

ESTUDO DO MÉTODO DE INTERPOLAÇÃO DO INVERSO DA DISTÂNCIA A UMA POTÊNCIA

CLAUDIONOR RIBEIRO DA SILVA
MÁRCIA CRISTINA LOPES QUINTAS (IN MEMORY)
JORGE ANTÔNIO SILVA CENTENO

Universidade Federal do Paraná - Ufpr
Centro de Ciências da Terra - CCT
Departamento de Geomática - PR
{crs, centeno}@ufpr.br

RESUMO - Interpolação é uma técnica usualmente adotada para estimar valores desconhecidos de uma função a partir de valores conhecidos da mesma função. Assim, o uso de um determinado interpolador (função) depende do conhecimento a priori, tanto do conjunto de dados de entrada como das características intrínsecas do interpolador. Existem no mercado vários softwares que têm em seu bojo, algoritmos interpoladores. Todavia, poucos são os estudos relacionados com a análise da qualidade desses softwares. Portanto, esse trabalho tem por objetivo estudar o processamento do interpolador, Inverso da Distância a uma Potência, existente no software SURFER. É também analisada a aplicabilidade desse interpolador num conjunto de dados altimétricos. Esses dados referem-se a uma região do sul do Paraná. Os resultados mostraram que o interpolador é apropriado para a análise de dados altimétricos. Porém, devem ser observados seus parâmetros intrínsecos.

ABSTRACT - Interpolation is a technique usually adopted to evaluate unknown values of a function starting from known values of the same function. Therefore, the use of an interpolate (function) it depends, a priori, on the knowledge, as much of the set of input data, as of the intrinsic characteristics of the interpolate. It exists at the market several software that have in your structure, algorithms interpolates. Though, few are the studies related with the analysis of the quality of those software's. Therefore, that work has for objective to study the processing of interpolate, Inverse Distance to a Power, existent in the software SURFER. It is also analyzed the application of that interpolate in a group of altimetric data. Those data belong the south of Paraná. The results showed that interpolate is adapted for the analysis of altimetric data. However, the intrinsic parameters of that interpolate should be observed.

1 INTRODUÇÃO

Interpolação é uma técnica usualmente adotada para estimar valores desconhecidos de uma função a partir de valores conhecidos da mesma função.

A necessidade de definir o contorno automático de uma variável defronta diretamente com a escolha de um interpolador adequado. O mercado de software "comercial" e "livre" oferece uma gama desses interpoladores. Dentre eles podem ser citados a krigagem e o Inverso da Potência da Distância. Informações sobre krigagem, em aplicações práticas, podem ser vistas em (CARVALHO et al., 2002; MUELLER et al., 2004; MELLO, 2003). O segundo interpolador, inverso da potência da distância, é objeto de estudo desse capítulo, portanto será pormenorizado ao longo do texto.

O uso de um determinado interpolador depende do conhecimento a priori, tanto do conjunto de dados de entrada, como das características intrínsecas do interpolador. Cada interpolador possui uma

particularidade e, portanto, deve ser observada antes da aplicação (SILVA et al., 1998).

REIS et al. (2005), por exemplo, aplicaram o IDP variando a potência em 2, 3, 4 e 5, em dados de precipitação do Estado do Goiás. Esses autores concluíram que o IDP com potência 2 é mais preciso do que usando as outras potências estudadas.

No trabalho de LANDIM (2000) são apresentados casos em que é, ou não, possível utilização do IDP. Por exemplo, um caso em que é considerado possível o uso do IDP é a estimativa de propósitos geral, onde o objetivo é apenas analisar o comportamento dos dados. Isso possibilita visualizar a distribuição dos dados possibilitando, assim, um melhor tratamento a posteriori.

O método de interpolação IDP é útil para a solução de problemas específicos. Entretanto, para cada problema deve-se levar em conta a ocorrência da anisotropia e os parâmetros intrínsecos desse interpolador, de forma que seja atendida a necessidade em questão.

É usada, nesse trabalho, a variável "altitude". A necessidade, nesse caso, é a geração de um Modelo Digital de Terreno (MDT) a partir de um conjunto de observações, ou conjunto de amostragem. Para prover tal necessidade utilizou-se o interpolador: Inverso da Potência da Distância, ou Inverso da Distância a uma Potência, ou ainda, *Inverse Distance to a Power* (IDP). Esse interpolador é comumente utilizado nos meios topográficos e nos meios de quantificação de jazidas minerais.

