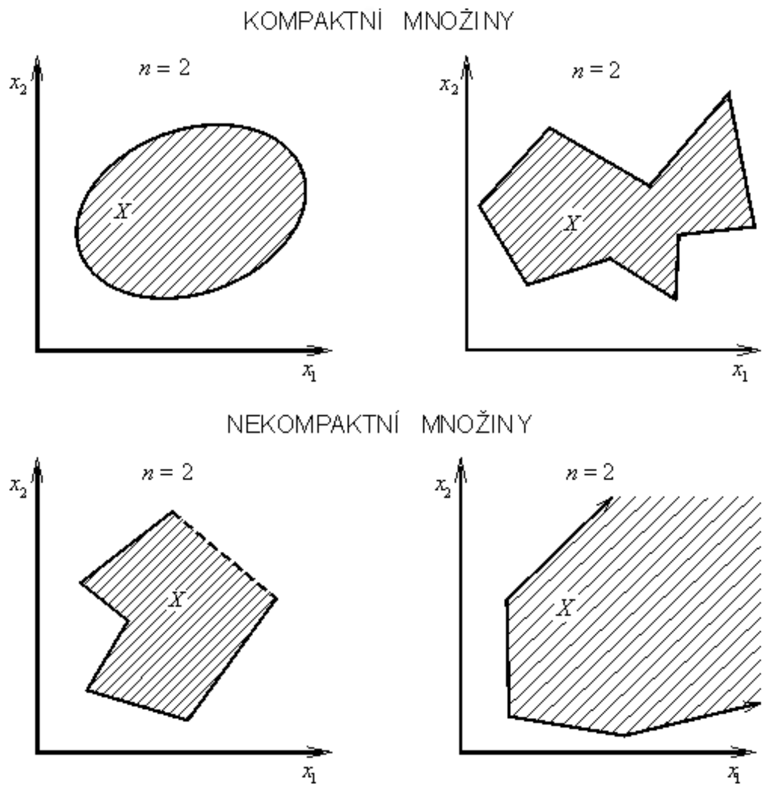
Teorie 7 - 31.10.2024

Kompaktní množina

Definice. *Nechť $M \subset \mathcal{R}^2$. Množina M se nazývá* **kompaktní,** *jestliže je uzavřená a omezená.*



Lokální extrémy funkce dvou proměnných

Definice. *Nechť M je podmnožina definičního oboru funkce dvou proměnných f. Jestliže pro všechna $X = [x, y] \in M$ platí*

$$f(X) \leq f(C), \qquad \textit{resp. } f(X) \geq f(C),$$

říkáme, že funkce f má v bodě $C = [c_1, c_2]$ **maximum** (*resp.* **minimum**) *na množině M. Maximum a minimum funkce jsou tzv.* **extrémy funkce.**

Algoritmus hledání lokálních extrémů:

VSTUP: funkce dvou proměnných f(x,y)

1. Určím D(f).
2. Vypočítám parciální derivace $\partial f_x(x,y)$ a $\partial f_y(x,y)$.
3. Vyřeším soustavu rovnic $\partial f_x(x,y) = 0, \partial f_y(x,y) = 0$.
   Řešením jsou potenciální extrémy.
4. Vypočítám druhé parciální derivace: $\partial f_{xx}(x,y), \partial f_{yy}(x,y), \partial f_{xy}(x,y)$
5. Pro každy bod C, který nám vyšel v bodě 3, počítáme:

   $$D_1 = \partial f_{xx}(C)$$
   $$D_2 = \partial f_{xx}(C)\partial f_{yy}(C) - \partial^2 f_{xy}(C)$$

6. (a) Jestliže $D_2 > 0$ a $D_1 > 0$, pak funkce f má v bodě C lokální minimum.
   (b) Jestliže $D_2 > 0$ a $D_1 < 0$, pak funkce f má v bodě C lokální maximum.
   (c) Jestliže $D_2 < 0$, pak funkce f nemá v bodě C lokální extrém.