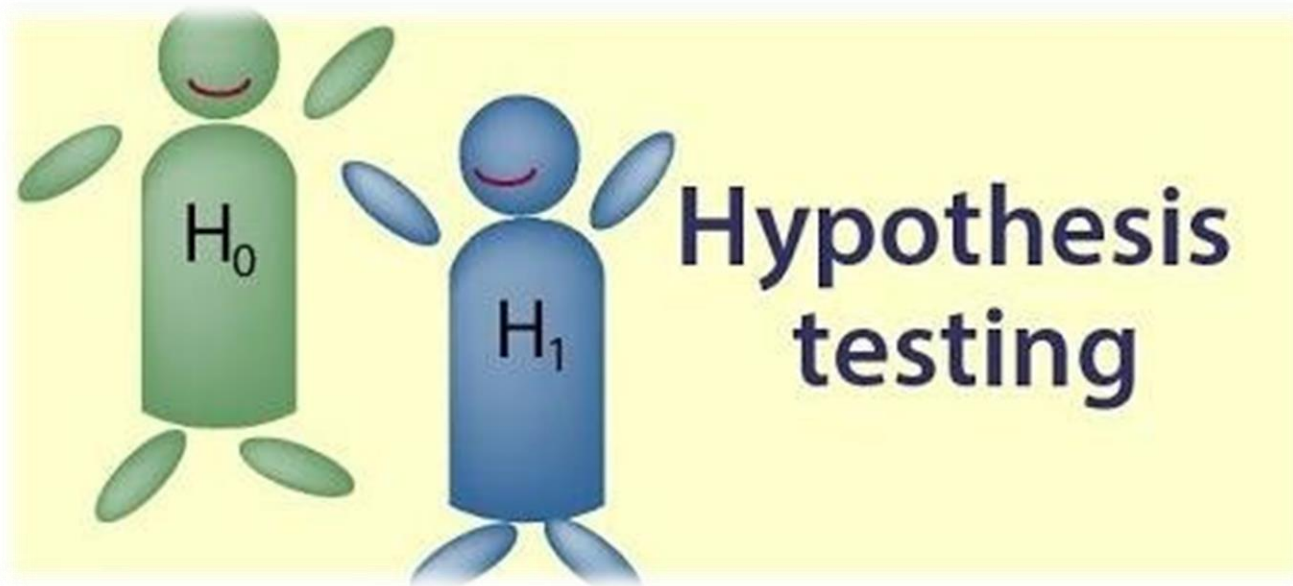


PENGUJIAN HIPOTESIS DUA POPULASI

SATS412 / MODUL 9

Pengujian Hipotesis Dua Populasi (Rata-rata)



