



UBA
1821 Universidad
de Buenos Aires

.UBA 
FACULTAD DE INGENIERÍA

TB065
SEÑALES Y SISTEMAS

Análisis de Señales

Trabajo Práctico Especial

Integrante

Martin Klöckner
Mateo Lema Roveta
Ernesto Dei Castelli

Legajo

123456
123456
123456

Correo electrónico

mklockner@fi.uba.ar
mlema@fi.uba.ar
edei@fi.uba.ar

Índice

1	Introducción	3
2	Dominio de frecuencia	3
2.1	Filtrado	4
2.2	Espectrogramas	8
2.3	Efectos musicales en términos de sistemas	18

Índice de figuras

1	Espectro de 'cancion1.wav'	3
2	Espectro de 'cancion2.wav'	4
3	Transformada de Fourier del primer filtro	4
4	Transformada de Fourier del segundo filtro	5
5	Espectro de 'cancion1.wav' con filtro 1 aplicado	5
6	Espectro de 'cancion1.wav' con filtro 2 aplicado	6
7	Espectro de 'cancion2.wav' con filtro 1 aplicado	6
8	Espectro de 'cancion2.wav' con filtro 2 aplicado	7
9	Espectrograma primer muestra de ventana rectangular de 512 puntos	8
10	Espectrograma primer muestra de ventana rectangular de 1024 puntos	9
11	Espectrograma primer muestra de ventana rectangular de 2048 puntos	9
12	Espectrograma segunda muestra de ventana rectangular de 512 puntos	10
13	Espectrograma segunda muestra de ventana rectangular de 1024 puntos	10
14	Espectrograma segunda muestra de ventana rectangular de 2048 puntos	11
15	Espectrograma primer muestra de ventana triangular de 512 puntos	12
16	Espectrograma primer muestra de ventana triangular de 1024 puntos	12
17	Espectrograma primer muestra de ventana triangular de 2048 puntos	13
18	Espectrograma segunda muestra de ventana triangular de 512 puntos	13
19	Espectrograma segunda muestra de ventana triangular de 1024 puntos	14
20	Espectrograma segunda muestra de ventana triangular de 2048 puntos	14
21	Espectrograma primer muestra con ventana Hann de 512 puntos	15
22	Espectrograma primer muestra con ventana Hann de 1024 puntos	15
23	Espectrograma primer muestra con ventana Hann de 2048 puntos	16
24	Espectrograma segunda muestra con ventana Hann de 512 puntos	16
25	Espectrograma segunda muestra con ventana Hann de 1024 puntos	17
26	Espectrograma segunda muestra con ventana Hann de 2048 puntos	17
27	Espectro original	18
28	Espectro con efecto delay	18
29	Espectro original	19
30	Espectro con efecto distorsión	19
31	Espectro nota original	20
32	Espectro nota con efecto tremolo	20

33	Espectro original	21
34	Espectro con efecto vibrato	21
35	Espectro original	21
36	Espectro con efecto chorus	22

1. Introducción

En el presente trabajo se realiza un análisis en el dominio temporal de en principio dos señales musicales de muestra, en las cuales se buscan porciones cuasi-periódicas y no periódicas, y luego se filtran utilizando dos filtros diferentes. Por último, se generan mediante simulación de tres instrumentos musicales diferentes, tres señales, las cuales se analizan y comparan las formas de onda generadas.

2. Dominio temporal

2.1. Primer muestra

Para la primer muestra (archivo cancion1.wav) se realiza el gráfico de la misma en el dominio temporal, el resultado se muestra en la figura 1.

La frecuencia de muestreo de la misma es 44100 Hz, esto se obtiene del mismo script utilizado para graficar el archivo, en el cual se divide la cantidad de muestras por la duración del archivo.

2.1.1. Secciones cuasi-periódicas

Cuando la señal tiene una estructura repetitiva, pero con variaciones en amplitud, fase o frecuencia se dice que la señal es cuasi-periódica.

Realizando un análisis visual en detalle de la muestra se buscan partes donde se comporte como tal, dos ejemplos se dan en las figuras 2 y 3. En la primera se gráfica el intervalo 0,248 s a 0,256 s, mientras que en la segunda se gráfica el intervalo 0,520 s a 0,528 s.

Dentro de los intervalos cuasi-periódicos graficados, se pueden detectar visualmente los períodos fundamentales, los cuales se ven resaltados en color celeste claro.

Curiosamente en ambos casos el período es igual y resulta $T = 0,003$ s, lo cual corresponde con una frecuencia de aproximadamente 333 Hz. Comparando con notas musicales de tabla esto se asemeja a una nota E4, la cual tiene una frecuencia de 329,228 Hz. Siendo que el período se relaciona de manera inversa con la frecuencia y esta de manera directa con la nota musical, se puede asegurar que al disminuir este período la frecuencia aumentará y la nota musical será mas aguda, mientras que en el caso contrario si aumenta el período la frecuencia disminuye y también la nota musical.

2.2. Segunda muestra

Utilizando el mismo script de python utilizado para la primer muestra (archivo cancion1.wav) se gráfica la señal de la segunda muestra (correspondiente al archivo can-

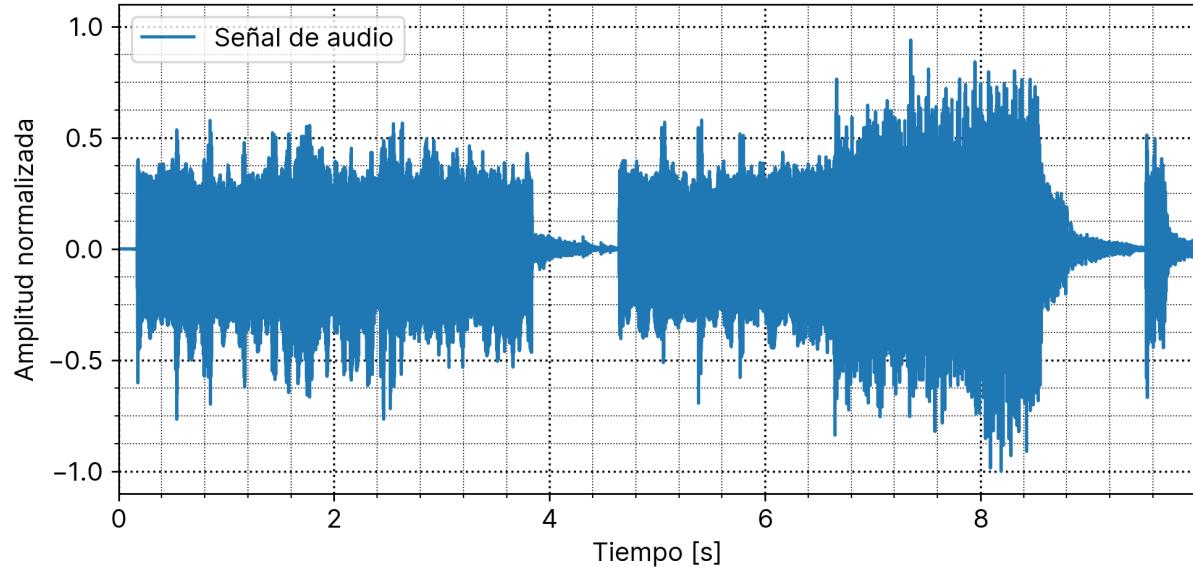


Figura 1: Gráfico de archivo 'cancion1.wav'

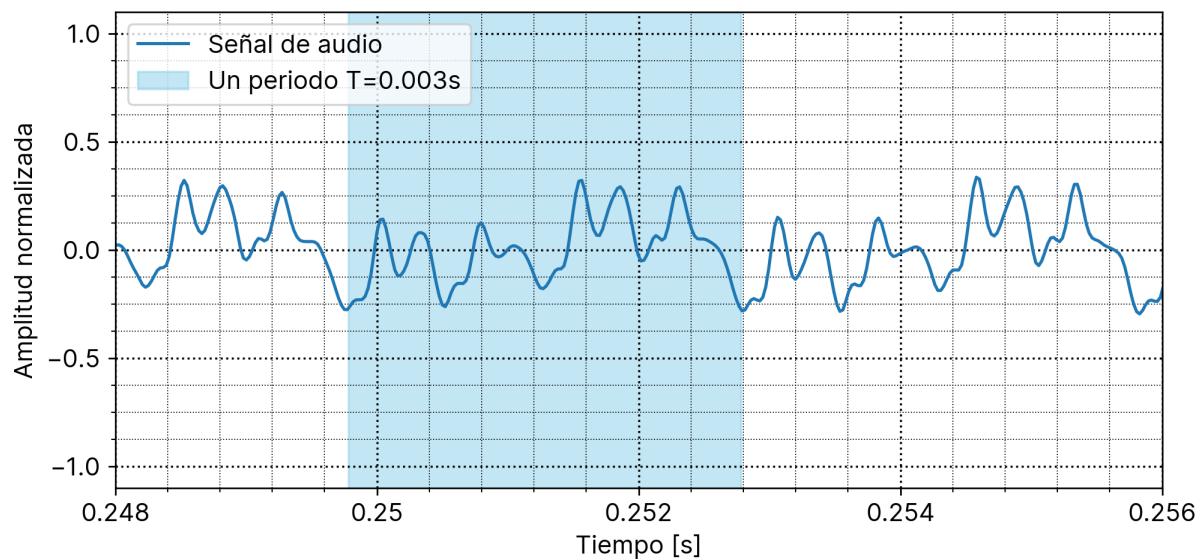


Figura 2: Sección cuasi-periódica archivo 'cancion1.wav'

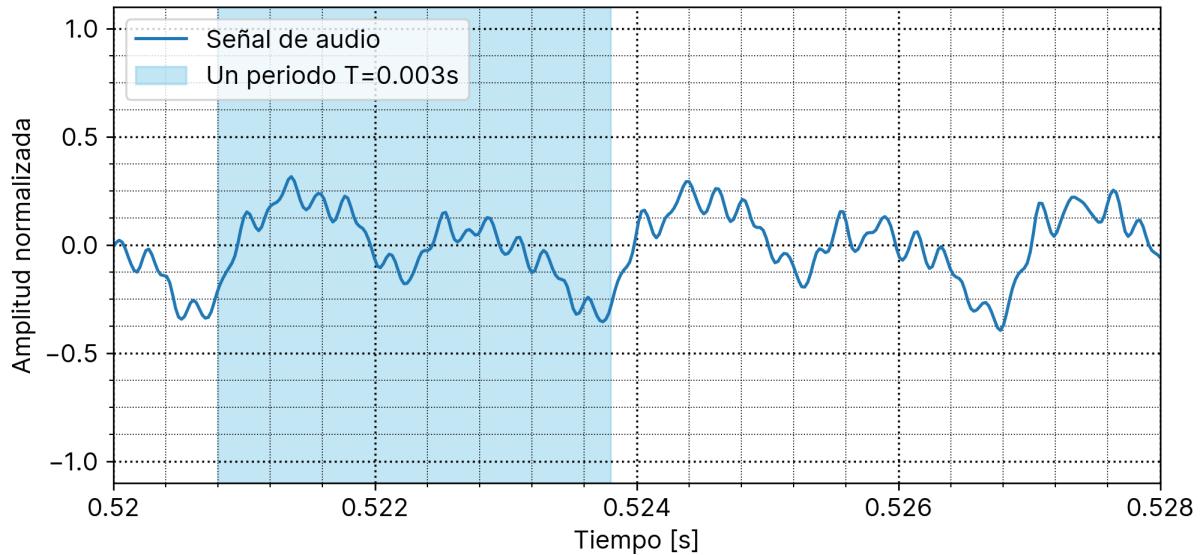


Figura 3: Otra sección quasi-periódica archivo ‘cancion1.wav’

cion2.wav) en el dominio temporal, en este caso se gráfica a partir del segundo 6 ya que antes de esto la señal tiene amplitud nula, con lo cual no aporta información significativa, el gráfico resultante se muestra en la figura 4.

La frecuencia fundamental de esta segunda muestra resulta 48000 Hz, esto también se obtiene del script de python.

2.2.1. Secciones no-periódicas

A diferencia del análisis realizado sobre la primer muestra en busca de secciones quasi-periódicas, para esta segunda muestra se buscan secciones no periódicas, esto es, secciones donde la señal no tiene un patrón repetitivo marcado. Se toman dos intervalos en los cuales la señal de muestra se comporta como tal, el intervalo de 14,72 s a 14,73 s y el intervalo 26,57 s a 26,58 s, ambos intervalos se muestran graficados en las figura 5 y 6 respectivamente.

Dado que las secciones son no periódicas, no se puede hablar de una frecuencia fundamental como si se podía en las secciones quasi-periódicas en la primer muestra.

2.3. Filtrado

Para obtener la salida de la señal luego de pasarla por un filtro (respuesta al impulso del primer filtro correspondiente al archivo respuesta_impulso_1.txt y del segundo filtro correspondiente al archivo respuesta_impulso_2.txt) es necesario realizar una convolución entre la señal de entrada y la respuesta al impulso del filtro, esto suponiendo que

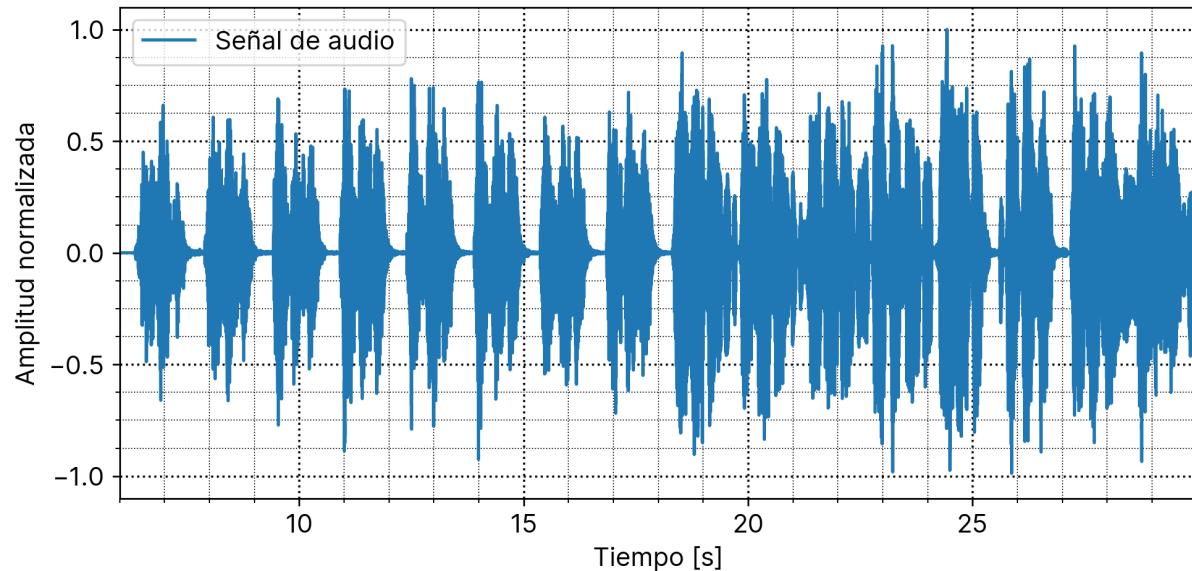


Figura 4: Gráfico de archivo 'cancion2.wav'

