосрочной перспективе при повторном применении метода на множестве выборок.

**38. Построение доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности.**

1. Изучите выборку из генеральной совокупности и рассчитайте выборочное среднее (x̄) и стандартную ошибку среднего (SE). Формулы для рассчета:

- Выборочное среднее: x̄ = Σ(xi) / n, где xi - значения выборки, n - размер выборки.

- Стандартная ошибка среднего: SE = σ / √n, где σ - стандартное отклонение генеральной совокупности, n - размер выборки.

2. Определите уровень значимости (α) и выберите соответствующий коэффициент доверия (1 - α). Обычно используются уровни значимости 0.05 или 0.01, что соответствует коэффициентам доверия 95% или 99%.

3. Найдите значение z-статистики, соответствующее выбранному коэффициенту доверия. Для нормального распределения используется стандартная нормальная таблица (таблица значений функции распределения стандартного нормального распределения) или статистический программный пакет.

4. Рассчитайте пределы доверительного интервала:

- Нижний предел интервала: x̄ - z \* SE

- Верхний предел интервала: x̄ + z \* SE

**39. Построение доверительного интервала для дисперсии нормально распределенной генеральной совокупности.**

Для построения доверительного интервала для дисперсии нормально распределенной генеральной совокупности можно использовать следующий подход:

1. Изучите выборку из генеральной совокупности и рассчитайте выборочную дисперсию (s^2) или выборочное стандартное отклонение (s). Формулы для рассчета:

- Выборочная дисперсия: s^2 = Σ(xi - x̄)^2 / (n - 1), где xi - значения выборки, x̄ - выборочное среднее, n - размер выборки.

- Выборочное стандартное отклонение: s = √(s^2)

2. Определите уровень значимости (α) и выберите соответствующий коэффициент доверия (1 - α). Обычно используются уровни значимости 0.05 или 0.01, что соответствует коэффициентам доверия 95% или 99%.

3. Найдите значения хи-квадрат (χ^2) для нижней и верхней границ доверительного интервала. Число степеней свободы для расчета хи-квадрат зависит от размера выборки и определяется как (n - 1), где n - размер выборки. Также используется уровень значимости (α) для определения критических точек хи-квадрат распределения.

4. Рассчитайте пределы доверительного интервала для дисперсии:

- Нижний предел интервала: (n - 1) \* s^2 / χ^2\_верхний

- Верхний предел интервала: (n - 1) \* s^2 / χ^2\_нижний

Где s^2 - выборочная дисперсия, χ^2\_нижний и χ^2\_верхний - значения хи-квадрат для нижней и верхней границ доверительного интервала соответственно.

Таким образом, доверительный интервал для дисперсии будет иметь вид:

((n - 1) \* s^2 / χ^2\_верхний, (n - 1) \* s^2 / χ^2\_нижний)

**40. Основные понятия теории проверки гипотез. Простая и сложная гипотезы. Нулевая и альтернативная гипотезы. Статистический критерий. Область принятия гипотезы и критическая область. Ошибки первого и второго родов. Уровень значимости и мощность критерия. Двусторонняя и односторонняя критические области.**

1. Простая и сложная гипотезы: Простая гипотеза формулирует конкретное утверждение о параметрах генеральной совокупности, которое можно проверить. Например, гипотеза может утверждать, что среднее значение генеральной совокупности равно определенному числу. Сложная гипотеза, наоборот, не формулирует конкретное утверждение, а оставляет возможность для множества значений параметра.

2. Нулевая и альтернативная гипотезы: Нулевая гипотеза (H0) представляет собой основное утверждение, которое подлежит проверке. Например, H0 может утверждать, что нет различий между двумя группами. Альтернативная гипотеза (H1 или Ha) предполагает наличие эффекта, различий или влияния, отличного от нулевой гипотезы.

3. Статистический критерий: Статистический критерий является математической функцией, которая используется для принятия решения о принятии или отвержении нулевой гипотезы. Критерий вычисляет значение статистики на основе выборочных данных и позволяет сделать вывод о том, насколько данные подтверждают или опровергают нулевую гипотезу.

4. Область принятия гипотезы и критическая область: Область принятия гипотезы - это диапазон значений статистики, для которых нулевая гипотеза не отвергается. Критическая область - это диапазон значений статистики, для которых нулевая гипотеза отвергается в пользу альтернативной гипотезы. Решение о принятии или отвержении нулевой гипотезы принимается на основе попадания значения статистики в критическую область.

