

Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I) (εισαγωγικές έννοιες)

<http://mixstef.github.io/courses/csintro/>



Μ.Στεφανιδάκης

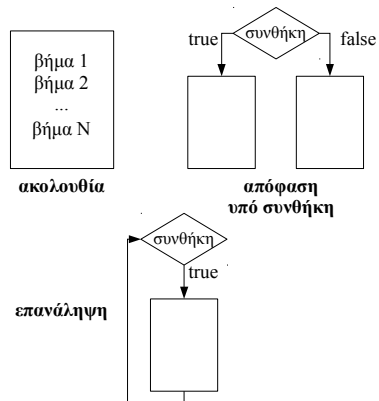
Τι είναι αλγόριθμος;

• Αλγόριθμοι

- “Βήμα προς βήμα μέθοδος για την επίλυση ενός προβλήματος”
 - Ανεξάρτητη από το υπολογιστικό σύστημα!
- Τυπικός ορισμός:
 - Μια διαδικασία με πεπερασμένο αριθμό διατεταγμένων βημάτων
 - πιθανώς με επαναλήψεις και συνθήκες
 - η οποία επιλύει ένα συγκεκριμένο πρόβλημα
 - μετασχηματισμού εισόδων σε εξόδους
 - σε πεπερασμένο χρόνο

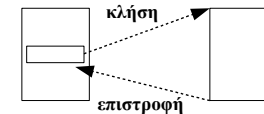
Βασικές αλγοριθμικές δομές

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές



Υποπρογράμματα (υποαλγόριθμοι)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές



- Επαναχρησιμοποίηση
 - κλήση συναρτήσεων
- Ευκολότερη κατανόηση
 - σημαντικό όσο και η απόδοση!

Αναδρομή: ένα κομψό εργαλείο

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές

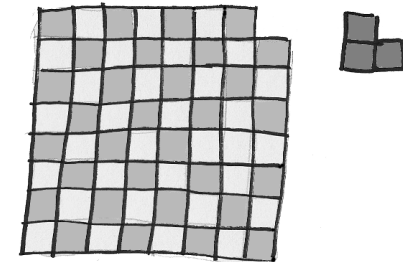
- Το γενικότερο πλαίσιο: μείωση ενός προβλήματος σε πολλά υποπροβλήματα
 - Και στη συνέχεια, συνδυασμός των μερικών λύσεων
- Αναδρομή
 - Μία συνάρτηση καλεί τον εαυτό της
 - δημιουργεί μικρότερα υποπροβλήματα
 - Μέχρι να φτάσει σε μια βασική περίπτωση
 - με άμεσο υπολογισμό του (μερικού) αποτελέσματος
 - Ακολουθούν επιστροφές με συνδυασμό των μερικών αποτελεσμάτων
 - μέχρι το τελικό αποτέλεσμα

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

5

Αναδρομή: ένα παράδειγμα

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές



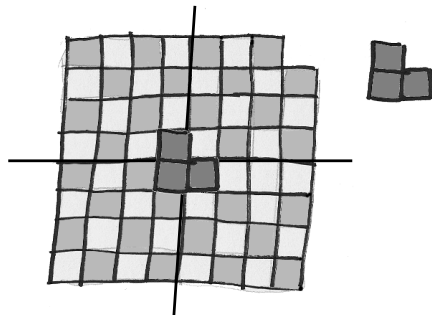
- Πώς θα καλύψουμε (αν μπορούμε) τη σκακιέρα με σχήματα τύπου L;

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

6

Αναδρομή: ένα παράδειγμα

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές



- Βλέπετε τη λύση; Είναι η αναδρομή!

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

7

Αναδρομή

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές

- Αλγοριθμικά “κομψή” λύση αλλά
 - Πιθανή επιβάρυνση κατά την κλήση των συναρτήσεων
 - Και μεγαλύτερη χρήση πόρων για διατήρηση προηγούμενων καταστάσεων
- Συχνά πρέπει να μετατρέψουμε την αναδρομή σε επανάληψη
 - Ευτυχώς αυτό είναι πάντα δυνατό
 - ακόμα κι αν οδηγεί σε λιγότερο κομψή διατύπωση του αλγορίθμου
 - με τη βοήθεια δομών δεδομένων που μιμούνται τη λειτουργία της αναδρομής

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

8

Πολυπλοκότητα ενός αλγορίθμου

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα

- Για την κατανόηση της απόδοσής του
 - Χρειαζόμαστε ένα βασικό μέγεθος
 - Που θα εστιάζει στη μεγάλη εικόνα
 - Την αύξηση του χρόνου εκτέλεσης ανάλογα με το μέγεθος του προβλήματος (δεδομένων εισόδου)
 - Ανεξάρτητα από την ταχύτητα της γλώσσας προγραμματισμού
 - Ανεξάρτητα από την ταχύτητα του υλικού
 - Προσοχή: δεν ενδιαφερόμαστε για απόλυτους χρόνους
 - Αντιθέτως, υπολογίζουμε **πόσες φορές** εκτελείται μια βασική λειτουργία!
 - Σε σχέση με το **μέγεθος** των δεδομένων εισόδου