OUTLINE

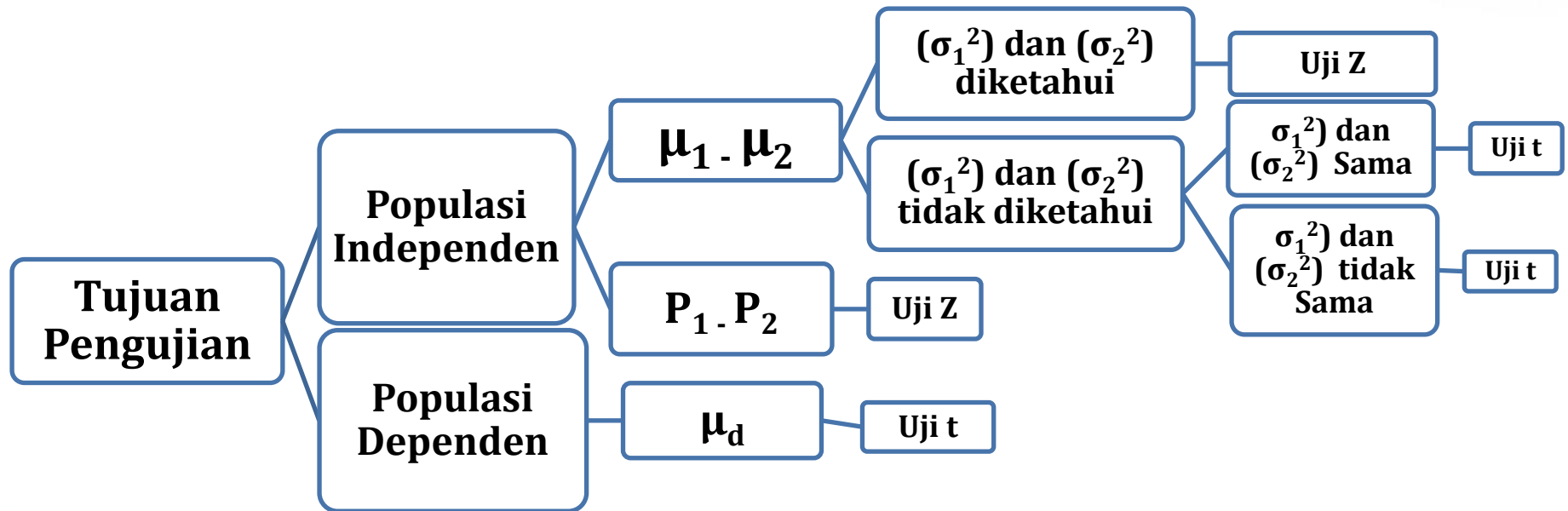
- 01** Pengantar
- 02** Dua Populasi Independen
- 03** Studi Kasus Dua Populasi Independen
- 04** Dua Populasi Dependen
- 05** Studi Kasus Dua Populasi Dependen

01. PENGANTAR

- ❑ Pengujian hipotesis rata-rata dua populasi bertujuan untuk membandingkan rata-rata dua macam populasi dan mengetahui perbedaan atau selisih rata-rata dua populasi.
- ❑ Contoh nilai ujian siswa
ingin menguji apakah rata-rata ujian akhir matematika tahun 2010 dan 2011 adalah sama atau mengalami peningkatan
- ❑ Jenis Populasi :
Populasi Independent dan Populasi Dependent

01. PENGANTAR

Jenis Populasi



01. PENGANTAR

Tahap Pengujian Hipotesis

- 1) Menyatakan hipotesis nol dan hipotesis alternatif (H_0 dan H_1)
- 2) Tentukan tingkat signifikansi (α)
- 3) Tentukan distribusi sampling dan statistik uji yang sesuai
- 4) Tentukan titik kritis yang membagi daerah penolakan dan penerimaan H_0
- 5) Lakukan pengambilan keputusan/kesimpulan.

Jika statistik uji berada di daerah penolakan, maka tolak H_0 . Namun bila statistik uji ada di daerah penerimaan H_0 , maka gagal tolak atau terima H_0 . Kemudian lakukan pengambilan kesimpulan sesuai dengan konteks masalah

02. DUA POPULASI INDEPENDEN

Pengujian Hipotesis Rata-rata 2 Populasi

1. Hipotesis Uji

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = d_0 \quad \text{dan} \quad H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$$

2. Tingkat signifikansi (α) dan ukuran sampel (n)

3. Statistik Uji (Jika σ_1 dan σ_2 diketahui)

$$Z_{\text{hitung}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$Z_{\text{tabel}} = \pm Z_{\alpha/2}$$

Statistik Uji (Jika σ_1 dan σ_2 tidak diketahui)

$$t_{\text{hitung}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}$$

$$t_{\text{tabel}} = \pm t_{\alpha/2; db}$$

$$db = n_1 + n_2 - 2$$

02. DUA POPULASI INDEPENDEN

Pengujian Hipotesis Rata-rata 2 Populasi

4. Titik Kritis

Tolak H_0 jika $Z_{hitung} > Z_{tabel}$ dan atau

Tolak H_0 jika $t_{hitung} > t_{tabel}$

5. Penarikan Kesimpulan

02. DUA POPULASI INDEPENDEN

Selang Kepercayaan (Jika σ_1 dan σ_2 diketahui)