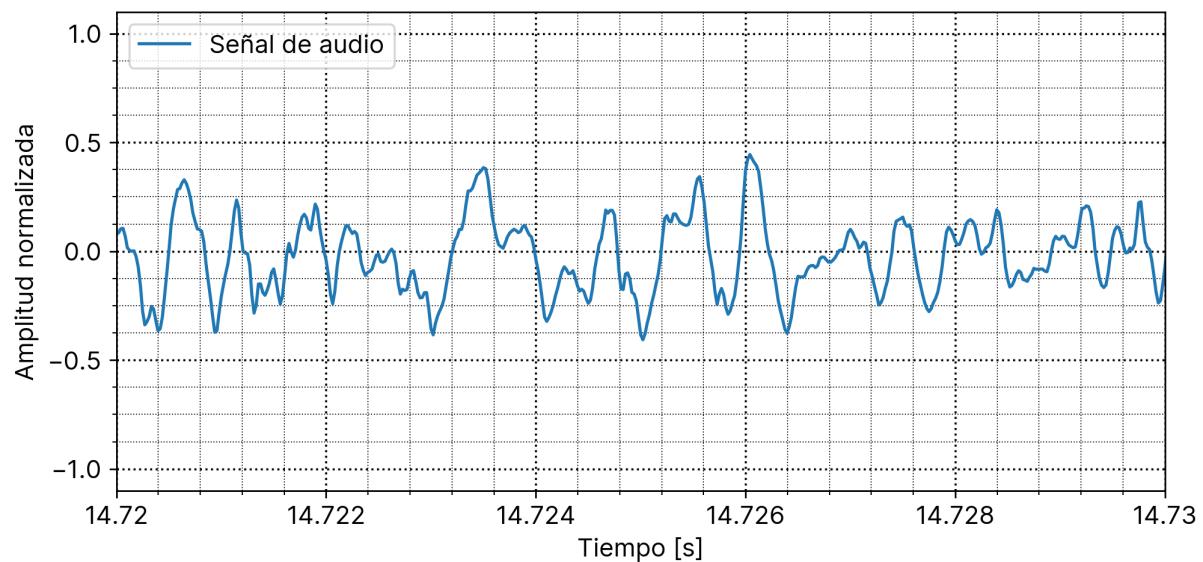


Figura 5: Sección no periódica archivo 'cancion2.wav'

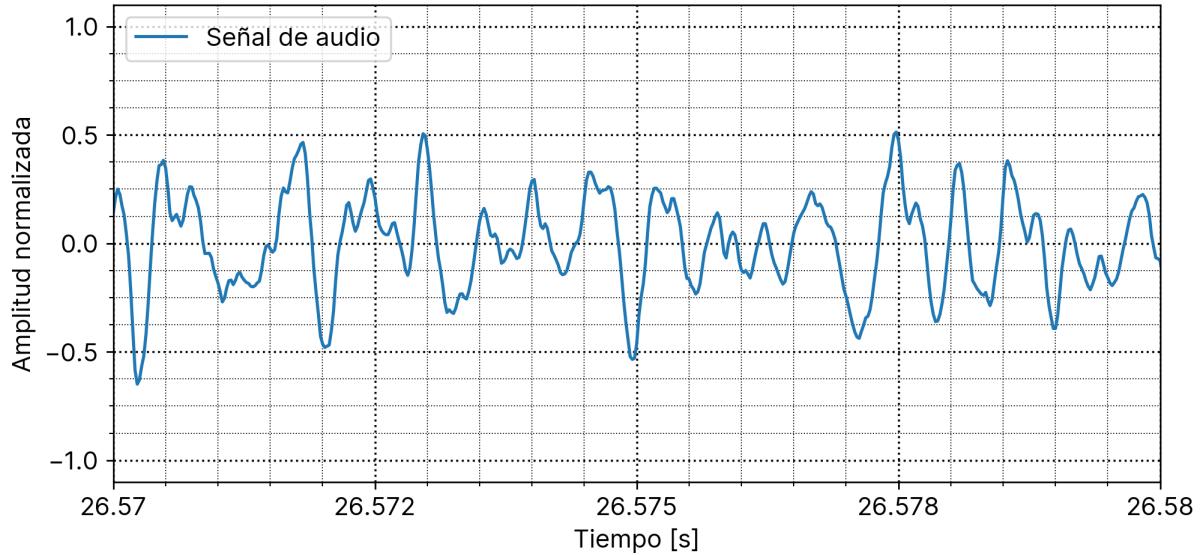


Figura 6: Otra sección no periódica archivo 'cancion2.wav'

el filtro es un sistema LTI (si no lo fuera no se podría calcular la salida solo teniendo la respuesta al impulso).

La salida del filtro 1 al aplicar la primer muestra se puede ver en la figura ??, en este gráfico de la señal completa se observa que atenúa partes de la señal y amplifica otras, en particular amplifica principalmente antes del segundo 6 y atenúa drásticamente luego. En mayor detalle como se observa en la figura ?? para el intervalo entre 0.248 y 0.256 segundos, se ve como actúa sobre la señal amplificando partes de la misma.

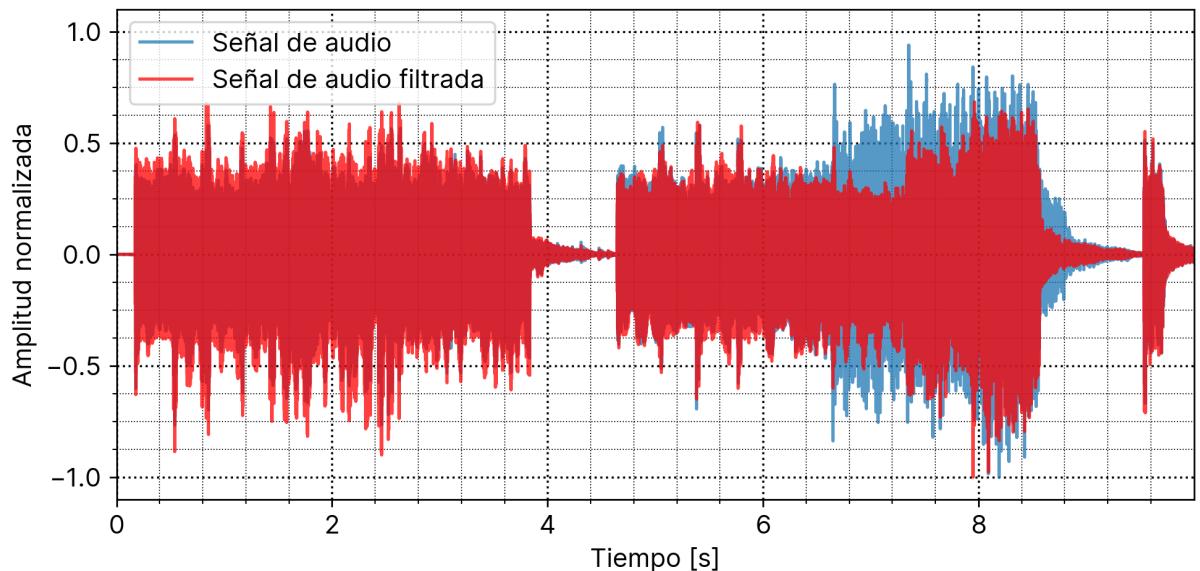


Figura 7: Primer muestra salida de filtro 1

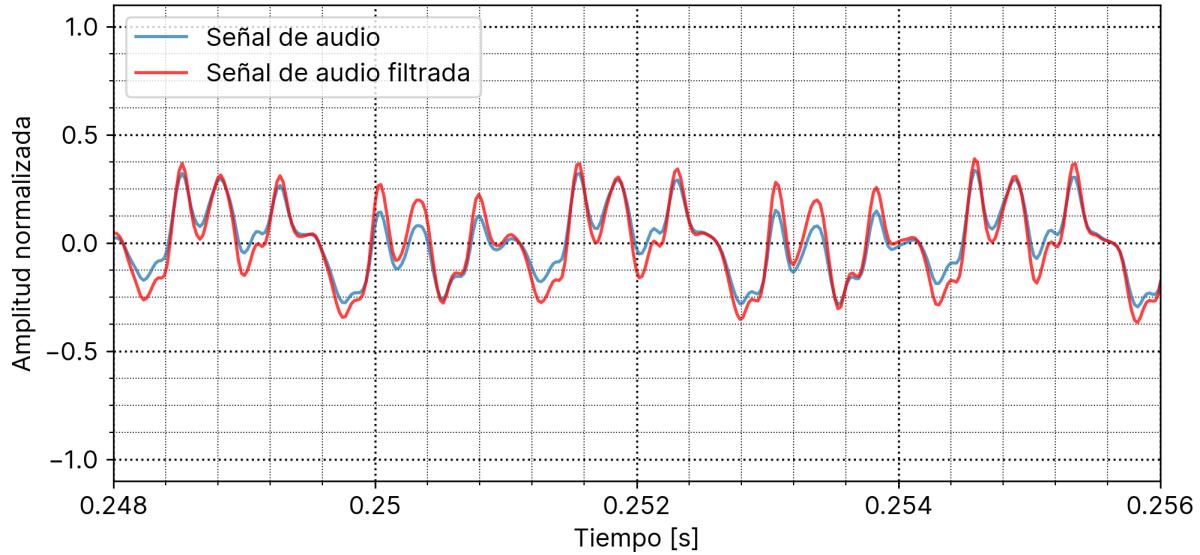


Figura 8: Primer muestra salida de filtro 1 intervalo 0.248 a 0.256s

Aplicando el segundo filtro a la primer muestra resulta como se muestra en el gráfico de figura ???. En esta figura de la señal completa Se puede ver que esta a diferencia del filtro 1, no atenúa o amplifica significativamente partes de la señal, si no que realiza una leve atenuación de toda la señal. Analizando en detalle como se ve en la figura ?? se puede ver el suavizado que realiza este filtro sobre la señal, esto sugiere que el filtro 2 es del tipo pasa bajos, ya que atenúa las frecuencias altas componentes en la señal original, haciendo que la señal resultante no tenga cambios abruptos.