Objetiva-se analisar o desempenho no processo de interpolação do IDP, e avaliar qualidade de seus resultados tendo em vista uma distribuição regular dos dados.

2 MATERIAL E ÁREA DE ESTUDO

O local de estudo foi uma área de superfície ondulada, com diferença de nível máxima de aproximadamente 100 metros. A figura 1 mostra a distribuição desses pontos no espaço bi-dimensional.

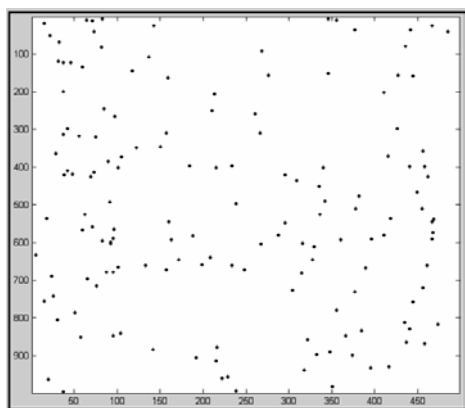


Figura 1 – representação dos pontos no espaço bi-dimensional.

3 USO DA ANISOTROPIA

Fenômenos naturais são criados por processos físicos. Geralmente esses processos físicos têm uma orientação preferida. Por exemplo na nascente de um rio o material mais "grosso" deposita mais rapidamente enquanto o material mais "fino" demora mais a depositar-se. Assim, o sedimento "grosso" tende a ser depositado nas linhas de costas enquanto o material mais "fino" é depositado na parte adicional, ao longo do rio. Neste contexto é coerente afirmar que existe uma tendência paralela à linha de costa e, portanto, seria mais prudente a determinação da interpolação no sentido paralelo e não, perpendicular à linha de costa. A anisotropia, portanto, leva em consideração essa tendência dos dados (SURFER, 1999).

Segundo CAMARGO et al. (2006) a anisotropia é uma característica muito freqüente nos elementos da natureza, isto é, a variabilidade ou distribuição espacial de tais elementos ocorre mais intensamente numa direção e

menos intensamente em outra direção. Esses autores alertam sobre a importância do modelo a ser utilizado na anisotropia. Isto é, o modelo proposto deve representar bem a variabilidade espacial da propriedade em estudo.

A anisotropia é usada em casos em que se utilizam diferentes unidades para os eixos X e Y. Por exemplo, a plotagem do perfil de um alagamento em determinado rio, na direção X tem-se o comprimento do rio em milhas e a direção Y tem-se o tempo, em dias. Em Z, tem-se, em função de X e Y, a profundidade. Portanto, a anisotropia é uma forma de mostrar esse mapa.

Outra aplicação importante da anisotropia está no processo de ponderação dos pontos num determinado *grid*. Essa ponderação é feita por meio da razão anisotrópica, levando em consideração a tendência dos dados. Isto é, para pontos mais próximos do ponto nó, no *grid*, a ponderação é maior e, para pontos mais distante desse, será menor a ponderação (SURFER, 1999). Portanto, a anisotropia é avaliada por meio de uma elipse que representa o comportamento dos dados. Essa elipse define a direção (ângulo) e a dispersão (eixos: menor e maior da elipse) dos dados e pode ser determinada através do semivariograma dos dados. O semivariograma é utilizado para representar a variância de um conjunto de dados.

4 INTERPOLAÇÃO

Interpolação é uma técnica usualmente adotada para estimar valores desconhecidos de uma função a partir de valores conhecidos da mesma função. Isto é, é a criação de uma grade (*grid*) regular ou não, onde cada cruzamento de linhas (nodos) terá um valor determinado.

São vários os algoritmos e as técnicas usados no processo de interpolação. Por exemplo, pode-se citar: Krigagem, Curvatura Mínima, Vizinho Mais Próximo, Fução de Base Radial, Média Móvel, Polinômio Local e Inverso da Potência da Distância (SURFER, 1999).

As diferenças entre os métodos de *gridagem* estão nos algoritmos matemáticos utilizados para computar a ponderação durante a interpolação. Assim, cada método pode resultar em diferentes representações de um mesmo conjunto de dados. É vantajoso testar cada método com um típico conjunto de dados para determinar o método de *gridagem* que decorre melhor resultado na representação do conjunto de dados de interesse.