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

atau

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Selang Kepercayaan (Jika σ_1 dan σ_2 tidak diketahui)

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

atau

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

STUDI KASUS DUA POPULASI INDEPENDEN

Varians (σ_1 dan σ_2) diketahui

1. Seorang importir telah mengimpor sejumlah lampu pijar yang mereknya berbeda, yaitu merek everbright dan merek everlight. Importir tersebut ingin mengetahui ada atau tidaknya perbedaan rata-rata usia pakai kedua merek tersebut. Secara acak dipilih 50 buah lampu pijar merek everbright dan 50 merek everlight. Setelah diadakan pengukuran, ternyata rata-rata usia pakai lampu everlight sebesar 1.282 jam dan merek everbright sebesar 1.208 jam. Menurut catatan perusahaan, simpangan baku populasi usia pakai lampu pijar merek everlight adalah 80 jam dan merek everbright adalah 94 jam. Yakinkan pedagang import tersebut terhadap dugaannya bahwa rata-rata usia kedua merek nyata berbeda? Gunakan taraf signifikansi 5%.
2. Dapatkan 95% selang kepercayaan selisih rata-rata usia pakai lampu merek everbright (populasi pertama) dan merek everlight (populasi kedua)!

STUDI KASUS DUA POPULASI INDEPENDEN

1. Jawaban studi kasus dua populasi independen

μ_1 merupakan rata-rata usia pakai merek *everlight* dan
 μ_2 merupakan rata-rata usia pakai merek *everbright*

a. Hipotesis Uji

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = d_0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$$

