

Cvičení 6 - 24.10.2024

červené - spolu

(učebnice s. 125)

modré - samostatně

Druhá derivace & průběh funkce

7. Najděte intervaly, ve kterých je funkce konvexní, resp. konkávní a inflexní body funkce f , dané předpisem

(a) $f(x) = x \cdot \ln x$

(b) $f(x) = 2x + 3x^2 - \frac{1}{3}x^3$

(c) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

(d) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 6x$

(e) $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$

(f) $f(x) = \ln x^2 + \frac{1}{x}$

(g) $f(x) = \ln(1 - e^x)$

(h) $f(x) = \frac{e^x + x}{x}$

(i) $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$

(j) $f(x) = 3x^4 - 4x^3$

(k) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2$

(l) $f(x) = e^{2x} - 4e^{3-x}$

(m) $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

(n) $f(x) = \arctg x^2$

Výsledky

7. (a) f je konvexní v $(0, \infty)$,
(b) f je konvexní v $(-\infty, 3)$, konkávní v $(3, \infty)$, v bodě $x = 3$ má inflexi,
(c) f je konkávní v $(0, e\sqrt{e})$, konvexní v $(e\sqrt{e}, \infty)$, v bodě $x = e\sqrt{e}$ má inflexi,
(d) f je konkávní v $(-\infty, \frac{5}{2})$, konvexní v $(\frac{5}{2}, \infty)$, v bodě $x = \frac{5}{2}$ má inflexi,
(e) f je konvexní v $(-\infty, -1)$ a v $(1, \infty)$, konkávní v $(-1, 1)$, v bodech $x = -1$ a $x = 1$ má inflexi,
(f) f je konkávní v $(-\infty, 0)$ a v $(1, \infty)$, konvexní v $(0, 1)$, v bodě $x = 1$ má inflexi,
(g) f je konkávní v $(-\infty, 0)$,
(h) f je konkávní v $(-\infty, 0)$, konvexní v $(0, \infty)$, nemá inflexi,
(i) f je konkávní v $(-\infty, -6)$, konvexní v $(-6, 0)$ a v $(0, \infty)$, v bodě $x = -6$ má inflexi,
(j) f je konvexní v $(-\infty, 0)$ a v $(\frac{2}{3}, \infty)$, konkávní v $(0, \frac{2}{3})$, v bodech $x = 0$ a $x = \frac{2}{3}$ má inflexi,
(k) f je konkávní v $(-\infty, 1)$, konvexní v $(1, \infty)$, v bodě $x = 1$ má inflexi,
(l) f je konkávní v $(-\infty, 1)$, konvexní v $(1, \infty)$, v bodě $x = 1$ má inflexi,
(m) f je konkávní v $(-\infty, -\sqrt{3})$ a v $(0, \sqrt{3})$, konvexní v $(-\sqrt{3}, 0)$ a v $(\sqrt{3}, \infty)$, v bodech $x = -\sqrt{3}$, $x = 0$ a $x = \sqrt{3}$ má inflexi,
(n) f je konkávní v $(-\infty, -\sqrt[4]{\frac{1}{3}})$ a v $(\sqrt[4]{\frac{1}{3}}, \infty)$, konvexní v $(-\sqrt[4]{\frac{1}{3}}, \sqrt[4]{\frac{1}{3}})$, v bodech $x = -\sqrt[4]{\frac{1}{3}}$ a $x = \sqrt[4]{\frac{1}{3}}$ má inflexi.