5 INVERSO DA POTÊNCIA DA DISTÂNCIA (Inverse Distance to a Power - IDP)

O IDP é um interpolador de média ponderada e pode assumir ambas as características: exato ou suavizado. No IDP o dado é ponderado durante a interpolação de forma que a influência de um ponto em relação ao outro decresce com a distância ao *grid* nodo. A ponderação é associada com o dado através do uso de uma potência de ponderação que controla como o fator, ponderação, decresce para fora com a distância do *grid* nodo. Quanto maior a potência de ponderação, menor será

o efeito de um ponto, distante do nodo de *grid*, sobre a interpolação. Quando a potência decresce, o valor do nodo *grid* aproxima do valor do ponto vizinho. Para uma menor potência, o peso é mais uniformemente distribuído entre os dados dos pontos vizinhos (SURFER, 1999).

O IDP é um método muito rápido para fazer *gridagem*. Normalmente ele se comporta como um interpolador exato. Quando um nodo *grid* é calculado, os pesos associados com os dados dos pontos amostrados são frações, e a soma de todos os pesos é igual a 1. Quando uma observação em particular é coincidente com o nodo *grid*, a distância entre eles, obviamente, é nula (o), conseqüentemente, a ponderação é igual a 1, entretanto, para as demais observações (amostras), a ponderação é nula. Assim, o valor gerado para o nodo *grid* interpolado é associado ao valor da observação coincidente.

O parâmetro "suavização" é um mecanismo para proteção desse comportamento (exato). Isto é, quando é associado um valor não nulo ao parâmetro suavização, nenhum ponto recebe peso dominante, assim, nenhum ponto recebe um fator de ponderação igual a 1 (SURFER, 1999).

Outra importante característica do IDP é a geração de "olhos fortes" (*bull's-eyes*) ao redor da posição de observação, dentro da área *gridada*. "Olhos fortes" são pontos em destaque (picos ou vales) em relação à sua vizinhança. Uma forma de reduzir o efeito dos "olhos fortes", na suavização do *grid* interpolado, é fixar um parâmetro suavizador durante o processamento do IDP (SURFER, 1999).

A equação usada pelo IDP é:

$$\hat{Z}_j = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Z_i}{h_{ij}^\beta}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{h_{ij}^\beta}} \quad (1)$$

$$h_{ij} = \sqrt{d_{ij}^2 + \delta^2} \quad (2)$$

onde:

h_{ij} é a distância efetiva de separação entre o nodo *grid* j e o ponto vizinho i ;

\hat{Z}_j é o valor interpolado do nodo *grid* j ;

Z_i são os pontos vizinhos;

d_{ij}^2 é a distância entre o nodo *grid* j e o ponto vizinho i ;

β é a potência de ponderação (parâmetro de potência);

δ é o parâmetro suavizador.

6 INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DO IDP NO GRID GERADO

Em todos os processos de interpolação o espaçamento entre as linhas foi de 5 em 5 metros de tal forma que a cada 5 x 5 metros foi criado um nó para interpolação.

6.1 Anisotropia (Anisotropy)

A anisotropia leva em consideração dois parâmetros: a razão (*ratio*) e o ângulo (*angle*). A razão refere-se ao resultado da divisão dos raios, menor e maior, da elipse. O ângulo define as direções dos eixos da elipse. Esse ângulo tem origem no eixo positivo de x e sentido anti-horário, como mostra a figura 2.

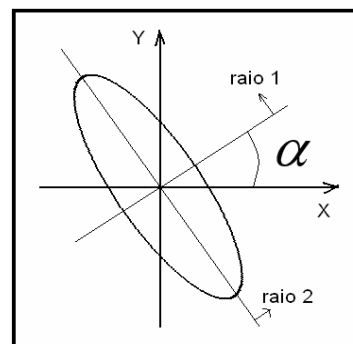


Figura 2 – Parâmetros da anisotropia.

Como não é de interesse desse trabalho determinar o variograma dos dados utilizados, optou-se por considerar os valores padrão do *software Surfer*. Isto é, o parâmetro, razão, com valor 1 e o parâmetro, ângulo, com valor 0. Essa consideração significa dizer que os dados possuem distribuição igual para ambos os eixos X e Y.

