Teorie 4 - 17.10.2024

L'Hospitalovo pravidlo

Věta (l'Hospitalovo pravidlo).
Jestliže limita podílu funkcí $\lim\limits_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)}$ *je typu* „$\frac{0}{0}$" *nebo* „$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$", *pak*

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)},$$

pokud limita na pravé straně vztahu existuje.

Význam první derivace pro průběh funkce

Definice. *Nechť M je podmnožina definičního oboru funkce f. Jestliže pro všechna $x \in M$ platí*

$$f(x) \leq f(c), \qquad \text{resp. } f(x) \geq f(c),$$

říkáme, že funkce f má v bodě c **maximum** (*resp.* **minimum**) *na množině M. Maximum a minimum funkce jsou tzv.* **extrémy funkce.**

Poznámka. Pokud množina M je jen okolí bodu c, hovoříme o tzv. *lokálních extrémech* funkce. Když $M = D(f)$, má funkce f v bodě c *absolutní extrém.*

Věta (nutná podmínka pro lokální extrém). *Má-li funkce f ve vnitřním bodě $c \in D(f)$ lokální extrém, pak $f'(c) = 0$ nebo $f'(c)$ neexistuje.*

Věta (o významu první derivace pro průběh funkce). *Nechť f je spojitá funkce v intervalu J. Jestliže*

$$f'(x) > 0, \quad \text{resp. } f'(x) < 0 \quad \text{ve vnitřních bodech } x \in J,$$

pak funkce f je rostoucí (resp. klesající) v intervalu J.

Příklad: