

# Simulação Física para Jogos

Mark Joselli

[mark.joselli@pucpr.br](mailto:mark.joselli@pucpr.br)





# Sumário

- \* Aula passada
- \* Objetivos de hoje
- \* Cinemática
- \* Exercício



# Aula Passada

\* Revisão de Vetores



# Objetivos de Hoje

- \* Revisão de cinemática



# Introdução

- \* As leis de física nos dizem como colocar e mover os objetos em um jogo.
- \* No mundo real existem muitos fatores, de forma que nem todos podem ser calculados em um game;
- \* Em um game é mais importante o aspecto visual e a resposta rápida do que a realidade;
- \* Alguns fatores devem ser adaptados de forma que a aplicação fique interativa;



# Cinematica

- \* Greco quer dizer movimento;
- \* é o ramo da Física que se ocupa da descrição dos movimentos dos corpos, sem se preocupar com a análise de suas causas (Dinâmica);



# Corpos

- \* Geralmente trabalha-se com partículas ou pontos materiais;
- \* Nesses corpos:
  - \* todos os seus pontos se movem de maneira igual
  - \* são desprezadas suas dimensões em relação ao problema.



# Referencial

- \* Trata-se de um ponto de referência  $S$  em relação ao qual é definido o vetor posição do corpo em função do tempo.
- \* Este vetor nos fornece a posição do corpo em um dado instante  $t$ .
- \* De forma a facilitar os cálculos;
  - \* Assume-se geralmente como origem do sistema de coordenadas a posição do corpo no instante inicial;
- \* O instante  $t$  é escolhido arbitrariamente;
  - \* Assume-se geralmente como o instante em que se dispara o cronômetro para a análise do fenômeno.



# Referência





# Unidades

- \*Em um game não temos unidades tão bem definidas;
- \*Mas para facilitar nossos calculos utilizaremos as unidades do SI;
- \*Tempo em milisegundos (1s/1 000), segundos (1 000ms), minutos (60s), hora (3600s);
- \*Peso em miligramas (0,001g), gramas (1 000mg), kilogramas (1 000g);
- \*Espaço em:
  - \*milímetros (0,001g), metros (1 000mg), kilometros (1 000g);
  - \*Ou em pixels (px);



# Velocidade

- \* A velocidade de um corpo é dada pela relação entre o deslocamento de um corpo em determinado tempo.
- \* Pode ser considerada a grandeza que mede o quão rápido um corpo se desloca.
- \* A análise da velocidade se divide em dois principais tópicos: Velocidade Média e Velocidade Instantânea.



# Velocidade

- \* É uma grandeza vetorial:
  - \* tem um módulo (valor numérico),
  - \* uma direção (Ex.: vertical, horizontal,...)
  - \* e um sentido (Ex.: para frente, para cima, ...)
- \* As unidades de velocidade adotadas serão:
  - \* m/s (metro por segundo);
  - \* km/h (quilômetro por hora);
  - \* px/s (pixels por segundo)



# Velocidade média

- \* Velocidade média é a razão do deslocamento pelo intervalo de tempo .
- \* A velocidade média pode ser considerada escalar se for considerada apenas o módulo do deslocamento.
- \* Pode-se definir a velocidade média como:
  - \*  $V_m = \Delta S / \Delta t$



# Exemplo

- \* Um carro se desloca de Rio de Janeiro até Niterói. Sabendo que a distância entre as duas cidades é de 13 km e que o percurso iniciou as 5 horas e terminou as 8 horas, calcule a velocidade média do carro durante o trajeto:

- \* Dados:

- \* Unidades: Km, h, Km/h

- \* Posição final:  $S = 13\text{km}$

- \* Tempo inicial:  $T_0 = 5\text{h}$

- \* Tempo final:  $T_f = 8\text{h}$



# Exemplo

- \* Um carro se desloca de Rio de Janeiro até Niterói. Sabendo que a distância entre as duas cidades é de 13 km e que o percurso iniciou as 5 horas e terminou as 8 horas, calcule a velocidade média do carro durante o trajeto:

\* Dados:

- \* Unidades: Km, h, Km/h
- \* Posição final:  $S = 13\text{km}$
- \* Tempo inicial:  $T_0 = 5\text{h}$
- \* Tempo final:  $T_f = 8\text{h}$