Todavia, para verificação do funcionamento do *software (Surfer)* realizou-se testes onde, primeiramente, considerou-se o parâmetro ângulo, variável e, o parâmetro razão, constante e igual a 1. É esperado, nesse caso, que a diferença entre *grids*, originados de *gridagens* com ângulos diferentes, seja nula. Isto é, se a razão é igual à unidade, trata-se de uma circunferência e não mais de uma elipse. Portanto, verificando a figura 2 percebe-se que o parâmetro ângulo não influenciará o resultado. Isso foi comprovado nos testes realizados. A figura 3 mostra o resultado encontrado para os ângulos 36 e 252 graus, escolhidos aleatoriamente.

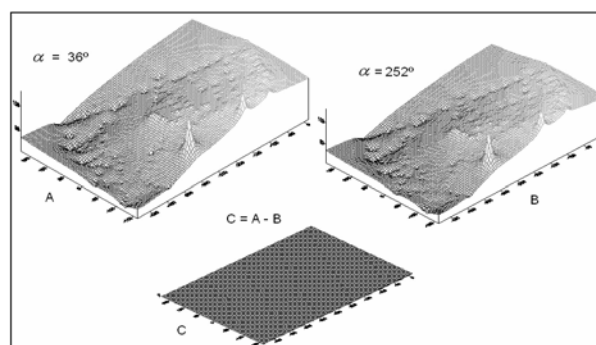


Figura 3 – Influência do parâmetro "ângulo" para a "razão" igual a 1.

No segundo teste realizado o ângulo foi considerado constante e variou-se a razão. Neste caso os resultados foram influenciados sendo diferente para cada teste. Para um melhor entendimento da variação dos

resultados apresenta-se um exemplo, descrito em (SURFER, 1999), como ilustra a figura 4.

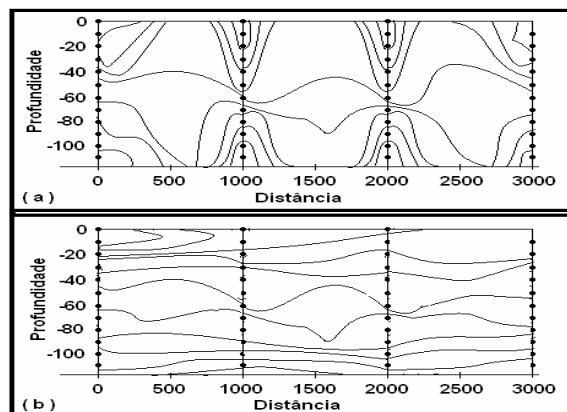


Figura 4 – Variação da temperatura da água com a profundidade.

Nesse exemplo percebe-se que, sem a aplicação da anisotropia, os dados apresentam uma tendência não condizente com a realidade. Isto é, a temperatura varia com a profundidade, mas, na horizontal sua variação é pequena. A figura 4 (a) mostra que o interpolador estimou valores baseando apenas na ponderação com a distância, ou seja, quanto mais próximo mais parecido. Entretanto, sabe-se que no exemplo acima isso não é verdade. A figura 4 (b) é a representação dos mesmos dados, porém, com a aplicação da anisotropia. Nesse caso, observa-se que os valores estimados estão mais próximos da realidade. Isto é, esta figura apresenta a curva interpolada com tendências horizontais.

Analisando os resultados dos testes realizados com o uso do parâmetro "razão" verificou-se que é preciso ter cuidado ao aplicá-lo. A figura 5 ilustra três dos resultados obtidos. Na figura 5 (a), com razão igual a 5, percebe-se que a influência desse parâmetro não é muito grande, todavia, observando as figuras 5 (b) e (c), verifica-se que aumentando a magnitude desse parâmetro, os valores estimados pelo interpolador são fortemente afetados, chegando a perder a característica "comum" de superfície de terreno. Na figura 5 (c) pode-se observar que até os detalhes (picos representados na figuras 5 (a) e (b)) foram eliminados.

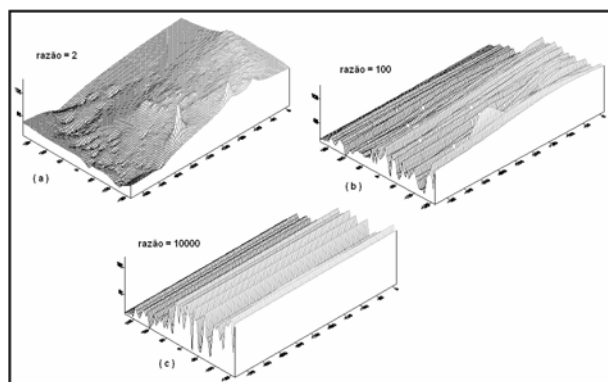


Figura 5 – Influência do parâmetro razão.

