Вариант II

[4] Приняв $u = xy$ и $v = y$ за новые переменные, а $w = z - y$ за новую функцию от u и v, преобразовать к новым переменным уравнение $x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

[2] Найти условные экстремумы функции $f(x;y;z) = xy + 2xz + 2yz$ при условии $xyz = 108$.

[3] Найти наибольшее M и наименьшее m значения функции $f(x;y) = y^4 - x^4$ на множестве $E = \{(x;y)\ :\ x^2 + y^2 \leq 9\}$.

[4] На плоскости $x + y - 2z = 0$ найти точку, сумма квадратов расстояний которой от плоскостей $x + 3z - 6 = 0$ и $y + 3z - 2 = 0$ была бы наименьшей.

Вариант IV

[4] Приняв $u = x$ и $v = x - y$ за новые переменные, а $w = x - y + z$ за новую функцию от u и v, преобразовать к новым переменным уравнение $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

[2] Найти условные экстремумы функции $f(x;y;z) = x + y + z$ при условии $\frac{1}{x} + \frac{3}{y} + \frac{1}{z} = 1$.

[3] Найти наибольшее M и наименьшее m значения функции $f(x;y) = x^2 - y^2$ на множестве $E = \{(x;y)\ :\ x^2 + y^2 \leq 2x\}$.

[4] Найти расстояние между поверхностями $\frac{x^2}{96} + y^2 + z^2 = 1$, $3x + 4y + 12z = 288$.

Вариант VI

[1] Преобразовать к новым переменным уравнение $\sin^2 x\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2y\sin x\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 4$, приняв $u = y\operatorname{tg}\frac{x}{2}$ и $v = y$ за новые переменные.

[2] Найти условные экстремумы функции $f(x;y;z) = x + y + z^2$ при условиях $z - x - 1 = 0$, $y - xz - 1 = 0$.

[3] Найти наибольшее M и наименьшее m значения функции $f(x;y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ на множестве $E = \{(x;y)\ :\ 0 \leq x \leq 1;\ 0 \leq y \leq 2\}$.

[4] Найти расстояние между кривой и прямой $2x^2 - 4xy + 2y^2 - x - y = 0$, $9x - 7y + 16 = 0$.

Вариант VIII

[1] Приняв $u = y + x$ и $v = y - x$ за новые переменные, а $w = xy - z$ за новую функцию от u и v, преобразовать к новым переменным уравнение $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

[2] Найти условные экстремумы функции $f(x_1;x_2;x_3;x_4;x_5) = \sum_{k=1}^{5} x_k^3$ при условии $\sum_{k=1}^{5} x_k = 1$, $x_i > 0$ для $i \in [1:3]$.

[3] Найти наибольшее M и наименьшее m значения функции $f(x;y) = (2x^2 + 3y^2)e^{-x^2-y^2}$ на множестве $E = \{(x;y)\ :\ x^2 + y^2 \leq 4\}$.

[4] Определить размеры открытого прямоугольного аквариума с заданной толщиной стенок d и емкостью V, на изготовление которого потребуется наименьшее количество материала.