5. Ошибки первого и второго рода: Ошибка первого рода происходит, когда нулевая гипотеза отвергается, хотя на самом деле она верна. Это ошибка ложного положительного результата. Ошибка второго рода происходит, когда нулевая гипотеза принимается, хотя на самом деле она неверна. Это ошибка ложного отрицательного результата.

6. Уровень значимости и мощность критерия: Уровень значимости (α) определяет вероятность совершения ошибки первого рода. Обычно выбирают значения 0.05 или 0.01, что соответствует уровням доверия 95% или 99%. Мощность критерия (1 - β) определяет вероятность правильного отвержения нулевой гипотезы при условии, что альтернативная гипотеза верна. Мощность критерия зависит от размера выборки, уровня значимости, эффекта, который необходимо обнаружить, и статистической силы метода.

7. Двусторонняя и односторонняя критические области: В зависимости от альтернативной гипотезы, критическая область может быть двусторонней или односторонней. В двусторонней критической области отвергается нулевая гипотеза, если значение статистики выходит за пределы критического диапазона по обе стороны. В односторонней критической области отвергается нулевая гипотеза, если значение статистики выходит за пределы критического диапазона только в одном направлении.

**41. Проверка гипотезы о виде закона распределения. Критерий согласия 2 χ Пирсона.**

Критерий согласия Хи-квадрат Пирсона (χ²) - это статистический критерий, который используется для проверки гипотезы о соответствии эмпирического распределения данным теоретическому закону распределения. Он позволяет оценить, насколько хорошо эмпирические данные соответствуют предполагаемому закону распределения.

1. Формулировка гипотез:

- H0 (Нулевая гипотеза): Эмпирическое распределение соответствует предполагаемому теоретическому закону распределения.

- H1 (Альтернативная гипотеза): Эмпирическое распределение не соответствует предполагаемому теоретическому закону распределения.

2. Выбор уровня значимости (α) - это вероятность совершения ошибки первого рода. Обычно используются уровни значимости 0.05 или 0.01.

3. Разбиение диапазона значений на интервалы исходя из предполагаемого закона распределения. Количество и ширина интервалов зависит от данных и выбранного уровня значимости.

4. Расчет ожидаемых частот (число наблюдений, ожидаемых в каждом интервале) с использованием предполагаемого закона распределения.

5. Вычисление статистики χ²-критерия Пирсона:

χ² = Σ((Oi - Ei)² / Ei), где Oi - наблюдаемые частоты в каждом интервале, Ei - ожидаемые частоты в каждом интервале.

6. Сравнение значения χ² со значениями критической области. Критическая область определяется исходя из уровня значимости и числа степеней свободы (количество интервалов минус 1).

7. Принятие решения:

- Если значение χ² меньше критического значения, нулевая гипотеза не отвергается. Можно сделать вывод, что эмпирическое распределение соответствует предполагаемому теоретическому закону распределения.

- Если значение χ² больше или равно критическому значению, нулевая гипотеза отвергается. Можно сделать вывод, что эмпирическое распределение не соответствует предполагаемому теоретическому закону распределения.

Критерий согласия Хи-квадрат Пирсона является одним из наиболее широко используемых критериев для проверки гипотезы о виде закона распределения. Он позволяет оценить степень соответствия данных предполагаемому закону распределения, основываясь на разнице между наблюдаемыми и ожидаемыми частотами.

**42. Критерии значимости. Проверка гипотез о математических ожиданиях одной и двух независимых нормальных выборок.**

Для проверки гипотез о математических ожиданиях одной и двух независимых нормальных выборок используются различные критерии значимости. Рассмотрим два основных критерия: Z-критерий и t-критерий Стьюдента.

1. Z-критерий (для одной выборки):

- H0 (Нулевая гипотеза): Математическое ожидание генеральной совокупности равно заданному значению.

- H1 (Альтернативная гипотеза): Математическое ожидание генеральной совокупности не равно заданному значению.

- Предполагается, что известна дисперсия генеральной совокупности.

- Для проверки гипотезы вычисляется Z-статистика: Z = (X - μ) / (σ / √n), где X - выборочное среднее, μ - заданное значение математического ожидания, σ - известная дисперсия генеральной совокупности, n - размер выборки.