A figura 5 (c) apresenta a tendência que os dados utilizados possuem. Contudo não diz muito sobre a superfície em si.

Depois de analisada a influência da isotropia sobre um conjunto de dados, verifica-se agora os parâmetros diretamente relacionados com o IDP: potência (power) e suavizador (Smoothing).

6.2 Potência (Power)

Quando o parâmetro "potência" aproxima de 0 (zero) a superfície gerada aproxima de uma superfície horizontal planar por meio da média de todas as observações do arquivo de dados. Por outro lado, quando o parâmetro potência cresce, a superfície gerada é igual àquela originada pelo interpolador "vizinho mais próximo". O interpolador vizinho mais próximo, como o próprio nome profere, atribui o valor do ponto amostrado mais próximo, ao nodo do *grid* gerado. A superfície gerada, nesse último caso, é formada por polígonos, o que caracteriza uma propriedade do "vizinho mais próximo". Os polígonos são formados pelas observações vizinhas do nodo *grid* interpolado (mesma altitude). Os valores de potência mais usuais variam sua magnitude entre um e três.

A figura 6 mostra o comportamento dos valores interpolados frente à variação da potência. Baixas potências suavizam os valores extremos do conjunto de dados. Por outro lado, uma alta potência tende a realçá-los (SAMESHIMA & YAMAMOTO, 1996).

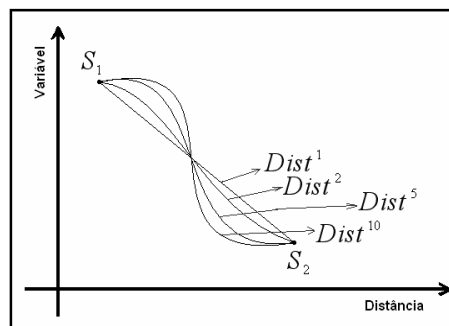


Figura 6 – Influência da potência da distância na interpolação.

A potência 2 é a mais utilizada em trabalhos práticos. O interpolador com a potência 2 é um caso particular e é denominado de Inverso do quadrado da Distância (IQD). Aplicações desse algoritmo podem ser observadas em (CARVALHO & ASSAD, 2005; YOU, 2004; RUPRECHT, 1995; SHEPARD, 1968; AMIDROR, 2002).

Observa-se na figura 6 que para uma potência igual a 10, o valor interpolado é igual ao do vizinho. Assim, usar o IDP com altas potências ter-se-á o mesmo resultado, se usado o interpolador vizinho mais próximo.

Nos testes realizados nesse trabalho confirmam a afirmação do parágrafo anterior, de que o IDP é igual ao vizinho mais próximo, se usado alto valor de potência. A figura 7 mostra os resultados obtidos.

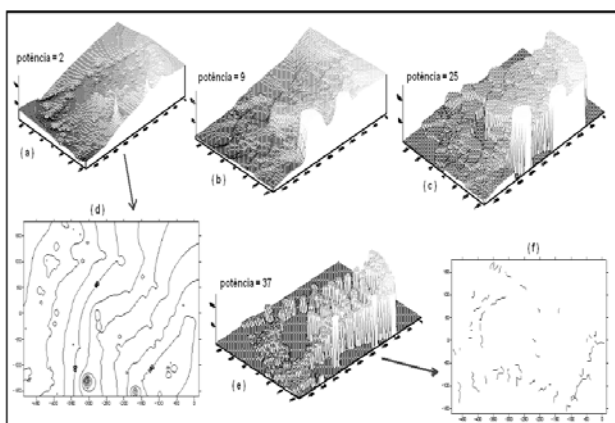


Figura 7 – Influência da potência na interpolação por IDP.

Pode-se observar na figura 7 que ocorreu uma grande mudança na representação da superfície devida exclusivamente à variação da magnitude da potência. Essa sequência de figuras evidencia o melhor desempenho do interpolador com potência 2. A figura 7(f) mostra a inconveniência do uso de grandes potências, pois, até as curvas de nível são perdidas, uma vez que não existe mais continuidade nessas curvas.