\* Resolução

- \*  $\Delta s = S_f - S_0 = 13 - 0 = 13\text{km}$
- \*  $\Delta t = t_f - t_0 = 8 - 5 = 3$
- \*  $V_m = \Delta s / \Delta t = 13 / 3 = 4,333333333... \text{ Km/h}$



# Velocidade Instantanea

- \* A velocidade instantanea tem um conceito diferente: conforme o corpo anda durante o percurso, ele normalmente para, anda, e muda de velocidade. No carro é a velocidade marcada no velocímetro;
- \* A velocidade instantânea de um móvel será encontrada quando se considerar um intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) infinitamente pequeno, ou seja, quando o intervalo de tempo tender a zero ( $\Delta t \rightarrow 0$ ).
- \* Se estivermos viajando a uma velocidade constante a velocidade instantanea é igual a velocidade media;



# Movimento Uniforme

- \* Quando um móvel se desloca com uma velocidade constante, diz-se que este móvel está em um movimento uniforme (MU).
- \* Particularmente, no caso em que ele se desloca com uma velocidade constante em trajetória reta, tem-se um movimento retilíneo uniforme.
- \* Uma observação importante é que, ao se deslocar com uma velocidade constante, a velocidade instantânea deste corpo será igual à velocidade média, pois não haverá variação na velocidade em nenhum momento do percurso.



# Movimento Uniforme

- \* A equação horária do espaço pode ser demonstrada a partir da fórmula de velocidade média.

- \*  $V = \Delta s / \Delta t$

- \*  $\Delta s = V * t$

- \*  $\Delta s = S - S_0$

- \*  $S = S_0 + V * t$



# Exemplo

- \* Um personagem inicialmente está na posição 100px. Sabendo que a sua velocidade média é de 20px/s, calcule qual a distancia percorrida depois de 3s.



- \* Um personagem inicialmente está na posição 100px. Sabendo que a sua velocidade média é de 20px/s, calcule qual a distancia percorrida depois de 3s.

- \* Dados:

- \* Posição final:  $S = ?$   $S_0 = 100\text{px}$  ;  $t_0 = 0$  ;  $t_f = 3\text{s}$  ;  
 $v = 20\text{px/s}$

- \* Resolução

- \*  $S = S_0 + V * \Delta t$

- \*  $S = 100 + 20 * 3 = 160\text{px}$



# Movimento Uniformemente Variado

- \* Também conhecido como movimento acelerado
- \* Consiste em um movimento onde há variação de velocidade, ou seja, o móvel sofre aceleração à medida que o tempo passa.
- \* I.E. tem aceleração constante e diferente de zero.
- \* Na física, acelerar significa basicamente mudar de velocidade, tanto tornando-a maior, como também menor.



# Aceleração

- \* Assim como para a velocidade, podemos definir uma aceleração média se considerarmos a variação de velocidade em um intervalo de tempo, e esta média será dada pela razão:

- $a_m = \Delta v / \Delta t$



# Exemplo

- \* Um carro está indo inicialmente a  $20 \text{ m/s}$ , depois de 20 segundos está a  $10 \text{ m/s}$ . Qual foi a aceleração neste intervalo em  $\text{m/s}$ ?



- \* Um carro está indo inicialmente a 20 m/s, depois de 20 segundos está a 10 m/s. Qual foi a aceleração neste intervalo em m/s?