2. T-критерий Стьюдента (для одной выборки):

- H0 (Нулевая гипотеза): Математическое ожидание генеральной совокупности равно заданному значению.

- H1 (Альтернативная гипотеза): Математическое ожидание генеральной совокупности не равно заданному значению.

- Предполагается, что неизвестна дисперсия генеральной совокупности.

- Для проверки гипотезы вычисляется t-статистика: t = (X - μ) / (s / √n), где X - выборочное среднее, μ - заданное значение математического ожидания, s - выборочное стандартное отклонение, n - размер выборки.

3. T-критерий Стьюдента (для двух независимых выборок):

- H0 (Нулевая гипотеза): Математические ожидания двух генеральных совокупностей равны друг другу.

- H1 (Альтернативная гипотеза): Математические ожидания двух генеральных совокупностей не равны друг другу.

- Предполагается, что неизвестны дисперсии генеральных совокупностей.

- Для проверки гипотезы вычисляется t-статистика: t = (X1 - X2) / sqrt((s1^2 / n1) + (s2^2 / n2)), где X1 и X2 - выборочные средние двух выборок, s1 и s2 - выборочные стандартные отклонения двух выборок, n1 и n2 - размеры выборок.

- Значение t-статистики сравнивается с критическим значением t для выбранного уровня значимости (α) и числа степеней свободы (df), которое определяется по формуле df = n1 + n2 - 2. Если |t| больше критического значения, то нулевая гипотеза отвергается.

**43. Критерии значимости. Проверка гипотез о дисперсиях одной и двух независимых нормальных выборок.**

1. Критерий Фишера (для одной выборки):

- H0 (Нулевая гипотеза): Дисперсия генеральной совокупности равна заданному значению.

- H1 (Альтернативная гипотеза): Дисперсия генеральной совокупности не равна заданному значению.

- Для проверки гипотезы вычисляется статистика F: F = s^2 / σ^2, где s^2 - выборочная дисперсия, σ^2 - заданное значение дисперсии.

- Значение статистики F сравнивается с критическим значением F для выбранного уровня значимости (α) и числа степеней свободы (n - 1). Если F больше критического значения, то нулевая гипотеза отвергается.

2. F-критерий (для двух независимых выборок):

- H0 (Нулевая гипотеза): Дисперсии двух генеральных совокупностей равны друг другу.

- H1 (Альтернативная гипотеза): Дисперсии двух генеральных совокупностей не равны друг другу.

- Для проверки гипотезы вычисляется статистика F: F = s1^2 / s2^2, где s1^2 и s2^2 - выборочные дисперсии двух выборок.

- Значение статистики F сравнивается с критическим значением F для выбранного уровня значимости (α), числа степеней свободы (df1 и df2) для соответствующих выборок. Если F больше критического значения, то нулевая гипотеза отвергается.

В обоих случаях (одна выборка и две независимые выборки) предполагается нормальность распределения данных и независимость выборок. Если данные не удовлетворяют этим предположениям, могут быть применены альтернативные критерии значимости или непараметрические методы.

Обратите внимание, что критерии значимости для проверки гипотез о дисперсиях не требуют предположения о нормальности выборок, поскольку они основаны на распределении Фишера. Однако, если данные не являются нормально распределенными, результаты теста могут быть менее точными или неправильными.

**44. Критерии значимости. Проверка гипотез о математических ожиданиях двух зависимых и независимых нормальных выборок.**

1. Две независимые выборки:

- H0 (Нулевая гипотеза): Математические ожидания двух генеральных совокупностей равны друг другу.

- H1 (Альтернативная гипотеза): Математические ожидания двух генеральных совокупностей не равны друг другу.

- Для проверки гипотезы можно использовать t-критерий Стьюдента для двух независимых выборок.

- Если предполагается равенство дисперсий в генеральных совокупностях, используется t-критерий Стьюдента с пулом дисперсий.

- Если предполагается неравенство дисперсий в генеральных совокупностях, используется t-критерий Стьюдента с несвязанными выборками и коррекцией Саттеруэйта.

- Для проведения теста вычисляется t-статистика: t = (X1 - X2) / sqrt((s1^2 / n1) + (s2^2 / n2)), где X1 и X2 - выборочные средние двух выборок, s1 и s2 - выборочные стандартные отклонения двух выборок, n1 и n2 - размеры выборок.