6.3 Suavização (Smoothing)

O parâmetro fator suavização permite a incorporação de um fator "incerteza" associado com os dados de entrada. A alta magnitude do parâmetro de suavização diminui a influência dominante que qualquer observação particular tem sobre o nodo *grid* vizinho. Na sequência de figuras apresentadas na figura 8 pode-se observar que toda "rugosidade" foi eliminada. Isso alerta o usuário quanto ao uso desse parâmetro, pois, detalhes da superfície que podem ser importantes são perdidos.

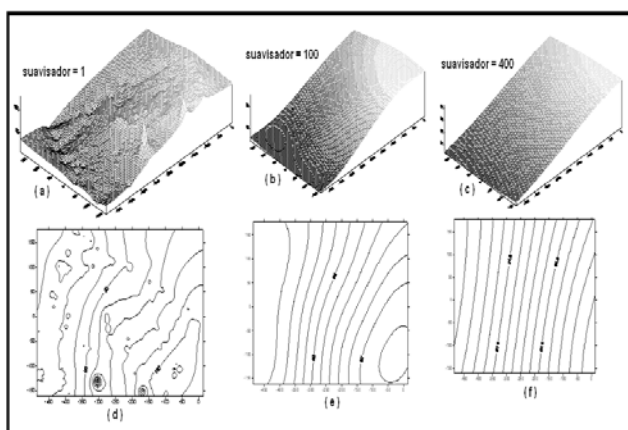


Figura 8 – Influência do parâmetro suavizador no processo de interpolação.

7 ANÁLISE DOS RELATÓRIOS GERADOS

Os relatórios gerados a partir do Surfer são importantes por apresentarem informações indispensáveis acerca dos dados originais e dos dados gerados a partir do

processo de interpolação. A seguir serão apresentadas e discutidas partes desses relatórios. A tabela 1 mostra a matriz de correlação entre as coordenadas X, Y e Z.

Tabela 1 – Matriz de correlação

	X	Y	Z
X	1	-0.0634929	0.920431
Y		1	-0.368627
Z			1

A tabela 1 revela que as coordenadas X e Z são altamente correlacionadas, enquanto X e Y apresentam baixa correlação negativa, entre si. Para verificação dessa tendência, ou correlação, plotou-se o eixo Z em função de X. A figura 9 ilustra esses pontos plotados. Verificou-se, nessa figura, que existe correlação, uma vez que esses pontos apresentam uma tendência na direção da diagonal, positiva.

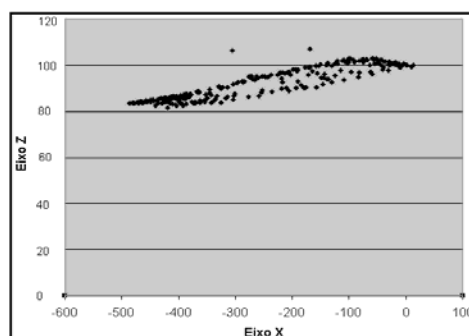


Figura 9 – Correlação entre as direções X e Z.

A figura 10 mostra que nas direções X e Y os pontos apresentam uma distribuição sem uma tendência específica, isso justifica a baixa correlação entre eles.

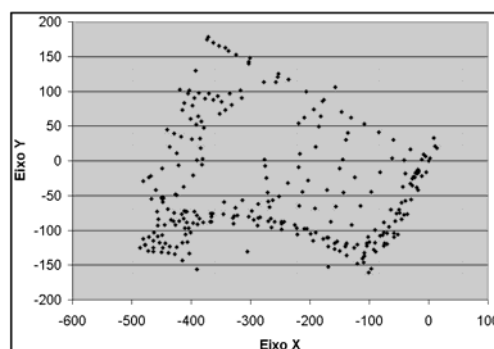


Figura 10 - Correlação entre as direções X e Y.

Os eixos Y e Z também foram plotados e estão ilustrados na figura 11. Apesar de pequena (-0.368627) pode-se verificar uma correlação negativa entre os eixos Y e Z.