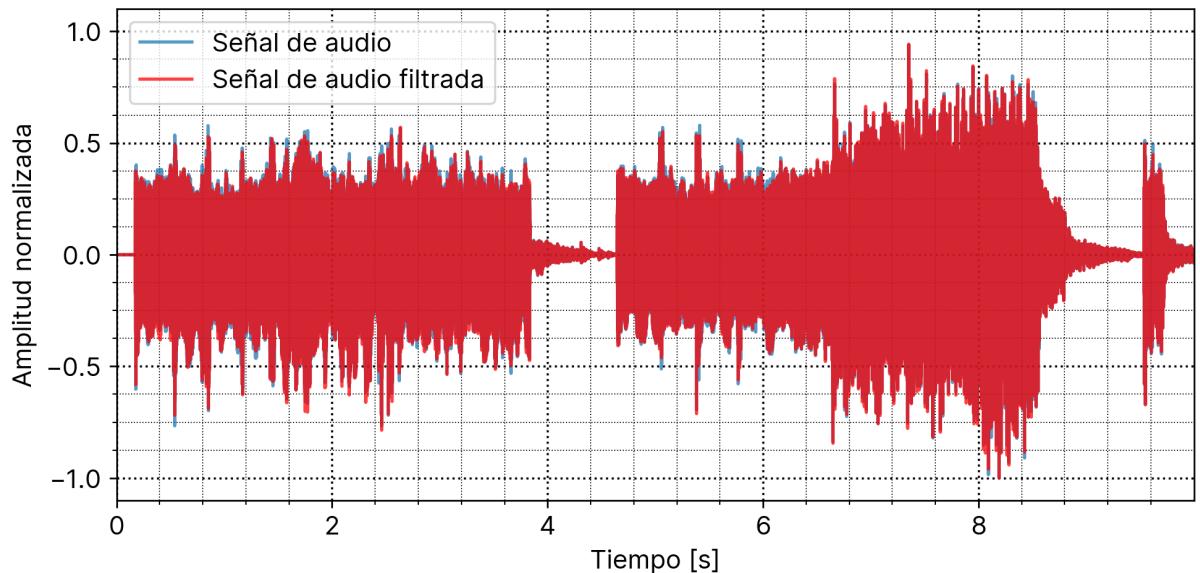


Figura 9: Primer muestra salida de filtro 2

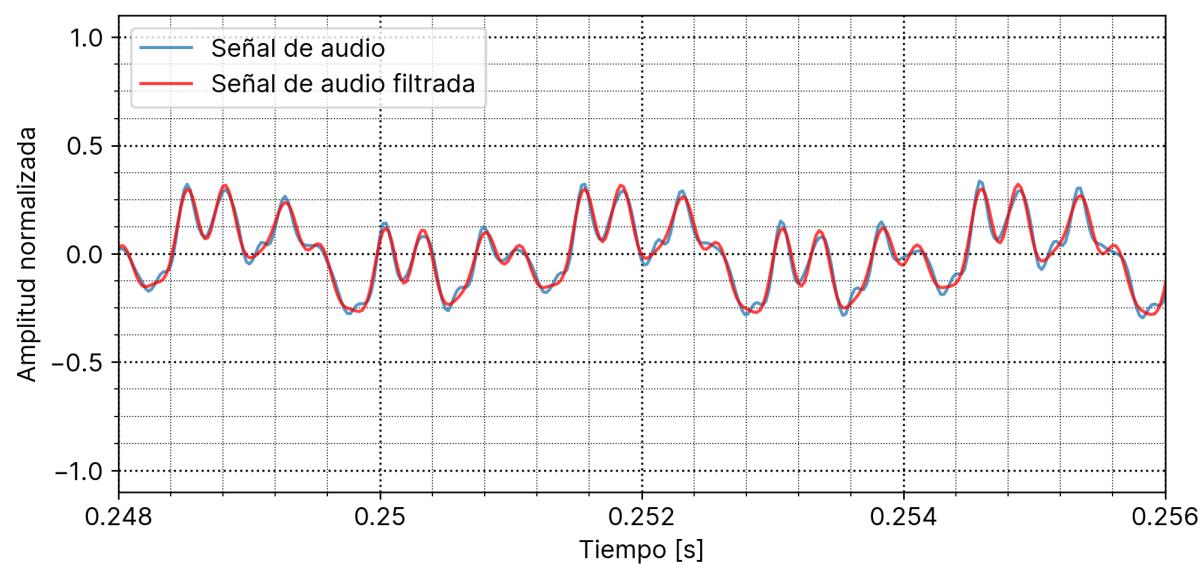


Figura 10: Primer muestra salida de filtro 2 intervalo 0.248 a 0.256s

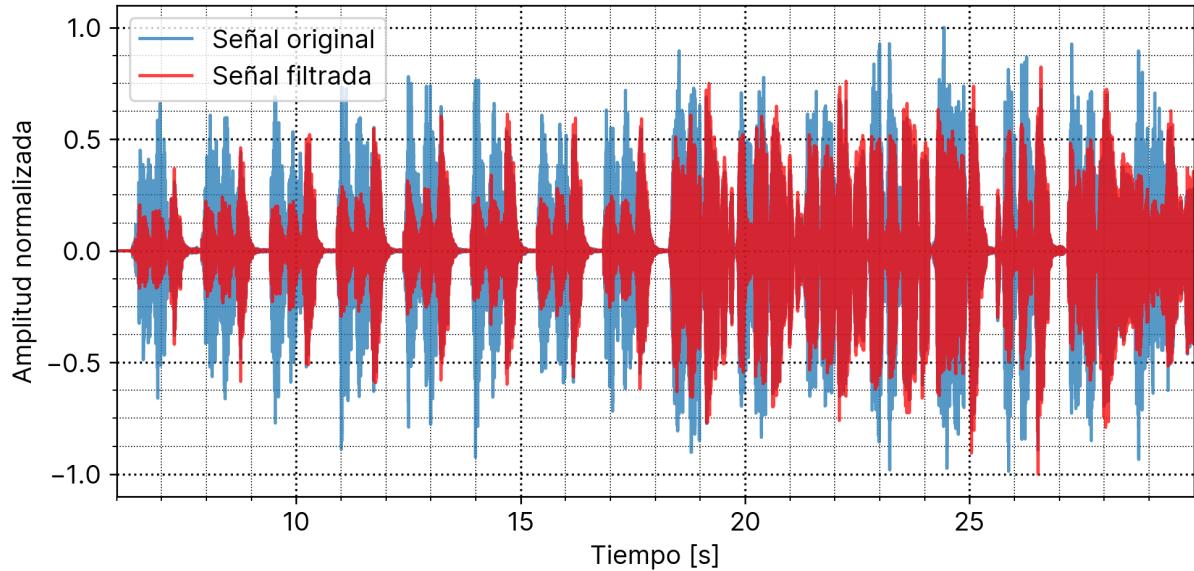


Figura 11: Segunda muestra salida de filtro 1

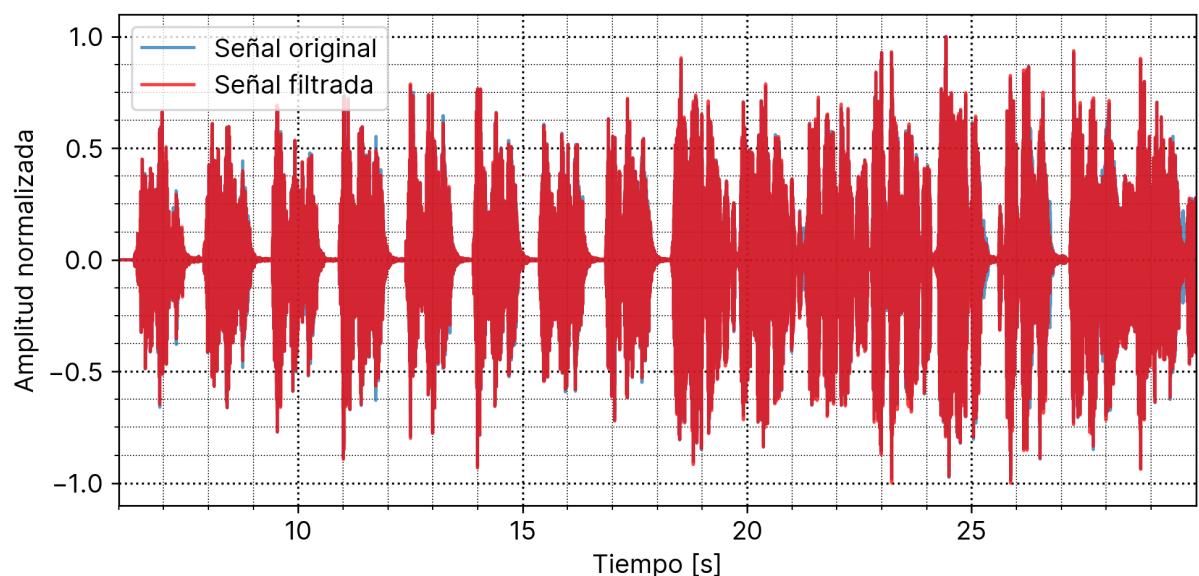
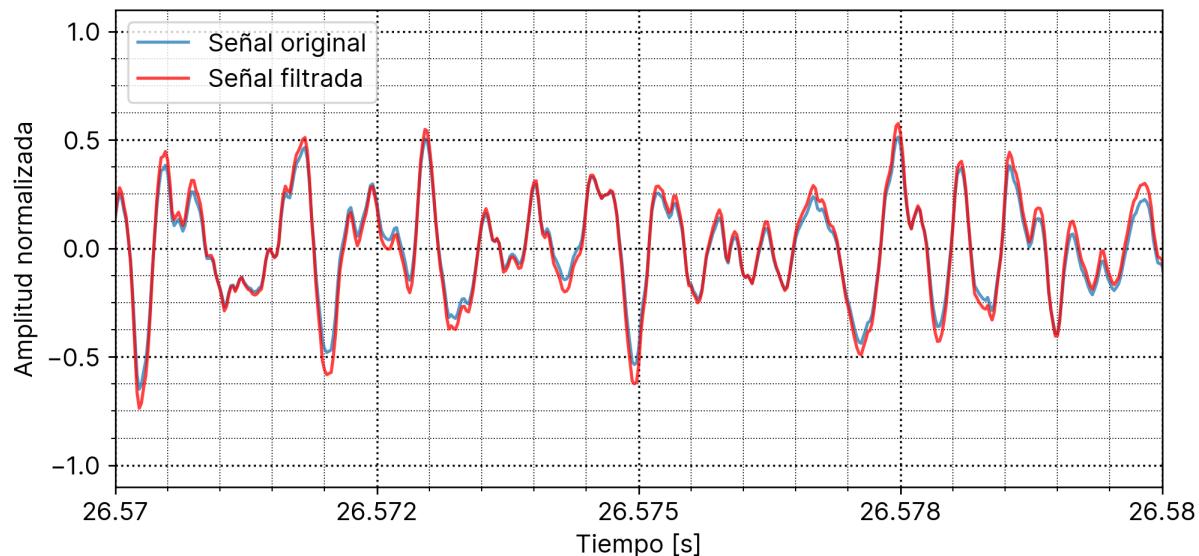
De manera análoga para la segunda muestra se aplican los filtros mediante la convolución entre la señal y la respuesta al impulso del respectivo filtro.

La salida de la segunda muestra al aplicar el primer filtro se puede ver en la figura ?? en la cual se gráfica la señal completa y se aprecia como se atenúa la mayor parte, principalmente en la primera mitad (antes del segundo 18.5 aproximadamente) y en menor medida en la mitad restante, aunque en partes de la segunda mitad se atenúa drásticamente de todas formas, como por ejemplo en el segundo 29 en el que se atenúa aproximadamente un 70 % de la señal.

En la figura ?? se analiza en mayor detalle la señal, en este caso el intervalo entre 26.57 y 26.58 segundos, en esta figura se observa como amplifica partes de la señal, en particular, se observa que amplifica los picos en donde la señal tiene cambios abruptos, es decir, donde la señal se compone de frecuencias altas, esto sugiere que el primer filtro es del tipo pasa altos, es decir atenúa las frecuencias bajas.

En las figura ?? se muestra la señal completa de la salida luego de aplicar el segundo filtro a la segunda muestra, de esta figura no se pueden sacar grandes conclusiones mas que una leve atenuación de toda la señal. Analizando en mayor detalle, por ejemplo el intervalo de 26.57 a 26.58 segundos, como se muestra en la figura ?? se observa algo similar a lo observado para la primer muestra luego de aplicar este filtro y es el suavizado que realiza.

En todos los casos, tanto para la primer muestra como para la segunda y tanto para el primer filtro como el segundo, escuchando la respectiva salida se confirma lo analizado desde el punto de vista del gráfico de la señal, pero ademas se aprecia que el primer filtro realiza una atenuación de las frecuencias mas altas (sonidos agudos) mientras



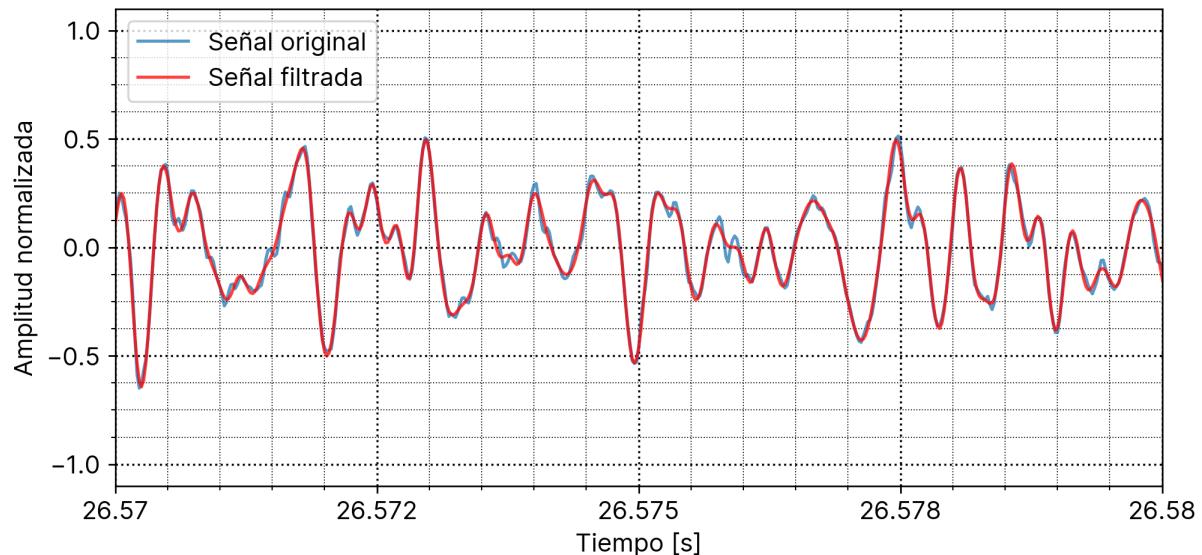


Figura 14: Seguida muestra salida de filtro 2 intervalo 26.57 a 26.58s

que el segundo disminuye las frecuencias bajas (o sonidos graves) esto ultimo no se aprecia en el gráfico de la señal, ya que parece no tener efecto mas que une leve atenuación.

2.4. Sonido de diferentes instrumentos

Se generaron tres muestras diferentes a las ya utilizadas, correspondientes con la nota A4 (La4, 440 Hz) mediante la simulación de tres instrumentos musicales distintos: un clarinete, una flauta y un violín. Las señales generadas corresponden con los archivos a4_clarinete.wav, a4_flauta.wav y a4_violin.wav y los gráficos de cada señal se muestran en las figuras 11, 12 y 13, respectivamente.

Si bien todos los sonidos tienen la misma frecuencia, ya que es la misma nota musical, el sonido escuchado percibido es diferente, esto puede ser producto de la forma de onda generada por cada instrumento, lo cual queda clara la diferencia en los respectivos gráficos.

Cada sonido percibido tiene características diferentes, el mas apagado o neutro es el producido por la flauta, mientras que el mas agudo o “afilado” es el producido por el violín, el sonido del clarinete es un intermedio entre ambos, un sonido ni muy agudo ni muy grave o apagado, y con cierto carácter metálico.

Para el caso del clarinete, cuya señal se puede ver en la figura 11 a continuación se puede ver que la onda se parece a una onda cuadrada. En el dominio de frecuencia, las ondas cuadradas ideales se componen de armónicos impares.

Para la señal producida por la flauta que se puede ver en la figura 12, se puede ver que

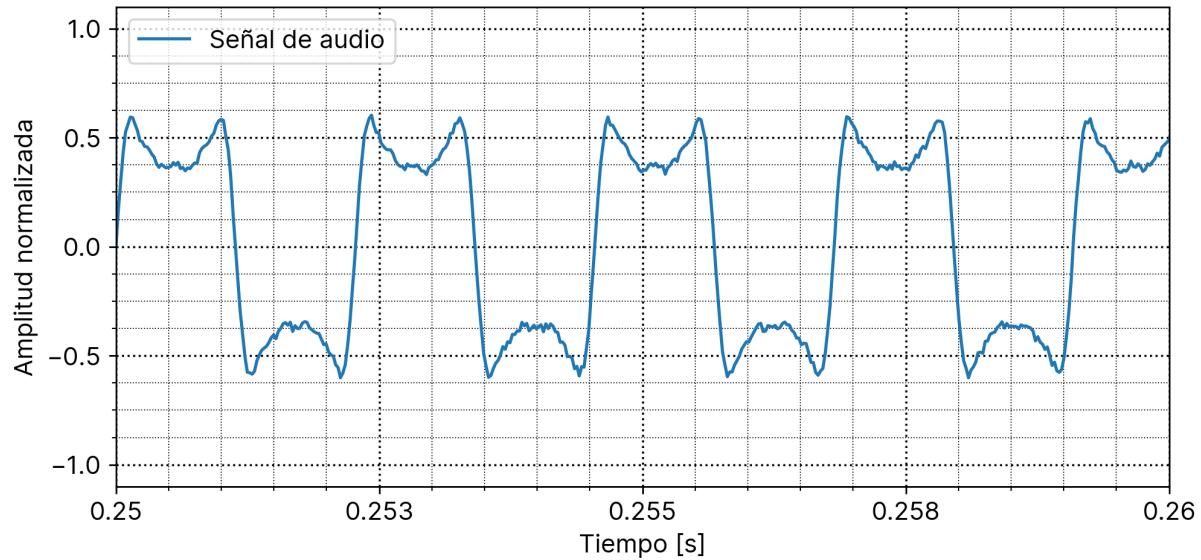


Figura 15: Sonido de clarinete

se asemeja a una señal senoidal pura, aunque no tan simétrica en los picos, las ondas sinodales en el dominio de frecuencia tienen un único armónico, y es el fundamental, es por esto que el sonido es mas neutro y no tan “brillante” o agudo dado que la frecuencia es la misma en todos los casos.

Por ultimo para la señal producida por el violín, la cual se puede ver en la figura 13, se asemeja a una onda triangular con pendiente decreciente, estas ondas triangulares en el dominio de frecuencia también tienen armónicos impares como la onda cuadrada, pero estos armónicos tienen mayor amplitud, es por esto que si bien tienen un sonido similar, el sonido del violín es mas agudo.

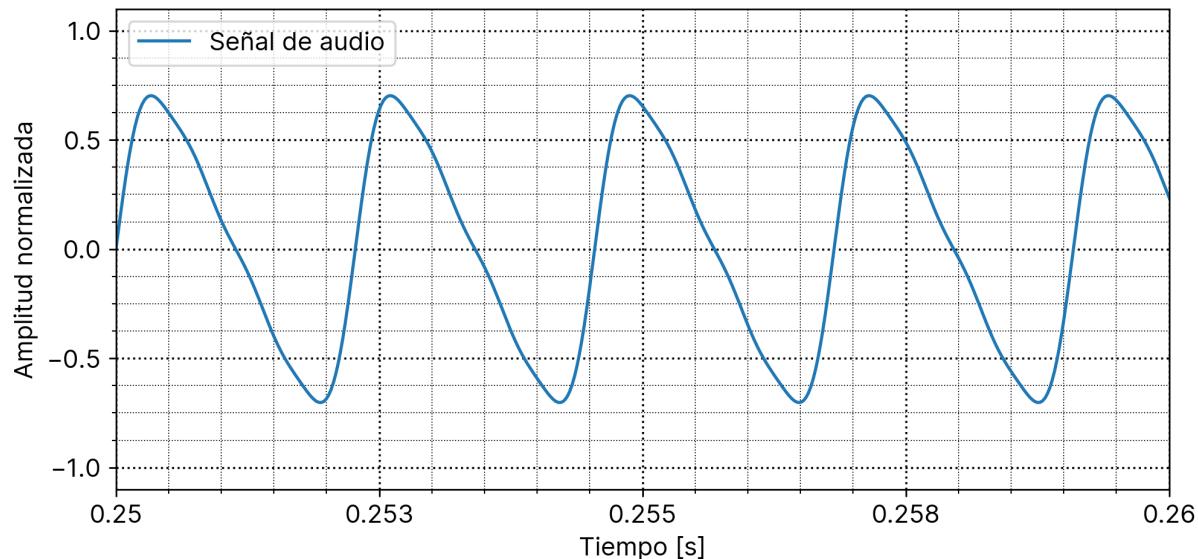


Figura 16: Sonido de flauta

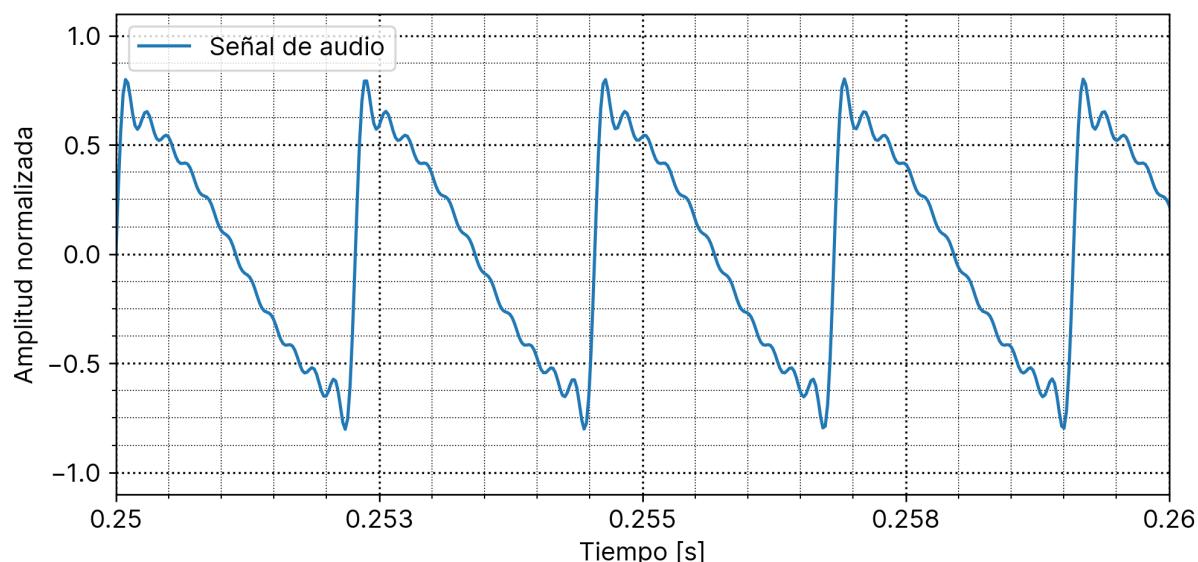


Figura 17: Sonido de violín

3. Dominio de frecuencia

En esta sección se analizan las mismas señales de audio que en la sección anterior, correspondientes a los archivos canción1.wav y canción2.wav, pero en el dominio de la frecuencia. Para esto se calcula la transformada discreta de fourier (DFT) de las mismas mediante un script de Python (que internamente utiliza el algoritmo FFT). El resultado se muestra en los figuras 1 y 2 para la señal de audio de las canciones 1 y 2 respectivamente.

