Linguagens Formais e Autômatos (CC5220/CCM420)

Aula 07 – Expressões Regulares

Prof. Luciano Rossi

Ciência da Computação
Centro Universitário FEI

2º Semestre de 2025

Expressão aritmética

- É composta por operandos e operadores;
- Os operandos podem ser, por exemplo, $x \in \mathbb{N}$
- Os operadores podem ser $y \in \{+, -, \times, \div\}$
- Expressões podem ser agrupadas para indicar precedência;
- Exemplo: $(5 + 3) \times 4$;
- O valor de uma expressão aritmética é um número;

Expressão regular

- É composta por operandos e operadores;
- Os operandos podem ser uma linguagem $\mathbb{L}$ ou $x \in \mathbb{L}$
- Os operadores podem ser $y \in \{\cup, \circ, *\}$
- Expressões podem ser agrupadas para indicar precedência;
- Exemplo: $(0 \cup 1)0^*$;
- O valor de uma expressão regular é uma linguagem;
- Note que o símbolo da concatenação está implícito ($(0 \cup 1) \circ 0^*$);
- A linguagem da expressão é $L = \{w : w \text{ começa com 0 ou 1 e termina com qualquer número de 0's}\}$.

Digamos que R é uma expressão regular se R for:

- a para algum a no alfabeto Σ;
- ϵ;
- $\emptyset$;
- $(R_1 \cup R_2)$;
- $(R_1 \circ R_2)$;
- (R_1^*).

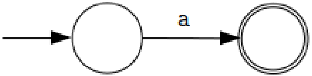
Nas instâncias abaixo assumimos que o alfabeto Σ é $\{0,1\}$.

1. $0^*10^* = \{w : w \text{ contém um único } 1\}$;
2. $\Sigma^*1\Sigma^* = \{w : w \text{ tem pelo menos um símbolo } 1\}$;
3. $\Sigma^*001\Sigma^* = \{w : w \text{ contém a cadeia } 001 \text{ como subcadeia}\}$;
4. $1^*(01^+)^* = \{w : \text{ todo 0 em w é seguido por pelo menos um 1}\}$;
5. $(\Sigma\Sigma)^* = \{w : w \text{ é uma cadeia de comprimento par}\}$;
6. $(\Sigma\Sigma\Sigma)^* = \{w : \text{ o comprimento de w é múltiplo de três}\}$;
7. $01 \cup 10 = \{01, 10\}$;
8. $0\Sigma^*0 \cup 1\Sigma^*1 \cup 0 \cup 1 = \{w : w \text{ começa e termina com o mesmo símbolo}\}$;
9. $(0 \cup \epsilon)1^* = 01^* \cup 1^*$;

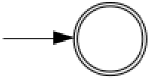
centro universitário FEI

- Expressões regulares e autômatos finitos são **equivalentes** em seu poder descritivo;
- Qualquer expressão regular pode ser **convertida** em um autômato finito;
- Lembre-se que uma linguagem regular é uma linguagem que é **reconhecida por** um autômato finito;
- Se uma linguagem é regular então há uma expressão regular que a **descreva**.

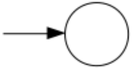
- Caso 1: $R = a$ para algum a em Σ. Então $L(R) = \{a\}$, e o seguinte AFN reconhece $L(R)$:



- Caso 2: $R = \epsilon$. Então $L(R) = \{\epsilon\}$, e o seguinte AFN reconhece $L(R)$:



- Caso 3: $R = \emptyset$. Então $L(R) = \emptyset$, e o seguinte AFN reconhece $L(R)$:



Para os casos:

- Caso 4: $R = R_1 \cup R_2$;
- Caso 5: $R = R_1 \circ R_2$;
- Caso 6: $R = R_1^*$;

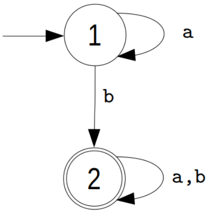
consideramos as construções dadas nas provas de que a classe de linguagens regulares é fechada sob as operações regulares (Aula 06).

Converter a expressão regular $(ab \cup a)^*$ em um AFN.

Converter a expressão regular $(a \cup b)^* aba$ em um AFN.

- Agora precisamos mostrar que se uma linguagem A é regular uma expressão regular a descreve;
- Pelo fato de A ser regular, ela é aceita por um AFD;
- Descreveremos um procedimento para converter AFDs em expressões regulares;
- Esse procedimento será apresentado como um exemplo prático.

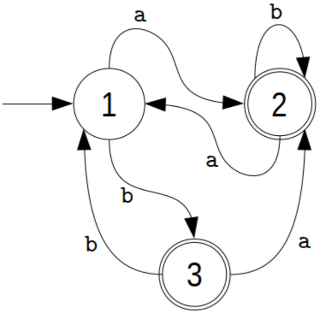
- Seja o seguinte AFD:



- Primeiro, convertemos o AFD em um AFNG (Autômato Finito Não Determinístico Generalizado);
- Removeremos os estados originais, um a um, atualizando os rótulos das transições

Linguagens Formais e Autômatos

Expressões Regulares - Equivalência com AF - Exemplo 1



1. Cada uma das linguagens a seguir é o complemento de uma linguagem mais simples. Em cada caso, construa um AFD para a linguagem mais simples e use-o para obter o diagrama de estados de um AFD para a linguagem dada, em seguida transforme o AFD em uma expressão regular. Em todos os casos $\Sigma = \{a, b\}$.
   a. $\{w : w \text{ não contém a subcadeia ab}\}$
   b. $\{w : w \text{ não contém a subcadeia baba}\}$
   c. $\{w : w \text{ não contém nem subcadeia ab, nem ba}\}$

Linguagens Formais e Autômatos (CC5220/CCM420)

Aula 07 – Expressões Regulares

Prof. Luciano Rossi

Ciência da Computação
Centro Universitário FEI

2º Semestre de 2025