- Значение t-статистики сравнивается с критическим значением t для выбранного уровня значимости (α) и числа степеней свободы (df), которое определяется по формуле df = n1 + n2 - 2. Если |t| больше критического значения, то нулевая гипотеза отвергается.

2. Две зависимые выборки (парные наблюдения):

- H0 (Нулевая гипотеза): Разность между парами зависимых значений равна нулю.

- H1 (Альтернативная гипотеза): Разность между парами зависимых значений не равна нулю.

- Для проверки гипотезы можно использовать t-критерий Стьюдента для парных выборок.

- Для проведения теста вычисляется t-статистика: t = (X̄d - μd) / (sd / √n), где X̄d - выборочное среднее разностей, μd - заданное значение разности (обычно ноль), sd - стандартное отклонение разностей, n - размер выборки.

- Значение t-статистики сравнивается с критическим значением t для выбранного уровня значимости (α) и числа степеней свободы (df = n - 1). Если |t| больше критического значения, то нулевая гипотеза отвергается.

Обратите внимание, что в обоих случаях предполагается нормальность распределения данных и независимость (для независимых выборок) или зависимость (для зависимых выборок) между выборками. Если данные не удовлетворяютэтим предположениям, могут быть применены альтернативные критерии значимости или непараметрические методы, такие как ранговые тесты (например, критерий Уилкоксона для парных выборок или критерий Манна-Уитни для независимых выборок).

Важно отметить, что критерии значимости для проверки гипотез о математических ожиданиях предполагают нормальность распределения данных. Если данные не являются нормально распределенными, результаты теста могут быть менее точными или неправильными. В таких случаях, если объем выборки достаточно велик, можно применить ЦПТ (Центральную предельную теорему) для использования t-критерия Стьюдента, несмотря на отклонение от нормальности.

**45. Использование распределения Стьюдента при построении доверительных интервалов и проверке статистических гипотез.**

1. Построение доверительных интервалов:

- Когда требуется оценить неизвестный параметр генеральной совокупности (например, среднее или разность средних), доверительный интервал предоставляет диапазон значений, в котором с определенной вероятностью находится истинное значение параметра.

- При использовании распределения Стьюдента для построения доверительного интервала учитывается неопределенность, связанная с оценкой стандартного отклонения на основе выборочных данных.

- Формула для построения двустороннего доверительного интервала для среднего значения (μ) с использованием распределения Стьюдента: X̄ ± t \* (s / √n), где X̄ - выборочное среднее, s - выборочное стандартное отклонение, n - размер выборки, t - критическое значение распределения Стьюдента с (n-1) степенями свободы и заданным уровнем доверия.

- Критическое значение t определяется на основе выбранного уровня доверия (например, 95%) и числа степеней свободы (n - 1). Чем больше размер выборки, тем ближе критическое значение t к критическому значению стандартного нормального распределения (Z-score) при том же уровне доверия.

2. Проверка статистических гипотез:

- Распределение Стьюдента также используется для проверки статистических гипотез, особенно когда оценка стандартного отклонения основывается на выборочных данных.

- Для проверки гипотезы о значении параметра (например, среднего или разности средних) сравнивается выборочная статистика с соответствующим распределением Стьюдента.

- Формула для вычисления t-статистики: t = (X̄ - μ) / (s / √n), где X̄ - выборочное среднее, μ - значение параметра под нулевой гипотезой, s - выборочное стандартное отклонение, n - размер выборки.

- Затем сравнивается значение t-статистики с критическим значением t, которое определяется на основе выбранного уровня значимости и числа степеней свободы (n - 1). Если значение t-статистики попадает в критическую область, то нулевая гипотеза отвергается в пользу альтернативной гипотезы.

**46. Использование нормального распределения при построении доверительных интервалов и проверке статистических гипотез.**

1. Построение доверительных интервалов:

- При использовании нормального распределения для построения доверительного интервала предполагается, что выборочная статистика имеет асимптотическое нормальное распределение.

- Формула для построения двустороннего доверительного интервала для среднего значения (μ) с использованием нормального распределения: X̄ ± Z \* (σ / √n), где X̄ - выборочное среднее, σ - известное или оцененное стандартное отклонение генеральной совокупности, n - размер выборки, Z - критическое значение стандартного нормального распределения при заданном уровне доверия.

