

# ET620 - Máquinas Elétricas

Henrique Koji Miyamoto

## 1 Introdução

*Máquinas elétricas* são conversores de energia elétrica em mecânica e vice-versa através do processo de *conversão de energia eletromecânica*. Podem atuar como *motores* ou *geradores* dependendo da direção de conversão (Figura 1). As variáveis primárias nestes são tensão e corrente e naqueles, torque e velocidade.

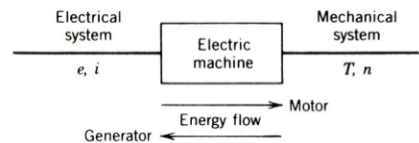


Figura 1: Conversão eletromecânica de energia.

### Princípios de funcionamento das máquinas elétricas

1. Quando um condutor está em movimento em um campo magnético, surge tensão induzida sobre ele.

$$e = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}$$

2. Quando um condutor conduzindo corrente é imerso em um campo magnético, surge uma força sobre ele.

$$\mathbf{F} = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B})$$

Os dois efeitos ocorrem tanto em geradores como em motores, mas o primeiro é mais relevante em geradores e o segundo, em motores.

**Estrutura básica** As máquinas são compostas pelo *estator* (parte fixa, geralmente é a parte externa) e pelo *rotor* (parte móvel, geralmente é a parte interna), separados por *entreferro*. Os dois primeiros são estruturas laminadas (redução de correntes de Foucault) de material ferromagnético (aumenta o campo  $\mathbf{B}$ ). O entreferro deve ser o menor possível (diminuir relutância do ar).

As máquinas apresentam dois enrolamentos: o *enrolamento de campo* é usado para indução de tensão ou geração de torque. O *enrolamento de campo* é usado para produzir o campo magnético principal da máquina.

### 1.1 Tipos de máquinas elétricas

**Máquina CC** O enrolamento de campo fica no estator e o de armadura no rotor. Os dois enrolamentos são alimentados em CC. Na operação como gerador, a tensão induzida na armadura é alternada. Um comutador e um conjunto de escovas são usados para retificar a corrente.

**Máquina de indução** Os enrolamentos do estator servem como enrolamento de armadura e de campo e são posicionados com defasagem de  $120^\circ$ . Quando ligados a alimentação CA trifásica surge um campo girante, que induz tensão no rotor. Se este estiver curto-circuitado, surgem correntes induzidas, que produzem torque, girando-o. A velocidade do rotor nunca alcançará a velocidade do campo girante (máquina assíncrona). O rotor pode ser bobinado ou gaiola de esquilho.

**Máquina síncrona** O enrolamento de campo está no rotor e o de armadura, no estator. O enrolamento de campo é excitado em CC e produz fluxo magnético. Quando o rotor gira, tensão variável é induzida no enrolamento de armadura (estator). A variação dessa tensão ocorre na mesma velocidade de rotação do rotor (máquina síncrona).

Apesar de as três máquinas serem diferentes na construção, seu comportamento é regido pelas mesmas leis e descrito por equações semelhantes.

## 2 Máquinas CC

### 2.1 Visão geral

#### 2.1.1 Construção

O enrolamento de campo está no estator e o de armadura, no rotor. O estator tem polos salientes, excitados por enrolamentos de campo. Os enrolamentos de campo geram um campo magnético na direção do *eixo dos polos* ou *eixo direto* ou *eixo d*). O campo magnético gerado pelo enrolamento de armadura está alinhado com o *eixo em quadratura* ou *eixo q* (defasado de 90° do eixo direto).

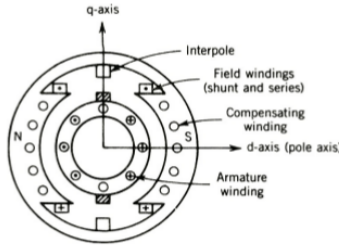


Figura 2: Diagrama da máquina DC com 2 pólos.

#### 2.1.2 Comutação

Considere uma máquina CC de dois polos, com uma espira de terminais  $ab$  que é colocada para girar. A tensão induzida entre seus terminais  $e_{ab}$  será alternada. Se forem usados anéis coletores contínuos, a tensão  $e_{12}$  também será alternada.

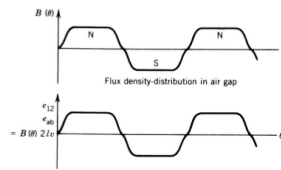


Figura 3: Tensão induzida na espira com anéis contínuos.

Se os anéis contínuos forem substituídos por anéis comutadores, a tensão  $e_{12}$  será unidirecional. Para minimizar as ondulações (*ripple*), são usadas várias espiras, de modo que a tensão resultante é praticamente contínua.

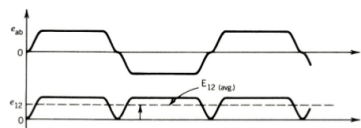


Figura 4: Tensão induzida na espira com anéis comutadores.

O comutador também é fundamental para a operação da máquina CC como motor, pois o torque surge devido à busca de alinhamento entre os campos do rotor e do estator. O comutador varia continuamente a orientação do campo de armadura (invertendo a corrente nos condutores), o que não permite que os campos se alinhem e que o torque se anule.

A comutação deve ocorrer no eixo central (zona neutra), de forma que os campos da armadura e do estator estejam em quadratura, maximizando a produção de torque. Nessa posição, a comutação é suave (sem faíscas e perdas mínimas), pois o campo e a tensão induzida são nulos.

#### 2.1.3 Enrolamentos de armadura

A maioria das máquinas CC tem mais de dois polos. Vantagem: a maior parte dos condutores está sujeito a campo magnético elevado. Desvantagem: a zona neutra diminui, dificultando comutação suave.

Em uma máquina de quatro pólos, a cada ciclo mecânico (360° mecânicos), um condutor de armadura passará por pólos norte-sul-norte-sul, resultando em dois ciclos elétricos (720° elétricos). Podemos definir  $\theta_m$  ângulo mecânico (no espaço) e  $\theta_e$  ângulo elétrico (ciclo de campo magnético). Seja  $p$  o número de polos. Então:

$$\theta_e = \frac{p}{2} \theta_m.$$

Pode-se ligar as espiras de diferentes maneiras.

- No enrolamento imbricado (*lap winding*), o número de caminhos paralelos é igual ao número de polos e o número de escovas é igual ao número de polos.
- No enrolamento ondulado (*wave winding*), o número de caminhos paralelos é 2 e independe do número de pólos.

A corrente de armadura é dividida pelos caminhos paralelos. Por isso, o enrolamento imbricado (maior número de caminhos paralelos) é mais adequado para máquinas de alta corrente/baixa tensão e o enrolamento ondulado, para máquinas de baixa corrente/alta tensão.

#### 2.1.4 Tensão de armadura

A tensão em uma espira (formada por dois condutores) de raio  $r$  e comprimento  $l$ , girando à velocidade  $v = \omega r$  em um campo  $B = B(\theta)$  é

$$e = 2Blv = 2Bl\omega_m r \Rightarrow \bar{e} = 2\bar{B}l\omega_m r.$$

Seja  $\Phi$  o fluxo por pólo e a área de cada pólos  $A = 2\pi r l / p$ . Então

$$\bar{B} = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi p}{2\pi r l} \Rightarrow \bar{e} = \frac{\Phi p}{\pi} \omega_m.$$

Para um enrolamento com  $a$  caminhos paralelos e  $N$  total de espiras no enrolamento de armadura, a tensão de armadura  $E_a$  será:

$$E_a = \frac{N}{a} \bar{e} = \frac{Np}{\pi a} \Phi \omega_m$$

$$\therefore \boxed{E_a = K_a \Phi \omega_m},$$

em que  $K_a = \frac{Np}{\pi a} = \frac{Zp}{2\pi a}$  é a *constante de armadura*, determinada pelo projeto do enrolamento.

