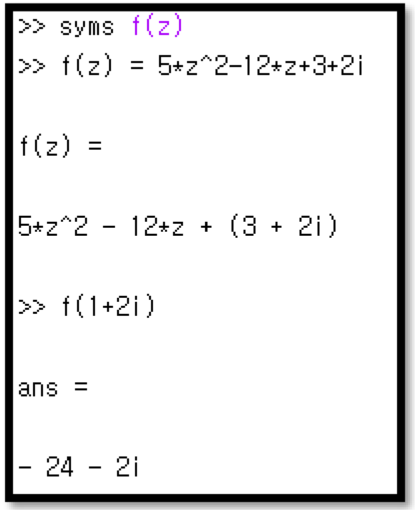
공업수학

20181796 김민준

1. 다음 주어진 z_0에서 함수 $f(z_0)$의 값을 구하시오.

- $f(z) = 5z^2 - 12z + 3 + 2i, z_0 = 1 + 2i$

$$f(z_0) = 5(1+2i)^2 - 12(1+2i) + 3 + 2i$$
$$= 5(-3+4i) - 12(1+2i) + 3 + 2i$$
$$= -15 + 20i - 12 - 24i + 3 + 2i$$
$$= (-15 - 12 + 3) + i(20 - 24 + 2)$$
$$= -24 - 2i$$



```
>> syms f(z)
>> f(z) = 5*z^2-12*z+3+2i

f(z) =

5*z^2 - 12*z + (3 + 2i)

>> f(1+2i)

ans =

- 24 - 2i
```

2. 다음 z에서 derivative값을 구하시오.

- $f(z) = (z-4i)^7, z_0 = 2-3i$

$f'(z) = 7(z-4i)^6$

$f'(z_0) = 7(2-7i)^6$

```
>> syms f(z)
>> syms f_1(z)
>> f(z) = (z-4i)^7

f(z) =

(z - 4i)^7

>> f_1(z) = diff(f(z))

f_1(z) =

7*(z - 4i)^6

>> f_1(2-3i)

ans =

103005 - 1037036i

>> 7*(2-7i)^6

ans =

   1.0300e+05 - 1.0370e+06i
```

3. 다음 functions은 analytic인가?

- $f(z) = iz\bar{z}$

$z = x + iy, \quad \bar{z} = x - iy$

$iz\bar{z} = i(x + iy)(x - iy) = i(x^2 + y^2) = u(x, y) + iv(x, y)$

$u(x, y) = 0, v(x, y) = x^2 + y^2$

$u_x = v_y, u_y = -v_x$ 이면 analytic

$u_x = 0, v_y = 2y \rightarrow u_x \neq v_y$

$u_y = 0, -v_x = -2x \rightarrow u_y \neq -v_x$

∴ 해석적이지 않다.

f가 해석적이면 $\nabla^2 u = 0, \nabla^2 v = 0$ 이다.

iif

$\nabla^2 u \neq 0 \ \ or \ \ \nabla^2 v \neq 0$ 이면 f는 해석적이지 않다.

$\nabla^2 v = v_{xx} + v_{yy} = 2 + 2 = 4 \neq 0$

∴해석적이지 않다.

4. 다음 functions은 analytic인가?

- $f(z) = e^{-2x}(\cos 2y - i \sin 2y)$

$= e^{-2x} \cos 2y - ie^{-2x} \sin 2y = u(x,y) + iv(x,y)$

$u(x,y) = e^{-2x} \cos 2y$

$v(x,y) = -e^{-2x} \sin 2y$

$u_x = v_y, u_y = -v_x$ 이면 analytic

$u_x = -2e^{-2x} \cos 2y\,, v_y = -2e^{-2x} \cos 2y$ → $u_x = v_y$
$u_y = -2e^{-2x} \sin 2y\ , -v_x = -(2e^{-2x} sin2y)$ → $u_y = -v_x$

∴ 해석적이다.

5. 다음 function은 harmonic인가? 만일 harmonic이라면 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$를 구하시오.

- $u = x^2 + y^2$

$\nabla^2 u = u_{xx} + u_{yy} = 2 + 2 = 4 \neq 0$

Harmonic 아님.

6. 다음 function은 harmonic인가? 만일 harmonic이라면 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$를 구하시오.

- $u = xy$

$u_x = v_y = y \rightarrow v(x, y) = \int v_y dy = \int y\, dy = \frac{1}{2}y^2 + g(x) + C_1$

$u_y = -v_x = x \rightarrow v(x, y) = \int v_x dx = \int -x\, dx = -\frac{1}{2}x^2 + h(y) + C_2$

$g(x) = -\frac{1}{2}x^2, \quad h(y) = \frac{1}{2}y^2$

$\rightarrow v(x, y) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + C \qquad (C = C_1 = C_2)$

$\nabla^2 u = u_{xx} + u_{yy} = 0$

$\nabla^2 v = v_{xx} + v_{yy} = -1 + 1 = 0$

→ harmonic

$$\therefore f(z) = u(x, y) + iv(x, y) = xy + i\left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + C\right)$$