

习题三

3-1 一液体从毛细管中均匀滴落，观测得到 259 滴液体质量为 2.5g 重，液滴在脱离毛细管的瞬间液滴颈的直径 $d=0.5\text{mm}$ ，求此液体的表面张力系数。

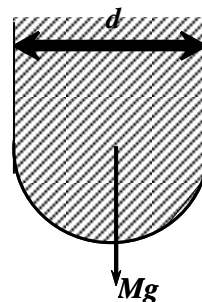
解：

表面张力 $f = \alpha L = \alpha \pi d$

$$\because f = mg \quad \text{式中 } m = \frac{M}{n} g$$

$$\therefore \alpha \pi d = \frac{M}{n} g$$

$$\therefore \alpha = \frac{M}{\pi d n} g = \frac{2.5 \times 10^{-3} \times 9.8}{3.14 \times 0.5 \times 10^{-3} \times 259} = 0.06 (\text{N/m})$$



说明：可以参考一下书 P65 图 3-7 中间那个图，不过最好倒过来看，因为题目中是半球形水滴挂在毛细管上。然后把 ΔS 改成半球面，就会发现表面张力正好是向上的。

3-2 由同种液体形成的球形液滴和液泡的半径都是 R ，求它们的附加压强和表面能之比。

解：

$$P_{\text{滴}} = \frac{2\alpha}{R}, \quad \Delta W_{\text{滴}} = \Delta S \cdot \alpha = 4\pi R^2 \alpha$$

$$P_{\text{泡}} = \frac{4\alpha}{R}, \quad \Delta W_{\text{泡}} = 2\Delta S \cdot \alpha = 8\pi R^2 \alpha$$

$$\frac{P_{\text{滴}}}{P_{\text{泡}}} = \frac{1}{2}, \quad \frac{\Delta W_{\text{滴}}}{\Delta W_{\text{泡}}} = \frac{1}{2}$$

3-3 肥皂液的表面张力系数 $\alpha = 40 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ ，吹一个直径为 10 cm 的肥皂泡，求吹此肥皂泡所做的功，肥皂泡内外的压强差。

解： $\Delta w = \Delta S \cdot \alpha = 2 \times 4\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \times \alpha = 2 \times 4\pi \left(\frac{0.1}{2}\right)^2 \times 40 \times 10^{-3} = 8\pi \times 10^{-4} (\text{J})$

肥皂泡内外的压强差： $\Delta P = \frac{4\alpha}{R} = \frac{4\alpha}{d/2} = 3.2 (\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$

（注意：空中的肥皂泡有两个表面）

3-4 肥皂液的表面张力系数 $\alpha = 40 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ ，在肥皂液中有一个直径为 10 cm 的肥皂泡，求肥皂泡内外的压强差。

$$\text{解: } \Delta P = \frac{2\alpha}{R} = \frac{2\alpha}{d/2} = 1.6(N \cdot m^{-2})$$

(注意: 肥皂液中的肥皂泡只有 1 个表面)

3-5 有两根内径不同的毛细管, 竖直插入水中, 液面差为 2.6 cm, 若插入酒精中, 液面差是 1 cm。求酒精的表面张力系数。(设液体完全润湿毛细管, 水的表面张力系数 $\alpha = 73 \times 10^{-3} \text{ N/m}$)

解: 因为是全润湿, 由毛细现象公式:

$$h = \frac{2\alpha}{r\rho g} \cos \theta$$

$$\text{可得: } \Delta h = h_1 - h_2 = \frac{2\alpha}{\rho g} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

当两个毛细管插入水和酒精中时:

$$\Delta h_{\text{水}} = \frac{2\alpha_{\text{水}}}{\rho_{\text{水}} g} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 2.6 \times 10^{-2} (m)$$

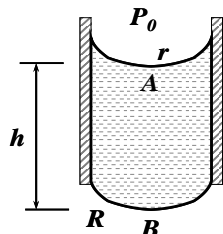
$$\Delta h_{\text{酒}} = \frac{2\alpha_{\text{酒}}}{\rho_{\text{酒}} g} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 1.0 \times 10^{-2} (m)$$

将上面两式相除可得:

$$\alpha_{\text{酒}} = \frac{\alpha_{\text{水}} \rho_{\text{酒}}}{2.6 \rho_{\text{水}}} = \frac{73 \times 10^{-3} \times 0.8 \times 10^3}{2.6 \times 10^3} = 2.2 \times 10^{-2} (N/m)$$

3-6 在内半径为 $r = 0.30 \text{ mm}$ 的毛细管中注入水, 在管的下端形成一半径为 $R = 3.0 \text{ mm}$ 的水滴, 求管中水柱的高度。设接触角 $\theta = 0$, $\alpha = 7.3 \times 10^{-2} \text{ Nm}^{-1}$

解: A 为凹液面, $P_A < P_0$



$$\therefore P_A = P_0 + P_S = P_0 - \frac{2\alpha}{r} \quad (1)$$

B 为凸面, $P_B > P_0$

$$\therefore P_B = P_0 + P_S = P_0 + \frac{2\alpha}{R} \quad (2)$$

$$\text{又} \because P_B = \rho g h + P_A$$

$$\therefore P_B - P_A = \rho g h$$

$$(2)-(1) \therefore P_B - P_A = \frac{2\alpha}{R} + \frac{2\alpha}{r}$$

$$\therefore \rho gh = \frac{2\alpha}{R} + \frac{2\alpha}{r}$$

$$\therefore h = \frac{1}{\rho g} \left(\frac{2\alpha}{R} + \frac{2\alpha}{r} \right) = 5.5 \times 10^{-2} m$$

3-7 如果树液完全由树干中的细管子(可看作为粗细均匀的毛细管)因毛细现象而上升, 接触角为 60° , 表面张力系数为 0.05N/m , 则高为 10m 的树, 树干中的细管子的最大半径是多少? (水的密度为 1000kg/m^3)

$$\text{解: } \therefore h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g r}$$

$$\therefore r = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g h} = \frac{2 \times 0.05 \times \cos 60^\circ}{1000 \times 9.8 \times 10} = 0.5 \times 10^{-6} (m)$$

3-8 水的表面张力系数 α 和温度 T (单位为 $^\circ\text{C}$)有关, $\alpha = (70 - 0.15T) \times 10^{-3} \text{N/m}$ 。则温度由 10°C 升到 30°C 时, 直径分别为 $d_1 = 0.3\text{mm}$, $d_2 = 0.6\text{mm}$ 的两根毛细管(设全润湿)中水面高度差相差多少? (即两毛细管插入同一水槽内)

解: 温度为 10°C 时, 两毛细管的高度差为:

$$h_1 = \frac{4\alpha_1}{\rho g} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right)$$

同理: 温度为 30°C 时, 两毛细管的高度差为:

$$h_2 = \frac{4\alpha_2}{\rho g} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right)$$

所以, 两高度差的差别为:

$$\Delta h = h_1 - h_2 = \frac{4(\alpha_1 - \alpha_2)}{\rho g} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) = \frac{4 \times 0.15 \times (30 - 10) \times 10^{-3}}{10^3 \times 9.8} \left(\frac{1}{0.3 \times 10^{-3}} - \frac{1}{0.6 \times 10^{-3}} \right)$$

$$\Delta h = 2.04 \times 10^{-3} (m)$$