#### 2.1.5 Torque desenvolvido

A força produzida em um condutor da armadura de comprimento  $l$  e raio  $r$ , imerso em um campo  $B = B(\theta)$  é dada por

$$f = Bl i_c = Bl \frac{I_a}{a}.$$

O módulo do torque é dado por  $T_c = fr$ . Lembrando que  $\bar{B} = \frac{\Phi p}{2\pi r l}$ , temos:

$$T_c = Bl \frac{I_a}{a} r \Rightarrow \bar{T}_c = \frac{\Phi p}{2\pi} \frac{I_a}{a}.$$

Todos os condutores da armadura produzem torque na mesma direção e contribuem para o torque total:

$$T = 2N \bar{T}_c = \frac{N \Phi p}{\pi a} I_a$$

$$\therefore \boxed{T = K_a \Phi I_a}.$$

Em motores ou geradores ideais, a potência elétrica é completamente convertida em potência mecânica ou vice-versa.

$$P_{elet} = E_a I_a = K_a \Phi \omega_m I_a = T \omega_m = P_{mec}$$

#### 2.1.6 Curva de magnetização

O fluxo por pólo de uma máquina CC depende da excitação do enrolamento de campo ( $F_p$ ) e da relutância do caminho magnético ( $\mathcal{R}$ ):

$$\Phi = \frac{F_p}{\mathcal{R}}$$

Em uma máquina de dois polos, o fluxo atravessa: polo, entreferro, dente do rotor, núcleo do rotor, dente do rotor, entreferro e polo oposto. Para baixos valores de  $\Phi$ , podemos considerar a permeabilidade do material magnético infinita.

$$\Phi = \frac{2F_p}{2\mathcal{R}_g} = \frac{F_p}{\mathcal{R}_g}$$

A relação  $\Phi \times F_p$  é proporcional à relação  $E_a \times I_f$  para uma velocidade fixa, pois:

$$\Phi = \frac{F_p}{\mathcal{R}_g} \Rightarrow \frac{E_a}{K_a \omega_m} = \frac{N I_f}{\mathcal{R}_g} \Rightarrow E_a = \frac{K_a N}{\mathcal{R}_g} \omega_m I_f$$

Para valores baixos de fluxo, a relação é linear. Para valores mais elevados, a permeabilidade do material magnético diminui, resultando em aumentos não-lineares das relutâncias do material. Existe um ponto em que ocorre saturação, no qual as variações de fluxo são desprezíveis.

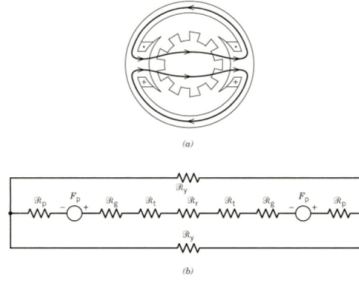


Figura 5: Circuito magnético equivalente da máquina CC.

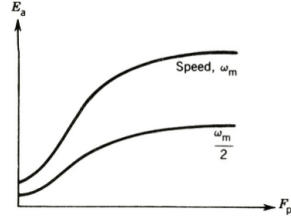


Figura 6: Curva de saturação da máquina CC.

### 2.1.7 Classificação das máquinas CC

As máquinas CC podem ser classificadas quanto à forma de ligação entre os enrolamentos de campo e de armadura:

- (a) Excitação independente
- (b) Auto-excitada paralela (shunt)
- (c) Auto-excitada série
- (d) Auto-excitada composta

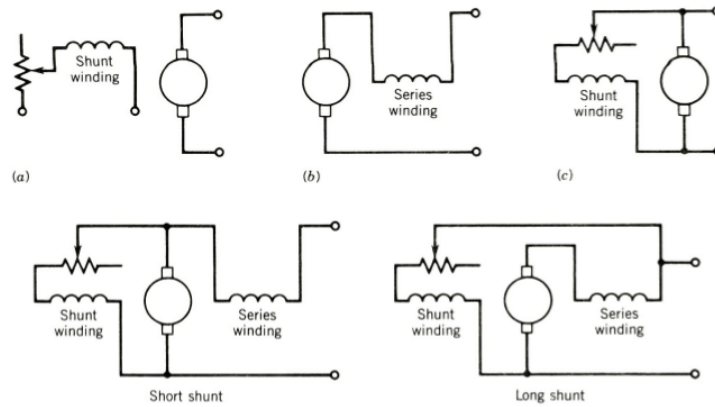


Figura 7: Diferentes formas de ligação das máquinas CC.

## 2.2 Geradores CC

### 2.2.1 Excitação independente

Modelo de regime permanente<sup>1</sup>:

- $R_{fw}$ : resistência do enrolamento de campo
- $R_{fc}$ : resistência do reostato de controle
- $R_f = R_{fw} + R_{fc}$ : resistência total de campo
- $R_a$ : resistência do circuito de armadura
- $R_L$ : resistência da carga

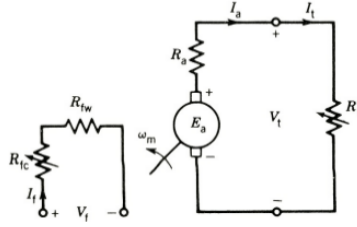


Figura 8: Circuito do gerador CC com excitação independente.

$$V_f = R_f I_f, E_a = V_t + I_a R_a, E_a = K_a \Phi \omega_m, V_t = R_L I_a$$

Considerando que a corrente de carga  $I_L = I_a$  não afeta a distribuição de fluxo  $\Phi$ ,  $V_t = E_a - R_a I_a$ . Como a resistência  $R_a$  é pequena, a tensão terminal permanece aproximadamente constante.

Para uma carga  $R_L$ , o ponto de operação da máquina é dado pela interseção entre a característica da carga e a curva de regulação da máquina ( $V_t \times I_a$ ).

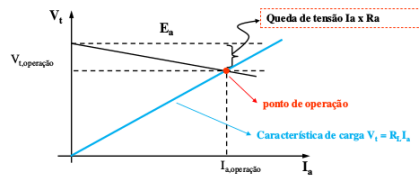


Figura 9: Ponto de operação do gerador CC.

**Reação de armadura** Corrente fluindo pelo enrolamento de armadura produz uma força magnetomotriz no eixo  $q$  e, portanto, um fluxo magnético que se soma ao fluxo do enrolamento de campo. Metade da região polar sofrerá aumento de magnetização e metade sofrerá diminuição de magnetização. Mas como a máquina opera próximo à região de saturação, o efeito resultante é a diminuição do fluxo no polo. Isto é, a reação de armadura tem como consequência diminuir o campo efetivo (efeito desmagnetizante), além de deslocar a zona neutra.

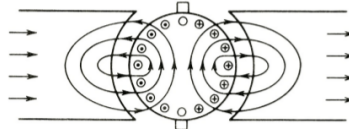


Figura 10: Reação de armadura.

Isso gera uma queda de tensão não-linear na curva de regulação de tensão  $V_t \times I_a$ , que cresce com o aumento de  $I_a$ . O efeito líquido pode ser interpretado como uma diminuição da corrente de campo:  $I_{f(efetivo)} = I_{f(real)} - I_{f(RA)}$ .

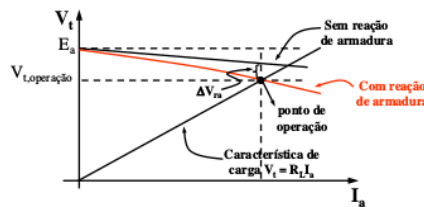


Figura 11: Curva de regulação de tensão considerando reação de armadura.