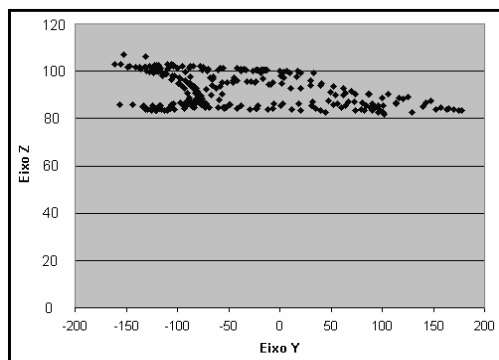


Figura 11 - Correlação entre as direções Z e Y.

Os resultados permitem concluir que é necessária uma análise, *a priori*, dos dados antes da aplicação do IDP e, mais urgente, é a análise dos parâmetros intrínsecos, uma vez que terão influência diferenciada para cada tipo de dados.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos (em homenagem) à sublime pesquisadora e professora Márcia C. L. Quintas às contribuições, sugestões e correções prestadas à realização desse trabalho.

REFERÊNCIAS

AMIDROR, I. Scattered data interpolation methods for electronic imaging systems: a survey. **Journal of Electronic Imaging** 11(2), 157– 176. 2002.

CAMARGO, E. C. G.; FUCKS, S. D.; CÂMARA, G. Análise Espacial de Superfícies. **Apostila do Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE)**. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/textodi.html>. Acesso em 25/05/2006.

CARVALHO, J. R. P.; ASSAD, E. D. Análise Espacial da Precipitação Pluviométrica no Estado de São Paulo: Comparação de Métodos de Interpolação. **Engenharia Agrícola**, Jaboticabal, v.25, n.2. p.377-384, 2005.

CARVALHO, J. R. P.; SILVEIRA, P. M.; VIEIRA, S. R. Geoestatística na determinação da variabilidade espacial de características químicas do solo sob diferentes preparos. **Pesquisa agropecuária brasileira**, Brasília, v. 37, n. 8. p. 1151-1159, 2002.

LANDIM, P. M. B. Introdução aos métodos de estimação espacial para confecção de mapas. **DGA, IGCE, UNESP/Rio Claro**. Laboratório de Geomatemática. Texto Didático 02, 20 pp. 2000.

MELLO, C. R.; LIMA, J. M.; SILVA, A. M.; MELLO, J. M.; OLIVEIRA, M. S. Krigagem e Inverso do Quadrado da Distância para Interpolação dos Parâmetros da Equação de Chuvas Intensas. **Revista Brasileira Ci. Solo**, 27. p. 925-933. 2003.

MUELLER, T. G.; PUSULURI, N. B.; MATHIAS, K. K.; CORNELIUS, P. L.; BARNHISEL, R. I.; SHEARER, S. A. Map Quality for Ordinary Kriging and Inverse Distance Weighted Interpolation. **Soil Science Society of America sample datasets**. 68:2042–2047. S. Segoe Rd., Madison, WI 53711, USA. 2004.

REIS, M. H.; GRIEBELER, N. P.; SARMENTO, P. H. L.; OLIVEIRA, L. F. C.; OLIVEIRA, J. M. Espacialização de dados de precipitação e avaliação de interpoladores para projetos de drenagem agrícola no estado de Goiás e Distrito Federal. **Anais XII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**, Goiânia, Brasil. INPE, p. 229-236, 2005.

RUPRECHT, D.; MULLER, H.; Image Warping with Scattered data Interpolation. **IEEE Computer Graphics and Applications**, 0272-1 7-16/95. 1995.

SAMESHIMA, R. H.; YAMAMOTO, J. K. Análise de Malhas de Amostragem e Processos de Interpolação na Representação de Superfícies Topográficas por meio de MDT. **Revista Geociências**, São Paulo, p.67-92, 1996.

SHEPARD, D. A two-dimensional interpolation for irregularly-spaced data function. **ACM National Conference, Proceedings 1968**. p. 517-524. 1968.

SILVA, J. L. B.; SOUZA, S. F.; DANI, N.; LAHM, R. Interpoladores em Altimetria: uma Quantificação dos Resultados. **COBRAC 98 - Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário**, UFSC Florianópolis, 1998.

SURFER: User's Guide – Contouring and 3D Surface Mapping for Scientists and Engineers. Golden Software. p.619, 1999.

YOU, J.; HUBBARD, K. G.; GODDARD, S. Comparison of Air Temperature Estimates from Spatial Regression and Inverse Distance Method. **Submitted to Journal Atmospheric Oceanic Tech.** 2004.. 128p. PhD Thesis - University of Karlsruhe, Karlsruhe.