Se puede ver en la figura 1 correspondiente a la primer canción picos angostos en frecuencias determinadas, en cambio para la segunda canción en la figura 2, se puede ver que la energía se distribuye en mas frecuencias ya que los picos no están tan definidos. Esto puede deberse a que en la primer canción se hallaban porciones periódicas de la señal en el dominio temporal mientras que para la segunda canción había mayor presencia de señales no periódicas.

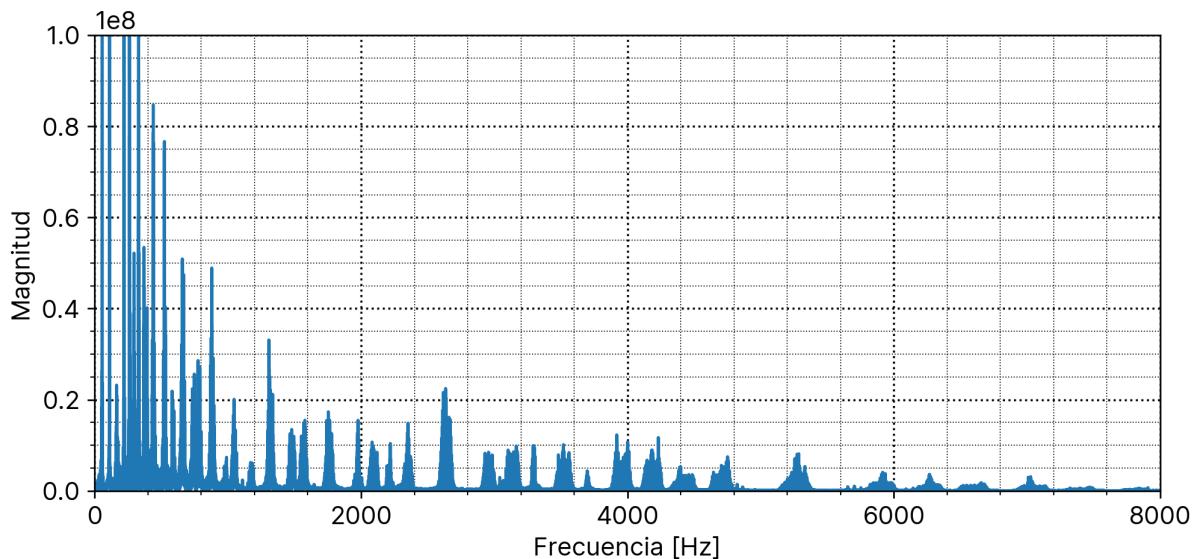


Figura 18: Espectro de 'cancion1.wav'

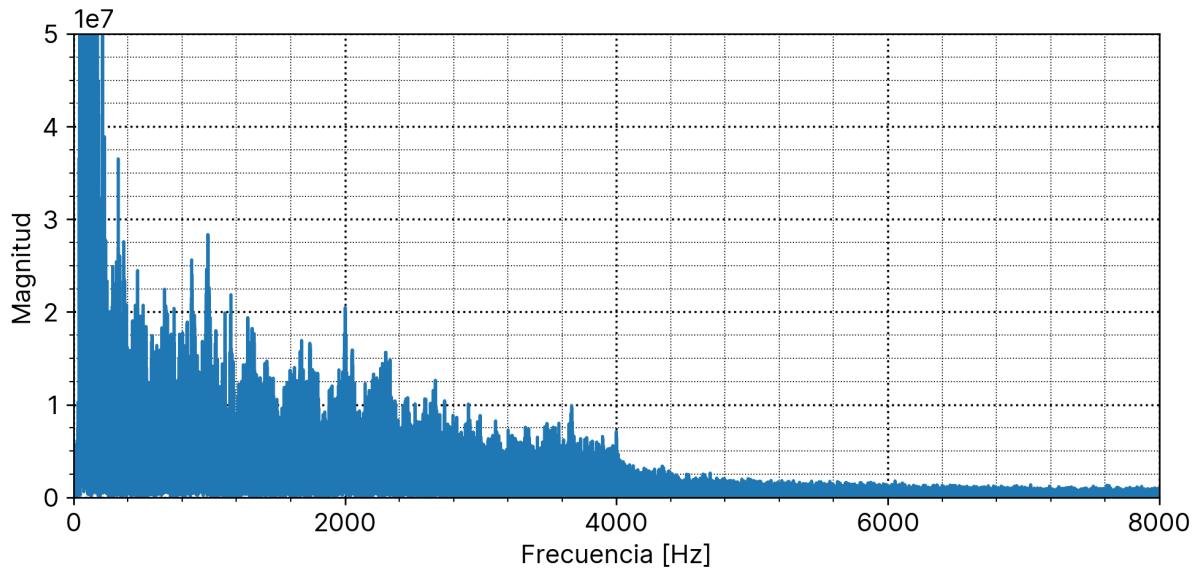


Figura 19: Espectro de 'cancion2.wav'

3.1. Filtrado

A continuación se utilizaron las señales filtradas obtenidas en la primera parte y se graficaron sus espectros en frecuencia, como se puede observar en las figuras 5, 6, 7 y 8. Los gráficos 3 y 4 corresponden a las transformadas de Fourier de los filtros utilizados anteriormente.

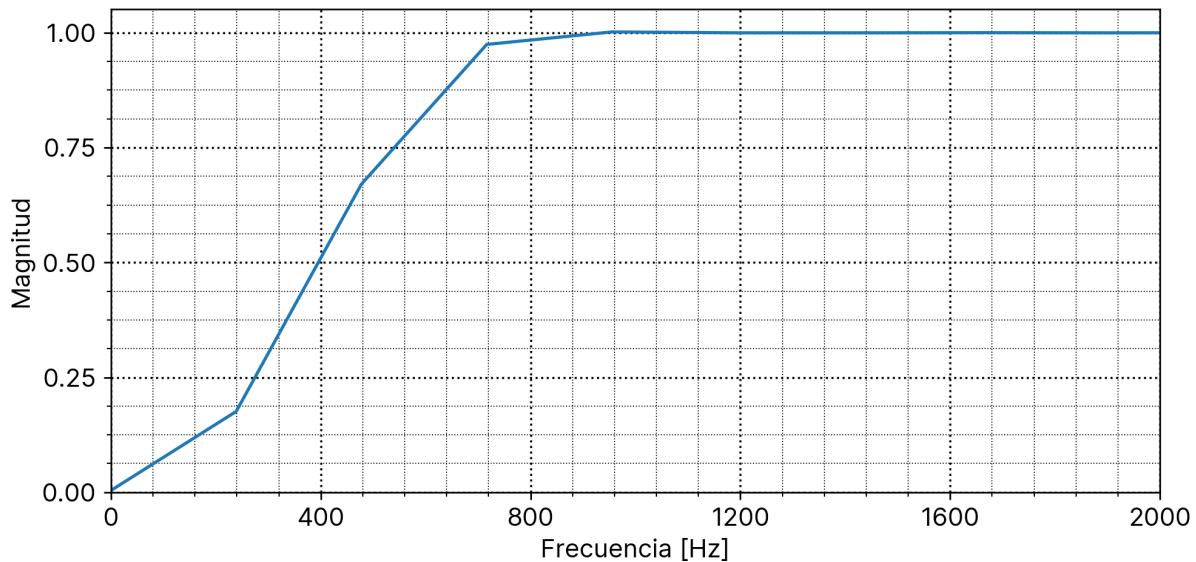


Figura 20: Transformada de Fourier del primer filtro

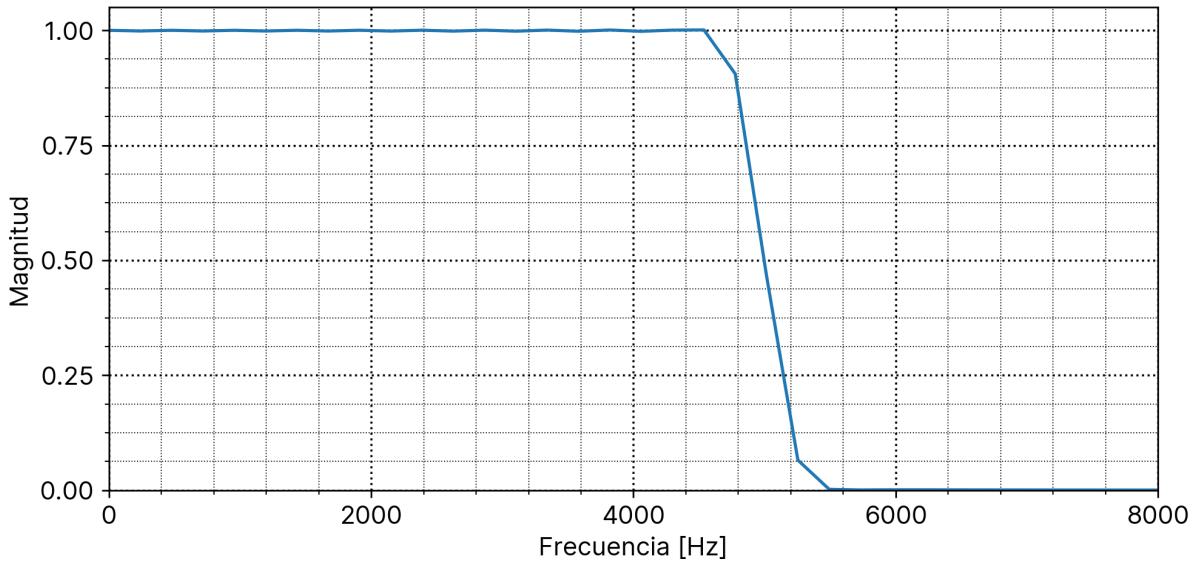


Figura 21: Transformada de Fourier del segundo filtro

Como era de esperarse y como se anticipó en la primera parte, el primer filtro corresponde a un filtro pasa altos mientras que el segundo es un filtro pasa bajos. En el caso del primero deja pasar por completo las frecuencias mayores a 800Hz aproximadamente y atenúa en mayor o menor medida las frecuencias restantes, mientras que el segundo deja pasar las frecuencias menores a 4600Hz aproximadamente, atenúa por completo las frecuencias mayores a 5600Hz aproximadamente y atenúa en mayor o menor medida las que están en el medio.