Uma solução para evitar o efeito da reação de armadura são enrolamentos compensadores adicionais. Eles são inseridos nas sapatas polares e conectados em série com o enrolamento de armadura. Seu objetivo é produzir um fluxo que se oponha àquele criado pelo enrolamento de armadura.

**Interpolos** A comutação não é linear, devido à indutância do condutor (durante a mudança de polaridade provoca atraso na corrente) e à tensão de reatância (tensão induzida na bobina em comutação devido ao fluxo induzido na

<sup>1</sup>Nesse modelo, as indutâncias dos enrolamentos não são consideradas.

região interpolar pelo enrolamento de armadura). Dessa forma, ocorre um atraso na variação da corrente, que faz com que no fim da comutação a corrente “salte” para seu valor máximo, provocando faiscamento.

Para resolver isso, podem ser usados *interpolos*, pequenos polos nos quais a corrente de armadura percorre um sentido tal que produza um fluxo que se opõe ao da armadura. Com isso, o fluxo resultante na região do interpolo é aproximadamente nulo.

### 2.2.2 Excitação paralela (shunt)

No gerador CC de excitação paralela, os enrolamentos de campo e de armadura estão conectados em paralelo, de forma que a tensão de armadura fornece a corrente de campo (auto-excitação).

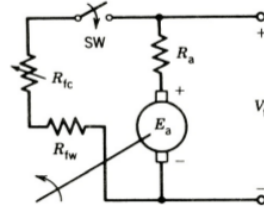


Figura 12: Circuito do gerador CC com excitação paralela (shunt).

**Processo de excitação (escorvamento)** Deve haver algum magnetismo residual na máquina para ela começar a operar, que causará o surgimento de uma tensão residual  $E_{ar}$  quando a máquina estiver girando. Quando a chave SW for fechada, surgirá uma corrente de campo inicial  $I_{f1}$ . O enrolamento de campo passará a produzir um fluxo, que aumentará a tensão induzida, que, por sua vez, aumentará a corrente de campo. Esse processo se repete até o ponto de equilíbrio P. O ponto de equilíbrio será na interseção da curva de magnetização com a reta de resistência do circuito de campo, assumindo  $R_a \ll R_f \Rightarrow E_a \approx V_t$ . O ponto de equilíbrio depende, portanto, da resistência do circuito  $R_f = R_{fw} + R_{fc}$ .

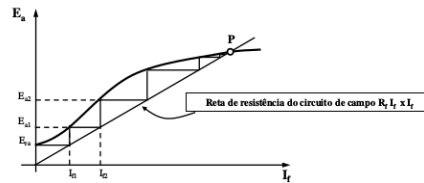


Figura 13: Processo de excitação (escorvamento).

Condições para o processo de excitação:

1. Magnetismo residual no circuito, de forma a ter um valor inicial  $E_{ar}$ .
2. Fluxo de campo no mesmo sentido do fluxo residual. Caso contrário, ocorrerá desmagnetização total da armadura, e tensão de armadura e corrente de campo irão para zero.
3. Resistência de campo  $R_f$  menor que o valor crítico. A *resistência crítica do circuito de campo* é tal que a reta de resistência de campo coincide com a reta de magnetização, causando instabilidade de tensão. Para valores altos de  $R_f$ , a tensão de armadura atingirá muito baixos.

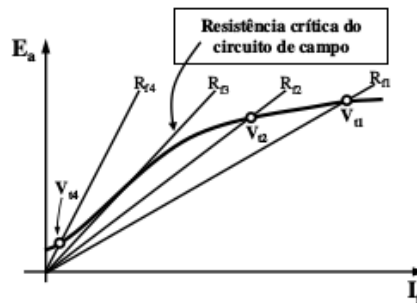


Figura 14: Efeito da resistência de campo.

## Modelo de regime permanente

$$E_a = V_t + R_a I_a = K_a \Phi \omega_m$$

$$V_t = (R_{fw} + R_{fc}) I_f = R_L I_L$$

$$I_a = I_f + I_L$$

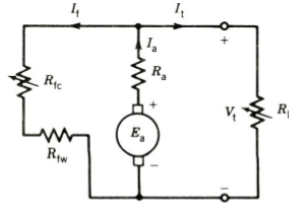


Figura 15: Circuito de regime para gerador CC com excitação paralela com carga.

A tensão terminal  $V_t$  diminuirá com o aumento da corrente de carga  $I_t$ , por causa de: (i) queda de tensão no enrolamento de armadura  $R_a I_a$  e (ii) queda de tensão devido à desmagnetização causada pela reação de armadura  $\Delta V_{RA}$ .

A curva de regulação de tensão pode ser obtida a partir de uma varredura sobre a reta de resistência junto com a curva de magnetização. Cada ponto está associado a uma tensão terminal e a distância entre as duas curvas dá a queda de tensão na resistência de armadura.

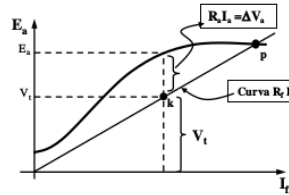


Figura 16: Método para obter curva de regulação de tensão sem reação de armadura.

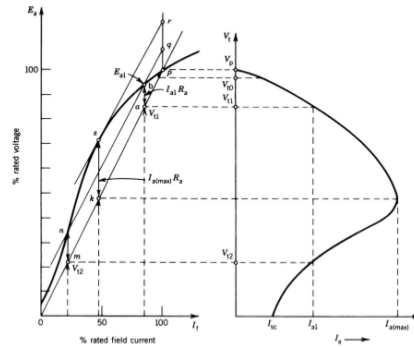


Figura 17: Curva de regulação de tensão do gerador CC com excitação paralela.

### Características:

- Mesmo em vazio, há uma queda na tensão de armadura, mas ela é desprezível.
- Condição de carregamento máximo ( $R_a I_{amax}$ ): ocorre no ponto em que a reta paralela à reta de resistência tangencia a curva de magnetização. A corrente associada  $I_{amax}$  é máxima corrente de carga que o gerador pode atender.
- Auto-protetida contra curto-circuito: a corrente de armadura não é elevada para máquina operando em curto-circuito.
- Comparação com excitação independente: a queda de tensão na excitação shunt é mais acentuada, pois ela reduz a corrente de campo.

O efeito desmagnetizante devido a altas correntes de armadura provoca uma queda de tensão adicional nos terminais de um gerador CC shunt (reação de armadura). Esse efeito pode ser traduzido como redução na corrente de campo efetiva:  $I_{f(efetivo)} = I_{f(real)} - I_{f(RA)}$ .

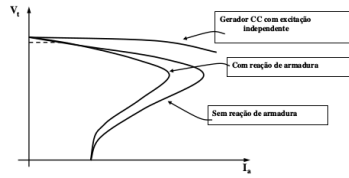


Figura 18: Comparação das curva de regulação de tensão com e sem reação de armadura.

### 2.2.3 Excitação série

Modelo de regime permanente:

$$E_a = V_t + (R_a + R_{sr})I_a$$

$$I_a = I_t$$

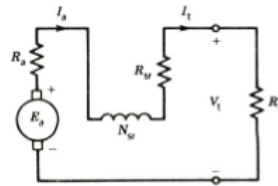


Figura 19: Circuito do gerador CC com excitação série.

Observações:

- $R_{sr}$  deve ser baixa para limitar a queda na tensão terminal ( $I_a$  é alta).
- A corrente de campo é a mesma de armadura, portanto é mais alta, o que exige uma bitola maior. Assim, essa máquina tem alto custo e é maior para uma mesma potência.

