

# Μεταγλωττιστές 2020-21

Συντακτική ανάλυση LL(1):  
Σύνολα FIRST και FOLLOW

# Γραμματική LL(1) αριθμητικών εκφράσεων

```
Stmt_list  → Stmt Stmt_list | ε
Stmt       → id = Expr | print Expr
Expr       → Term Term_tail
Term_tail  → Addop Term Term_tail | ε
Term       → Factor Factor_tail
Factor_tail → Multop Factor Factor_tail | ε
Factor     → (Expr) | id | number
Addop      → + | -
Multop     → * | /
```

- Πιο σύνθετη από το προηγούμενο παράδειγμα
  - Υπάρχουν κανόνες που το δεξιό μέρος **ξεκινά με μη τερματικό**
  - Υπάρχουν **κενές παραγωγές** (με ε στο δεξιό μέρος των κανόνων)

# Διατύπωση προβλήματος

- Αν το δεξιό μέρος ενός κανόνα **ξεκινά με τερματικό**, ξέρω πώς θα τον επιλέξω για υλοποίηση

```
def B():  
    if next_token=='B_TOKEN':  
        # B -> b  
        match('B_TOKEN')
```

- Αν **ξεκινά με μη τερματικό**, πώς γίνεται η επιλογή;

```
def Expr():  
    if next_token==?????:  
        # Expr -> Term Term_tail  
        Term()  
        Term_tail()
```

- Κι αν ξέραμε όλα τα πιθανά τερματικά με τα οποία ξεκινούν οι προτάσεις που παράγει το Term;

# Σύνολα FIRST

- **FIRST(x)** είναι το σύνολο των τερματικών από τα οποία ξεκινά κάθε πρόταση που παράγεται από το  $x$  σε 0 ή περισσότερα βήματα
  - Όπου  $x$  οποιαδήποτε ακολουθία τερματικών και μη τερματικών συμβόλων
- Αν  $x$  ξεκινά με **τερματικό σύμβολο  $a$** , το  $FIRST(x)$  περιέχει το ίδιο το  $a$
- Αν  $x$  ξεκινά με **μη τερματικό σύμβολο  $A$** , το  $FIRST(x)$  ισούται με το  $FIRST(A)$ 
  - σημ: εάν το  $A$  παράγει  $\epsilon$ , το  $FIRST(x)$  μπορεί να περιλαμβάνει και άλλα στοιχεία
    - θα το δούμε αργότερα

# Εύρεση συνόλων FIRST

(όταν δεν υπάρχουν κενές παραγωγές)

- Ξεκινάμε με **άδεια** σύνολα FIRST για κάθε μη τερματικό σύμβολο της γραμματικής
- Για κάθε κανόνα της γραμματικής:
  - Αν το δεξιό μέρος του κανόνα ξεκινά με **τερματικό  $a$** , προσθέτουμε το  $a$  στο σύνολο FIRST του μη τερματικού που βρίσκεται στο αριστερό μέρος του κανόνα
  - Αν το δεξιό μέρος του κανόνα ξεκινά με **μη τερματικό  $A$** , προσθέτουμε τα σύμβολα του FIRST( $A$ ) που ξέρουμε εκείνη τη στιγμή στο σύνολο FIRST του μη τερματικού που βρίσκεται στο αριστερό μέρος του κανόνα
- Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία από την αρχή, έως ότου να μην μπορεί να προστεθεί άλλο σύμβολο σε κάποιο σύνολο FIRST
  - Ο αλγόριθμος τερματίζει εγγυημένα: ο αριθμός των επαναλήψεων που θα γίνουν φράσσεται από τον αριθμό των τερματικών και μη τερματικών συμβόλων, που είναι πεπερασμένος.

# Παράδειγμα

Σύνολα FIRST	Κανόνες
	<code>Session -&gt; Fact Session</code> <code>            Question</code> <code>            ( Session ) Session</code>
	<code>Fact -&gt; ! string</code>
	<code>Question -&gt; ? string</code>

Παράδειγμα από το: Dick Grune. 2010. *Parsing Techniques: A Practical Guide* (2nd. ed.). Springer

# Παράδειγμα

Σύνολα FIRST	Κανόνες
(	<pre>Session -&gt; Fact Session             Question             ( Session ) Session</pre>
!	<pre>Fact -&gt; ! string</pre>
?	<pre>Question -&gt; ? string</pre>

# Παράδειγμα

Σύνολα FIRST	Κανόνες
!	Session -> Fact Session
?	Question
(	( Session ) Session
!	Fact -> ! string
?	Question -> ? string

