Lemma 2.1

$$\forall a,b,c \in \{T,F\} \; (CO(a,b,c) \Longleftrightarrow \neg a \wedge b \wedge c \vee a \wedge \neg b \wedge c \vee a \wedge b \wedge \neg c \vee a \wedge b \wedge c)$$

Let $\alpha :\equiv \neg p \wedge q \wedge r$

$\beta :\equiv p \wedge \neg q \wedge r$

$\gamma :\equiv p \wedge q \wedge \neg r$

$\delta :\equiv p \wedge q \wedge r$

Let $CO(a,b,c) :\equiv a \wedge b \vee a \wedge c \vee b \wedge c$

$\forall a,b,c \; (CO(a,b,c) \Longleftrightarrow \neg a \wedge b \wedge c \vee a \wedge \neg b \wedge c \vee a \wedge b \wedge \neg c \vee a \wedge b \wedge c$

> $\underline{CO(p,q,r)}$
> $p \wedge q \vee p \wedge r \vee q \wedge r$
>
> > $\underline{p \wedge q}$
> >
> > > $\underline{\neg(r \vee \neg r)}$
> > >
> > > > $\underline{r}$
> > > > $r \vee \neg r$
> > > > $\bot$
> > >
> > > $\neg r$
> > > $r \vee \neg r$
> > > $\bot$
> >
> > $\neg\neg(r \vee \neg r)$
> > $r \vee \neg r$
> >
> > > $\underline{r}$
> > > $p \wedge q \wedge r$
> > > $\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$
> >
> > > $\underline{\neg r}$
> > > $p \wedge q \wedge \neg r$
> > > $\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$
> >
> > $\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$

$p \wedge r$

    $\neg(q \vee \neg q)$

        q

        $q \vee \neg q$

        $\bot$

    $\neg q$

    $q \vee \neg q$

    $\bot$

  $\neg\neg(q \vee \neg q)$

  $q \vee \neg q$

    q

    $p \wedge q \wedge r$

    $\neg q$

    $p \wedge \neg q \wedge r$

    $\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$

  $\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$

$q \wedge r$

    $\neg(p \vee \neg p)$

        p

        $p \vee \neg p$

        $\bot$

    $\neg p$

    $p \vee \neg p$

    $\bot$

  $\neg\neg(p \vee \neg p)$

  $p \vee \neg p$

    p

    $p \wedge q \wedge r$

    $\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$

$$\neg p$$

$$\neg p \wedge q \wedge r$$
$$\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$$

$$\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$$

$$\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$$

$$\neg p \wedge q \wedge r \vee p \wedge \neg q \wedge r \vee p \wedge q \wedge \neg r \vee p \wedge q \wedge r$$

$$CO(p,q,r) \Longrightarrow p \wedge q \wedge r \vee p \wedge q \wedge \neg r \vee p \wedge \neg q \wedge r \vee \neg p \wedge q \wedge r$$

$$p \wedge q \wedge r \vee p \wedge q \wedge \neg r \vee p \wedge \neg q \wedge r \vee \neg p \wedge q \wedge r$$

$$p \wedge q \wedge r$$

$$p$$
$$q$$
$$p \wedge q \vee p \wedge r \vee q \wedge r$$

$$p \wedge q \wedge \neg r$$

$$p$$
$$q$$
$$p \wedge q \vee p \wedge r \vee q \wedge r$$

$$p \wedge \neg q \wedge r$$

$$p$$
$$r$$
$$p \wedge q \vee p \wedge r \vee q \wedge r$$

$$\neg p \wedge q \wedge r$$

$$q$$
$$r$$
$$p \wedge q \vee p \wedge r \vee q \wedge r$$

$$p \wedge q \vee p \wedge r \vee q \wedge r$$

$$CO(p,q,r)$$

$$p \wedge q \wedge r \vee p \wedge q \wedge \neg r \vee p \wedge \neg q \wedge r \vee \neg p \wedge q \wedge r \Longrightarrow CO(p,q,r)$$

$$CO(p,q,r) \Longrightarrow p \wedge q \wedge r \vee p \wedge q \wedge \neg r \vee p \wedge \neg q \wedge r \vee \neg p \wedge q \wedge r$$

$$\forall a,b,c \; (CO(a,b,c) \Longrightarrow \neg a \wedge b \wedge c \vee a \wedge \neg b \wedge c \vee a \wedge b \wedge \neg c \vee a \wedge b \wedge c$$

$$\square$$