

יש להגיש את הפתרונות עד יום רביעי בשעה 23:59 בשבוע שאחרי זה בו המטלה ניתנה.

שאלות להגשה

- אם \mathcal{M} מבנה עבור חתימה Σ , ו- ϕ, ψ נוסחאות בחתימה זו, הוכיחו:
 - $(\forall x \in a \phi)^{\mathcal{M}}$ היא קבוצת כל ההשמות עבור $\mathcal{V}(\phi) \setminus \{x\}$ שכל הרחבה שלהן ל- x שייכת ל- $\phi^{\mathcal{M}}$.
 - $(\exists x (\phi \rightarrow \psi))^{\mathcal{M}} = (\forall x \phi \rightarrow \exists x \psi)^{\mathcal{M}}$ (ב)
- תהי ϕ הנוסחא $\forall y \exists z (y = z + z \vee y = z + z + x)$ (בחתימה עם סימן פונקציה דו-מקומי + ושוויון). תארו את הקבוצה $\phi^{\mathcal{M}}$, כאשר \mathcal{M} הוא המבנה עם שוויון $(\mathbb{Z}, +)$. הראו שהתיאור נכון, על-ידי תאור הקבוצות והפונקציות המופיעות בכל שלבי ההגדרה. מהי הקבוצה שאותה נוסחא מגדירה ב- $(\mathbb{Z}^2, +)$?
- נניח ש- Σ חתימה ו- \mathcal{V} קבוצת משתנים, ונניח ש- U היא פונקציה מקבוצת הביטויים מעל Σ (כלומר, שמות העצם והנוסחאות מעל Σ ו- \mathcal{V}) למספרים השלמים המקיימת:

$$1. U(\perp) = -2$$

$$2. U(x) = 7, x \in \mathcal{V} \text{ לכל משתנה}$$

$$3. \text{ לכל סימן פונקציה } n\text{-מקומי } f, \text{ ולכל סדרת שמות עצם } t_1, \dots, t_n \text{ (מהסוגים המתאימים),}$$

$$U(f(t_1, \dots, t_n)) = (\sum_i U(t_i)) - 4n + 1$$

$$4. \text{ לכל סימן יחס } n\text{-מקומי } R, \text{ ולכל } t_1, \dots, t_n \text{ (מהסוגים המתאימים),}$$

$$U(R(t_1, \dots, t_n)) = 2(\sum_i U(t_i)) + n^3 + 4$$

$$5. \text{ לכל שתי נוסחאות } \phi \text{ ו-} \psi \text{ מתקיים } \langle \phi \rightarrow \psi \rangle = U(\phi) - U(\psi) + 10$$

$$6. \text{ לכל נוסחא } \phi, \text{ לכל סוג } a \text{ ולכל משתנה } x \text{ מתקיים } U(\exists x \in a \phi) = U(\phi) - 9$$

$$(א) \text{ הוכיחו שיש לכל היותר פונקציה } U \text{ אחת המקיימת את התנאים הללו}$$

$$(ב) \text{ הוכיחו שלא קיים פסוק } \phi \text{ המקיים } U(\phi) = 2022$$