- \* Dados

- \*  $V_0 = 20 \text{ m/s}$

- \*  $V_f = 10 \text{ m/s}$

- \*  $t = 20$

- \*  $a = (10 - 20) / 20 = -0,5 \text{ m/s}^2$



# Velocidade em função do tempo

- $a_m = \Delta v / \Delta t$

- \*  $\Delta v = v - v_0$

- \*  $v_f = v_0 + a * t$



# Velocidade em função do tempo

- \* Com aceleração constante

- \*  $v = (v_0 + v_f)/2$

- Sabemos que:  $v = \Delta s / \Delta t$

- \*  $\Delta s / \Delta t = (v_0 + v_f)/2$

- \*  $\Delta s = \frac{1}{2} * (v_0 + v_f) * \Delta t$



# Velocidade em função do tempo

. Sabemos que:  $\Delta s = S - S_0$

\*  $S = S_0 + \frac{1}{2} * (v_0 + v_f) * \Delta t$

\*  $S = S_0 + \frac{1}{2} * (v_0 + v_0 + a * \Delta t) * \Delta t$

\*  $S = S_0 + v_0 * \Delta t + \frac{1}{2} * a * \Delta t^2$



# Exemplo

- \* O jogador está no carro a uma velocidade de  $90\text{km/h}$ . Ele aperta os freios até parar. Sabendo que o freio desacelera o carro a uma taxa de  $-5\text{m/s}^2$ , quanto tempo ele leva para parar? Quanto ele andará até parar?



- \* O jogador está no carro a uma velocidade de 90km/h. Ele aperta os freios até parar. Sabendo que o freio desacelera o carro a uma taxa de  $-5\text{m/s}^2$ , quanto tempo ele leva para parar? Quanto ele andará até parar?

- \* Dados:  $V = 0$ ;  $V_0 = 90\text{km/h} = 25\text{ m/s}$ ;  $a = -5\text{m/s}^2$

- \*  $V_f = V_0 + a * t \rightarrow 0 = 25 - 5 * t \rightarrow t = 5\text{s}$

- \*  $S = S_0 + v_0 * \Delta t + \frac{1}{2} * a * \Delta t^2$

- \*  $S = 0 + 25 * 5 + \frac{1}{2} * (-5) * (5)^2$

- \*  $S = 62,5\text{ m}$



# Gravidade

- \*  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

- \*  $a = g$

- \*  $v_f = v_0 - g * t$

- \*  $S = S_0 + v_0 * \Delta t - \frac{1}{2} * g * \Delta t^2$

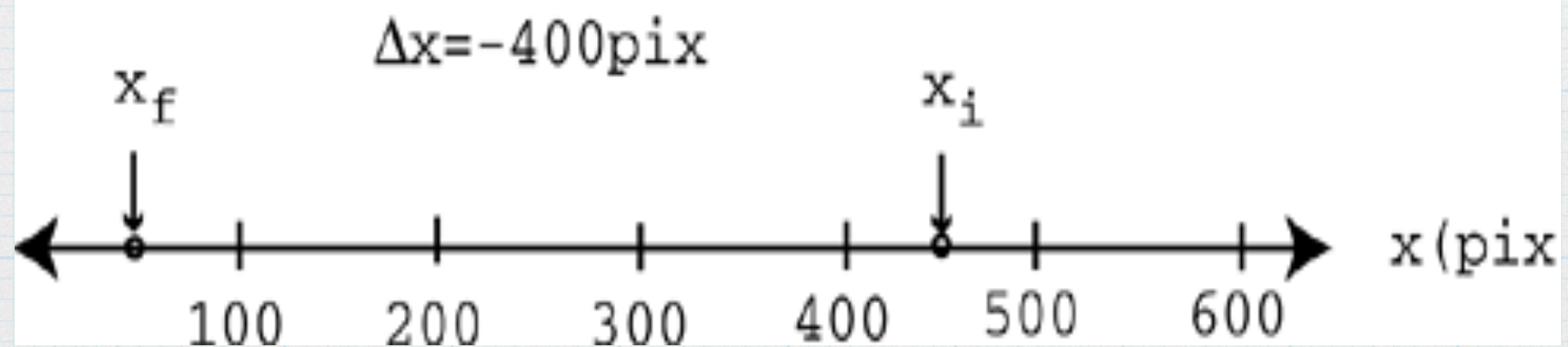
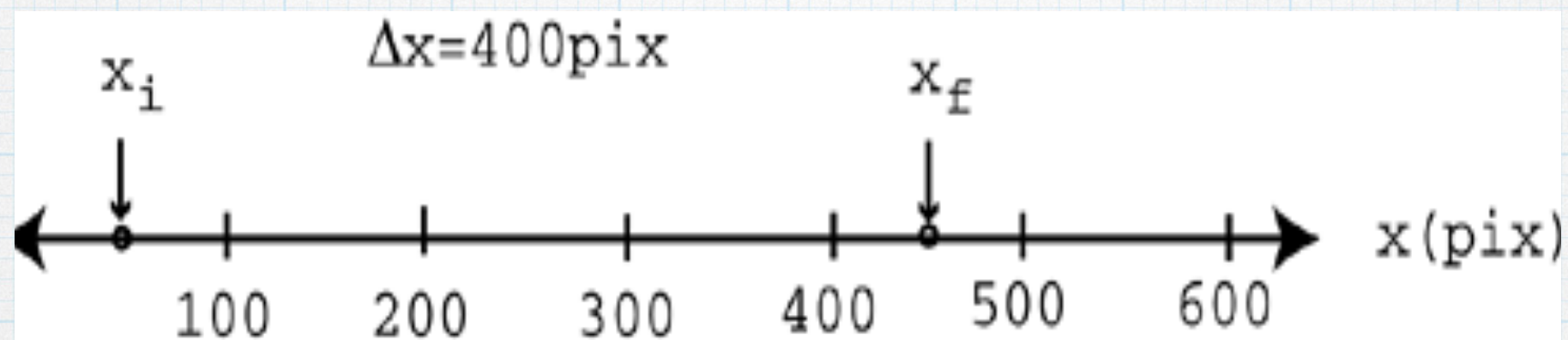