- Критическое значение Z определяется на основе выбранного уровня доверия (например, 95%) и используется для определения ширины доверительного интервала.

2. Проверка статистических гипотез:

- Нормальное распределение также используется для проверки статистических гипотез, особенно когда выборка достаточно большая и условия ЦПТ выполняются.

- Для проверки гипотезы о значении параметра (например, среднего или разности средних) сравнивается выборочная статистика с соответствующим нормальным распределением.

- Формула для вычисления Z-статистики: Z = (X̄ - μ) / (σ / √n), где X̄ - выборочное среднее, μ - значение параметра под нулевой гипотезой, σ - известное или оцененное стандартное отклонение генеральной совокупности, n - размер выборки.

- Затем сравнивается значение Z-статистики с критическим значением Z, которое определяется на основе выбранного уровня значимости. Если значение Z-статистики попадает в критическую область, то нулевая гипотеза отвергается в пользу альтернативной гипотезы.

Важно отметить, что использование нормального распределения для построения доверительных интервалов и проверки гипотез требует выполнения предположений о нормальности данных и достаточно большой выборки. Если данные не удовлетворяют этим предположениям, могут быть применены альтернативные методы, такие как использование распределения Стьюдента или непараметрические тесты.

**47. Использование 2 χ -распределения при построении доверительных интервалов и проверке статистических гипотез.**

Распределение хи-квадрат (χ²) играет важную роль при построении доверительных интервалов и проверке статистических гипотез, особенно когда исследуемая выборка имеет нормальное распределение или когда требуется работать с дисперсией или ковариацией.

Построение доверительных интервалов:

Когда требуется оценить неизвестную дисперсию или дисперсионную компоненту параметра, доверительный интервал, основанный на распределении хи-квадрат, может быть использован.

Формула для построения доверительного интервала для дисперсии (σ²) с использованием распределения хи-квадрат: [(n-1) \* s² / χ²₁,₂], где n - размер выборки, s² - выборочная дисперсия, χ²₁,₂ - критические значения распределения хи-квадрат с (n-1) степенями свободы и заданным уровнем доверия.

Критические значения χ²₁,₂ определяются на основе выбранного уровня доверия и числа степеней свободы (n-1). Интервал будет содержать истинное значение дисперсии с выбранной вероятностью.

Проверка статистических гипотез:

Распределение хи-квадрат также используется для проверки статистических гипотез, особенно связанных с дисперсией или ковариацией.

Для проверки гипотезы о значении дисперсии или ковариации сравнивается выборочная статистика, основанная на распределении хи-квадрат, с критическим значением.

Формула для вычисления хи-квадрат статистики: χ² = (n-1) \* s² / σ², где n - размер выборки, s² - выборочная дисперсия, σ² - значение параметра под нулевой гипотезой.

Затем сравнивается значение хи-квадрат статистики с критическим значением χ²₁,₂, которое определяется на основе выбранного уровня значимости и числа степеней свободы (n-1). Если значение хи-квадрат статистики попадает в критическую область, то нулевая гипотеза отвергается в пользу альтернативной гипотезы.

Важно отметить, что использование распределения хи-квадрат предполагает выполнение предположений о нормальности данных и независимости выборки. Если данные не удовлетворяют этим предположениям, могут быть применены альтернативные методы, такие как использование бутстрэп-процедуры или непараметрические тесты.

**48. Виды зависимостей между случайными величинами. Основные задачи корреляционного и регрессионного анализа.**

Зависимость между случайными величинами может быть различной природы и выражаться в разных видах. Некоторые из основных видов зависимостей включают:

1. Линейная зависимость: В этом случае значения двух переменных изменяются в соответствии с линейной функцией. Например, если одна переменная увеличивается, то другая также увеличивается или уменьшается с постоянным темпом.

2. Нелинейная зависимость: Здесь связь между переменными не может быть описана линейной функцией. Форма зависимости может быть криволинейной или иметь другие нетривиальные формы.

3. Монотонная зависимость: Это означает, что значения одной переменной монотонно изменяются при изменении значений другой переменной. Может быть положительная монотонная зависимость (увеличение одной переменной сопровождается увеличением другой) или отрицательная монотонная зависимость (увеличение одной переменной сопровождается уменьшением другой).

