Cvičení 8 - 21.11.2024

červené - spolu
modré - samostatně

učebnice s. 180

Dosazovací metoda

6. Najděte vázané lokální extrémy funkce dvou proměnných f dané předpisem

(a) $f(x,y) = x^2 + 3y^2$ při vazební podmínce $x - 2y + 7 = 0$

(b) $f(x,y) = e^{x^2-2y^2}$ při vazební podmínce $x - y - 1 = 0$

(c) $f(x,y) = e^{xy}$ při vazební podmínce $3 - x^2 - y = 0$

(d) $f(x,y) = \ln(x^2 + 3y^2)$ při vazební podmínce $x - 2y + 7 = 0$

(e) $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y^2}$ při vazební podmínce $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{4} = 0$

(f) $f(x,y) = 2x^2 + y^2$ při vazební podmínce $x^2 - y - 1 = 0$

(g) $f(x,y) = 1 + 2y - y^2 + \frac{1}{3}x^3$ při vazební podmínce $x + y - 1 = 0$

(h) $f(x,y) = e^{2x^3-9xy+3y}$ při vazební podmínce $x - y - 1 = 0$

(i) $f(x,y) = 5 - 4x + \frac{1}{3}y$ při vazební podmínce $x^3 - y = 0$

Metoda Lagrangeových multiplikátorů

7. Najděte vázané extrémy funkce f dané předpisem

(a) $f(x,y) = e^{2x-y}$ při vazební podmínce $x^2 + y^2 = 20$

(b) $f(x,y) = 5 - x - y$ při vazební podmínce $x^2 + 3y^2 = 12$

(c) $f(x,y) = x + 2y - 1$ při vazební podmínce $x^2 + y^2 = 5$

(d) $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2)$ při vazební podmínce $9x^2 + y^2 = 9$

(e) $f(x,y) = x^2 + 2y + y^2$ při vazební podmínce $x^2 + y^2 = 9$

(f) $f(x,y) = e^{x-4y^2}$ při vazební podmínce $x^2 + 8y^2 = 9$

(g) $f(x,y) = \ln(3x^2 + y^2 + 1)$ při vazební podmínce $x^2 + y^2 = 1$

(h) $f(x,y) = e^{3x-y}$ při vazební podmínce $3x^2 + y^2 = 4$

(i) $f(x,y,z) = 4x + 2y + 4z$ při vazební podmínce $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

(j) $f(x,y,z) = x + y + z - 9$ při vazební podmínce $x^2 + y^2 + z^2 = 3$

(v d, e, f, g funguje i dosazovací metoda 🙂)

Výsledky

6. (a) f má v bodě $A = [-3, 2]$ vázané lokální minimum,

(b) f má v bodě $A = [2, 1]$ vázané lokální maximum,

(c) f má v bodě $A = [1, 2]$ vázané lokální maximum a v bodě $B = [-1, 2]$ vázané lokální minimum,

(d) f má v bodě $A = [-3, 2]$ vázané lokální minimum,

(e) f má v bodě $A = [8, 8]$ vázané lokální minimum,

(f) f má v bodě $A = [0, -1]$ vázané lokální minimum,

(g) f má v bodě $A = [0, 1]$ vázané lokální maximum a v bodě $B = [2, -1]$ vázané lokální minimum,

(h) f má v bodě $A = [2, 1]$ vázané lokální minimum a v bodě $B = [1, 0]$ vázané lokální maximum,

(i) f má v bodě $A = [2, 8]$ vázané lokální minimum a v bodě $B = [-2, -8]$ vázané lokální maximum.

7. (a) f má v bodě $A = [-4, 2]$ vázané minimum a v bodě $B = [4, -2]$ vázané maximum,

(b) f má v bodě $A = [3, 1]$ vázané minimum a v bodě $B = [-3, -1]$ vázané maximum,

(c) f má v bodě $A = [-1, -2]$ vázané minimum a v bodě $B = [1, 2]$ vázané maximum,

(d) f má v bodech $A = [0, 3]$, $B = [0, -3]$ vázané maximum a v bodech $C = [1, 0]$, $D = [-1, 0]$ vázané minimum,

(e) f má v bodě $A = [0, -3]$ vázané minimum a v bodě $B = [0, 3]$ vázané maximum,

(f) f má v bodě $A = [3, 0]$ vázané maximum a v bodech $B = [-1, 1]$, $C = [-1, -1]$ vázané minimum,

(g) f má v bodech $A = [0, 1]$, $B = [0, -1]$ vázané minimum a v bodech $C = [1, 0]$, $D = [-1, 0]$ vázané maximum,

(h) f má v bodě $A = [-1, 1]$ vázané minimum a v bodě $B = [1, -1]$ vázané maximum,

(i) f má v bodě $A = [-2, -1, -2]$ ($\lambda = 1$) vázané minimum a v bodě $B = [2, 1, 2]$ ($\lambda = -1$) vázané maximum,

(j) f má v bodě $A = [-1, -1, -1]$ ($\lambda = \frac{1}{2}$) vázané minimum a v bodě $B = [1, 1, 1]$ ($\lambda = -\frac{1}{2}$) vázané maximum.