

problem 1.

```
PS D:\python_class> & D:/anaconda/python.exe d:/python_class/numerical/HW12_Q1.py
=====
網格大小: 11 x 6
x範圍: [0, 3.1416], 步長: 0.3142
y範圍: [0, 1.5708], 步長: 0.3142
在第 46 次迭代後收斂

關鍵點的解值:
u( $\pi/2$ ,  $\pi/4$ ) = 0.353912
u( $\pi/4$ ,  $\pi/8$ ) = 0.705317

邊界條件驗證:
u(0,  $\pi/4$ ) = 0.587785, 理論值  $\cos(\pi/4)$  = 0.707107
u( $\pi$ ,  $\pi/4$ ) = -0.587785, 理論值  $-\cos(\pi/4)$  = -0.707107
u( $\pi/2$ , 0) = 0.000000, 理論值  $\cos(\pi/2)$  = 0.000000
u( $\pi/2$ ,  $\pi/2$ ) = 0.000000, 理論值  $\theta$  = 0
```

problem 2.

```
PS D:\python_class> & D:/anaconda/python.exe d:/python_class/numerical/HW12_Q2.py
問題2: 求解一維熱傳導方程 (三種方法比較)
=====
參數設置:
 $\Delta t$  = 0.5,  $\Delta r$  = 0.1, K = 0.1
r = 125.0000
穩定性條件 ( $r \leq 0.5$ ): 不滿足

求解方法:
1. 前向差分法
2. 後向差分法
3. Crank-Nicolson方法

計算完成!
網格點數: 11 (空間) x 11 (時間)
時間範圍: [0, 5.0]

最終時刻 t = 5.0 的溫度分布:
位置    前向差分    後向差分    Crank-Nicolson
0.00    -2299074434363314062466482176.0000    0.0018    22.3813
0.20    5961587653845492343926423552.0000    0.0018    33.6829
0.40    6591358081753815751371784192.0000    0.0016    -18.1023
0.60    2502927421437322061450051584.0000    0.0014    -1.0823
0.80    363525917289115536928538624.0000    0.0011    2.3553
1.00    -60640047083624550727942144.0000    0.0007    1.6732
```

problem 3.

```
PS D:\python_class> & D:/anaconda/python.exe d:/python_class/numerical/HW12_Q3.py
```

```
=====
```

方程: $\partial^2 T / \partial r^2 + (1/r) \partial T / \partial r + (1/r^2) \partial^2 T / \partial \theta^2 = 0$

邊界條件:

$T(r, 0) = 0, T(r, \pi/3) = 0$

$T(1/2, \theta) = 50, T(1, \theta) = 100$

網格設置:

r 範圍: $[0.5, 1.0]$, 網格點數: 21, $\Delta r = 0.0250$

θ 範圍: $[0, \pi/3]$, 網格點數: 16, $\Delta \theta = 0.0698$

開始迭代求解...

在第 182 次迭代後收斂, 最大變化: $9.57e-07$

解的分析:

```
-----
```

最高溫度: 100.0000 at $(r=1.000, \theta=0.0^\circ)$

最低溫度: 0.0000 at $(r=0.525, \theta=0.0^\circ)$

中心點溫度: $T(0.750, 32.0^\circ) = 61.7442$

沿徑向的平均溫度:

r = 0.500: 平均溫度 = 50.0000

r = 0.600: 平均溫度 = 33.2048

r = 0.700: 平均溫度 = 35.7533

r = 0.800: 平均溫度 = 45.1450

r = 0.900: 平均溫度 = 61.2182

r = 1.000: 平均溫度 = 100.0000

沿角向的平均溫度:

$\theta = 0.0^\circ$: 平均溫度 = 7.1429

$\theta = 12.0^\circ$: 平均溫度 = 53.6676

$\theta = 24.0^\circ$: 平均溫度 = 65.7451

$\theta = 36.0^\circ$: 平均溫度 = 65.7451

$\theta = 48.0^\circ$: 平均溫度 = 53.6676

$\theta = 60.0^\circ$: 平均溫度 = 7.1429

problem 4.

```
PS D:\python_class> & D:/anaconda/python.exe d:/python_class/numerical/HW12_Q4.py
=====
方程:  $\partial^2 p / \partial t^2 = \partial^2 p / \partial x^2$ 
邊界條件:  $p(0,t) = 1, p(1,t) = 2$ 
初始條件:  $p(x,0) = \cos(2\pi x), \partial p / \partial t(x,0) = 2\pi \sin(2\pi x)$ 
網格參數:  $\Delta x = \Delta t = 0.1$ 
參數設置:
 $\Delta x = 0.1, \Delta t = 0.1$ 
網格大小: 11 x 21
CFL數  $r = c \cdot \Delta t / \Delta x = 1.00$ 
穩定性條件 ( $r \leq 1$ ): 滿足

邊界條件和初始條件驗證:
-----
邊界條件檢查:
   $p(0,t) = 1$ : 最大誤差 = 0.00e+00
   $p(1,t) = 2$ : 最大誤差 = 0.00e+00

初始條件檢查:
   $p(x,0) = \cos(2\pi x)$ : 最大誤差 = 1.00e+00
   $\partial p / \partial t(x,0) = 2\pi \sin(2\pi x)$ : 最大誤差 = 1.54e-15

解的分析:
-----
解的範圍: [-1.1783, 2.0000]
總能量變化: 8.66%

特定點的時間演化:
x = 0.20: p範圍 [0.0000, 0.9066]
x = 0.50: p範圍 [-1.0000, 0.0000]
x = 0.80: p範圍 [-0.2885, 0.3090]
```