Para obter a curva de regulação de tensão, utiliza-se a curva de magnetização e a reta  $(R_a + R_{sr})I_a$ . Para cada valor de corrente  $I_a$ , a distância da reta à curva representa o valor da tensão terminal  $V_t$ . Uma varredura permite construir a curva desejada.

A inclusão do efeito de reação de armadura provocará uma queda de tensão adicional na tensão terminal. Esse efeito pode ser interpretado como uma redução da corrente de campo efetiva:  $I_{f(efetivo)} = I_{f(real)} - I_{f(RA)}$ .

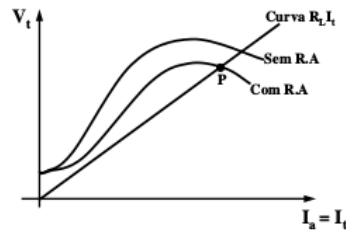


Figura 20: Curva de regulação de tensão para excitação série.

Observações:

1. O ponto de operação é dado pelo cruzamento da curva de regulação de tensão com a reta da carga.
2. Para valores elevados de resistência de carga (reta muito inclinada), o gerador só pode fornecer valores baixos de resistência terminal.

Excitação composta

Esses geradores usam combinações dos enrolamentos série e paralelo, de forma a eliminar a queda de tensão excessiva causada pela resistência de armadura e pela reação de armadura. O enrolamento de shunt é o principal, responsável pela produção da maior parte do fluxo magnético. Ele possui muitas espiras, área de seção transversal pequena e conduz corrente menor que a armadura. O enrolamento série produz fluxo para compensar as quedas de tensão.

Modelo de regime permanente:



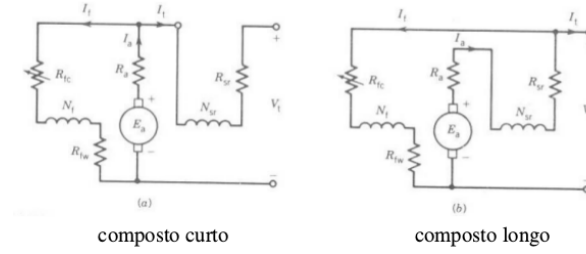


Figura 21: Circuitos do gerador CC com excitação composta.

- Composto curto:

$$V_t = E_a - R_a I_a - R_{sr} I_t$$

$$I_t = I_a - I_f$$

- Composto longo:

$$V_t = E_a - (R_a + R_{sr}) I_a$$

$$I_t = I_a - I_f$$

$$I_f = V_t / (R_{fw} + R_{fc})$$

Sejam  $\Phi_{sh}$  e  $\Phi_{sr}$  os fluxos gerados pelos enrolamentos shunt e série, respectivamente. Se esses fluxos se somam, a máquina é denominada *composta aditiva*; se se subtraem, *composta subtrativa*.

$$E_a = K_a (\Phi_{sh} \pm \Phi_{sr}) \omega_m$$

A composição da máquina aditiva pode ser de três tipos:

- Supercomposta: para corrente nominal, a tensão terminal é *maior* que a nominal.
- Plana: para corrente nominal, a tensão terminal é *igual* à nominal.
- Subcomposta: para corrente nominal, a tensão terminal é *menor* que a nominal.

Na máquina subtrativa, tem queda de tensão elevada para pequenas variações de corrente e corrente aproximadamente constante.

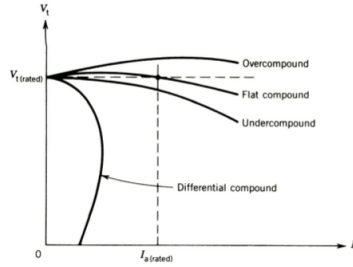


Figura 22: Curvas de regulação de tensão para excitação composta.

A força magnetomotriz resultante por polo é

$$F_{eff} = F_{sh} \pm F_{sr} - F_{RA} \Rightarrow N_f I_{f(eff)} = N_f I_f \pm N_{sr} I_{sr} - N_f I_{f(RA)} \Rightarrow I_{f(eff)} = I_f \pm \frac{N_{sr}}{N_f} I_{sr} - I_{f(RA)}$$

### 2.3 Motores CC

As máquinas CC são mais usadas como gerador, pois oferecem diferentes características  $T \times \omega$  e diversas opções para controle de velocidade. São especialmente adequados para:

- Aplicações que requerem velocidade constante para torque variável.
- Aplicações que requerem controle de velocidade em uma larga faixa de variação.

As equações de tensão de armadura e torque são as mesmas do gerador:

$$E_a = K_a \Phi \omega_m$$

$$T = K_a \Phi I_a$$

## Balço de energia

- A potêcia elêtrica que entra no motor é  $P_{entrada} = V_t I_t$
- Parte é perdida no enrolamento sêrie:  $P_{P, sr} = R_{sr} I_{sr}^2$  (1% a 2%)
- Parte é perdida no enrolamento shunt:  $P_{P, sh} = R_f I_f^2$  (1% a 5%)
- Parte é perdida no enrolamento da armadura:  $P_{P, arm} = R_a I_a^2$  (2% a 4%)
- Parte é perdida na porção mível, por atrito e ventilação:  $P_{P, rot}$  (3% a 15%)
- O restante é fornecido na forma de torque mecânico para a carga:  $P_{saida}$  (74% a 93%)

O balanço de energia é:

$$P_{entrada} = P_{P, sr} + P_{P, sh} + P_{P, arm} + P_{P, rot} + P_{saida}$$

$$\eta = \frac{P_{saida}}{P_{entrada}}$$

Observações:

- A potêcia entregue à armadura é  $P_a = E_a I_a = P_{rot} + P_{saida}$ .
- As perdas rotacionais podem ser estimadas alimentando o motor em vazio:  $P_{rot} = E_{a0} I_{a0} = P_{a0}$ .

### 2.3.1 Excitação independente e paralela

**Excitação independente** Modelo de regime permanente:

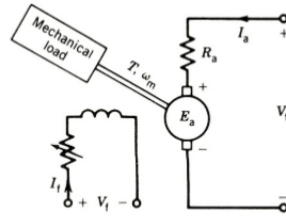


Figura 23: Circuito do motor CC de excitação independente.

$$V_t = E_a + R_a I_a$$

$$E_a = K_a \Phi \omega_m$$

$$T = K_a \Phi I_a$$

$$V_f = R_f I_f$$

**Excitação paralela** Modelo de regime permanente:

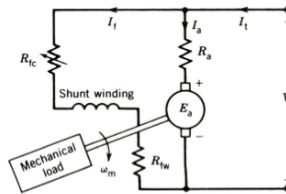


Figura 24: Circuito do motor CC de excitação paralela.

$$V_t = E_a + R_a I_a$$

$$E_a = K_a \Phi \omega_m$$

$$T = K_a \Phi I_a$$

$$I_t = I_a + I_f$$

**Característica torque  $\times$  velocidade** De  $E_a = K_a \Phi \omega_m = V_t - R_a I_a$  e  $T = K_a \Phi I_a$ , temos:

$$\omega_m = \frac{V_t}{K_a \Phi} - \frac{R_a}{(K_a \Phi)^2} T$$

Se a tensão terminal  $V_t$  e o fluxo da máquina  $\Phi$  forem mantidos constantes, a velocidade do motor CC permanece aproximadamente constante<sup>2</sup>.

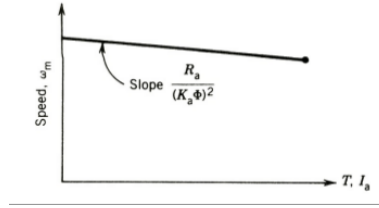


Figura 25: Característica torque-velocidade de um motor paralelo ou independente.