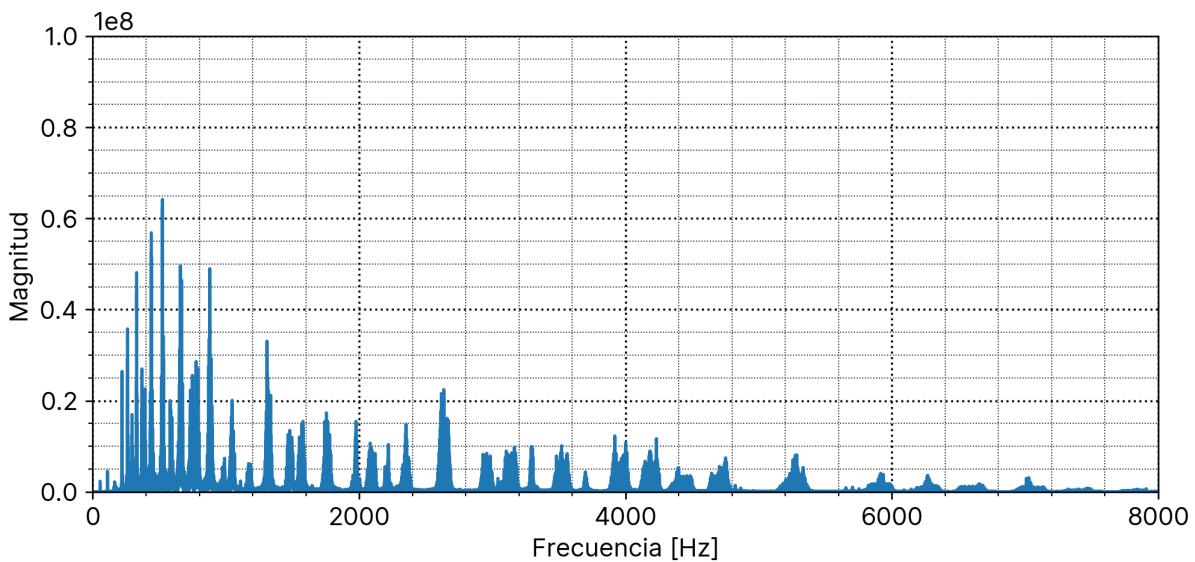


Figura 22: Espectro de 'cancion1.wav' con filtro 1 aplicado

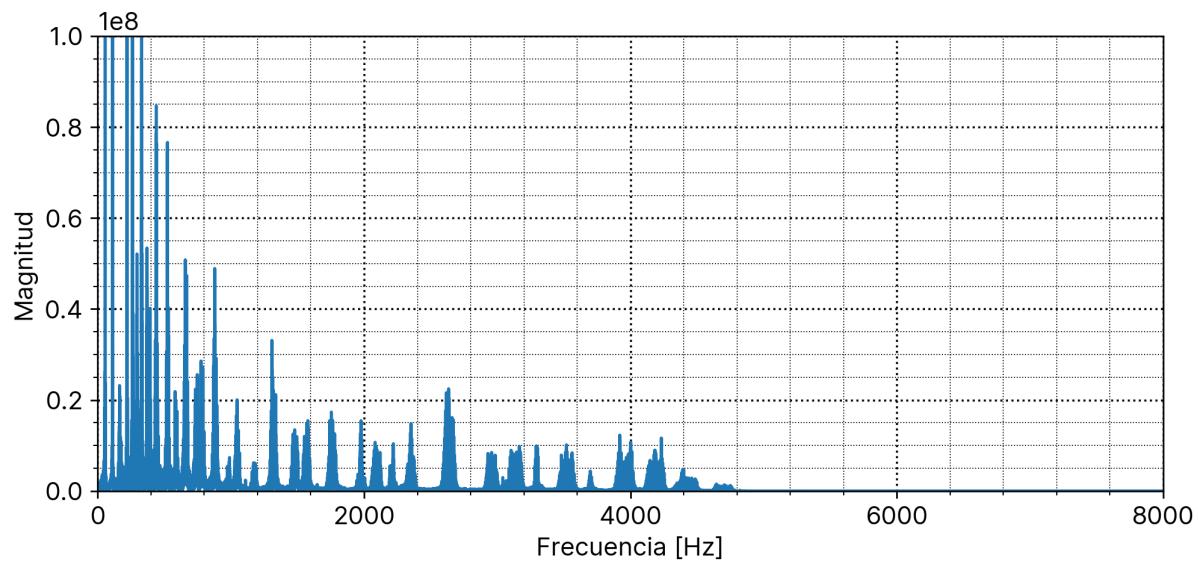


Figura 23: Espectro de 'cancion1.wav' con filtro 2 aplicado

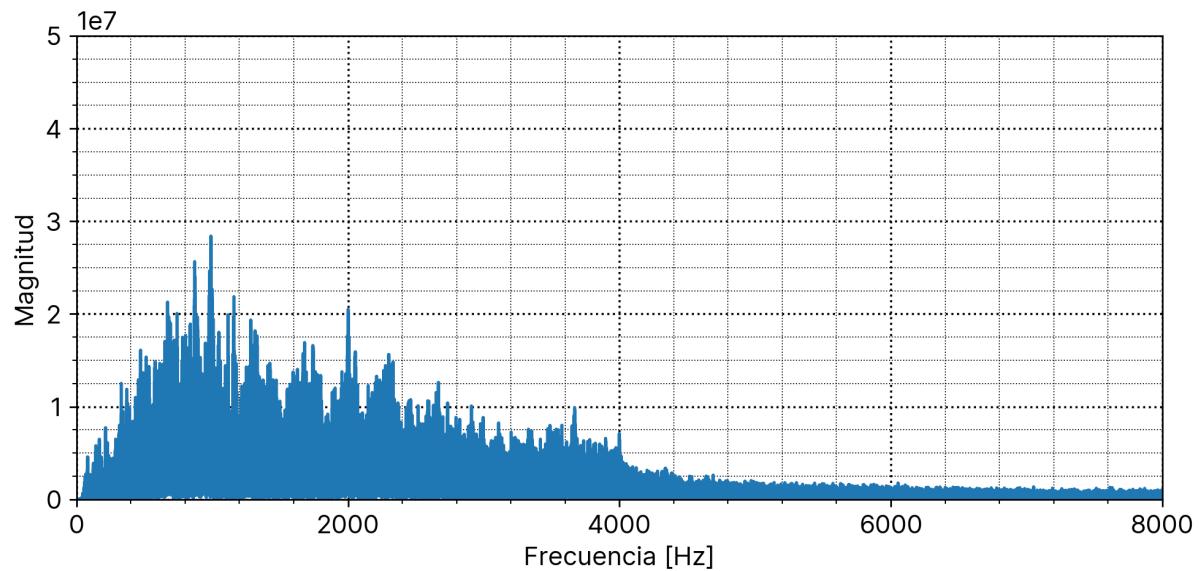


Figura 24: Espectro de 'cancion2.wav' con filtro 1 aplicado

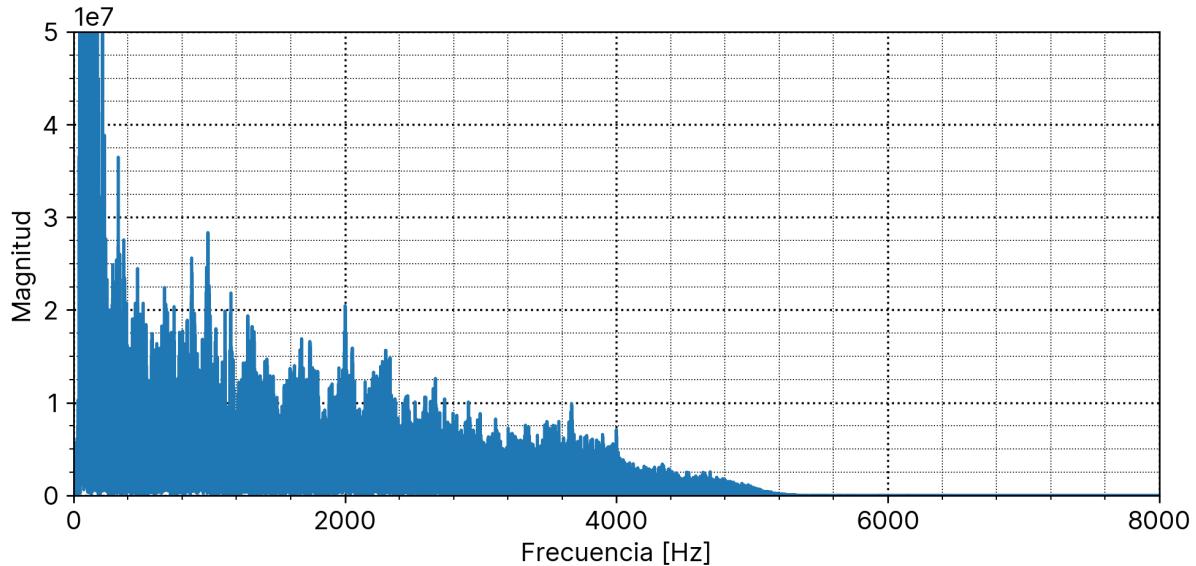


Figura 25: Espectro de ‘cancion2.wav’ con filtro 2 aplicado

Una de las formas de verificar si el sistema es LTI es con la siguiente relación:

$$y(t) = (h * x)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau$$

ya que la salida $y(t)$ está dada por la convolución entre la señal de entrada $x(t)$ y la respuesta al impulso del sistema $h(t)$, al aplicar la transformada de Fourier a ambos lados de la ecuación, y utilizando la propiedad de que la convolución en el dominio del tiempo se convierte en una multiplicación en el dominio de la frecuencia, se obtiene:

$$Y(\omega) = H(\omega) \cdot X(\omega)$$

donde $X(\omega)$, $Y(\omega)$ y $H(\omega)$ son las transformadas de Fourier de $x(t)$, $y(t)$ y $h(t)$, respectivamente. Por lo tanto, si existe una función $H(\omega)$ tal que para una señal arbitraria $x(t)$ se cumple:

$$Y(\omega) = H(\omega) X(\omega),$$

entonces el sistema puede describirse completamente mediante su respuesta al impulso $h(t)$, y se concluye que es un sistema **lineal e invariante en el tiempo (LTI)**.

En cambio, si la relación entre $X(\omega)$ e $Y(\omega)$ no puede expresarse como una multiplicación por una función fija $H(\omega)$, esto indica que el sistema no es LTI, ya sea porque es no lineal o porque su comportamiento varía en el tiempo.

Por lo tanto, de forma manual se tomaron valores a una determinada frecuencia para ver si cumplen con esta relación.

3.2. Espectrogramas

Un espectrograma es una representación de la transformada de Fourier en el tiempo, esto es una representación en tres dimensiones, pero en un plano con colores, en el eje X se representa el tiempo, en el eje Y se representa la frecuencia y el que seria el eje Z, saliente de la pantalla, en este caso representado por el color del pixel, se representa la magnitud del armónico.

Se tomaran diferentes longitudes de ventana, esto es la cantidad de muestras temporales que se toman de la señal para computar la DFT, un mayor numero implica mayor resolución en frecuencia pero menor resolución temporal, esto se manifiesta en el espectrograma por lineas o puntos bien definidos en el eje Y, pero difusos en las transiciones en el eje X, por el contrario un menor numero de puntos implica mayor resolución temporal pero menor resolución en frecuencia, esto es lineas o puntos cortantes en las transiciones en el eje X pero difusas en el eje Y.

3.2.1. Espectrograma con ventana rectangular

En las figuras 9, 10 y 11 se gráfica el espectrograma de la primer canción, utilizando una ventana rectangular en todos los casos, tomando 512, 1024 y 2048 puntos respectivamente.

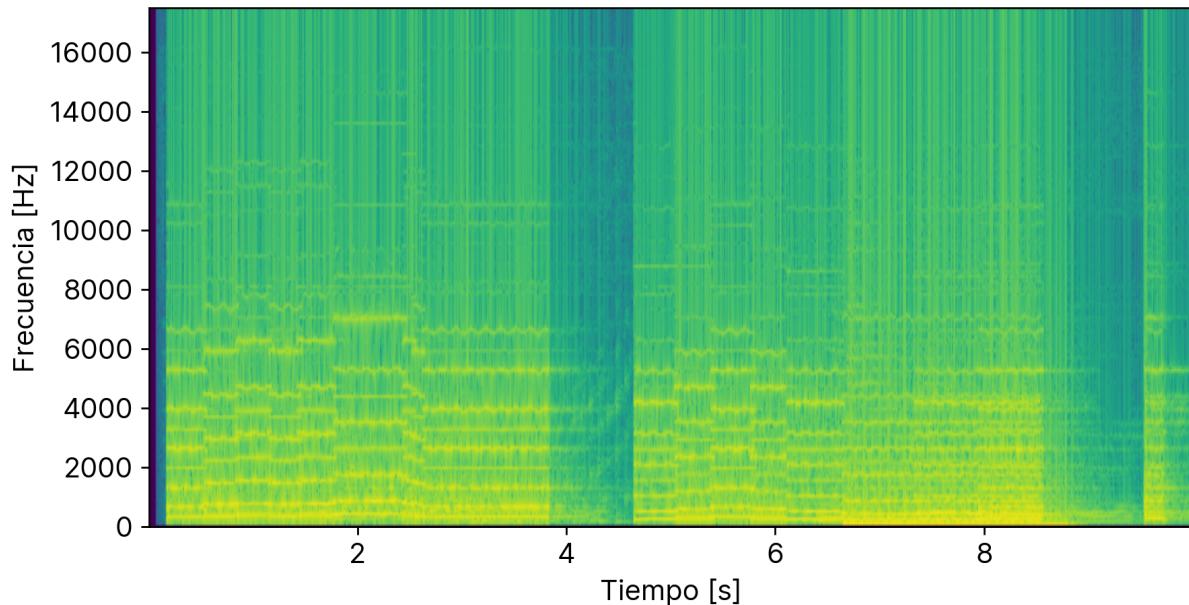


Figura 26: Espectrograma primer muestra de ventana rectangular de 512 puntos

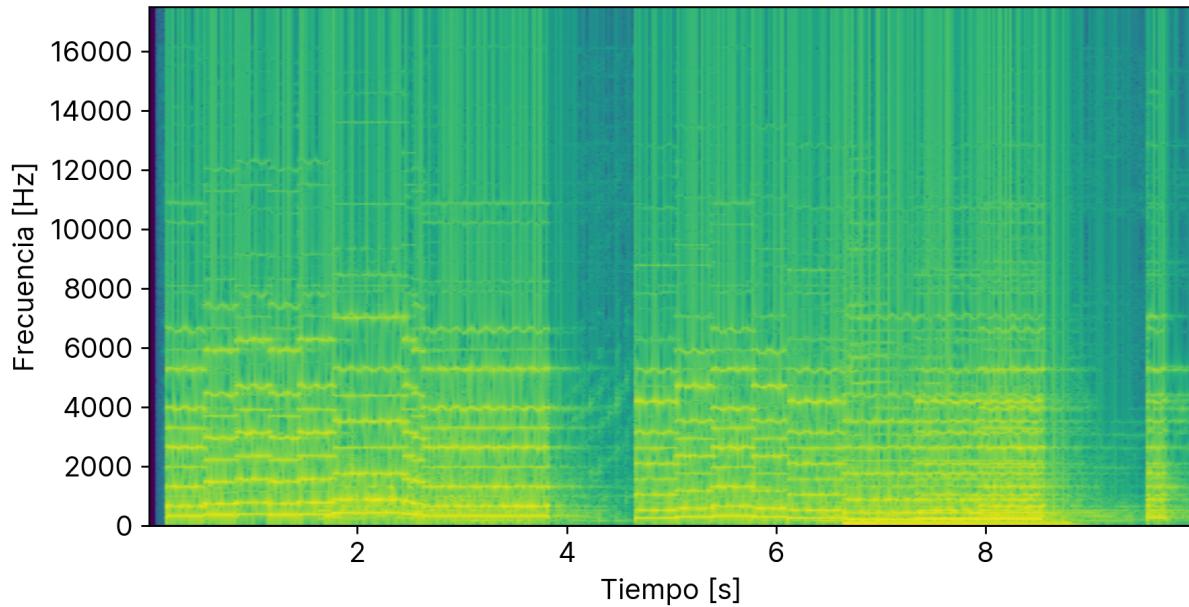


Figura 27: Espectrograma primer muestra de ventana rectangular de 1024 puntos

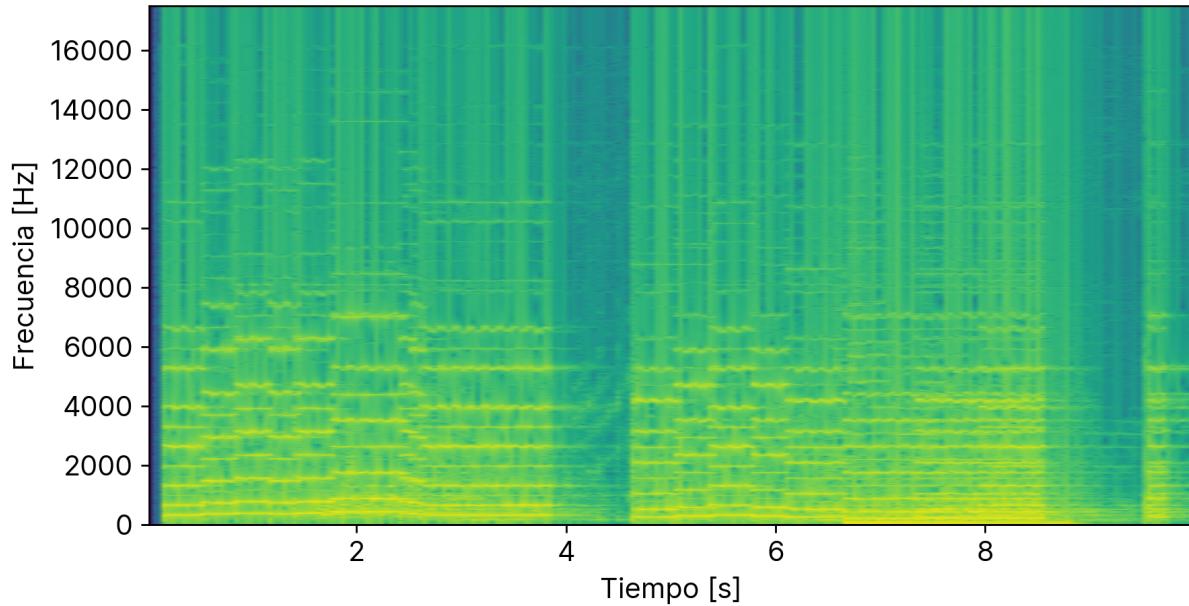


Figura 28: Espectrograma primer muestra de ventana rectangular de 2048 puntos

De manera análoga, en las figuras 12, 13 y 14 se gráfica el espectrograma de la segunda canción, utilizando una ventana rectangular en todos los casos, tomando 512, 1024 y 2048 puntos respectivamente.