4. Независимость: В этом случае значения одной переменной не связаны с значениями другой переменной. Изменение одной переменной не влияет на значения другой переменной.

Корреляционный анализ и регрессионный анализ являются методами для изучения зависимости между переменными:

Корреляционный анализ:

- Задача корреляционного анализа состоит в изучении степени и направления связи между двумя или более переменными.

- Основная мера в корреляционном анализе - это коэффициент корреляции, который показывает, насколько две переменные связаны друг с другом.

- Корреляционный анализ может помочь определить, есть ли статистически значимая связь между переменными, и может быть использован для измерения силы и направления этой связи.

Регрессионный анализ:

- Задача регрессионного анализа состоит в построении математической модели, которая описывает зависимость одной переменной (зависимой переменной) от другой или нескольких переменных (независимых переменных).

- Регрессионный анализ позволяет предсказывать значения зависимой переменной на основе значений независимых переменных.

- Основной метод в регрессионном анализе - это линейная регрессия, где строится линия лучшего соответствия между зависимой переменной и независимыми переменными.

Корреляционный анализ и регрессионный анализ тесно связаны между собой. В регрессионном анализе, коэффициент корреляции может быть использован для оценки силы и направления связи между зависимой переменной и независимыми переменными

**49. Выборочный коэффициент корреляции и его свойства.**

Выборочный коэффициент корреляции (также известный как коэффициент корреляции Пирсона) - это мера статистической связи между двумя выборками данных. Он показывает, насколько две переменные линейно связаны друг с другом. Выборочный коэффициент корреляции обозначается как r.

Свойства выборочного коэффициента корреляции:

1. Диапазон значений: Выборочный коэффициент корреляции r находится в диапазоне от -1 до 1. Значение -1 означает полную отрицательную линейную связь, 1 - полную положительную линейную связь, а 0 - отсутствие линейной связи.

2. Независимость от масштаба: Выборочный коэффициент корреляции не зависит от масштаба переменных. Это означает, что изменение масштаба или единиц измерения переменных не влияет на значение коэффициента корреляции.

3. Симметричность: Выборочный коэффициент корреляции симметричен относительно переменных. То есть корреляция между переменной X и переменной Y будет такой же, как и между переменной Y и переменной X.

4. Чувствительность к выбросам: Выборочный коэффициент корреляции может быть чувствителен к выбросам в данных. Выбросы могут значительно повлиять на значение коэффициента корреляции и привести к искажению результатов.

5. Не обязательно указывает на причинно-следственную связь: Высокий коэффициент корреляции не указывает на причинно-следственную связь между переменными. Он показывает только статистическую связь и не может дать информацию о причине или направлении связи.

6. Может быть искажен в наличии скрытых факторов: Выборочный коэффициент корреляции может быть искажен, если между переменными существуют скрытые факторы, которые оказывают влияние на обе переменные. Это может привести к ложному представлению о связи между переменными.

Выборочный коэффициент корреляции является важным инструментом в статистическом анализе данных и позволяет измерять степень связи между переменными. Однако он имеет свои ограничения, и его интерпретация должна происходить с осторожностью, учитывая контекст и особенности данных.

**50. Эмпирическое линейное уравнение регрессии. Метод наименьших квадратов.**

Эмпирическое линейное уравнение регрессии (также известное как уравнение линейной регрессии) используется для описания линейной зависимости между зависимой переменной (Y) и одной или несколькими независимыми переменными (X). Это уравнение позволяет предсказывать значения зависимой переменной на основе значений независимых переменных.

Форма эмпирического линейного уравнения регрессии выглядит следующим образом:

Y = b0 + b1\*X1 + b2\*X2 + ... + bn\*Xn

где:

- Y представляет собой зависимую переменную, которую мы хотим предсказать.

- X1, X2, ..., Xn представляют собой независимые переменные.

- b0, b1, b2, ..., bn представляют собой коэффициенты регрессии, которые определяют величину и направление связи между зависимой и независимыми переменными.

Метод наименьших квадратов (МНК) - это статистический метод, используемый для оценки коэффициентов регрессии в эмпирическом линейном уравнении. Он находит такие значения коэффициентов, чтобы минимизировать сумму квадратов отклонений (расстояний) между наблюдаемыми значениями зависимой переменной и предсказанными значениями, полученными с использованием уравнения регрессии.