**Controle de velocidade** A partir da equação anterior, conclui-se que a velocidade desse motor pode ser controlado de três maneiras:

1. Controle via tensão terminal  $V_t$
2. Controle via corrente de campo  $I_f \propto \Phi$
3. Controle via resistência de armadura  $R_a$

*Controle via tensão terminal  $V_t$ :*

- Nesse método,  $R_a$  e  $I_f$  são mantidos constantes. Então

$$\omega_m = k_1 V_t - k_2 T$$

. Para torque constante, a velocidade varia linearmente com  $V_t$ . Se a carga é variada, a velocidade pode ser mantida ajustando  $V_t$ .

- Com aumento de  $V_t$ ,  $\omega_m$  e  $E_a = K_a \Phi \omega_m$  aumentam linearmente.  $I_a = (V_t - E_a)/R_a$  permanece constante, assim como o torque  $T = K_a \Phi I_a$ . A potência  $P = V_t I_a$  aumenta linearmente.
- Para uma carga fixa pode-se conseguir variação suave de velocidade. Mas esse método é caro, pois exige uma fonte de tensão CC variável para o circuito de armadura.

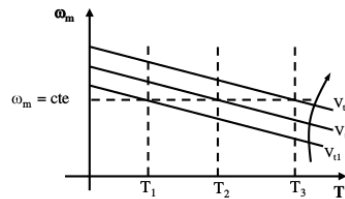


Figura 26: Controle via tensão terminal  $V_t$ .

*Controle via corrente de campo  $I_f$ :*

- Nesse método,  $R_a$  e  $V_t$  permanecem constantes.  $I_f$  é variada usando um reostato  $R_{fc}$ . Supondo linearidade magnética  $K_a \Phi = K_f I_f$ , temos:

$$\omega_m = \frac{V_t}{K_f I_f} - \frac{R_a}{(K_f I_f)^2} T$$

Para o motor operando em vazio,  $\omega_m = \frac{V_t}{K_f I_f}$ .

- A velocidade varia inversamente com a corrente de campo<sup>3</sup>. Para um dado valor de  $I_f$ ,

$$\omega_m = K_3 - K_4 T.$$

Para um valor de  $I_f$ , a velocidade é praticamente constante com o torque. Para um dado torque, a velocidade operação pode ser ajustada através de  $I_f$ , variando  $R_{fc}$ .

<sup>2</sup>Com o aumento de  $T$  ou  $I_a$ , ocorrerá reação de armadura, que diminuirá o fluxo  $\Phi$ , melhorando a regulação de velocidade.

<sup>3</sup>Para correntes baixas, a velocidade pode se tornar perigosamente alta.

- Controle da velocidade até o valor base (tensão nominal) pode ser obtido variando  $V_t$ . Além desse valor, pode-se diminuir  $I_f$ . Se a corrente de armadura não exceder o nominal, o controle fica restrito a aplicações que demandam potência constante ( $P = V_t I_a = cte. \approx E_a I_a$ , mas  $T \omega_m = E_a I_a \rightarrow T \approx cte. / \omega_m$ ).
- Esse tipo de controle é mais barato, mas a resposta é mais lenta devido à indutância do circuito de campo.

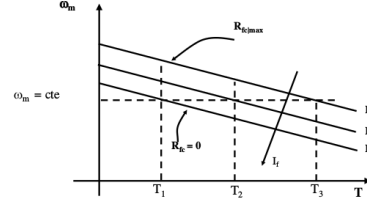


Figura 27: Controle via corrente de campo  $I_f$ .

*Controle via resistência de armadura  $R_a$ :*

- Nesse método,  $V_t$  e  $I_f$  permanecem constantes. A velocidade é controlada variando a resistência de armadura com um reostato  $R_{ae}$ . Então

$$\omega_m = \frac{V_t}{K_a \Phi} - \frac{R_a + R_{ae}}{(K_a \Phi)^2} T = K_5 - K_6 T$$

A velocidade diminui linearmente com o aumento do torque.

- Para torque fixo,  $R_{ae}$  pode ser ajustado para definir uma velocidade. Para torque variável,  $R_{ae}$  pode ser ajustado para manter a velocidade constante. Pode-se variar a velocidade de zero até o valor base variando  $R_{ae}$ .
- Método simples, porém controle discreto, baixa precisão e perdas adicionais em  $R_{ae}$ . Como  $R_{ae}$  é percorrida pela corrente de armadura, seu custo é maior que  $R_{fc}$  anterior.

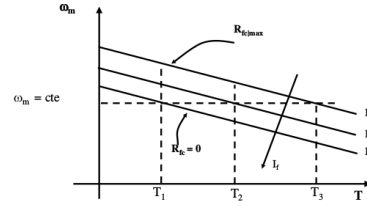


Figura 28: Controle via resistência de armadura  $R_a$ .

### 2.3.2 Excitação série

Uma resistência  $R_{ae}$  permite controlar a velocidade no motor CC série.

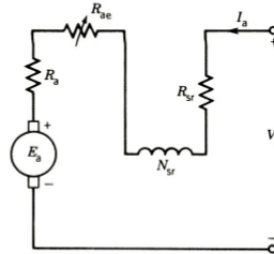


Figura 29: Circuito do motor CC com excitação série.

Assumindo linearidade magnética  $K_a \Phi = K_{sr} I_a$ , temos

$$T = K_a \Phi I_a = K_{sr} I_a^2$$

. Do circuito equivalente,  $E_a = V_t - I_a(R_a + R_{ae} + R_{sr})$ . Além disso,  $\omega_m = E_a / K_{sr} I_a$ . Logo:

$$\omega_m = \frac{V_t}{\sqrt{K_{sr} T}} - \frac{R_a + R_{sr} + R_{ae}}{K_{sr}}$$

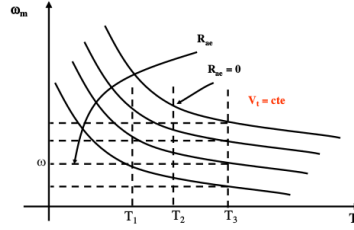


Figura 30: Característica torque-velocidade de um motor série.

O aumento de  $R_{ae}$  desloca a curva para baixo. Assim, uma carga com torque fixo pode operar a diferentes velocidades, ou uma carga variável pode operar a velocidade constante ajustando  $R_{ae}$ .

Vantagens: permite uma larga faixa de variação de velocidade de zero até o valor nominal e tem alto torque de partida (aplicações: trens, motor de partida de automóveis, guindastes etc.).

Seria possível controlar a velocidade alterando  $V_t$ , mas é mais caro. Perde-se a possibilidade de controlar através da corrente de campo.

O motor CC série é considerado *motor universal*, pois também pode operar em CA. Isso é possível, pois os enrolamentos de campo e armadura são percorridos pela mesma corrente. Assim, a orientação do campo se inverte ao mesmo tempo, garantindo torque unidirecional. Aplicações: eletrodomésticos.

Excitação composta

É possível obter características torque-velocidade diferentes combinando enrolamentos série e shunt.

$$\omega_m = \frac{V_t}{K_a(\Phi_{sh} \pm \Phi_{sr})} - \frac{R_a}{K_a^2 \Phi_{sh} \pm \Phi_{sr})^2} T$$

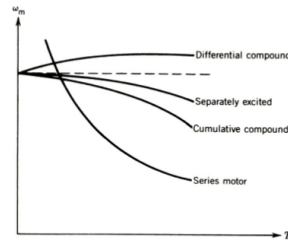


Figura 31: Característica torque-velocidade de motores compostos.

Em comparação com excitação shunt/independente, o composto subtrativo provoca aumento de velocidade e o composto aditivo, queda adicional de velocidade.