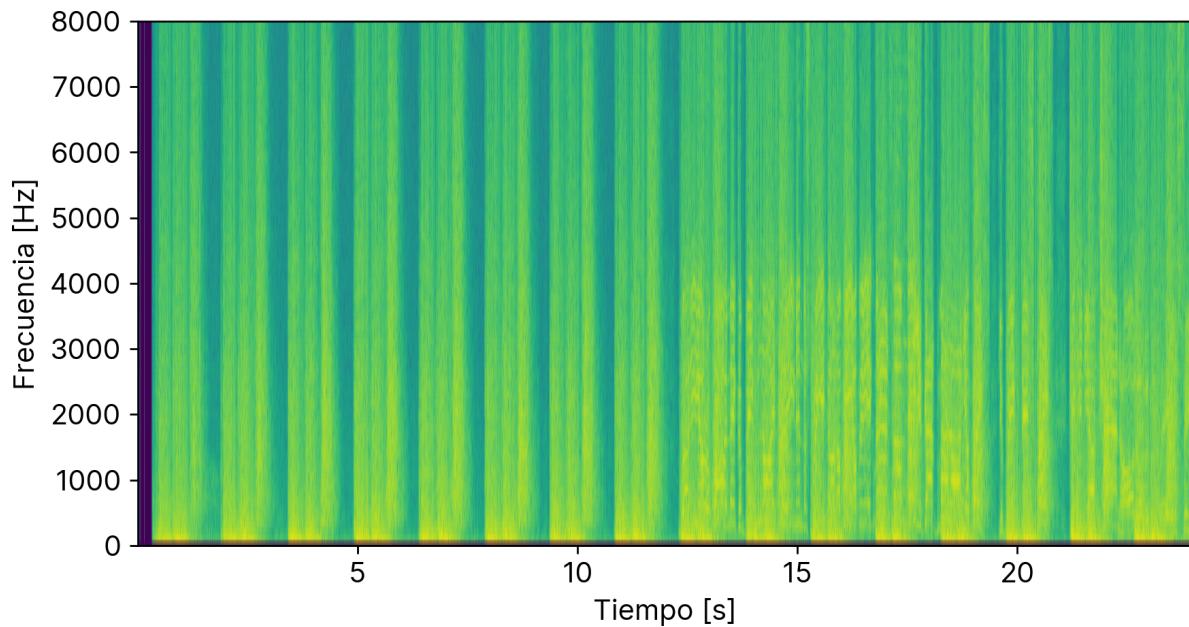


Figura 29: Espectrograma segunda muestra de ventana rectangular de 512 puntos

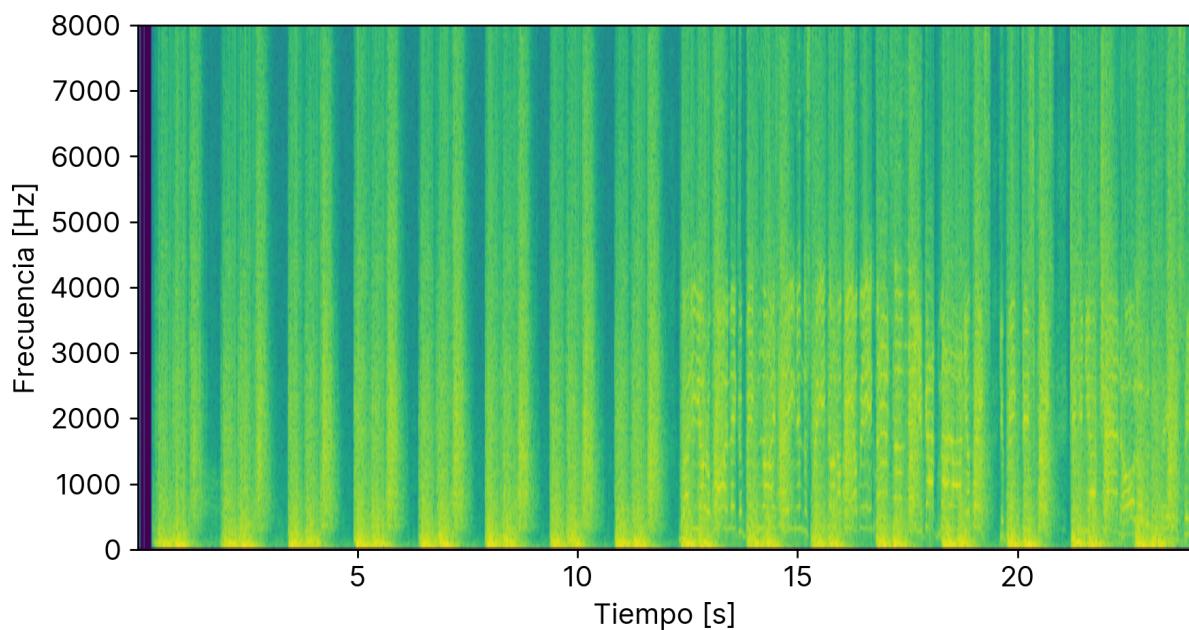


Figura 30: Espectrograma segunda muestra de ventana rectangular de 1024 puntos

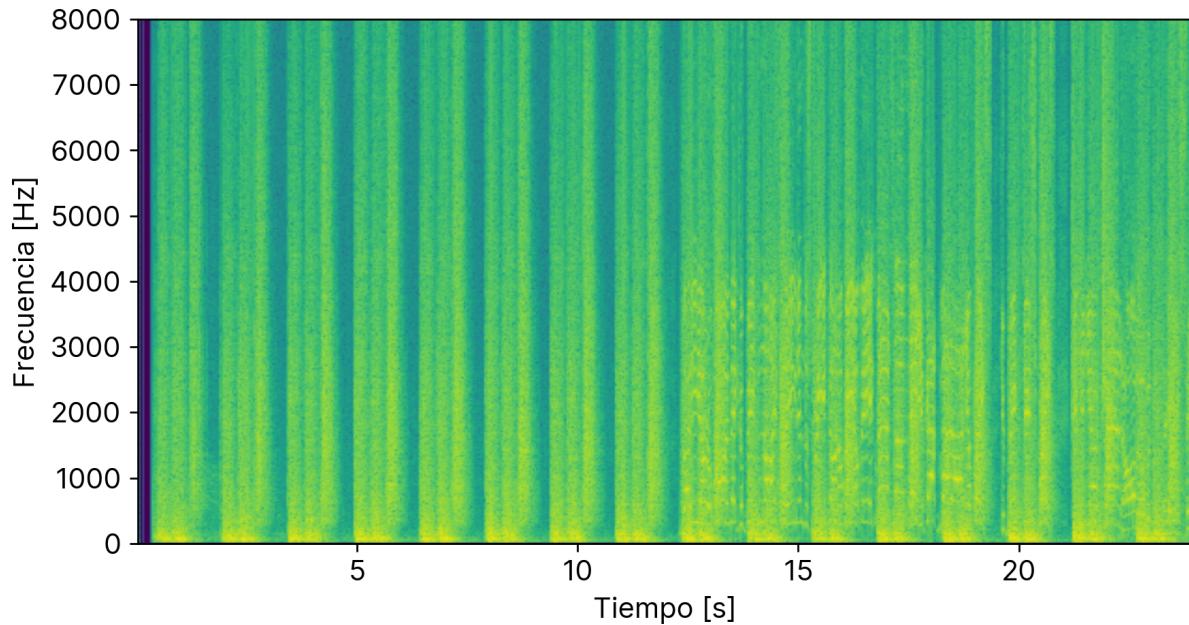


Figura 31: Espectrograma segunda muestra de ventana rectangular de 2048 puntos

3.2.2. Espectrograma con ventana triangular

A continuación se vuelve a graficar los espectrogramas de las canciones 1 y 2 tomando la misma cantidad de puntos, 512, 1024 y 2048, pero la diferencia siendo que se utiliza una ventana triangular. La diferencia entre ambas ventanas en la práctica es que la ventana rectangular tiene mejor resolución en frecuencia ya que su DFT es una función sinc (con la función sinc definida como $\sin(\pi \cdot x)/\pi \cdot x$) pero mayor fuga espectral, ya que los lóbulos secundarios de las sinc son más fuertes que la DFT de la función triangular, que es una sinc pero al cuadrado, lo que hace que los lóbulos secundarios disminuyan. Para la primera muestra las figuras resultantes son 15, 16 y 17, para el espectrograma utilizando ventana triangular y tomando 512, 1024 y 2048 puntos respectivamente. Para la segunda muestra, las figuras resultantes son 18, 19 y 20 para el espectrograma utilizando ventana triangular y tomando 512, 1024 y 2048 puntos respectivamente.

