Lemma 2.1

$\forall a,b,c \in \{T,F\}\ (CO(a,b,c) \Leftrightarrow \neg a \wedge b \wedge c \vee a \wedge \neg b \wedge c \vee a \wedge b \wedge \neg c \vee a \wedge b \wedge c)$

Let $\alpha :\equiv \neg p \wedge q \wedge r$

$\beta :\equiv p \wedge \neg q \wedge r$

$\gamma :\equiv p \wedge q \wedge \neg r$

$\delta :\equiv p \wedge q \wedge r$

Definition 2.1

Let $CO(a,b,c) :\equiv a \wedge b \vee a \wedge c \vee b \wedge c$

$\forall a,b,c\ (CO(a,b,c) \Leftrightarrow \neg a \wedge b \wedge c \vee a \wedge \neg b \wedge c \vee a \wedge b \wedge \neg c \vee a \wedge b \wedge c$

$CO(p,q,r)$

$p \wedge q \vee p \wedge r \vee q \wedge r$

$p \wedge q$

$\neg(r \vee \neg r)$

r

$r \vee \neg r$

$\bot$

$\neg r$

$r \vee \neg r$

$\bot$

$\neg\neg(r \vee \neg r)$

$r \vee \neg r$

r

$p \wedge q \wedge r$

$\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$

$\neg r$

$p \wedge q \wedge \neg r$

$\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$

$\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$

$r \vee d$

$\neg(q \vee \neg q)$

q

$q \vee \neg q$

$\bot$

$\neg q$

$q \vee \neg q$

$\bot$

$\neg\neg(q \vee \neg q)$

$q \vee \neg q$

q

$p \wedge q \wedge r$

$\neg q$

$p \wedge \neg q \wedge r$

$\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$

$\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$

$q \wedge r$

$\neg(p \vee \neg p)$

p

$p \vee \neg p$

$\bot$

$\neg p$

$p \vee \neg p$

$\bot$

$\neg\neg(p \vee \neg p)$

$p \vee \neg p$

p

$p \wedge q \wedge r$

$\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$

$\neg p$

$\neg p \wedge q \wedge r$

$\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$

$\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$

$\alpha \vee \beta \vee \gamma \vee \delta$

$\neg p \wedge q \wedge r \vee p \wedge \neg q \wedge r \vee p \wedge q \wedge \neg r \vee p \wedge q \wedge r$

$CO(p,q,r) \Longrightarrow p \wedge q \wedge r \vee p \wedge q \wedge \neg r \vee p \wedge \neg q \wedge r \vee \neg p \wedge q \wedge r$

$p \wedge q \wedge r \vee p \wedge q \wedge \neg r \vee p \wedge \neg q \wedge r \vee \neg p \wedge q \wedge r$

$p \wedge q \wedge r$

---

p

q

$p \wedge q \vee p \wedge r \vee q \wedge r$

$p \wedge q \wedge \neg r$

---

p

q

$p \wedge q \vee p \wedge r \vee q \wedge r$

$p \wedge \neg q \wedge r$

---

p

r

$p \wedge q \vee p \wedge r \vee q \wedge r$

$\neg p \wedge q \wedge r$

---

q

r

$p \wedge q \vee p \wedge r \vee q \wedge r$

$p \wedge q \vee p \wedge r \vee q \wedge r$

$CO(p,q,r)$

$p \wedge q \wedge r \vee p \wedge q \wedge \neg r \vee p \wedge \neg q \wedge r \vee \neg p \wedge q \wedge r \Longrightarrow CO(p,q,r)$

$CO(p,q,r) \Longrightarrow p \wedge q \wedge r \vee p \wedge q \wedge \neg r \vee p \wedge \neg q \wedge r \vee \neg p \wedge q \wedge r$

$\forall a,b,c\ (CO(a,b,c) \Longleftrightarrow \neg a \wedge b \wedge c \vee a \wedge \neg b \wedge c \vee a \wedge b \wedge \neg c \vee a \wedge b \wedge c$

□