# Movimento em mais de uma dimensão

- \* A grande diferença entre movimento 2D e 3D, e o 1D, é que envolve a direção;
- \* Lembrando deslocamento, velocidade e aceleração são vetores;

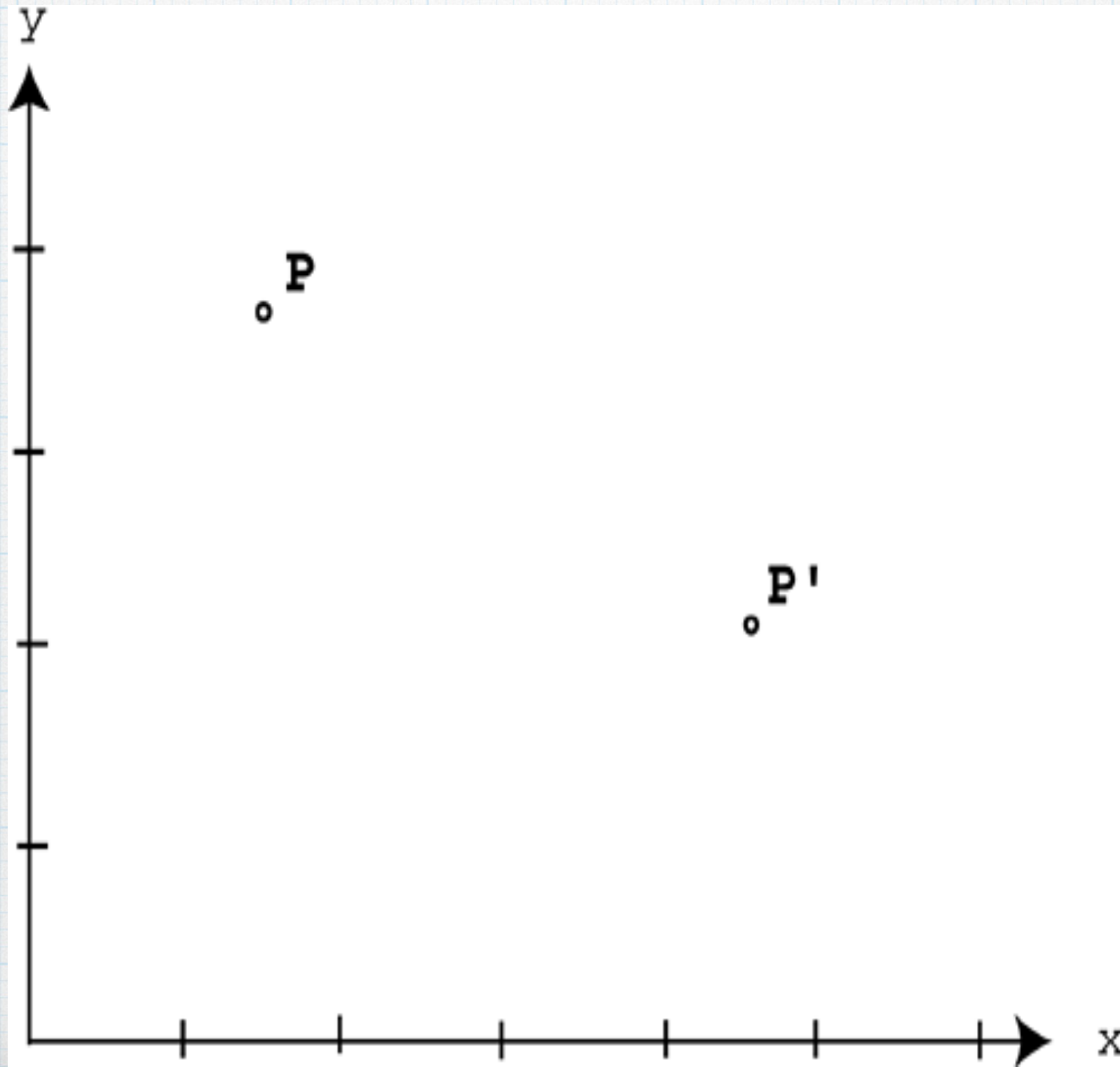


# Deslocamento em 1d



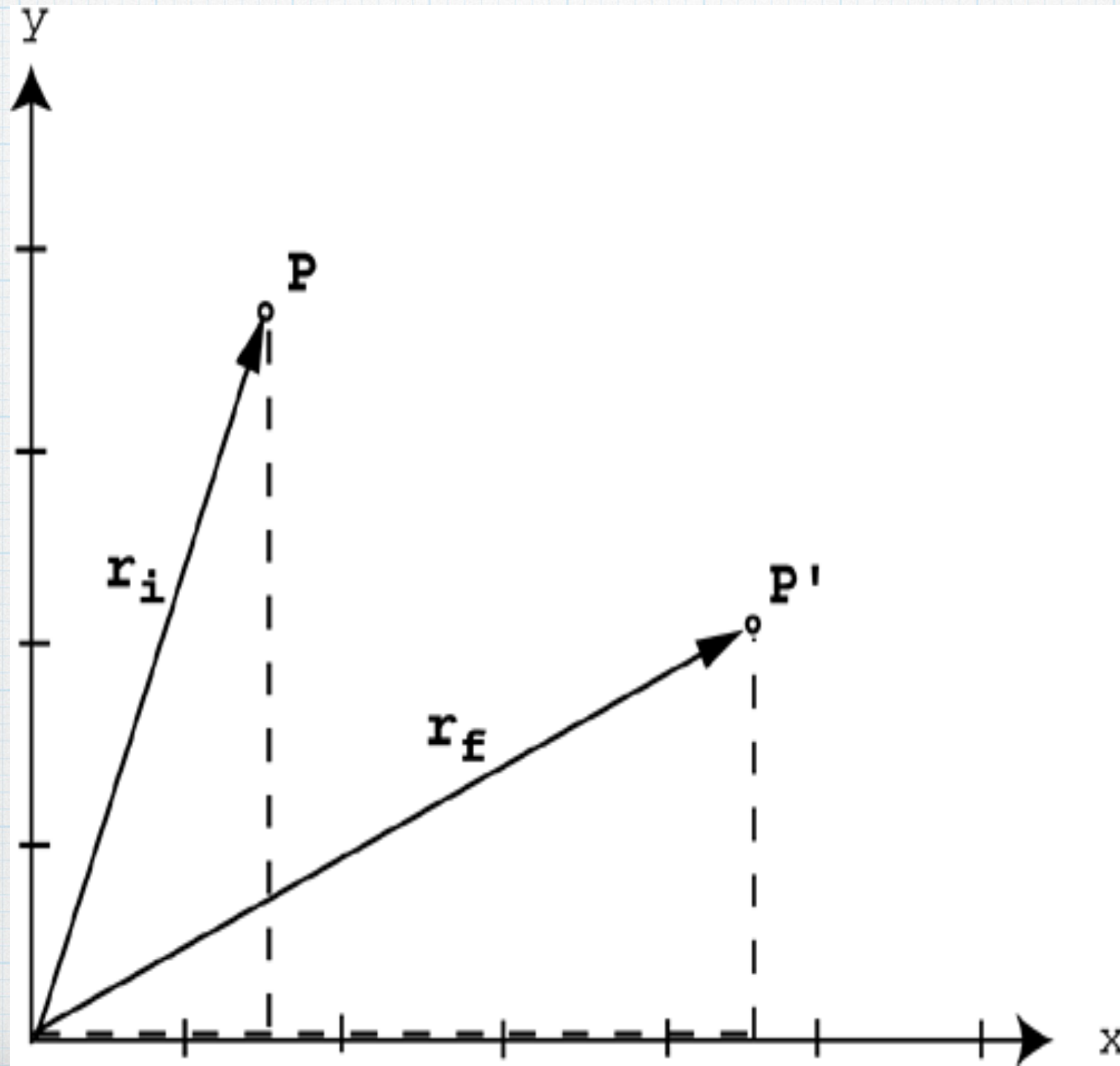


# Deslocamento em 2D



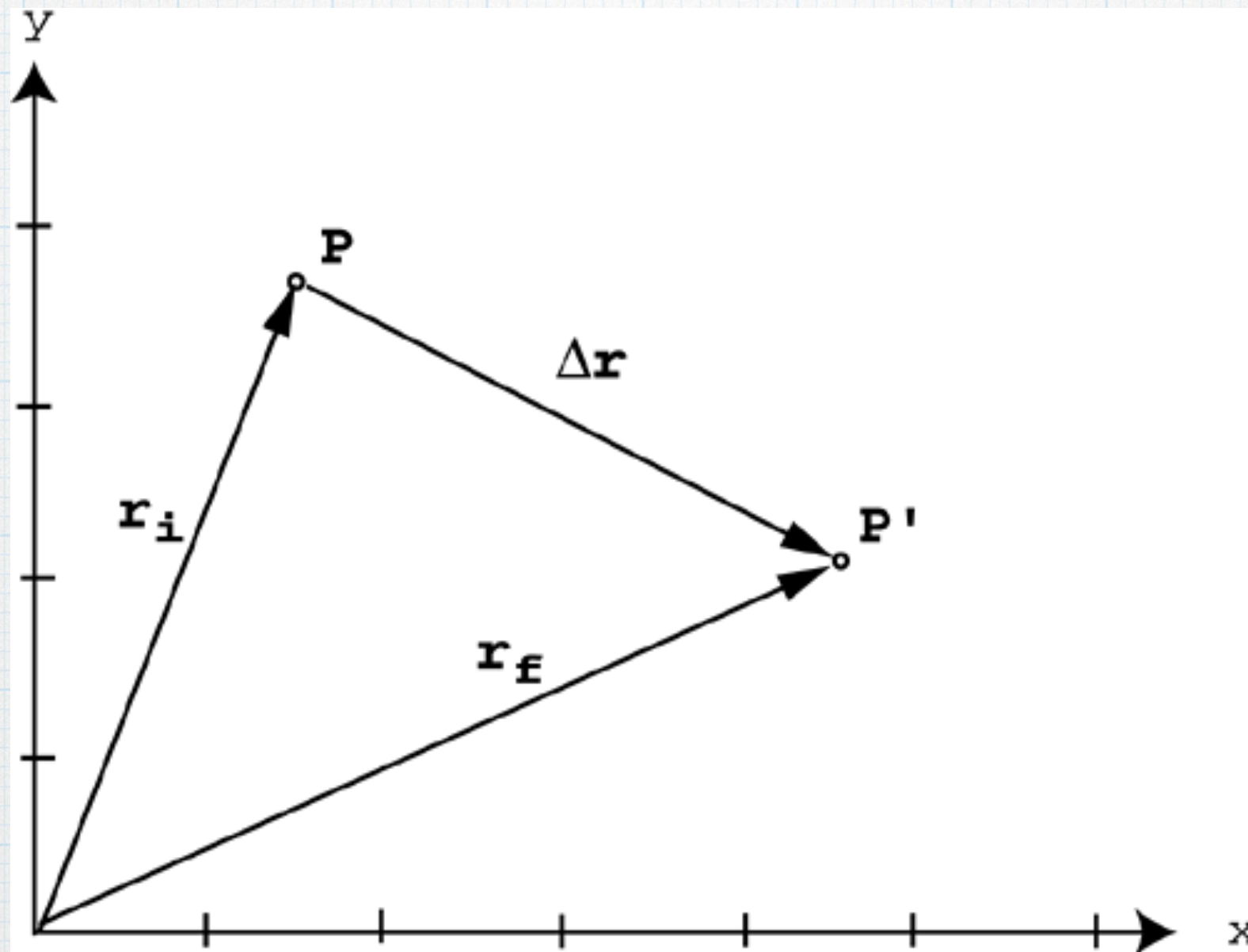


# Deslocamento como Vetores





# Deslocamento como Vetores



$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i$$



# Exemplo

- \* Suponha que um objeto no game se movimentou do ponto  $[50, 400]$  para o ponto  $[650, 100]$ . Qual foi o deslocamento desse objeto?



\* Suponha que um objeto no game se movimentou do ponto  $[50, 400]$  para o ponto  $[650, 100]$ . Qual foi o deslocamento desse objeto?