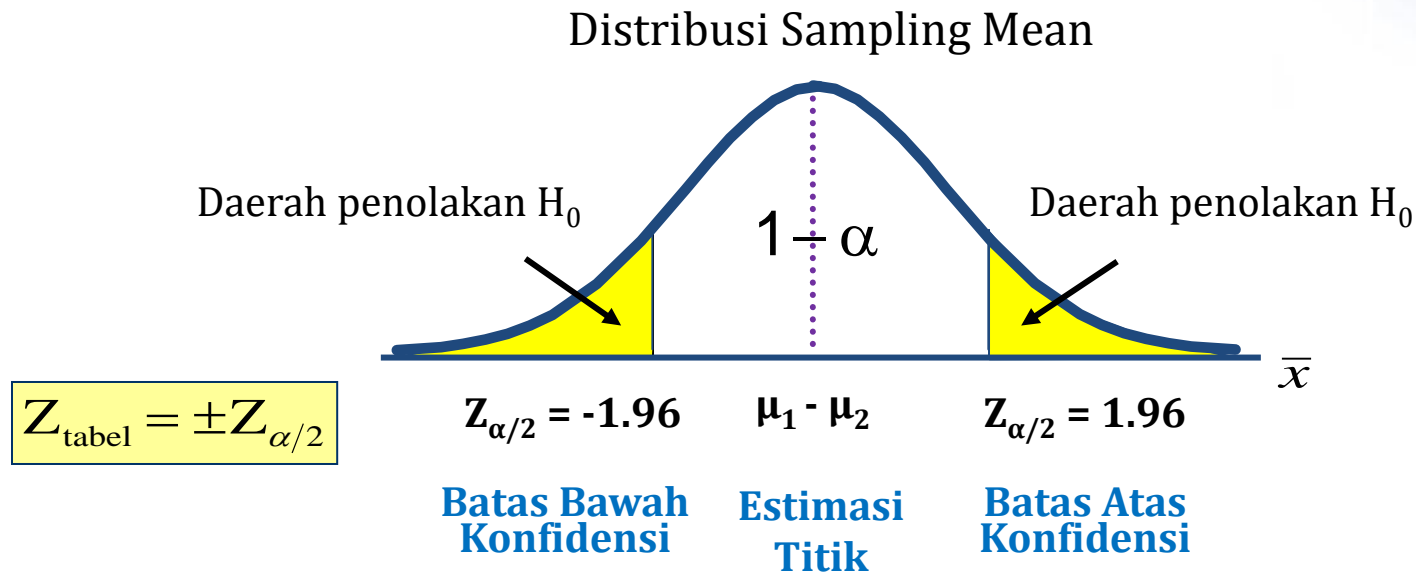
b. Tingkat signifikansi (α) = 5%

c. Statistik Uji (dengan σ_1 dan σ_2 diketahui)

$$Z_{\text{hitung}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \longrightarrow Z_{\text{hitung}} = \frac{(1282 - 1208) - 0}{\sqrt{\frac{80^2}{50} + \frac{94^2}{50}}} = 4.23$$

STUDI KASUS DUA POPULASI INDEPENDEN

d. Titik Kritis



e. Kesimpulan

Karena nilai $Z_{\text{hitung}} > Z_{\text{tabel}}$ yaitu $4.23 > 1.96$ maka H_0 ditolak.

Artinya dugaan rata-rata usia pakai kedua merek lampu pijar yaitu merek *everlight* dan *everbright* nyata berbeda.

2. Jawaban studi kasus dua populasi independen

Selang Kepercayaan

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$



$$(1282 - 1208) \pm 1.96 \sqrt{\frac{80^2}{50} + \frac{94^2}{50}} = 74 \pm 34.214$$



$$39.786 \leq (\mu_1 - \mu_2) \leq 108.214$$

Interpretasi:

Dengan tingkat keyakinan 95%, selisih rata-rata usia pakai adalah antara 39.786 jam hingga 108.214 jam.

STUDI KASUS DUA POPULASI INDEPENDEN

3. Lanjutan studi kasus sebelumnya, misal importir menduga bahwa rata-rata usia pakai merek *everlight* lebih lama dibandingkan merek *everbright*. Ujilah anggapan tersebut dengan menggunakan taraf signifikansi 5%.

3. Jawaban studi kasus dua populasi independen

μ_1 merupakan rata-rata usia pakai merek *everlight* dan
 μ_2 merupakan rata-rata usia pakai merek *everbright*

