

Задача 1.3

Решить с помощью метода прогонки следующие СЛАУ $A_i \mathbf{b} = \mathbf{f}_i$:

1. СЛАУ, получающуюся при построении кубического сплайна для функции $f(x) = x|\cos(5x)|$ на отрезке $x \in [0, 2]$ по значениям в $N = 100$ узлах $x_i = 2i/N$ (данную СЛАУ необходимо выписать).
- 2.

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 6 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)},$$

$$(\mathbf{f}_2)_l = \cos(x_l) * h^4, \quad x_l = \frac{l\pi}{n}, \quad h = \frac{\pi}{n}, \quad l = \overline{2, n-2}.$$

$$(\mathbf{f}_2)_0 = (\mathbf{f}_2)_n = 1, \quad (\mathbf{f}_2)_1 = (\mathbf{f}_2)_{n-1} = 0.$$

$$n = 100.$$

Провести сравнение решений двух задач на основе следующих критериев:

1. Количество операций (умножений и делений) относительно размерности матриц;
2. Норма невязки $\|\mathbf{r}_i\|_2 = \|A_i \mathbf{x} - \mathbf{b}_i\|_2$.

Подобрать более эффективный численный метод решения СЛАУ для второй задачи.

Дополнительно для первой задачи построить на одном графике исходную функцию $f(x)$ и получившийся интерполант.

Бонусный вопрос: Где на практике может возникнуть СЛАУ с матрицей A_2 ?

Указание Обзор проводить для задач и методов решения СЛАУ.