

## Vzorová průběžná písemka

Výsledky by měly být bez chyb. Ale pokud náhodou myslíte, že mám chybu, nebo nerozumíte, jak se něco počítá, tak se nebojte napsat 😊: mkapytka@protonmail.com

### Zadání

1. Vypočítejte limity:

(a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{0,5^n - 3}{n + 2 \cdot 3^n}$

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 3 \cdot 4^n}{1 - 5 \cdot 3^n}$

2. Vypočítejte limity:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{x-2}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3}{x-2}}$

3. Načrtněte graf libovolné funkce  $f(x)$ , pro kterou platí:

- $D(f) = \mathbb{R} \setminus 2$
- $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

4. Vypočítejte první derivaci a výsledky zjednodušte:

(a)  $f(x) = 5 + 3^x \cdot x^3$

(b)  $g(x) = \frac{5-x}{x^2+1}$

(c)  $h(x) = \ln((x+1)^2)$

5. Určete všechny lokální extrémy funkce  $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 2x^2 + 1$

6. Napište Taylorův polynom třetího řádu funkce  $f(x) = \sqrt{2x+1}$  v bodě  $a = 0$ .

## Výsledky

1. Vypočítejte limity:

(a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{0.5^n - 3}{n + 2 \cdot 3^n} = 0$  (vytýkáme  $3^n$  z čitatele a jmenovatele)

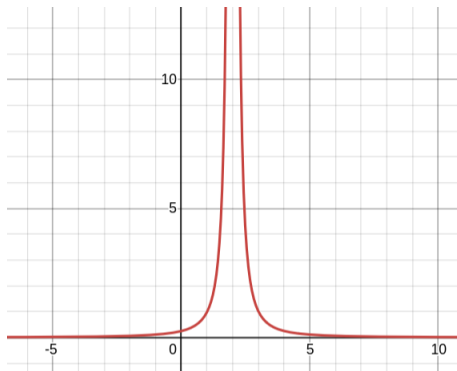
(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 3 \cdot 4^n}{1 - 5 \cdot 3^n} = -\infty$  (vytýkáme  $3^n$  z čitatele a jmenovatele)

2. Vypočítejte limity:

(a) limita neexistuje (limity zprava a zleva jsou různé)

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3}{x-2}} = 0$  (limita složené funkce - na začátku počítáme limitu zlomku, potom odmocniny)

3. Načrtněte graf funkce  $f(x)$ , která splňuje podmínky: třeba  $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$ , viz graf z Desmosu:



4. První derivace:

(a)  $f'(x) = 3^x x^2 \cdot (\ln(3) \cdot x + 3)$  (vzorec derivace součinu)

(b)  $g'(x) = \frac{x^2 - 10x - 1}{(x^2 + 1)^2}$  (vzorec derivace podílu)

(c)  $h'(x) = \frac{2}{x+1}$  (vzorec derivace složené funkce)

5. Lokální extrémy funkce  $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 2x^2 + 1$ :

$$x = 0 \text{ (lokální minimum) } \quad \text{a} \quad x = \frac{8}{3} \text{ (lokální maximum)}$$

6. Taylorův polynom třetího řádu funkce  $f(x) = \sqrt{2x+1}$  v bodě  $a = 0$ :

$$T_3(x) = 1 + x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^3$$