- a. Hipotesis Uji

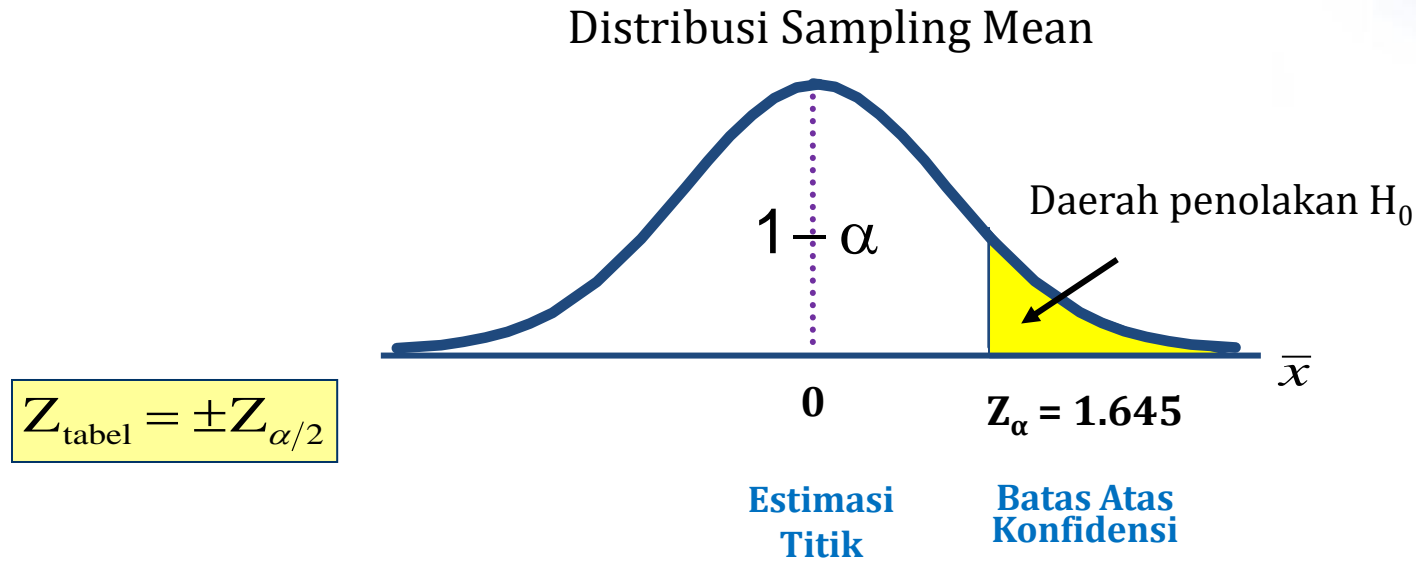
$$H_0 = \mu_1 \leq \mu_2$$

$$H_0 = \mu_1 > \mu_2$$

- b. Tingkat signifikansi (α) = 5%
c. Statistik uji $z = 4.23$

STUDI KASUS DUA POPULASI INDEPENDEN

d. Titik Kritis



e. Kesimpulan

Karena nilai $Z_{\text{hitung}} > Z_{\text{tabel}}$ yaitu $4.23 > 1.645$ maka H_0 ditolak. Artinya dugaan rata-rata usia pakai merek *everlight* lebih lama dibandingkan merek *everbright*.

STUDI KASUS DUA POPULASI INDEPENDEN

Varians (σ_1 dan σ_2) tidak diketahui

1. Dilakukan pengamatan terhadap sungai Mas dan Wonokromo untuk membandingkan konsentrasi DO harian. Pengamatan sampel dilakukan selama sepuluh hari dan dicatat konsentrasi DO setiap sehari sekali di masing-masing sungai. Dari hasil pengamatan tersebut, diperoleh bahwa rata-rata konsentrasi DO di sungai Mas adalah 2.5 mg/l. dan simpangan baku 2.05 mg/l. sedangkan sungai Wonokromo rata-ratanya 3.20 mg/l dan simpangan baku 2.75 mg/l. Apakah cukup bukti untuk menyatakan bahwa kedua sungai memiliki rata-rata konsentrasi DO harian yang berbeda. Gunakan tarif signifikansi 5% dan asumsikan $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$.
2. Hitunglah 95% selang kepercayaan selisih rata-rata konsentrasi DO di Sungai Mas dan Sungai Wonokromo!

STUDI KASUS DUA POPULASI INDEPENDEN

1. Jawaban studi kasus dua populasi independen

μ_1 merupakan rata-rata konsentrasi DO di Sungai Mas dan
 μ_2 merupakan rata-rata konsentrasi DO di Sungai Wonokromo

a. Hipotesis Uji

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

b. Tingkat signifikansi (α) = 5%

c. Statistik Uji (dengan σ_1 dan σ_2 tidak diketahui)