Ο ασυμπτωτικός συμβολισμός $O(\dots)$

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα

- Big O notation
 - Έκφραση κλάσης πολυπλοκότητας σε σχέση με το μέγεθος n των δεδομένων εισόδου
 - αφαιρώντας σταθερούς παράγοντες
 - Τυπικά
 - $O(g(n))$, είναι ένα σύνολο συναρτήσεων
 - $f(n)$ ανήκει στο $O(g(n))$ εάν υπάρχει n_0 και θετική σταθερά c έτσι ώστε $f(n) \leq cg(n)$ για κάθε $n \geq n_0$
 - Πρακτικά
 - $O(g(n))$, είναι οι συναρτήσεις που αυξάνονται με αργότερο ρυθμό από το $g(n)$ - άρα είναι αποδοτικότερες!
 - Παράδειγμα
 - Τα n^2 , $3n^2$, $85.8n^2 + 3.44$ ανήκουν όλα στο $O(n^2)$

Ο ασυμπτωτικός συμβολισμός $O(\dots)$

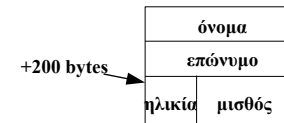
- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα

- Αν για παράδειγμα η πολυπλοκότητα ενός αλγορίθμου είναι $O(n^2)$
 - Αυτό σημαίνει ότι για μέγεθος δεδομένων n θα εκτελεστεί αριθμός λειτουργιών της τάξης του n^2
 - Και ότι ένας αλγόριθμος $O(n)$ είναι αποδοτικότερος!
 - Απόδοση ανεξάρτητη από μέγεθος δεδομένων
 - $O(1)$ – η ιδανική περίπτωση!
 - Πολυωνυμικά προβλήματα
 - $O(\log n)$, $O(n)$, $O(n^2)$, $O(n^k)$
 - Συνήθως επιλύσιμα
 - Μη πολυωνυμικά προβλήματα
 - $O(k^n)$ ή $O(n!)$
 - Γενικά, μη επιλύσιμα

Η βασική μονάδα δεδομένων

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων

- Η “εγγραφή” (record ή structure)
 - Μία αυτοτελής ομάδα δεδομένων
 - Με συγκεκριμένη μορφή αποθήκευσης
 - Κάθε μέλος της ομάδας βρίσκεται σε καθορισμένη θέση (διεύθυνση) μέσα στην εγγραφή
 - Ως “κόμβος” δεδομένων σε πιο σύνθετες δομές δεδομένων



Πίνακες (arrays)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες

- Ακολουθία όμοιων εγγραφών
 - Σε συνεχόμενες θέσεις μνήμης
 - Πίνακας μιας διάστασης
 - Ο υπολογισμός της θέσης (διεύθυνσης) του i -οστού στοιχείου είναι άμεσος
 - Αρχή πίνακα + i * μέγεθος εγγραφής
 - Θυμηθείτε: το i ξεκινά από το 0!
 - Είναι δυνατή η υλοποίηση πινάκων πιο πολλών διαστάσεων
 - Π.χ. για πίνακα δύο διαστάσεων, ως συνεχόμενες σειρές στη μνήμη
 - Πώς υπολογίζεται στην περίπτωση αυτή η διεύθυνση του στοιχείου i_{ij} ;

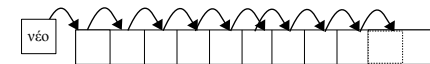
Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

13

Λειτουργίες σε πίνακες

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες

- Λήψη στοιχείου i
 - Σταθερή πολυπλοκότητα $O(1)$
 - Εφόσον ο υπολογισμός της θέσης του κάθε στοιχείου είναι άμεσος
- Προσθήκη στοιχείου (στο τέλος)
 - $O(1)$ – θεωρώντας ότι υπάρχει χώρος
 - Άμεσος υπολογισμός θέσης νέου στοιχείου
- Εισαγωγή στοιχείου (π.χ. στην αρχή)
 - $O(n)$ – θα πρέπει να μετατοπιστούν τα ήδη υπάρχοντα στοιχεία!



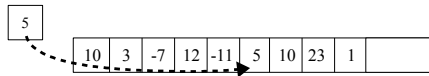
Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

14

Αναζήτηση σε πίνακα

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση

- Αναζήτηση στοιχείου με κάποιες ιδιότητες
 - Τιμές-κλειδιά
 - Εύρεση θέσης (i) στοιχείου – αν υπάρχει!
- Εάν τα στοιχεία δεν είναι ταξινομημένα...
 - Με βάση τις αναζητούμενες τιμές-κλειδιά
- ...τότε πρέπει να διασχίσουμε τον πίνακα σειριακά
 - από τη μία άκρη προς την άλλη (διάσχιση πίνακα)
 - συγκρίνοντας κάθε στοιχείο που συναντάμε
 - $O(n)$ – OK για μικρούς πίνακες



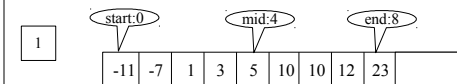
Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

15

Δυαδική Αναζήτηση (binary search)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση

- Εάν τα στοιχεία είναι ταξινομημένα...
 - Με βάση τις αναζητούμενες τιμές-κλειδιά
- ...τότε η αναζήτηση γίνεται πολύ πιο αποδοτική!
 - Χωρίζοντας τον πίνακα στη μέση
 - Και ψάχνοντας μόνο ένα από τα δύο μέρη
 - Μικρότερο υποπρόβλημα!
 - Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία μέχρι την εύρεση
 - ή μέχρι να φανεί ότι δεν υπάρχει αυτό που ψάχνουμε
 - $O(\log_2 n)$ – η μόνη βιώσιμη λύση για μεγάλους πίνακες!