### 2.3.3 Dispositivo de proteção e partida (DPP)

No momento de partida, a corrente de armadura é demasiadamente alta, podendo chegar a 10 vezes o valor nominal.

$$I_a = \frac{V_t - E_a}{R_a} = \frac{V_t}{R_a}$$

Para resolver isso, pode-se inserir uma resistência em série com a de armadura (reostato de partida) ou usar uma fonte CC variável (mais caro). Usando uma resistência externa:

$$I_a = \frac{V_t - E_a}{R_a + R_{ae}}$$

Após a partida, à medida que a velocidade aumenta, a tensão de armadura  $E_a$  cresce, levando a uma diminuição da corrente de armadura. Portanto, a resistência  $R_{ae}$  pode ser gradualmente reduzida até zero. Para cada valor de resistência, a velocidade aumentará até obter uma velocidade de regime.

Se o campo for muito baixo, a máquina pode atingir velocidades muito altas. Para evitar isso, usa-se um dispositivo de proteção formado por um eletroímã energizado pela corrente de campo. Se a corrente de campo diminuir muito, a mola puxará a parte móvel, desligando o circuito de armadura e parando o motor.

### 2.3.4 Controle de velocidade e frenagem

Ver seção 4.5 de [1].

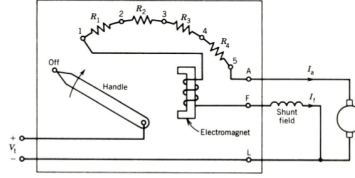


Figura 32: Dispositivo de proteção e partida (DPP).

### 3 Máquinas de indução (assíncronas)

A máquina de indução é uma das mais usadas na indústria. Diferentemente da máquina CC, tanto no enrolamento de campo como no de armadura, a corrente que circula é alternada. A corrente é fornecida diretamente ao estator e induzida no rotor. Apesar de poder ser usada como motor ou gerador, o primeiro uso é o mais comum. Motores de indução de diversos tamanhos são usados em uma gama de aplicações desde eletrodomésticos até fábricas têxteis, além de sistemas de transporte (motor linear).

#### 3.1 Aspectos construtivos

Máquinas de indução têm entreferro uniforme. O estator é composto por folhas de aço laminadas, em três enrolamentos afastados de  $120^\circ$ , que podem estar conectados em delta ( $\Delta$ ) ou estrela (Y). O rotor também é formado de material ferromagnético laminado e pode ser de dois tipos: *gaiola de esquilo* ou *bobinado*. O primeiro é mais simples e consiste de barras de cobre ou alumínio curto-circuitadas nas duas pontas. O segundo tem enrolamento semelhante ao do estator e os terminais estão disponíveis para acesso.

O campo girante produzido no estator induz tensão no rotor (daí *máquina de indução*). Se o enrolamento deste estiver curto-circuitado, surgirão correntes induzidas, que produzirão um campo magnético oposto, resultando em torque e giro do motor. Para que isso aconteça, a velocidade do eixo deve ser menor que a velocidade do campo girante (daí *máquina assíncrona*).

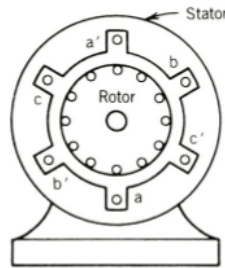


Figura 33: Diagrama de motor de indução com rotor gaiola de esquilo.

#### 3.2 Campo magnético girante

O estator da máquina de indução é formado por três bobinas fixas afastadas de  $120^\circ$  geométricos. Quando elas são alimentadas por correntes alternadas senoidais, de mesma amplitude e defasadas de  $120^\circ$  elétricos, cada uma produz campo magnético pulsante e senoidal, defasados de  $120^\circ$ . A resultante desses campos é um campo magnético girante de intensidade constante no estator.

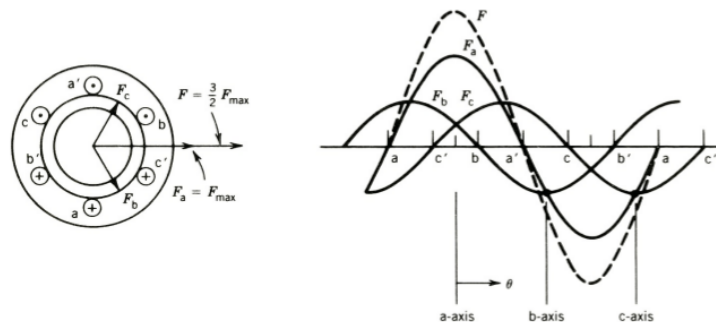


Figura 34: Campo girante na máquina de indução.

$$i_a = I_m \cos(\omega t), \quad i_b = I_m \cos(\omega t - 120^\circ), \quad i_c = I_m \cos(\omega t + 120^\circ)$$

$$F(\theta) = F_a(\theta) + F_b(\theta) + F_c(\theta) = N i_a \cos \theta + N i_b \cos(\theta - 120^\circ) + N i_c \cos(\theta + 120^\circ)$$

$$F(\theta, t) = \frac{3}{2} I_m \cos(\omega t - \theta)$$

A frequência de rotação  $n$  do campo (em RPM) em uma máquina de  $p$  pólos para uma corrente de frequência  $f$  (em Hz) é

$$n = \frac{120f}{p}$$

### 3.3 Tensões induzidas

A densidade de fluxo no entreferro é dada por

$$B(\theta) = B_{max} \cos \theta$$

O fluxo no entreferro por polo, considerando estator cilíndrico (raio  $r$  e comprimento  $l$ ) é

$$\Phi_p = \int B dA = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B(\theta) l r d\theta = 2 B_{max} l r$$

O fluxo concatenado com a bobina de estator de fase  $a$  é

$$\lambda_a(\omega t) = N \Phi_p \cos \omega t$$

E a tensão induzida para  $N$  espiras é

$$e_a = -\frac{d\lambda_a}{dt} = \omega N \Phi_p \sin \omega t = E_{max} \sin \omega t$$

Analogamente,  $e_b = E_{max} \sin(\omega t - 120^\circ)$  e  $e_c = E_{max} \sin(\omega t + 120^\circ)$ .

O valor RMS da tensão induzida é

$$E_{rms} = \frac{\omega N \Phi_p}{\sqrt{2}} = 4,44 f N \Phi_p$$

Em uma máquina real, o enrolamento é distribuído, de forma que as tensões induzidas em cada espira não estão em fase. Assim, deve ser incluído um fator de redução  $K_w$  no cálculo das tensões induzidas. Tipicamente, esse fator está entre 0,85 e 0,95.  $N_{ph}$  é o número de espiras em série por fase.

### 3.4 Máquina de indução polifásica

**Operação estacionária (rotor em aberto)** Não há corrente induzida e o rotor permanece parado. AS tensões induzidas no estator (1) e no rotor (2) são tais que

$$E_1 = 4,44 f_1 N_1 \Phi_p K_{w1}$$

$$E_2 = 4,44 f_1 N_2 \Phi_p K_{w2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1 K_{w1}}{N_2 K_{w2}} \approx \frac{N_1}{N_2}$$

Nesse estado, a máquina de indução funciona como um transformador.

**Defasador** O rotor pode ser mantido em uma posição tal que os eixos dos enrolamentos de uma fase no estator e no rotor sejam defasados de  $\beta$ . Uma máquina parada (rotor em aberto) pode ser usada como um defasador da tensão induzida com um ângulo  $0^\circ \leq \beta < 360^\circ$ .

**Regulador de indução** Uma máquina de indução polifásica estacionária pode ser usada como fonte de tensão polifásica variável se conectada a um regulador de indução. Vantagens em relação ao autotransformador: variação contínua da tensão, conexões elétricas deslizantes não são necessárias. Desvantagens: maiores indutâncias de dispersão, corrente de magnetização e custo elevado.