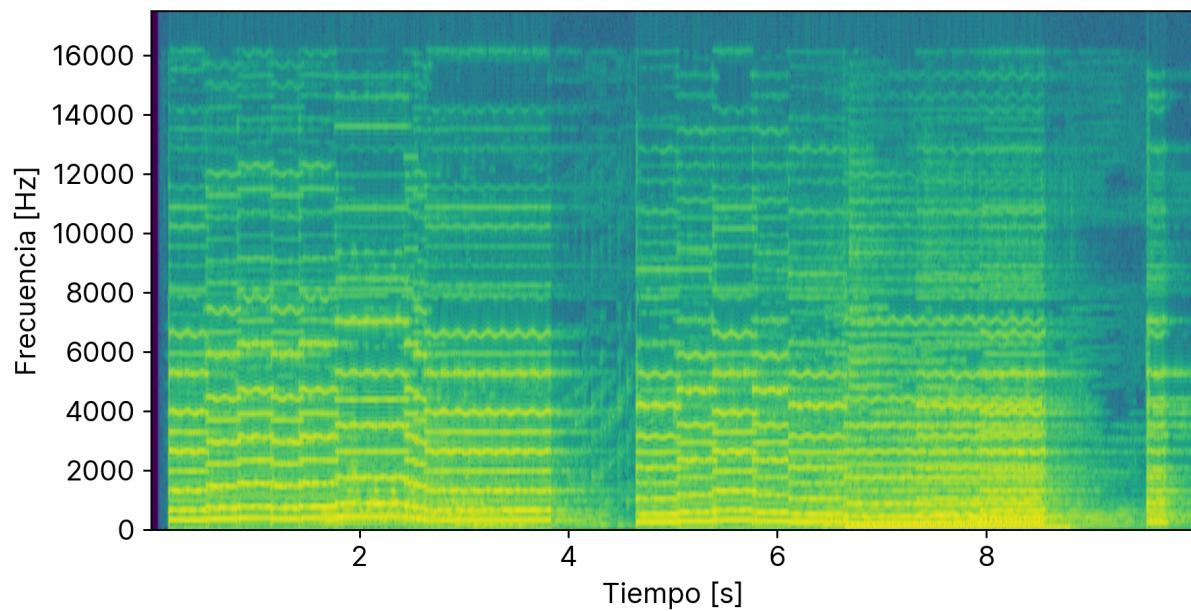


Figura 32: Espectrograma primer muestra de ventana triangular de 512 puntos

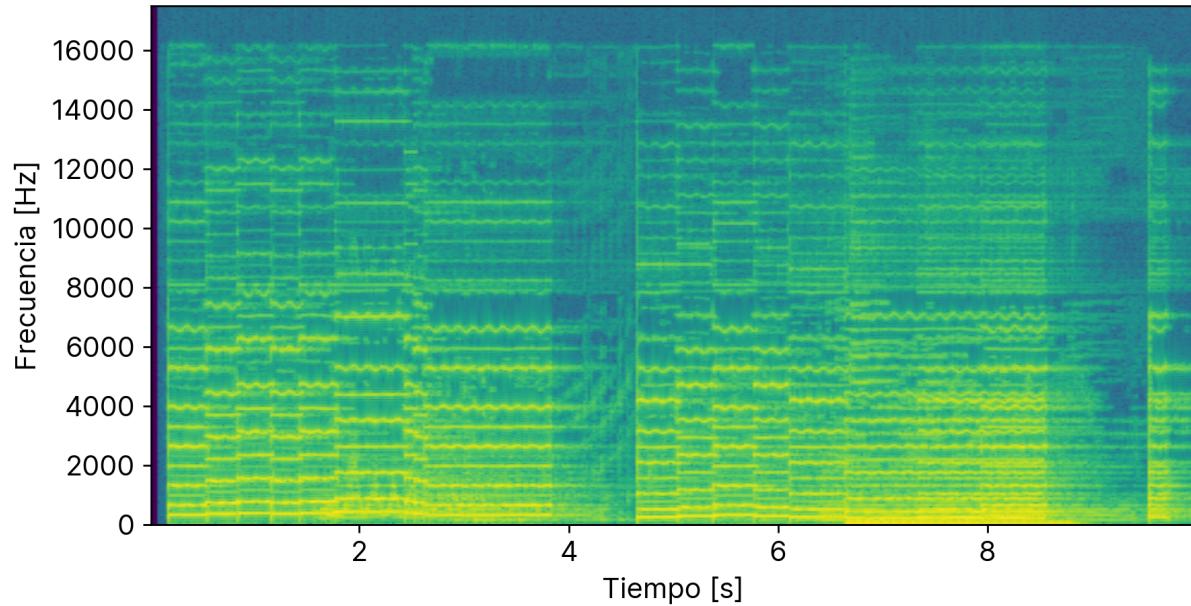


Figura 33: Espectrograma primer muestra de ventana triangular de 1024 puntos

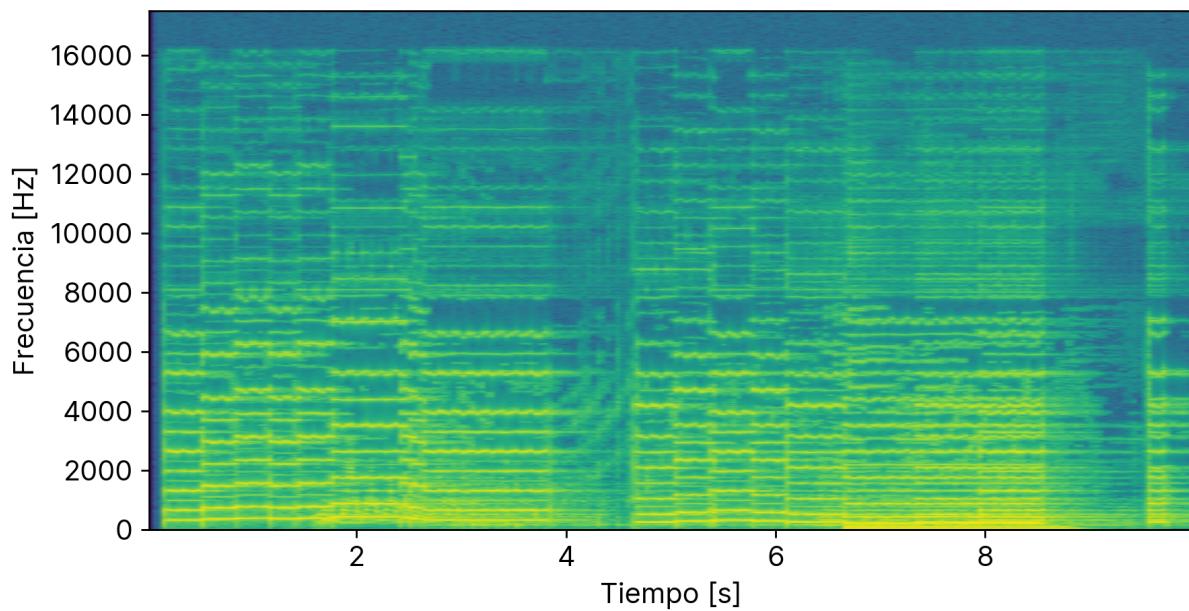


Figura 34: Espectrograma primer muestra de ventana triangular de 2048 puntos

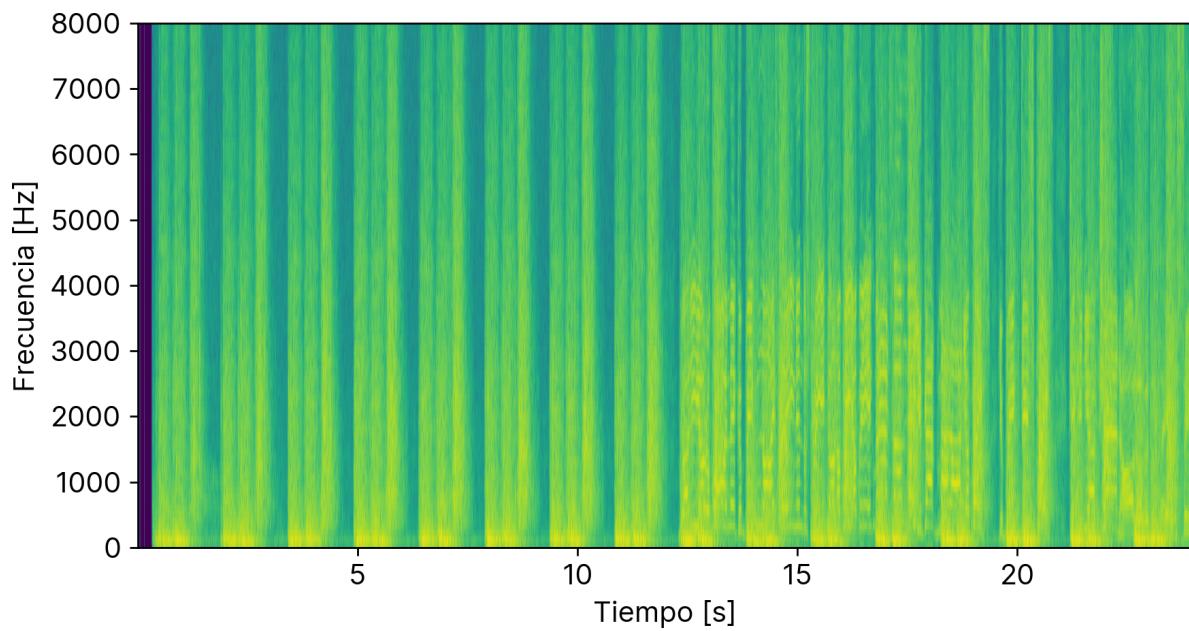


Figura 35: Espectrograma segunda muestra de ventana triangular de 512 puntos

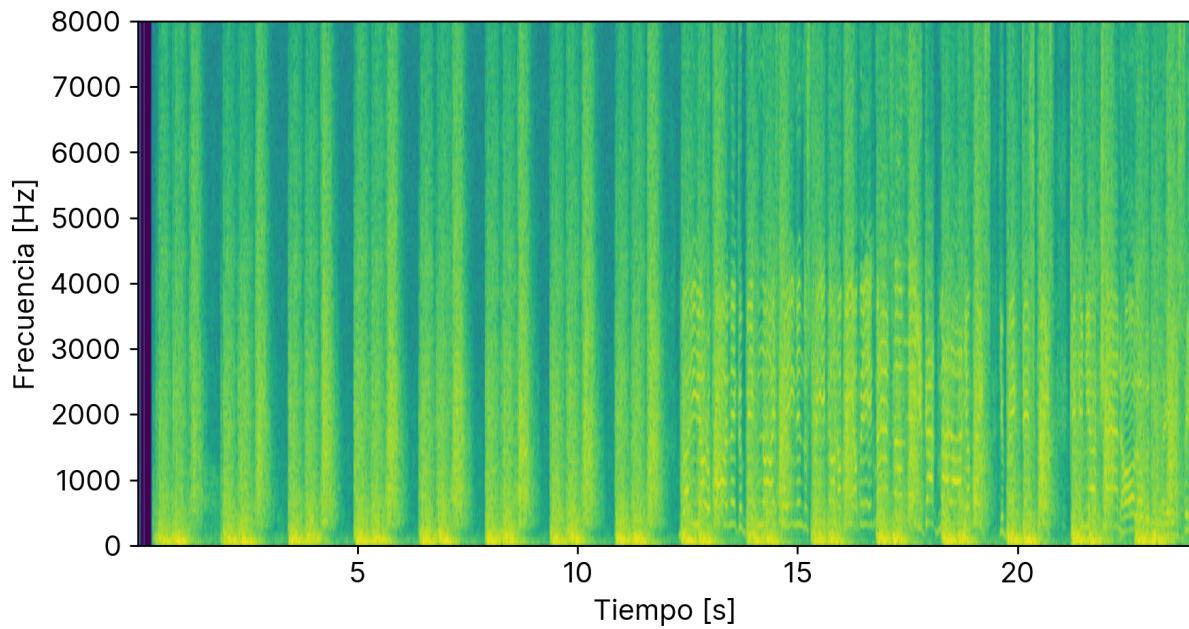


Figura 36: Espectrograma segunda muestra de ventana triangular de 1024 puntos

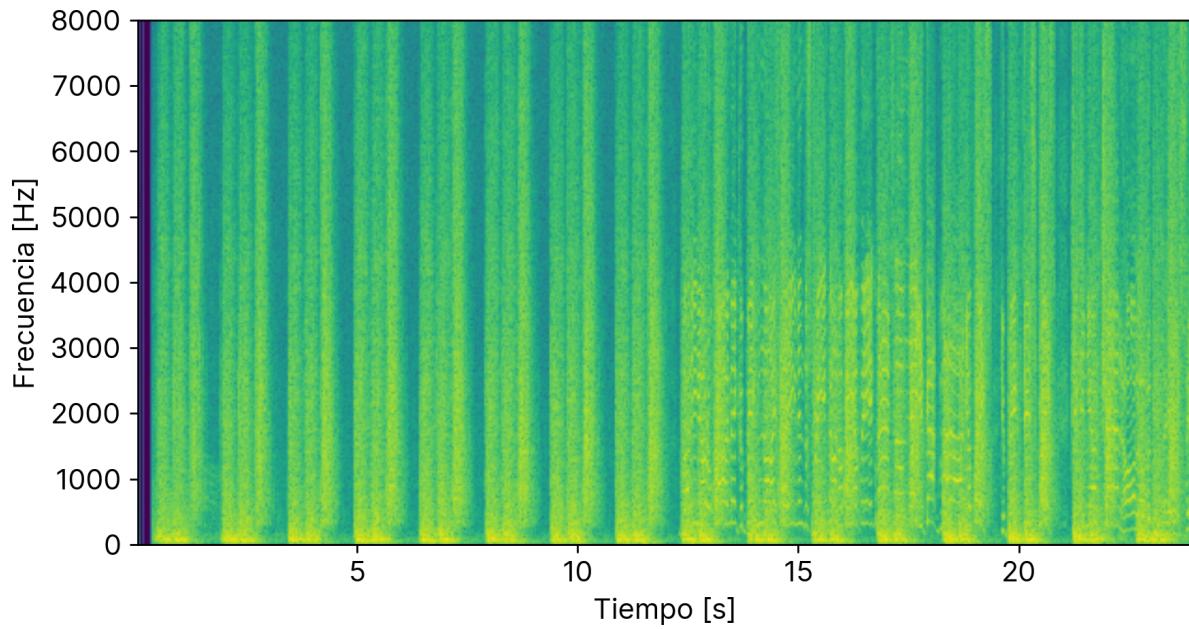


Figura 37: Espectrograma segunda muestra de ventana triangular de 2048 puntos

3.2.3. Espectrograma con ventana de Hann

La ventana de Hann es una función que en el dominio temporal tiene una forma suave, no como la ventana rectangular o triangular que tiene puntos con derivada discontinua,

la forma es parecida a medio ciclo de un seno. En el dominio de frecuencia, la ventana de Hann tiene una forma parecida a la de la ventana rectangular con un lobulo principal, pero este mas ancho que el de la rectangular, esto implica menor resolucion en frecuencia; ademas el espectro de la ventana de Hann tiene lobulos laterales menores.

