

March 19, 2021

Jaemin Shin

1. Fourier Series에 대한 정확한 이해가 필요함. 각자 Fourier Series에 대해 공부한 후 내용 발표
2. $f(x) = \sin 3x$ 의 Fourier series ($\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$)를 구하여라. 즉, $\sin 3x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$ 가 되는 c_n 를 구하여라.
3. $[-1, 1]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 주어질 때, 그것의 유한 항의 Fourier series ($f_N(x) := \sum_{n=-N}^N c_n e^{in\pi x}$)를 구하는 코드를 작성하고 $f(x)$ 와 $f_N(x)$ 의 그래프를 각각 그려 N 이 증가함에 따라 어떤 변화가 있는지 확인하여라. $f(x)$ 는 각자 적당히 정하시오.
4. 가장 기본적인 형태의 heat equation (partial differential equation의 한 종류)은

$$u_t = u_{xx}$$

이다. 함수 $u(x, t)$ 는 2변수 함수로 시간 t 에서 위치 x 에서의 온도를 나타낸다. t 는 시간 이므로 $t \geq 0$ 이고 위치 x 는 $[0, 1]$ 의 범위만 고려하자. 경계 $x = 0$ 과 $x = 1$ 에 얼음이 있다면

$$u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad \text{for all } t > 0$$

이라 할 수 있다. 만약 초기시간 $t = 0$ 에서의 모든 위치에서의 온도가 주어지면(즉, $u(x, 0) = f(x)$) 임의의 시간, 임의의 위치에서의 온도를 알 수 있다. 이는 initial boundary value problem 인 다음 편미분 방정식의 해를 구하는 것과 같다.

$$u_t = u_{xx} \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = f(x)$$

Fourier series를 이용하여 이문제를 풀 수 있을까?

5. 단순한 $ax+b=0$ 의 해를 구하는 문제를 고려해 보자. 즉, (a, b) 가 주어지면 해 $x = -b/a$ 를 구하는 문제이다. 이 문제를 DNN을 이용하여 해결할 수 있는가? 즉 $\{(a_n, b_n), x_n\}_{n=1}^N$ 의 데이터틀 만들고 이를 학습하여 주어진 (a, b) 에서 x 를 구하는 모델을 구성하라. 모델의 효율성을 확인하기 위해 적당한 갯수의 test set의 참값과 모델이 구한 값을 비교하여

오차의 distribution(평균과 분산)을 구하라. 2차나 3차 방정식에서도 확장할 수 있는가?
또한, 주어진 문제의 역으로 해가 주어졌을 때, 방정식의 계수를 구하는 문제를 고려해
보자. 단, 이 경우에는 방정식의 최고차항의 계수를 1로 고정하는 등의 가정이 필요하다.