$$s_p^2 = \frac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}$$

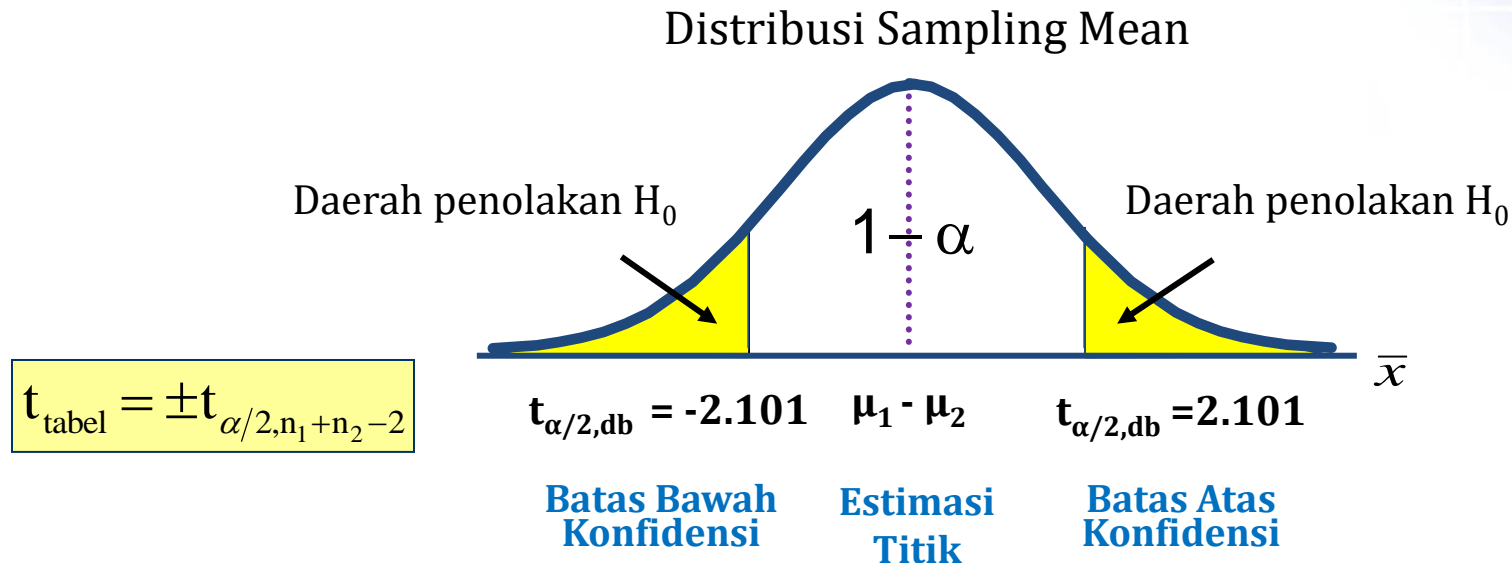
$$\longrightarrow s_p^2 = \frac{2.05^2(10 - 1) + 2.75^2(10 - 1)}{10 + 10 - 2} = 5.88$$

$$t_{hitung} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}$$

$$\longrightarrow t_{hitung} = \frac{(2.5 - 3.20) - 0}{\sqrt{5.88} \sqrt{1/10 + 1/10}} = -0.63$$

STUDI KASUS DUA POPULASI INDEPENDEN

d. Titik Kritis



e. Kesimpulan

Karena nilai $t_{\text{hitung}} < t_{\text{tabel}}$ yaitu $-0.63 < 2.101$ maka H_0 gagal ditolak. Artinya dugaan rata-rata konsentrasi DO di Sungai Mas dan konsentrasi DO di Sungai Wonokromo adalah sama.

2. Jawaban studi kasus dua populasi independen

Selang Kepercayaan

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$



$$(2.5 - 3.2) \pm (2.101) \sqrt{5.88} \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}} = (-0.7) \pm 2.278$$



$$-2.978 < (\mu_1 - \mu_2) < 1.578$$

Interpretasi:

Dengan tingkat keyakinan 95%, selisih rata-rata konsentrasi DO di Sungai Mas dan Sungai Wonokromo adalah antara -2.978 mg/l hingga 1.578 mg/l.

