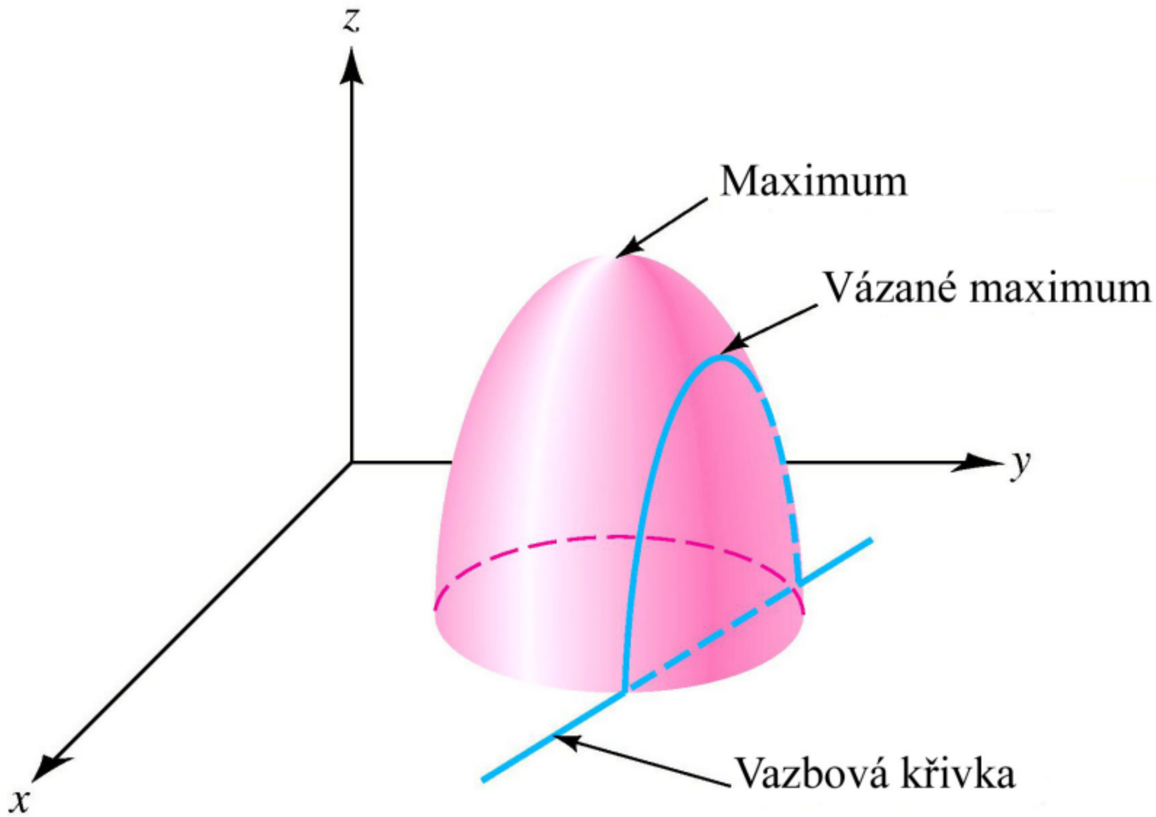
učebnice s. 174

Teorie 8 - 21.11.2024

Lokální vázané extrémy



Metody výpočtu

dosazovací

Lagrangeovy multiplikátory

Dosazovací metoda

(jednoduchá, ale nefunguje vždycky 😢)

1) Vyjádříme jednu z proměnných z vazební podmínky
2) Dosadíme do funkce. Tím jsme získali funkci jedné proměnné, už to umíme počítat.

Metoda Lagrangeových multiplikátorů

Nechť f a $g_1, \ldots, g_k$ jsou funkce r proměnných, $k < r$. Vázané extrémy funkce f při vazebních podmínkách

$$g_1(x_1, \ldots, x_r) = 0, \ \ldots \ , g_k(x_1, \ldots, x_r) = 0$$

můžeme najít pomocí metody Lagrangeových multiplikátorů následujícím způsobem:

(1) Vytvoříme tzv. Lagrangeovu funkci, která je definována vztahem

$$L(x_1, \ldots, x_r) = f(x_1, \ldots, x_r) + \lambda_1 g_1(x_1, \ldots, x_r) + \cdots + \lambda_k g_k(x_1, \ldots, x_r),$$

kde $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$ jsou reálná čísla, kterým říkáme *Lagrangeovy multiplikátory.*

(2) Podezřelé body z vázaného extrému funkce f najdeme řešením soustavy

$$\begin{aligned} \partial_1 L(x_1, \ldots, x_r) \quad &= 0, \\ \ldots \\ \partial_r L(x_1, \ldots, x_r) \quad &= 0, \\ g_1(x_1, \ldots, x_r) \quad &= 0, \\ \ldots \\ g_k(x_1, \ldots, x_r) \quad &= 0, \end{aligned}$$

kde $\partial_i L$ je parciální derivace Lagrangeovy funkce podle x_i $(i = 1, \ldots, r)$. To je soustava $(r + k)$ rovnic pro neznámé $x_1, \ldots, x_r, \lambda_1, \ldots, \lambda_k$.

(3) Pokud je množina bodů vyhovující vazebním podmínkám kompaktní, dokončíme řešení pomocí zobecněné Weierstrassovy věty, jinak můžeme použít odpovídající postačující podmínku (přesahuje rámec tohoto textu[31]).