

## חוגים

- תחום נורמלי: כל איבר בשדה השברים שמאפס פולינום מתוקן מעל  $A$  שייך ל- $A$ .
- תחום פריקות יחידה: כל איבר ניתן לכתוב כמכפלה סופית של אי-פריקים, וכל אי-פריק הוא ראשוני.
- תחום ראשי: כל אידיאל נוצר על-ידי איבר אחד.
- פונקציה אוקלידית: פונקציה מהתחום  $A$  ל- $\mathbb{N}$  כך שעבור  $a, b \in A$ , אם  $b$  לא מחלק את  $a$  אז יש  $d$  עבורו  $\alpha(a - db) < \alpha(b)$ .
- משפט השאריות הסיני: אם  $n_1, \dots, n_k$  שלמים זרים בזוגות, אז ההעתקה הטבעית מ- $\mathbb{Z}/n_1 \dots n_k$  ל- $\mathbb{Z}/n_1 \times \dots \times \mathbb{Z}/n_k$  היא איזומורפיזם.

## חבורות

- משפט לגרנז': אם  $H \leq G$  חבורות סופיות, אז הסדר של  $H$  מחלק את הסדר של  $G$ .
- אם  $f: G \rightarrow H$  העתקה של חבורות  $G$ -ו- $H$  סופית, אז  $|G| = |Im(f)| |Ker(f)|$ .
- התמרת פורייה: אם  $G$  חילופית וסופית מסדר  $n$ , ו- $\mathbb{k}$  שדה סגור אלגברית ממציין זר ל- $n$  (או 0), אז יש איזומורפיזם  $\mathcal{F}: \mathbb{k}[G] \rightarrow \mathbb{k}^{\check{G}}$  של חוגים שנקבע על-ידי התנאים  $\mathcal{F}(a)(\chi) = a \cdot \mathcal{F}(g)(\phi) = \chi(g^{-1})$  לכל  $\mathcal{F}(a)(\chi) = a \cdot \mathcal{F}(g)(\phi) = \chi(g^{-1})$  (כאשר  $\check{G} = \text{Hom}(G, \mathbb{k}^\times)$  החבורה הדואלית). ההעתקה ההפוכה נתונה על-ידי  $\tilde{\mathcal{F}}(t) = \frac{1}{n} \sum_{g \in G} (\sum_{\chi \in \check{G}} \chi(g) t(\chi)) g$ .

## שאריות ריבועיות

- סימן לז'נדר:  $\left(\frac{n}{p}\right) = r - 1$ , כאשר  $r$  מספר השורשים הריבועיים של  $n$  ב- $\mathbb{F}_p$  (לשלם  $n$  וראשוני אי-זוגי  $p$ ).
- נוסחת אוילר:  $\left(\frac{n}{p}\right) = n^{\frac{p-1}{2}}$  ב- $\mathbb{F}_p$  לכל ראשוני אי-זוגי  $p$  ומספר שלם  $n$ .
- הדדיות ריבועית:  $\left(\frac{p}{q}\right) = \left(\frac{q}{p}\right)$  אם ורק אם לפחות אחד מהראשוניים  $p, q$  הוא מהצורה  $4k + 1$  (כאשר  $p, q$  אי-זוגיים שונים).
- ל-2 יש שורש ב- $\mathbb{F}_p$  אם ורק אם  $p = 8k \pm 1$ .

## צפיפות

- צפיפות דיריכלה: קיימת פונקציה חלקית  $d$  על תתי-הקבוצות של קבוצת הראשוניים  $\mathbb{P}$ , כך ש- $d(\mathbb{P}) = 1$ , אם  $Q$  סופית אז  $d(Q) = 0$  ו- $d(Q) = d(Q_1) + d(Q_2) - d(Q_1 \cup Q_2)$  אם  $Q_1$  ו- $Q_2$  זרות.
- משפט דיריכלה: לקבוצת הראשוניים מהצורה  $an + b$ , כאשר  $a > 0$  ו- $b$  ו- $a$  זר ל- $a$ , יש צפיפות דיריכלה  $\frac{1}{\phi(a)}$ .

## תבניות ריבועיות

- תבנית  $p(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$  היא פרימיטיבית אם  $a, b, c$  זרים ו- $a > 0$ .
- תבנית  $p$  שקולה לתבנית  $q$  אם  $p = q \circ A$  עבור  $A \in \text{SL}_2(\mathbb{Z})$ .
- התבנית  $p$  היא מצומצמת אם ורק אם  $|b| \leq a \leq c$ , ואם אחד מהם שוויון, אז  $b \geq 0$ .
- אם  $\tau \in \mathbb{H}$  ו- $A = \begin{bmatrix} r & s \\ u & v \end{bmatrix} \in \text{GL}_2(\mathbb{R})$  אז  $\Im(A(\tau)) = \frac{\det(A) \Im(\tau)}{|u\tau + v|^2}$  כאשר  $A(\tau) = \frac{r\tau + s}{u\tau + v}$ .
- התחום היסודי:  $\{\tau \in \mathbb{H} \mid |\tau| \geq 1 \wedge |\Re(\tau)| \leq 1/2\}$ .