\* Dados:  $r_0 = [50, 400]$ ;  $r = [650, 100]$

\*  $\Delta r = r - r_0$

\*  $\Delta r = [650, 100] - [50, 400] = [600, -300]$



# Velocidade

- \* O mesmo se aplica a velocidade

- \*  $V = \Delta r / \Delta t$



# Exemplo

- \* Suponha que um objeto no game se movimentava do ponto  $[50, 400]$  para o ponto  $[550, 100]$  em 3s. Qual a velocidade média desse objeto?



# Exemplo

- \* Suponha que um objeto no game se movimentou do ponto  $[50, 400]$  para o ponto  $[650, 100]$  em 3s. Qual a velocidade média desse objeto?

- \*  $V = \Delta r / \Delta t$

- \*  $V = [600, -300] / 3 = [200, -100]$



# A equação do MUV

- \*  $r = r_0 + v_0 * t + \frac{1}{2} * a * t^2$

- \*  $v = v_0 + a * t$



# Exemplo

- \* Um avião no game tem velocidade de  $10 \text{ m/s}$  em um ângulo de  $53^\circ$ , quando ele é acelerado a uma taxa de  $5 \text{ m/s}^2 @ 30^\circ$ . Qual será a nova velocidade em  $3 \text{ s}$ ?



\* Um avião no game tem velocidade de  $10 \text{ m/s}$  em um ângulo de  $53^\circ$ , quando ele é acelerado a uma taxa de  $5 \text{ m/s}^2 @ 30^\circ$ . Qual será a nova velocidade em  $3 \text{ s}$ ?

\* Dados:  $v_i = 10 \text{ m/s} @ 53^\circ$ ;  $t = 3 \text{ s}$ ;  $a = 5 \text{ m/s}^2 @ 30^\circ$

\* Como estamos em coordenadas polares. Temos de calcular elas em velocidade cartesiana. Sendo assim:

\*  $x$  corresponde a magnitude  $\cdot \cos(@)$

\*  $y$  corresponde a magnitude  $\cdot \sin(@)$



- \*  $v_i = 10 \text{ m/s} @ 53^\circ$

- \*  $v_x = 10 * \cos(53) = 6$

- \*  $v_y = 10 * \sin(53) = 8$

- \*  $v = [6, 8]$

- \*  $a = 5 \text{ m/s}^2 @ 30^\circ$

- \*  $a_x = 5 * \cos(30) = 4.3$

- \*  $a_y = 5 * \sin(30) = 2.5$

- \*  $a = [4.3 \ 2.5]$

- \*  $v = v_0 + a * t$

- \*  $v = [6, 8] + [4.3, 2.5] * 3 = [6, 8] + [12.9, 7.5] = [18.9, 15.5]$



# Exercício - nave espacial

- Usando vetores, faça com que uma nave rotacione e se desloque em direção à posição que o usuário clicar com o mouse;
- Independentemente da posição em que o objeto esteja na tela, o tempo de deslocamento de um ponto até a posição clicada deve ser de 0.5 segundos.
- Desenvolva o sistema de disparo de projéteis e considere seu deslocamento como um MUV.