**Operação em movimento (rotor em curto)** Ao conectar os enrolamentos do estator a uma fonte trifásica, com o rotor curto-circuitado, surgirão tensões e correntes induzidas no rotor, que, ao interagir com o campo do entreferro, produzirão torque. De acordo com a lei de Lenz, a rotação será na direção do campo girante, de modo a diminuir a velocidade relativa entre o campo girante e o rotor. Eventualmente, o rotor atingirá uma velocidade estacionária  $n$ , menor do que a velocidade síncrona  $n_s$  do campo girante.

A diferença entre a velocidade do rotor  $n$  e a velocidade síncrona do campo girante  $n_s$  é medida através do *escorregamento*  $s$ :

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}$$

A frequência  $f_2$  da tensão e corrente induzida no rotor é chamada *frequência de escorregamento*

$$f_2 = \frac{p}{120}(n_s - n) = \frac{p}{120}sn_s = sf_1$$

As correntes induzidas no rotor geram um campo girante com velocidade do *escorregamento de RPM*:

$$n_2 = \frac{120f_2}{p} = \frac{120sf_1}{p} = sn_s$$

O campo girante produzido pelo rotor gira no entreferro na mesma velocidade que o campo girante produzido pelo estator, pois  $n + n_2 = (1 - s)n_s + sn_s = n_s$ .

### 3.5 Três modos de operação

**Motor** Os terminais do estator são ligados a uma fonte trifásica. O rotor gira na direção no campo girante do estator. A velocidade de regime é menor que a velocidade síncrona ( $n < n_s$ ) e o escorregamento é  $0 \leq s \leq 1$ .

**Gerador** Um torque externo aciona o eixo, de modo que a velocidade do rotor é maior que a velocidade síncrona ( $n > n_s$ ) e este gira na mesma direção do campo girante. Nesse caso,  $s < 0$ . Aplicação: frenagem regenerativa.

**Modo frenante** O rotor gira na direção oposta ao campo girante do estator ( $n < 0$ ). O torque será na direção do campo girante, mas oposto ao movimento do rotor. Nesse caso,  $s > 1$ .

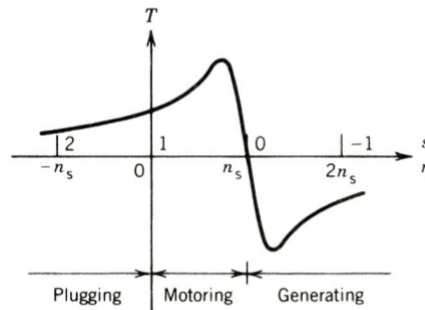


Figura 35: Modos de operação da máquina de indução.

### 3.6 Máquina de indução invertida

Consiste em ligar, em uma máquina de rotor bobinado, a fonte trifásica aos enrolamentos do rotor e curto-circuitar os enrolamentos do estator. O funcionamento da máquina é análogo ao caso discutido anteriormente.

### 3.7 Modelo de circuito equivalente

**Circuito do estator** O circuito equivalente do estator é análogo ao do primário de um transformador.

- $V_1$ : tensão terminal por fase
- $R_1$ : resistência do enrolamento do estator por fase
- $L_1$ : indutância de dispersão do estator por fase
- $E_1$ : tensão induzida no enrolamento do estator por fase
- $L_m$ : indutância de magnetização do estator por fase



- $R_c$ : resistência de perda ôhmica no estator por fase

Diferenças: a corrente de excitação  $I_\phi$  e a reatância de dispersão  $X_1$  são maiores devido ao entreferro. Além disso, a reatância de dispersão é maior, pois os enrolamentos estão distribuídos na periferia do entreferro em vez de concentrados em um núcleo (transformador).

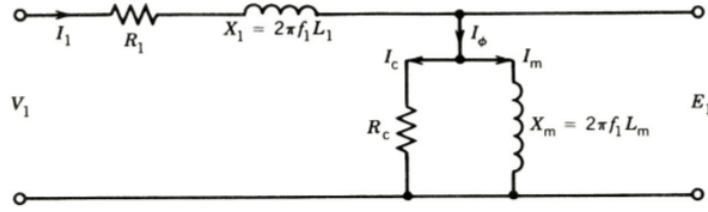


Figura 36: Circuito equivalente do estator.

**Circuito do rotor** O circuito equivalente do rotor tem os seguintes parâmetros:

- $E_2$ : tensão induzida por fase no rotor parado
- $R_2$ : resistência do circuito do rotor por fase
- $L_2$ : indutância de dispersão do rotor por fase

A corrente corrente no rotor pode ser escrita como

$$I_2 = \frac{sE_2}{R_2 + jsX_2} = \frac{E_2}{(R_2/s) + jX_2}$$

Essa igualdade permite usar o circuito equivalente (c) da Figura 37<sup>4</sup>. A diferença é que o circuito (b) está na frequência de escorregamento  $f_2$ , enquanto o circuito (c) está na frequência de linha  $f_1$ .

A equação

$$\frac{R_2}{s} = R_2 + \frac{R_2}{s}(1 - s)$$

motiva o circuito equivalente (d) na Figura 37.

Os cálculos de potência ficam:

$$P_{Cu} = I_2^2 R_2 = s P_{gap}$$

$$P_{mec} = I_2^2 \frac{R_2}{s} (1 - s) = (1 - s) P_{gap}$$

$$P_{rotor} = P_{gap} = I_2^2 \frac{R_2}{s} = \frac{P_2}{s} = P_{Cu} + P_{mec}$$

$P_{gap}$  indica a potência transferida do rotor para o estator pelo entreferro, que inclui as perdas no cobre  $P_{Cu}$  e a potência mecânica desenvolvida  $P_{mec}$ <sup>5</sup>.

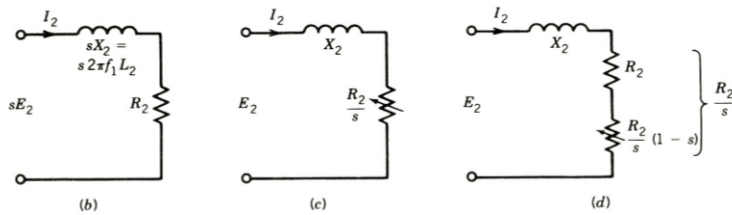


Figura 37: Circuitos equivalentes para o rotor.

**Circuito equivalente completo** Os circuitos do estator e do rotor nas versões (c) ou (d) estão na mesma frequência  $f_1$ , portanto podem ser juntados. As tensões  $E_1$  e  $E_2$  podem ser diferentes devido ao número de enrolamentos. Definimos portanto a razão de enrolamento  $a = N_1/N_2$ . Como esperado, o circuito é igual ao de um transformador.

### 3.7.1 Configurações de circuito equivalente

**Circuito equivalente aproximado** Se a queda de tensão sobre  $Z_1 = R_1 + jX_1$  é pequena e  $V_1 \approx E_1$ , podemos mover o ramo de magnetização, resultando na aproximação 1 (Figura 39).

<sup>4</sup> $R_2/s$  depende da carga mecânica:  $n$  diminui  $\rightarrow s$  aumenta  $\rightarrow R_2/s$  diminui  $\rightarrow I_2$  aumenta  $\rightarrow T$  aumenta.

<sup>5</sup>Potência mecânica = perdas rotacionais + carga.

