**Macroeconomia II - Gabarito da Lista IV**

**Professor**: Fernando Barros Jr
**Monitor**: Marcos Ribeiro

2. (a) $D_t$ é o lucro da firma representativa que é convertido integralmente em dividendos e é dado por:

$$D_t = Y_t - w_t N_t,$$

Sendo que $Y_t$ é o produto multiplicado pelo preço, que normalizamos para um, $w_t$ é o salário e $N_t$ é a quantidade de trabalho. Já $D_{t+1}$ é dado por:

$$D_{t+1} = Y_{t+1} + (1-\delta)K_{t+1} - w_{t+1}N_{t+1} - (1+r_t)B_t^I$$

Sendo que $Y_{t+1}$ é o produto multiplicado pelo preço, que normalizamos para um, $(1-\delta)K_{t+1}$ é o capital que não foi investido descontado da depreciação $\delta$, $w_{t+1}$ é o salário, $N_{t+1}$ é a quantidade de trabalho, e $(1+r_t)B_t^I$ é o pagamento do empréstimo tomado para fazer o investimento a uma taxa $r_t$.

(b) O problema do consumidor por ser escrito como:

$$\max_{N_t, I_t} \quad v_t = Y_t - w_t N_t + \frac{1}{1+r_t}\left[Y_{t+1} + (1-\delta)K_{t+1} - w_{t+1}N_{t+1} - (1+r_t)B_t^I\right]$$

$$\text{st:} \quad K_{t+1} = I_t + (1+\delta)K_t$$

$$I_t = B_t^I.$$

(c) Ao combinarmos ambas as restrições e reescrever em função de $B_t^I$ encontramos

$$B_t^I = K_{t+1} - (1-\delta)K_t,$$

Logo, podemos reescrever o problema do consumidor de forma irrestrita como

$$\max_{N_t, I_t} \quad v_t = Y_t - w_t N_t + \frac{1}{1+r_t}\left[Y_{t+1} + (1-\delta)K_{t+1} - w_{t+1}N_{t+1} - (1+r_t)(K_{t+1} - (1-\delta)K_t)\right].$$

Para encontrar os valores de $N_t$ e $K_{t+1}$ que maximizam $v_t$, derivamos $v_t$ em relação a cada um deles e igualamos a zero. Temos então que

$$\frac{\partial v_t}{\partial N_t} = \frac{\partial Y_t}{\partial N_t} - w_t$$

$$w_t = \frac{\partial Y_t}{\partial N_t}$$

Isso indica que o salário é igual ao produto marginal do trabalho. Sabemos que

$$Y_t = F(A_t, K_t, N_t) = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}, \quad 0 \le \alpha \le 1,$$

e que

$$\frac{\partial Y_t}{\partial N_t} = (1-\alpha) A_t K_t^{\alpha} N_t^{-\alpha},$$

logo,

$$w_t = (1-\alpha) A_t K_t^{\alpha} N_t^{-\alpha},$$

é a equação que define a demanda por trabalho.

(d) Para $K_{t+1}$ temos que

$$\frac{\partial v_t}{\partial K_{t+1}} = \frac{1}{1+r_t}\left[\frac{\partial Y_{t+1}}{\partial K_{t+1}} + (1-\delta) - (1+r_t)\right]$$

$$(1+r_t) = \frac{\partial Y_{t+1}}{\partial K_{t+1}} + (1-\delta),$$

Sabemos que

$$\frac{\partial Y_{t+1}}{\partial K_{t+1}} = \alpha A_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} N_{t+1}^{1-\alpha},$$

logo,

$$r_t + \delta = \alpha A_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} N_{t+1}^{1-\alpha},$$

é a equação que define a demanda por capital.

3. (a) Podemos reescrever o problema de forma irrestrita como

$$\max_{C_t, N_t} \quad U = \ln w_t + \ln N_t + \theta_t \ln(1-N_t),$$

e derivar em relação a $N_t$ para obter

$$\frac{\partial U}{\partial N_t} = \frac{1}{N_t} - \frac{\theta_t}{1-N_t} = 0,$$

que podemos reescrever em função de $N_t$ para obter

$$N_t = \frac{1}{1+\theta_t}.$$

Ao substituirmos $N_t$ na restrição encontramos

$$C_t = \frac{w_t}{1+\theta_t}.$$

(b) $w_t$ não exerce nenhum efeito sobre $N_t$, uma vez que, a utilidade do consumidor é aditivamente separável. Isso implica que o nível de trabalho não influencia a utilidade marginal do consumo.

(c) Utilize a função de utilidade dada e refaça os itens anteriores.