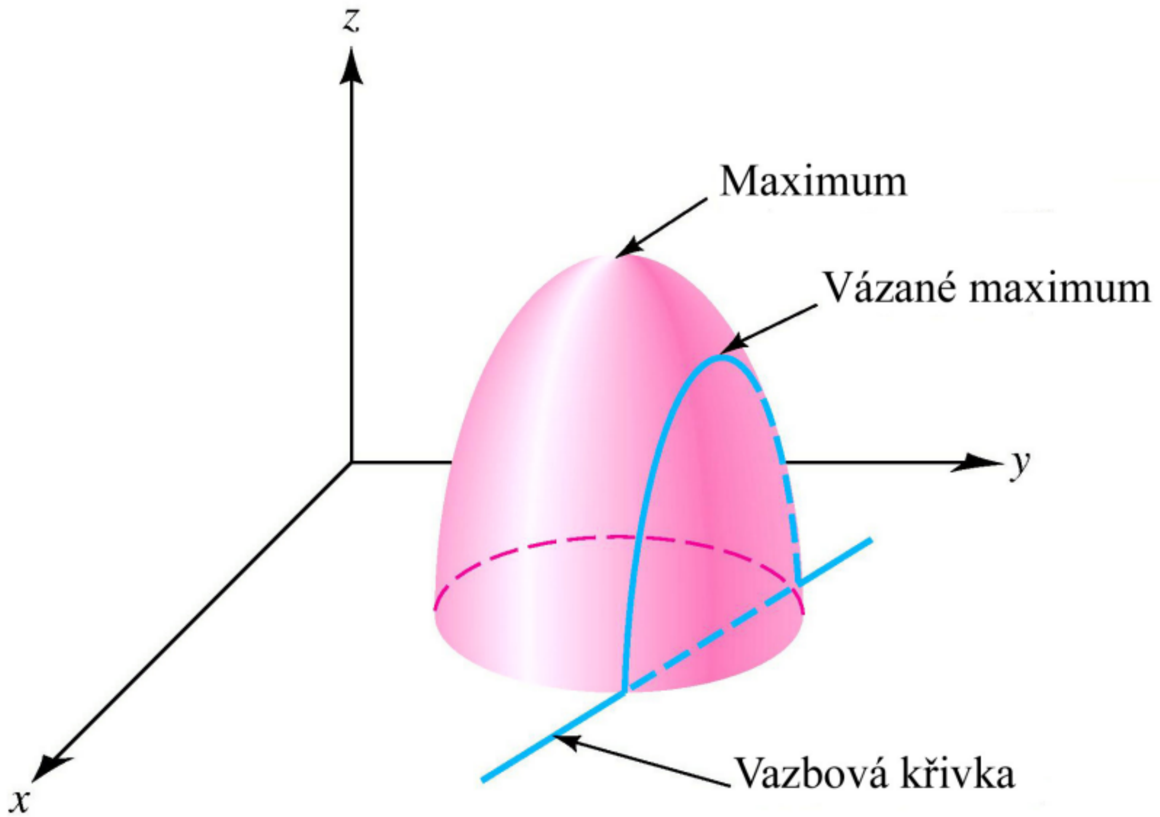
učebnice s. 174

Teorie 8 - 21.11.2024

Lokální vázané extrémy



Metody výpočtu

dosazovací

Jakobián

Dosazovací metoda

(jednoduchá, ale nefunguje vždycky)

1) Vyjádříme jednu z proměnných z vazební podmínky
2) Dosadíme do funkce. Tím jsme získali funkci jedné proměnné, už to umíme počítat.

Jakobián

Máme funkci f(x,y) a vazební podmínku.
1) Napíšu vazební podmínku ve tvaru g(x,y)=0 (dám všechno na levou stranu).
2) Vypočítám $\partial_x f, \partial_y f, \partial_x g, \partial_y g$
3) Vyřeším soustavu rovnic:

$$\partial_x f \cdot \partial_y g - \partial_y f \cdot \partial_x g = 0$$
$$g(x,y) = 0$$

Řešením jsou extrémy (za určitých podmínek, viz věta dole)
4) Dosadím nalezené body do původní funkce f(x, y), abych určila, co z toho je minimum a co je maximum

Věta (zobecněná Weierstrassova). *Funkce (dvou proměnných) spojitá v neprázdné kompaktní množině má na této množině maximum i minimum.*

Věta (nutná podmínka pro vázaný extrém). *Má-li funkce dvou proměnných f při vazební podmínce $g(x,y) = 0$ v bodě C vázaný extrém a funkce f, g mají v okolí bodu C spojité parciální derivace, pak*

$$\begin{vmatrix} \partial_x f(C), & \partial_y f(C) \\ \partial_x g(C), & \partial_y g(C) \end{vmatrix} = 0.$$

To samý jako tohle:
$$\partial_x f \cdot \partial_y g - \partial_y f \cdot \partial_x g = 0$$

Poznámka. Determinant v předchozí větě se nazývá *Jacobiho determinant* funkcí f, g, nebo stručně *jakobián* funkcí f, g.