- Μπορείτε να υπολογίσετε με τον ίδιο τρόπο τα σύνολα FIRST για τη γραμματική των αριθμητικών εκφράσεων;
  - αγνοήστε προς το παρόν του κανόνες με ε



Σύνολα FIRST	Κανόνες
	$\text{Stmt\_list} \rightarrow \text{Stmt Stmt\_list}$ $\quad \quad \quad   \epsilon$
	$\text{Stmt} \rightarrow \text{id} = \text{Expr}$ $\quad \quad \quad   \text{print Expr}$
	$\text{Expr} \rightarrow \text{Term Term\_tail}$
	$\text{Term\_tail} \rightarrow \text{Addop Term Term\_tail}$ $\quad \quad \quad   \epsilon$
	$\text{Term} \rightarrow \text{Factor Factor\_tail}$
	$\text{Factor\_tail} \rightarrow \text{Multop Factor Factor\_tail}$ $\quad \quad \quad   \epsilon$
	$\text{Factor} \rightarrow ( \text{Expr} )$ $\quad \quad \quad   \text{id}$ $\quad \quad \quad   \text{number}$
	$\text{Addop} \rightarrow +$ $\quad \quad \quad   -$
	$\text{Multop} \rightarrow *$ $\quad \quad \quad   /$

Σύνολα FIRST	Κανόνες	
	Stmt_list	→ Stmt Stmt_list   ε
id print	Stmt	→ id = Expr   print Expr
	Expr	→ Term Term_tail
	Term_tail	→ Addop Term Term_tail   ε
	Term	→ Factor Factor_tail
	Factor_tail	→ Multop Factor Factor_tail   ε
( id number	Factor	→ ( Expr )   id   number
+ -	Addop	→ +   -
* /	Multop	→ *   /

Σύνολα FIRST	Κανόνες	
<b>id, print</b>	Stmt_list	→ Stmt Stmt_list   ε
<b>id</b> <b>print</b>	Stmt	→ id = Expr   print Expr
	Expr	→ Term Term_tail
<b>+, -</b>	Term_tail	→ Addop Term Term_tail   ε
<b>(, id, number</b>	Term	→ Factor Factor_tail
<b>*, /</b>	Factor_tail	→ Multop Factor Factor_tail   ε
<b>(</b> <b>id</b> <b>number</b>	Factor	→ ( Expr )   id   number
<b>+</b> <b>-</b>	Addop	→ +   -
<b>*</b> <b>/</b>	Multop	→ *   /

Σύνολα FIRST	Κανόνες	
<b>id, print</b>	Stmt_list	→ Stmt Stmt_list   ε
<b>id</b> <b>print</b>	Stmt	→ id = Expr   print Expr
<b>(, id, number</b>	Expr	→ Term Term_tail
<b>+, -</b>	Term_tail	→ Addop Term Term_tail   ε
<b>(, id, number</b>	Term	→ Factor Factor_tail
<b>*, /</b>	Factor_tail	→ Multop Factor Factor_tail   ε
<b>(</b> <b>id</b> <b>number</b>	Factor	→ ( Expr )   id   number
<b>+</b> <b>-</b>	Addop	→ +   -
<b>*</b> <b>/</b>	Multop	→ *   /

# Χρήση συνόλων FIRST (γραμματικές χωρίς ε)

- Επιλέγουμε την υλοποίηση ενός κανόνα  $A \rightarrow x$  όταν εμφανιστεί token που ανήκει στο **FIRST(x)**

```
def Expr():  
    if next_token=='(' or next_token=='id' or next_token=='number':  
        # Expr -> Term Term_tail  
        # FIRST(Term Term_tail) = FIRST(Term) = { (, id, number }  
        Term()  
        Term_tail()
```

- Ή εναλλακτικά

```
def Expr():  
    if next_token in ('(', 'id', 'number'):  
        # Expr -> Term Term_tail  
        # FIRST(Term Term_tail) = FIRST(Term) = { (, id, number }  
        Term()  
        Term_tail()
```

- Προσοχή: για κάθε εναλλακτικό κανόνα του ίδιου μη τερματικού συμβόλου θα πρέπει τα σύνολα FIRST των δεξιών μερών να μην έχουν κοινά στοιχεία αλλιώς η γραμματική δεν είναι LL(1)!