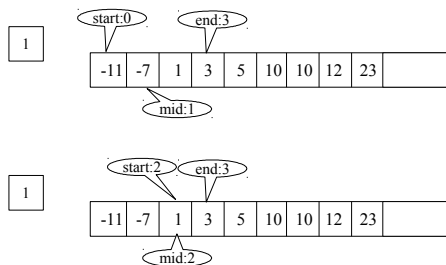


Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

16

Δυαδική Αναζήτηση (binary search)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση



Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

17

Ταξινόμηση

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση

- Συνήθης λειτουργία σε πίνακες
 - Με βάση τιμές κλειδιών (μέρους στοιχείου πίνακα)
 - Ως βάση για την εφαρμογή άλλων αλγορίθμων
 - Όπως η δυαδική αναζήτηση που είδαμε προηγουμένως
 - Δεν υπάρχει μοναδικός αλγόριθμος ταξινόμησης με την βέλτιστη πολυπλοκότητα
 - Εξαρτάται από τη μέχρι τώρα διάταξη των δεδομένων
- Στη συνέχεια θα δούμε ορισμένους μόνο από το σύνολο των αλγορίθμων ταξινόμησης

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

18

Ταξινόμηση παρεμβολής (insertion sort)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση

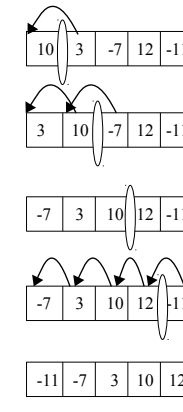
- Ο πίνακας χωρίζεται σε δύο μέρη
 - Το ταξινομημένο μέρος
 - Αρχικά περιέχει το πρώτο στοιχείο του πίνακα
 - Και το αταξινόμητο
 - Τα υπόλοιπα στοιχεία
- Κάθε στοιχείο του αταξινόμητου
 - Προωθείται στη σωστή θέση μέσα στο ταξινομημένο μέρος
 - Το ταξινομημένο μέρος σταδιακά μεγαλώνει
- Πολυπλοκότητα
 - $O(n^2)$ στη χειρότερη περίπτωση
 - $O(n)$ στην καλύτερη (ήδη ταξινομημένα)

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

19

Ταξινόμηση παρεμβολής (insertion sort)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση



Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

20

Quicksort

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση

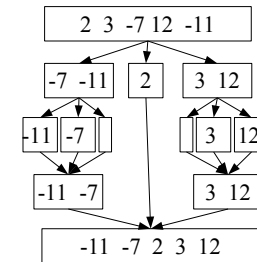
- Ένας από τους γνωστότερους αλγορίθμους ταξινόμησης
 - Ακολουθεί την τακτική της διαμέρισης του πίνακα σε δύο μέρη
 - Μικρότερα και μεγαλύτερα στοιχεία από (τυπικά) το πρώτο στοιχείο του πίνακα
 - Και στη συνέχεια ταξινομεί αναδρομικά τους δύο υποπίνακες
 - Στο τέλος συνενώνει τους πίνακες
 - Μικρότερα + στοιχείο διαμέρισης + μεγαλύτερα
- Πολυπλοκότητα
 - $O(n^2)$ στη χειρότερη περίπτωση (ήδη ταξινομημένα)
 - $O(n \log_2 n)$ καλύτερη περίπτωση και κατά μέσο όρο

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

21

Quicksort

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση



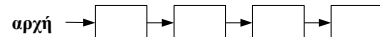
Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

22

Διασυνδεδεμένες λίστες

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση
- Διασυνδεδεμένες λίστες

- Για αποθήκευση ακολουθίας στοιχείων
 - Εναλλακτικά των πινάκων
 - Αποτελείται από κόμβους
 - Στοιχεία (εγγραφές δεδομένων)
 - Κάθε κόμβος διασυνδέεται με τον επόμενο
 - Μονή ή διπλή φορά διασύνδεσης
 - Η εισαγωγή είναι $O(1)$
 - Αλλαγή μόνο της διασύνδεσης των κόμβων
 - Θα πρέπει όμως να ξέρουμε το σημείο εισαγωγής..
 - Αλλά η προσπέλαση τυχαίου στοιχείου γίνεται τώρα $O(n)$
 - Θα πρέπει να διασχίσουμε τη λίστα από κάποια άκρη της μέχρι να φτάσουμε στο στοιχείο που θέλουμε



Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

23