Процесс МНК включает следующие шаги:

1. Сбор данных: Собираются пары наблюдений зависимой переменной (Y) и независимых переменных (X).

2. Построение модели: Формируется эмпирическое линейное уравнение регрессии.

3. Оценка коэффициентов: Поиск значений коэффициентов регрессии, которые минимизируют сумму квадратов отклонений.

4. Проверка статистической значимости: Оценка статистической значимости коэффициентов и проверка гипотез о значимости связи.

5. Интерпретация и использование модели: Анализ коэффициентов и использование уравнения регрессии для предсказания значений зависимой переменной на основе значений независимых переменных.

МНК является одним из наиболее распространенных и широко используемых методов для оценки параметров в линейной регрессии. Он обеспечивает оптимальные оценки коэффициентов, учитывая линейную зависимость между переменными, и позволяет строить эмпирические модели для предсказания и объяснения поведения зависимой переменной.

**1. Пространство элементарных событий. Классификация случайных событий. Алгебра событий.**

**2. Статистическое определение вероятности**

**3. Элементы комбинаторики: размещения, сочетания, перестановки.**

**4. Классическое определение вероятности**

**5. Геометрическое определение вероятности**

**6. Аксиоматическое построение теории вероятностей**

**7. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.**

**8. Формула полной вероятности**

**9. Формула Байеса**

**10.Повторение независимых опытов. Формула Бернулли**

**11.Закон распределения дискретной случайной величины**

**12.Функция распределения случайной величины и её свойства**

**13.Плотность вероятностей и её свойства**

**14.Числовые характеристики положения случайной величины.**

**15.Числовые характеристики рассеивания случайной величины**

**16.Моменты случайных величин. Асимметрия и эксцесс**

**17.Характеристическая функция**

**18.Биномиальный закон распределения и его числовые характеристики**

**19.Закон распределения Пуассона**

**20.Простейший поток событий**

**21.Равномерный закон распределения**

**22.Показательный закон распределения**

**23.Нормальный закон распределения (закон Гаусса)**

**24.Функция Лапласа и ее свойства**

**25.Правило трех сигм**

**26.Системы случайных величин**

**27.Закон распределения дискретной системы двух случайных величин**

**28.Функция распределения системы двух случайных величин**

**29.Плотность вероятностей системы двух случайных величин**

**30.Условные законы распределения случайных величин.**

**31.Основные числовые характеристики системы двух случайных величин**

**32.Корреляционный момент. Коэффициент корреляции и его свойства**

**33.Условные математические ожидания. Линии регрессии**

**34.Нормальный закон на плоскости**

**35.Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Вариационный ряд. Статистический ряд. Полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.**

**36.Точечное оценивание параметров распределения. Свойства точечных оценок. Несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.**

**37. Интервальные оценки параметров генеральной совокупности. Доверительная вероятность.**

**38. Построение доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности.**

**39. Построение доверительного интервала для дисперсии нормально распределенной генеральной совокупности.**

**40. Основные понятия теории проверки гипотез. Простая и сложная гипотезы. Нулевая и альтернативная гипотезы. Статистический критерий. Область принятия гипотезы и критическая область. Ошибки первого и второго родов. Уровень значимости и мощность критерия. Двусторонняя и односторонняя критические области.**

**41. Проверка гипотезы о виде закона распределения. Критерий согласия 2 χ Пирсона.**

**42. Критерии значимости. Проверка гипотез о математических ожиданиях одной и двух независимых нормальных выборок.**

**43. Критерии значимости. Проверка гипотез о дисперсиях одной и двух независимых нормальных выборок.**

**44. Критерии значимости. Проверка гипотез о математических ожиданиях двух зависимых и независимых нормальных выборок.**

**45. Использование распределения Стьюдента при построении доверительных интервалов и проверке статистических гипотез.**

**46. Использование нормального распределения при построении доверительных интервалов и проверке статистических гипотез.**

**47. Использование 2 χ -распределения при построении доверительных интервалов и проверке статистических гипотез.**

**48. Виды зависимостей между случайными величинами. Основные задачи корреляционного и регрессионного анализа.**

**49. Выборочный коэффициент корреляции и его свойства.**

**50. Эмпирическое линейное уравнение регрессии. Метод наименьших квадрато**