# Γραμματική LL(1) αριθμητικών εκφράσεων

```
Stmt_list  → Stmt Stmt_list | ε
Stmt       → id = Expr | print Expr
Expr       → Term Term_tail
Term_tail  → Addop Term Term_tail | ε
Term       → Factor Factor_tail
Factor_tail → Multop Factor Factor_tail | ε
Factor     → (Expr) | id | number
Addop      → + | -
Multop     → * | /
```

- Χρησιμοποιώντας τα σύνολα FIRST υλοποιήστε τους αντίστοιχους κανόνες
  - Παραμένει η εκκρεμότητα με τις κενές παραγωγές (με ε στο δεξιό μέρος των κανόνων)

# Το πρόβλημα με τις κενές παραγωγές

- Αν υπάρχει κανόνας  $A \rightarrow \epsilon$ , με ποιο κριτήριο επιλέγω αυτόν τον κανόνα;
  - Χωρίς να καταναλώσω σύμβολο εισόδου;
- Ο υπολογισμός των συνόλων FIRST τροποποιείται
  - Αν υπάρχει κανόνας  $A \rightarrow Bx$  και το B παράγει  $\epsilon$ , τότε το  $FIRST(A)$  δεν περιλαμβάνει μόνο το  $FIRST(B)$ , εφόσον το B μπορεί να “εξαφανιστεί”
    - Πρέπει να λάβουμε υπόψη και το  $FIRST(x)$

# Εύρεση συνόλων FIRST

## (όταν υπάρχουν κενές παραγωγές)

- Ξεκινάμε με **άδεια** σύνολα FIRST για κάθε μη τερματικό σύμβολο της γραμματικής
- Για κάθε κανόνα της γραμματικής:
  - Αν το δεξιό μέρος του κανόνα ξεκινά με **τερματικό  $a$  ή το  $\epsilon$** , προσθέτουμε το  $a$  **ή το  $\epsilon$**  στο σύνολο FIRST του μη τερματικού που βρίσκεται στο αριστερό μέρος του κανόνα
  - Αν το δεξιό μέρος του κανόνα ξεκινά με **μη τερματικό  $A$** , προσθέτουμε τα σύμβολα του FIRST( $A$ ) που ξέρουμε εκείνη τη στιγμή στο σύνολο FIRST του μη τερματικού που βρίσκεται στο αριστερό μέρος του κανόνα
    - Αν το FIRST( $A$ ) περιέχει το  $\epsilon$ , προσθέτουμε αντί για αυτό, το σύνολο FIRST του συμβόλου μετά το  $A$
    - Επαναλαμβάνουμε αν και το επόμενο σύμβολο παράγει  $\epsilon$ . Αν όλα τα σύμβολα στο δεξιό μέρος του κανόνα παράγουν  $\epsilon$ , προσθέτουμε το  $\epsilon$ .
- Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία από την αρχή, έως ότου να μην μπορεί να προστεθεί άλλο σύμβολο σε κάποιο σύνολο FIRST



Σύνολα FIRST	Κανόνες	
<b>id, print</b> <b>ε</b>	Stmt_list	→ Stmt Stmt_list   ε
<b>id</b> <b>print</b>	Stmt	→ id = Expr   print Expr
<b>(, id, number</b>	Expr	→ Term Term_tail
<b>+, -</b> <b>ε</b>	Term_tail	→ Addop Term Term_tail   ε
<b>(, id, number</b>	Term	→ Factor Factor_tail
<b>*, /</b> <b>ε</b>	Factor_tail	→ Multop Factor Factor_tail   ε
<b>(</b> <b>id</b> <b>number</b>	Factor	→ ( Expr )   id   number
<b>+</b> <b>-</b>	Addop	→ +   -
<b>*</b> <b>/</b>	Multop	→ *   /

# Σύνολα FOLLOW

- Για να αποφασίσω πότε ακολουθώ μια κενή παραγωγή  $A \rightarrow \epsilon$
- **FOLLOW(A)** είναι το σύνολο **όλων** των τερματικών συμβόλων που **πιθανόν** ακολουθούν το A, σε **οποιαδήποτε** παραγωγή
  - Δεν μπορούμε να ξέρουμε ακριβώς τι ακολουθεί το A ανά πάσα στιγμή
    - Εξαρτάται από τους προηγούμενους κανόνες που έχουν χρησιμοποιηθεί ως τώρα
    - Το γνωρίζουμε μόνο κατά την εκτέλεση της συντακτικής ανάλυσης
  - Το σύνολο FOLLOW μπορεί να υπολογιστεί εκ των προτέρων και δίνει μια προσεγγιστική λύση, χωρίς να επηρεάζεται η ορθή λειτουργία του συντακτικού αναλυτή
    - Αν υπάρχει συντακτικό σφάλμα, ίσως εκτελεστούν μερικά βήματα παραπάνω πριν αυτό εντοπιστεί