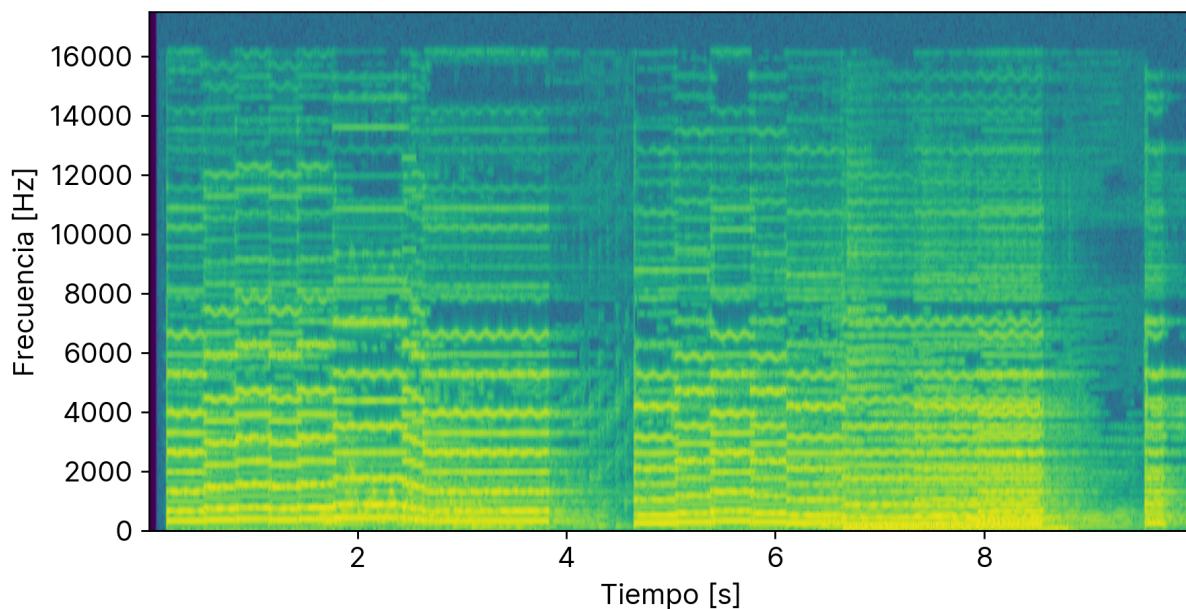


Figura 38: Espectrograma primer muestra con ventana Hann de 512 puntos

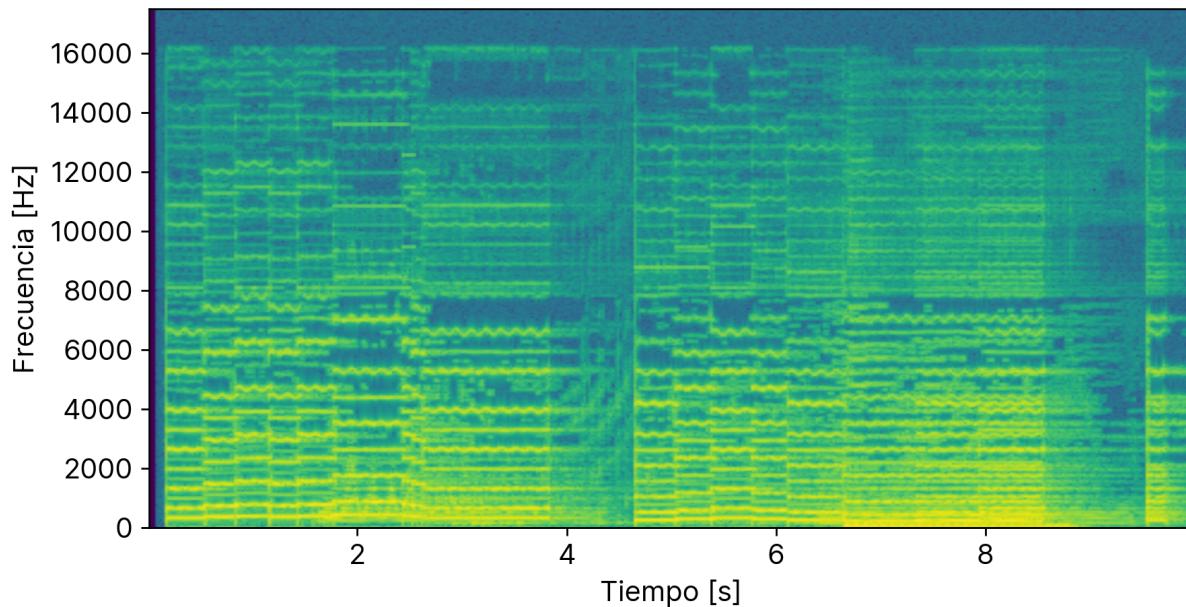


Figura 39: Espectrograma primer muestra con ventana Hann de 1024 puntos

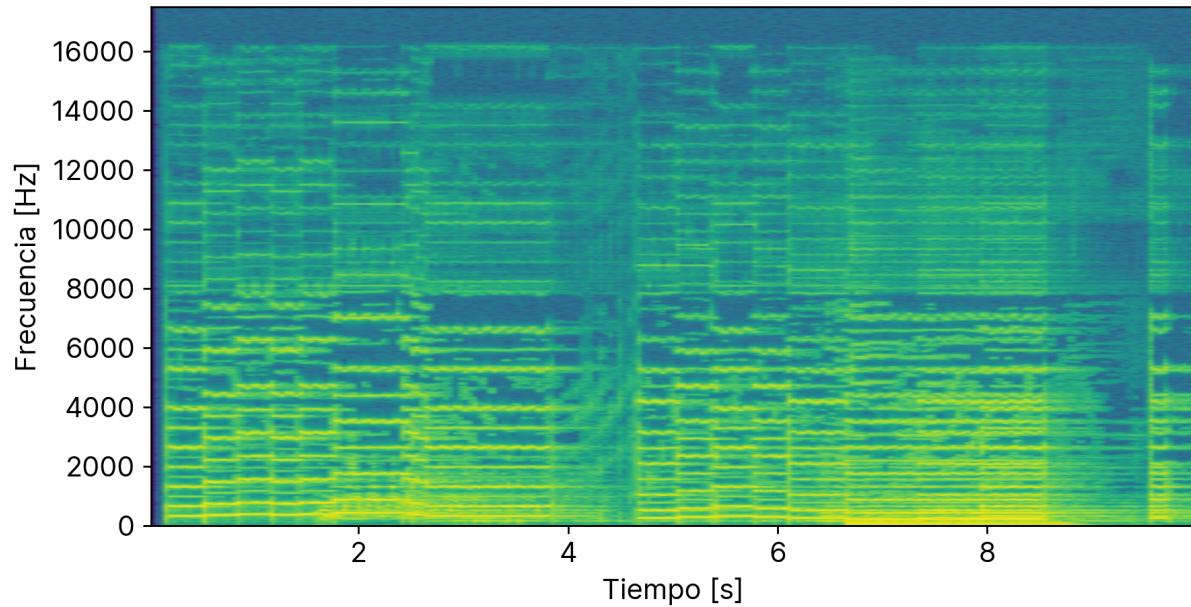


Figura 40: Espectrograma primer muestra con ventana Hann de 2048 puntos

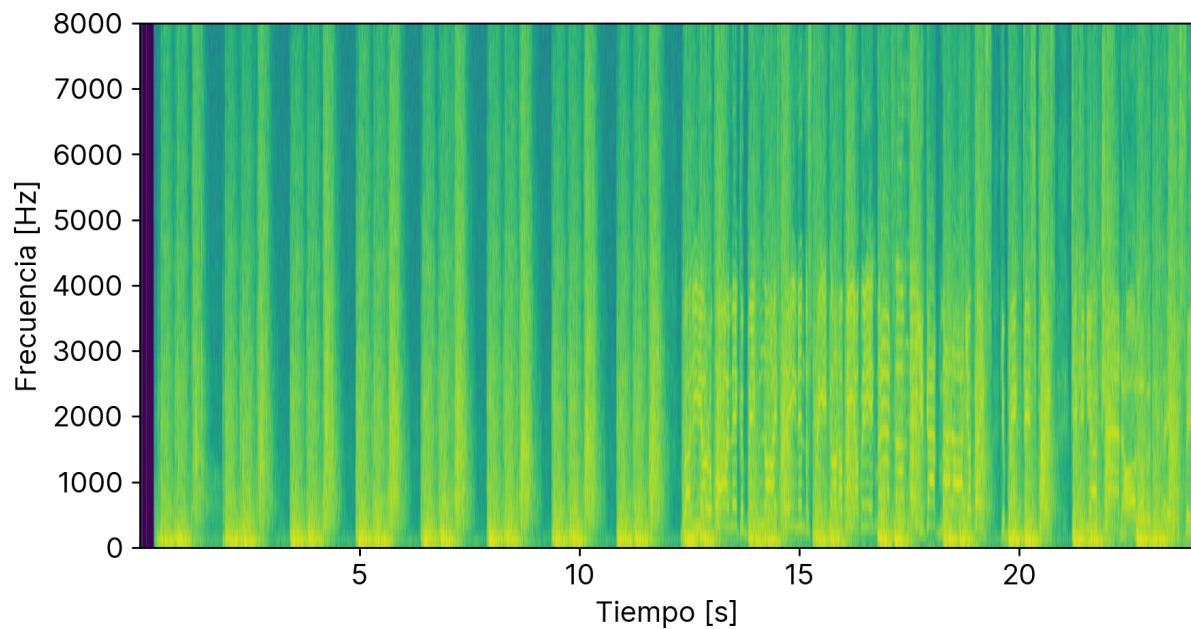


Figura 41: Espectrograma segunda muestra con ventana Hann de 512 puntos

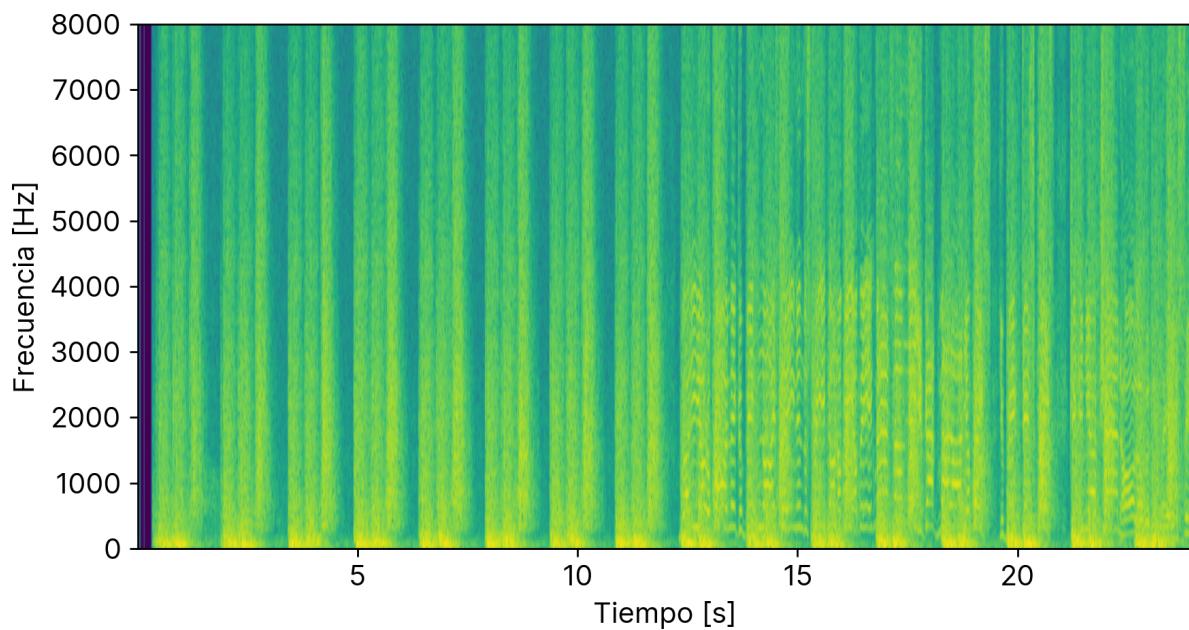


Figura 42: Espectrograma segunda muestra con ventana Hann de 1024 puntos

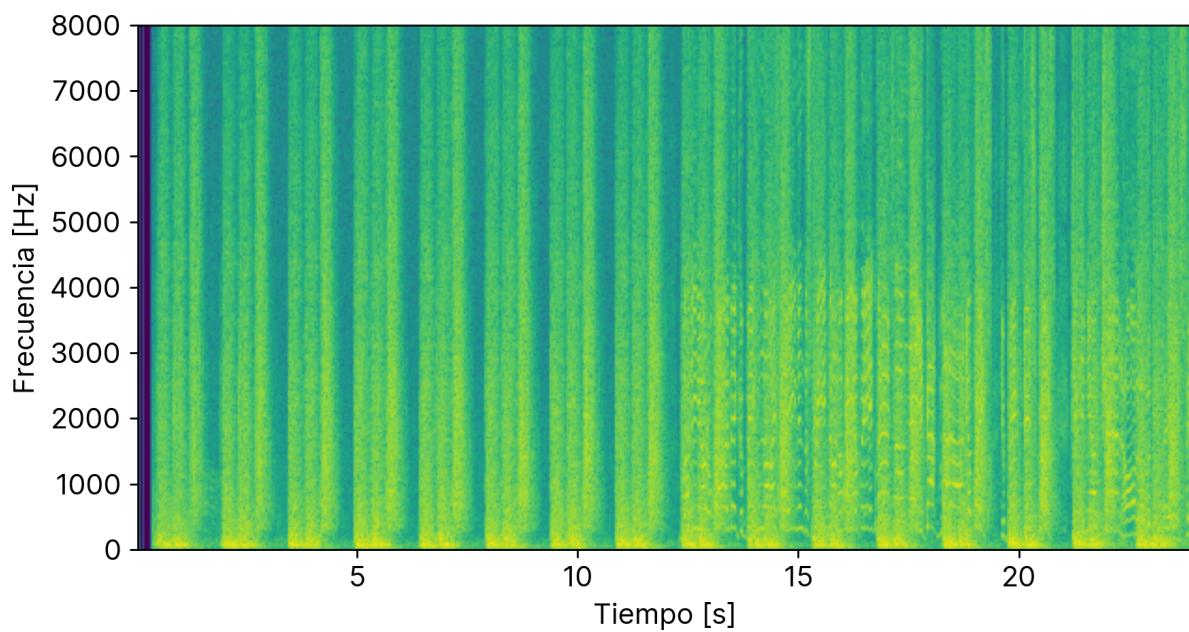


Figura 43: Espectrograma segunda muestra con ventana Hann de 2048 puntos

Analizando el espectrograma de la primer canción, en particular el de la figura 17, en el cual se toman 2048 puntos y se utiliza una ventana triangular, se observa claramente las notas que componen la melodía, y ademas en que tiempo ocurre cada una de

ellas. Ademas se observa que no es muy clara la resolución temporal pero de todas maneras se tiene una aproximación general de en que tiempo ocurre cada nota, para mayor resolución se puede observar u analizar la figura 15 en la cual se toman menos puntos, por lo tanto se tiene mayor resolución temporal.

3.3. Efectos musicales en términos de sistemas

En esta sección se analizan distintos efectos interpretándolos como sistemas que procesan la señal de entrada $x(t)$ dando en la salida una señal $y(t)$. Se trabaja con una señal senoidal pura de 440Hz, implementando los efectos de manera digital mediante código. En cada caso se grafican los espectros resultantes de aplicar los distintos efectos a la señal original.

3.3.1. Delay

El efecto del *delay* consiste en sumar a la señal original una copia de sí misma con un factor de retroalimentación que genera repeticiones. Puede modelarse como:

$$y[n] = x[n] + \alpha y[n - D]$$

donde D representa el retardo en muestras y α es el coeficiente de retroalimentación.

Analizando las propiedades de este sistema, se observa que es un sistema **lineal**, posee **memoria** ya que depende de muestras pasadas, y es **invariante en el tiempo** debido a que el retardo no cambia a lo largo del tiempo.

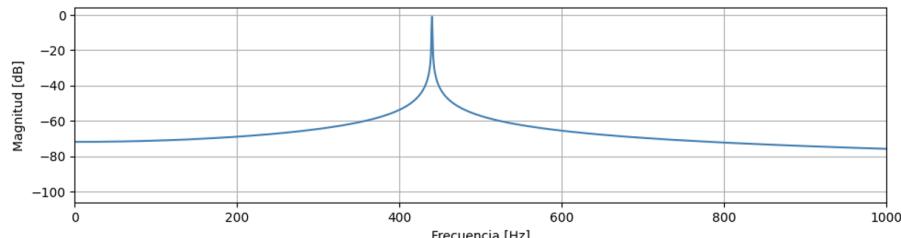


Figura 44: Espectro original

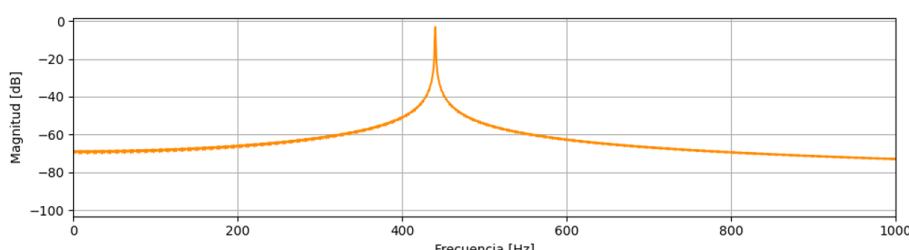


Figura 45: Espectro con efecto delay

3.3.2. Distorsión

La distorsión consiste en aplicar una función no lineal sobre la amplitud de la señal, como puede ser un recorte (clipping). En este caso se utiliza la función tangente hiperbólica:

$$y[n] = \tanh(Gx[n])$$

Este sistema no es lineal ya que su salida no es proporcional a la entrada, es invariante en el tiempo ya que no cambia en el tiempo, y es sin memoria porque cada muestra depende solo de la muestra actual. Se observa la aparición de armónicos múltiples de la frecuencia fundamental, dando un tono más brillante y Enriquecido.

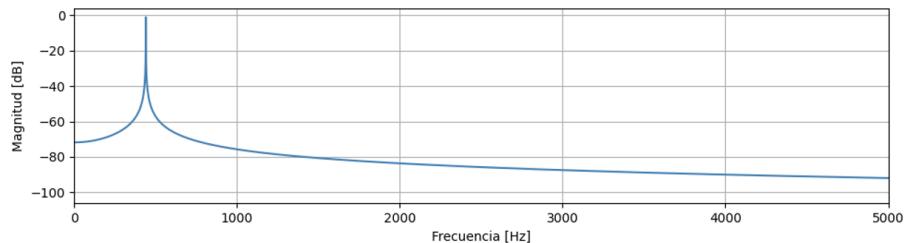


Figura 46: Espectro original

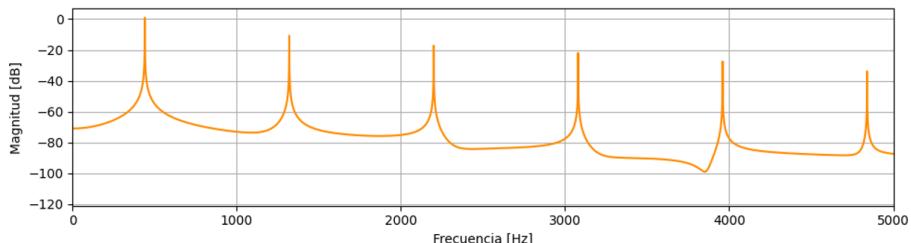


Figura 47: Espectro con efecto distorsión

3.3.3. Trémolo

Consiste en la modulación de la amplitud de la señal, es decir, en variar su volumen en forma periódica mediante un oscilador. Se implementa mediante

$$y[n] = \left(1 - d \sin\left(\frac{2\pi f_m n}{f_s}\right) \right) x[n]$$

donde d es la profundidad de modulación y f_m la frecuencia de modulación.

El sistema implementado es **lineal, invariante en el tiempo** (si la frecuencia de modulación es constante) y **tiene memoria**, ya que depende de una función periódica externa.

En el espectro de la señal se pueden observar *bandas laterales* que rodean la frecuencia fundamental, producidas por la modulación en amplitud.

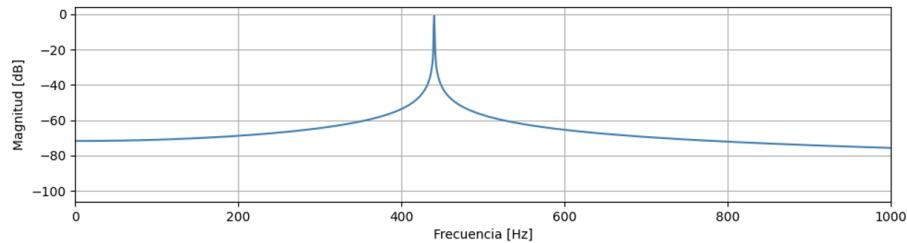


Figura 48: Espectro nota original

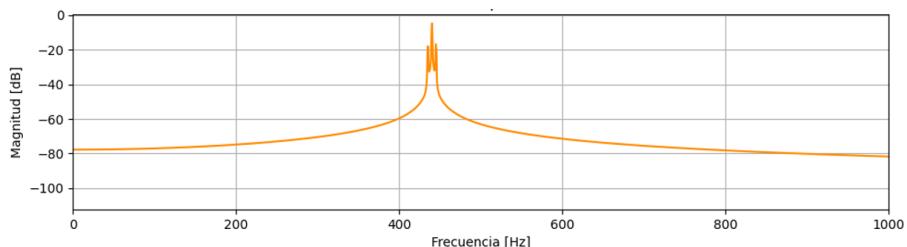


Figura 49: Espectro nota con efecto tremolo

3.3.4. Vibrato

Produce una modulación en frecuencia, alterando la frecuencia instantánea de la señal. Se lo puede expresar como un retardo variable en el tiempo:

$$y[n] = x \left[n + d \sin\left(\frac{2\pi f_m n}{f_s}\right) \right]$$

Se observa que este sistema **no es lineal**, ya que el desplazamiento depende de la señal moduladora. Es **invariante en el tiempo** (si el modulador es constante) y **tiene memoria**, ya que utiliza muestras pasadas.

En el espectro se puede apreciar un *ensanchamiento* en la frecuencia fundamental con variaciones periódicas alrededor de la misma, lo que refleja la modulación del tono.

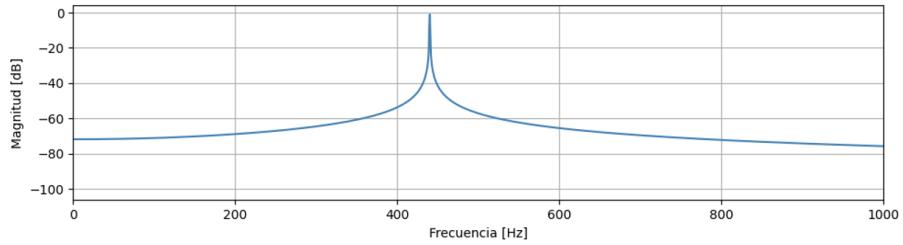


Figura 50: Espectro original

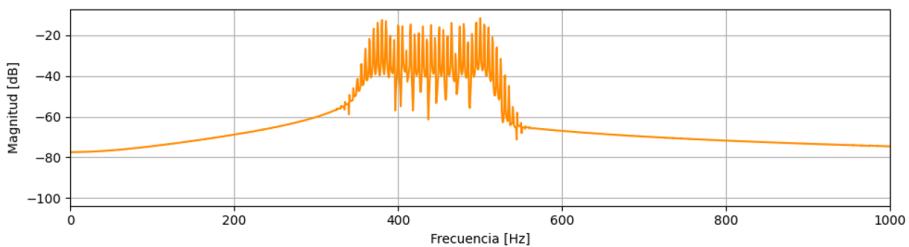


Figura 51: Espectro con efecto vibrato

Chorus

Combina múltiples copias de la señal, cada una con un retardo distinto. Simula varios instrumentos sonando al mismo tiempo. Se lo puede modelar como la suma de varios vibratos:

$$y[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x\left[n + d_k \sin\left(\frac{2\pi f_{m_k} n}{f_s}\right) \right]$$

Es un sistema **no lineal** debido a la interpolación variable, **invariante en el tiempo** (si los parámetros son constantes) y **tiene memoria** debido al retardo de cada instrumento.

En el espectro se observa un *ensanchamiento* alrededor de la frecuencia fundamental y una estructura densa debido a la suma de fuentes sonoras.

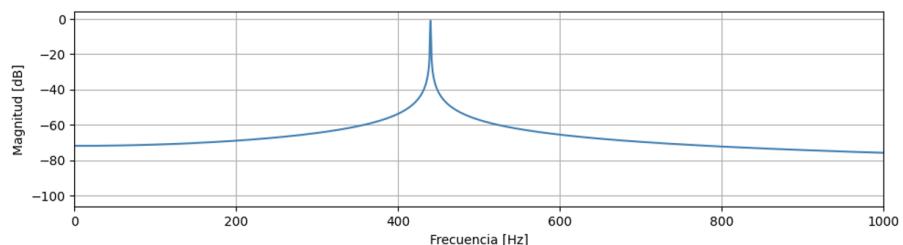


Figura 52: Espectro original

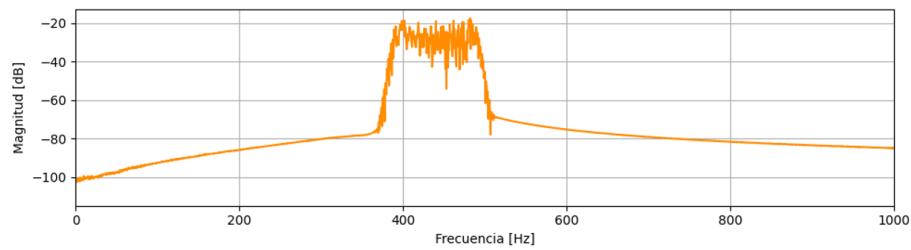


Figura 53: Espectro con efecto chorus

Cada efecto puede interpretarse como un sistema que transforma una señal de entrada aplicando operaciones de retardo, modulación o no linealidad. Los efectos que se caracterizaron como lineales e invariantes en el tiempo (delay y tremolo) modifican el espectro de manera predecible. Mientras que los no lineales introducen componentes que afectan la estructura armónica que se tenía en la señal original