03. DUA POPULASI DEPENDEN

Pengujian Hipotesis Rata-rata 2 Populasi

1. Hipotesis Uji

$$H_0: \mu_D = d_0 \quad \text{dan} \quad H_1: \mu_D \neq d_0$$

2. Tingkat signifikansi (α) dan ukuran sampel (n)

3. Statistik Uji

$$t_{hitung} = \frac{\bar{d} - d_0}{s_d \sqrt{n}}$$

$$t_{tabel} = \pm t_{\alpha/2; db}$$

$$db = n_1 - 1$$

dengan :

$$\bar{d} = \sum_{i=1}^n d_i$$

$$s_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}$$

03. DUA POPULASI DEPENDEN

Pengujian Hipotesis Rata-rata 2 Populasi

4. Titik Kritis

Tolak H_0 jika $t_{hitung} > t_{tabel}$ atau

Tolak H_0 jika $t_{hitung} < -t_{tabel}$

5. Penarikan Kesimpulan

Selang Kepercayaan

$$\bar{d} - t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s_d}{\sqrt{n}} < \mu_D < \bar{d} + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

atau

$$\bar{d} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

STUDI KASUS DUA POPULASI DEPENDEN

1. Untuk mengetahui apakah keanggotaan dalam suatu organisasi mahasiswa berpengaruh terhadap IPK mahasiswa dilakukan pencatatan nilai IPK lima mahasiswa. Pencatatan pertama adalah ketika mahasiswa tersebut masih masih menjadi anggota organisasi. Pencatatan kedua adalah ketika mahasiswa sudah tidak menjadi anggota organisasi. Ujilah apakah keanggotaan organisasi akan membuat nilai IPK menurun dengan taraf signifikansi 5%!

Mahasiswa	Anggota	Bukan Anggota
1	2	2.2
2	2	1.9
3	2.3	2.5
4	2.1	2.3
5	2.4	2.4

2. Selang kepercayaan 95% selisih rata-rata IPK lima mahasiswa!

1. Jawaban studi kasus dua populasi independen

μ_1 merupakan rata-rata IPK ketika menjadi anggota organisasi dan
 μ_2 merupakan rata-rata IPK ketika bukan anggota organisasi

a. Hipotesis Uji

$$H_0: \mu_1 \geq \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 < \mu_2$$

b. Tingkat signifikansi (α) = 5%

c. Statistik Uji

$$t_{hitung} = \frac{\bar{d} - d_0}{s_d \sqrt{n}} \longrightarrow t_{hitung} = \frac{-0.5 - 0}{\sqrt{0.02} \sqrt{5}} = -1.58$$

STUDI KASUS DUA POPULASI DEPENDEN

Mahasiswa a	Anggota	Bukan Anggota	d_i	$(d_i - \bar{d})^2$
1	2	2.2	-0.2	0.01
2	2	1.9	0.1	0.04
3	2.3	2.5	-0.2	0.01
4	2.1	2.3	-0.2	0.01
5	2.4	2.4	0	0.01
			$\bar{d} = -0.5$	$s_d^2 = 0.02$

d. Daerah Kritis

Tolak H_0 jika $t_{hitung} < -t_{\alpha, n1}$ dengan $t_{0.5;4} = 2.132$

e. Kesimpulan

Karena nilai $t_{hitung} > t_{tabel}$ yaitu $-1.58 > -2.132$ maka H_0 gagal ditolak. Artinya dugaan rata-rata IPK ketika menjadi anggota organisasi lebih besar atau sama dengan ketika bukan menjadi anggota organisasi.

2. Jawaban studi kasus dua populasi dependen

Selang Kepercayaan

$$\bar{d} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$



$$(-0.5) \pm 2.78 \frac{\sqrt{0.02}}{\sqrt{5}} = (-0.5) \pm 0.176$$



$$-0.676 \leq \bar{d} \leq -0.324$$

Interpretasi:

Dengan tingkat keyakinan 95%, selisih rata-rata IPK ketika menjadi anggota organisasi dan tidak menjadi anggota adalah antara -0.676 hingga -0.324.

Sekian Pengujian Hipotesis Dua Populasi (Rata-Rata)



Terima kasih telah menonton video ini...
Selamat belajar, semoga sukses