# Εύρεση συνόλων FOLLOW

- Τα σύνολα FOLLOW αρχικά είναι κενά.
- Για κάθε δεξί μέρος των κανόνων:
  - Για κάθε μη τερματικό  $B$  και τυχαίες ακολουθίες συμβόλων  $\alpha, \beta$  σε κανόνες της μορφής  $A \rightarrow \alpha B \beta$ , προσθέτουμε το  $FIRST(\beta)$  -εκτός από το  $\epsilon$ - στο  $FOLLOW(B)$ .
    - το  $\alpha$  μπορεί να μην υπάρχει
  - Για κάθε μη τερματικό  $B$  και τυχαία ακολουθία συμβόλων  $\alpha$  σε κανόνες της μορφής  $A \rightarrow \alpha B$ , προσθέτουμε το  $FOLLOW(A)$  στο  $FOLLOW(B)$ .
  - Για κάθε μη τερματικό  $B$  και τυχαίες ακολουθίες συμβόλων  $\alpha, \beta$  σε κανόνες της μορφής  $A \rightarrow \alpha B \beta$ , όπου το  $\epsilon$  ανήκει στο  $FIRST(\beta)$ , προσθέτουμε το  $FOLLOW(A)$  στο  $FOLLOW(B)$ .
- Επαναλαμβάνουμε ξανά τη διαδικασία για όλους τους κανόνες, έως ότου να μην υπάρχουν νέες προσθήκες στα σύνολα FOLLOW.

# Παράδειγμα

Σύνολα FOLLOW	Σύνολα FIRST	Κανόνες
		<code>-&gt; Session #</code>
		<code>Session -&gt; Facts Question             ( Session ) Session</code>
		<code>Facts -&gt; Fact Facts             ε</code>
		<code>Fact -&gt; ! string</code>
		<code>Question -&gt; ? string</code>

Παράδειγμα από το: Dick Grune. 2010. *Parsing Techniques: A Practical Guide* (2nd. ed.). Springer

# Παράδειγμα

Σύνολα FOLLOW	Σύνολα FIRST	Κανόνες
		$\rightarrow$ Session #
	? ! (	Session $\rightarrow$ Facts Question   ( Session ) Session
	! $\epsilon$	Facts $\rightarrow$ Fact Facts   $\epsilon$
	!	Fact $\rightarrow$ ! string
	?	Question $\rightarrow$ ? string

# Παράδειγμα

Σύνολα FOLLOW	Σύνολα FIRST	Κανόνες
		$\rightarrow$ Session #
# )	? ! (	Session $\rightarrow$ Facts Question   ( Session ) Session
?	! $\epsilon$	Facts $\rightarrow$ Fact Facts   $\epsilon$
! ?	!	Fact $\rightarrow$ ! string
# )	?	Question $\rightarrow$ ? string

- Μπορείτε να υπολογίσετε με τον ίδιο τρόπο τα σύνολα FOLLOW για τη γραμματική των αριθμητικών εκφράσεων;

Σύνολα FOLLOW	Σύνολα FIRST	Κανόνες	
			→ Stmt_list #
#	id, print	Stmt_list	→ Stmt Stmt_list   ε
id, print, #	id print	Stmt	→ id = Expr   print Expr
id, print, ), #	(, id, number	Expr	→ Term Term_tail
id, print, ), #	+, -	Term_tail	→ Addop Term Term_tail   ε
+, -, id, print, ), #	(, id, number	Term	→ Factor Factor_tail
+, -, id, print, ), #	*, /	Factor_tail	→ Multop Factor Factor_tail   ε
*, /, +, -, id, print, ), #	( id number	Factor	→ ( Expr )   id   number
(, id, num	+ -	Addop	→ +   -
(, id, num	* /	Multop	→ *   /

# Χρήση συνόλων FOLLOW

- Σε κάθε συνάρτηση μη τερματικού συμβόλου με  $\epsilon$  στο σύνολο FIRST του
- Προσθέτουμε έναν κλάδο if που απλώς επιστρέφει χωρίς να καταναλώνει είσοδο (χωρίς κλήση match())
- Όταν εμφανιστεί κάποιο από τα σύμβολα του συνόλου FOLLOW του μη τερματικού

```
def Term_tail():  
    # FOLLOW(Term_tail) = { id, print, ), # }  
    ...  
  
    elif next_token in ('id', 'print', ')', None):  
        return  
    ...
```