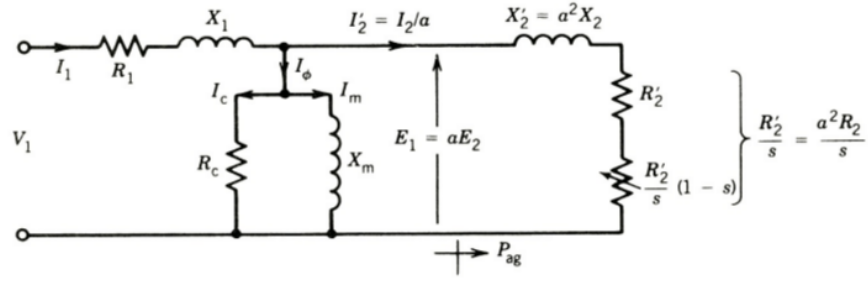


Figura 38: Circuitos equivalente completo para máquina de indução.

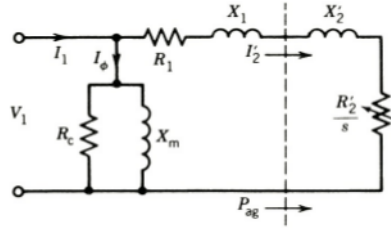


Figura 39: Aproximação do circuito equivalente 1.

Se a máquina de indução é conectada a uma fonte de tensão e frequência constantes, a perda no cobre do estator é fixa. De fato, a soma das perdas no cobre e perdas friccionais é aproximadamente constante para qualquer velocidade. Dessa forma, essas perdas podem ser agrupadas no termo de perdas rotacionais e  $R_c$  pode ser removido do circuito, resultando na aproximação 2 (Figura 40).

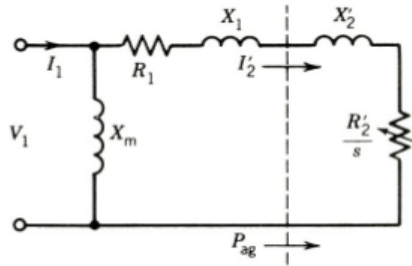


Figura 40: Aproximação do circuito equivalente 2.

**Circuito equivalente recomendado pelo IEEE** Nesse modelo, a reatância de magnetização  $X_m$  permanece em seu lugar, a resistência de perdas  $R_c$  é omitida e as perdas no cobre são agrupadas com perdas rotacionais. Esse circuito é preferível quando as tensões  $V_1$  e  $E_1$  têm diferença apreciável, i.e., a queda de tensão em  $Z_1 = R_1 + jX_1$  é considerável.

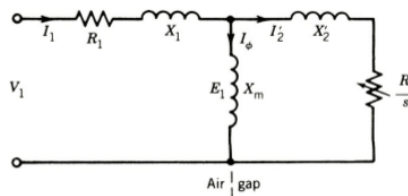


Figura 41: Aproximação recomendada pelo IEEE.

### 3.7.2 Equivalente de Thévenin

Para simplificar os cálculos, pode ser utilizado o equivalente de Thévenin.

Tensão de Thévenin:

$$V_{th} = V_1 \frac{X_m}{[R_1^2 + (X_1 + X_m)^2]^{1/2}}$$

Se  $R_1^2 \ll (X_1 + X_m)^2$ , então  $V_{th} \approx \frac{X_m}{X_1 + X_m} V_1$ .

Impedância de Thévenin:

$$Z_{th} = jX_m \parallel (R_1 + jX_1) = \frac{jX_m(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_m)} = R_{th} + jX_{th}$$

Se  $R_1^2 \ll (X_1 + X_m)^2$ ,  $R_{th} \approx \left(\frac{X_m}{X_1 + X_m}\right)^2 R_1$ . Como  $X_1 \ll X_m$ ,  $X_{th} \approx X_1$ .

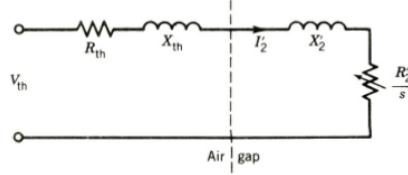


Figura 42: Circuito equivalente de Thévenin.

### 3.8 Ensaio em vazio, com rotor bloqueado e parâmetros de circuito equivalente

É possível obter os parâmetros  $R_c$ ,  $X_m$ ,  $R_1$ ,  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $R_2$  de uma máquina de indução, medindo a resistência CC do rotor ( $R_1$ ) e realizando ensaios em vazio e com rotor bloqueado.

O *ensaio em vazio* dá informações sobre a corrente de excitação e perdas rotacionais. Nesse teste, tensões trifásicas são aplicadas no estator à frequência nominal. O rotor é mantido desacoplado de qualquer carga. A velocidade é próxima da síncrona (baixo escorregamento). Medem-se tensão de linha, corrente de fase e potência trifásica (ligação estrela).

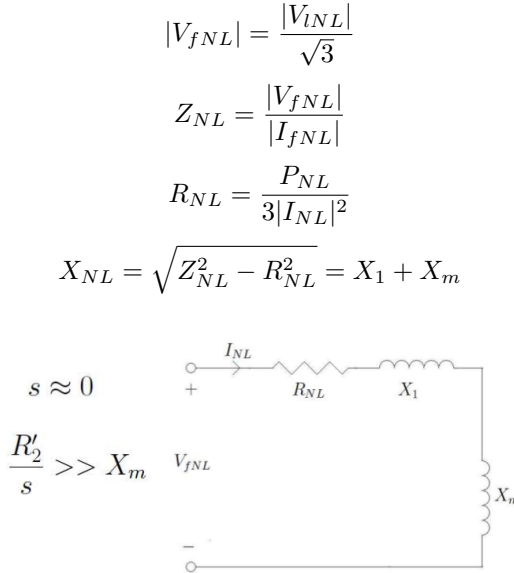


Figura 43: Circuito equivalente do ensaio em vazio.

O *ensaio com rotor bloqueado* dá informação sobre impedâncias de dispersão. O rotor é bloqueado e tensões trifásicas são aplicadas no estator, de forma a obter corrente nominal. Deve ser realizado com frequência igual à que será utilizadas na operação normal<sup>6</sup>. A velocidade é nula (escorregamento unitário). Medem-se tensão de linha, corrente de fase e potência trifásica (ligação estrela).

$$|V_{fBL}| = \frac{|V_{lBL}|}{\sqrt{3}}$$

$$Z_{BL} = \frac{|V_{fBL}|}{|I_{fBL}|}$$

<sup>6</sup>O IEEE recomenda frequência de 25% do valor nominal.

$$R_{BL} = \frac{P_{BL}}{3|I_{BL}|^2}$$

$$X_{BL} = \sqrt{Z_{BL}^2 - R_{BL}^2} = X_1 + X'_2$$

$$X_1 \approx X_2 = \frac{X_{BL}}{2}$$

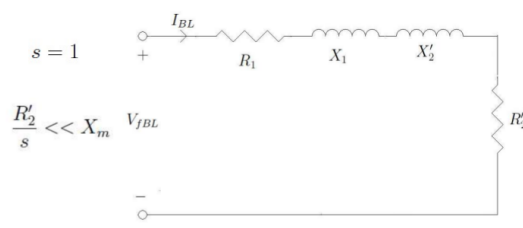


Figura 44: Circuito equivalente do ensaio com rotor bloqueado.

Em resumo:

Parâmetro	Obtenção
$R_1$	Medição com ohmímetro
$X_1$	Ensaio de rotor bloqueado
$X'_2$	Ensaio de rotor bloqueado
$X_m$	Ensaio em vazio (com dados de $X_1$ )
$R'_2$	Resistência do ensaio de rotor bloqueado e parâmetros acima

## Referências

- [1] SEN, P. C. *Principles of Electric Machines and Power Electronics*. 2. ed. rev. New York, NY: John Wiley & Sons, 1997.