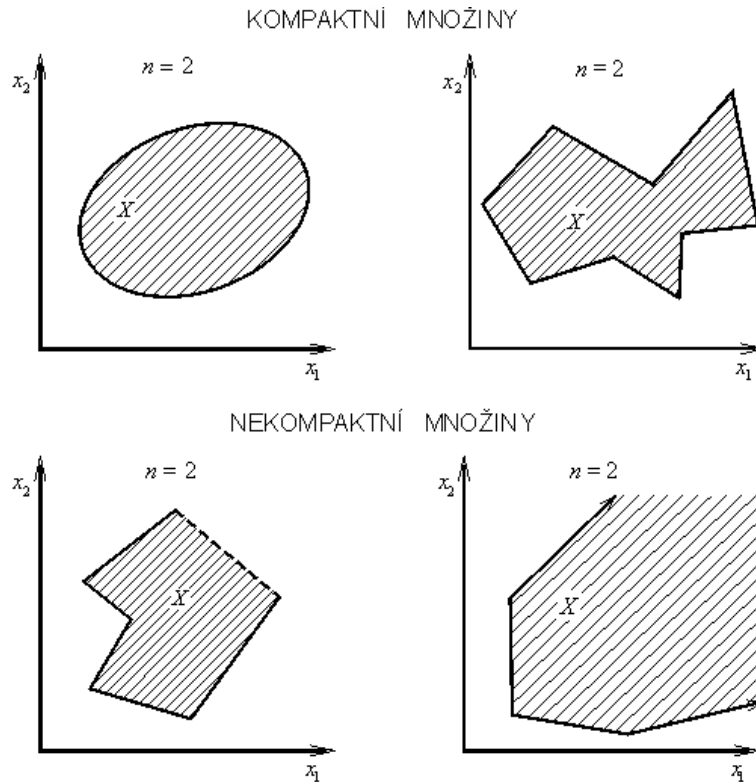


Teorie 7 - 31.10.2024

Kompaktní množina

Definice. Necht' $M \subset \mathcal{R}^2$. Množina M se nazývá **kompaktní**, jestliže je uzavřená a omezená.



Lokální extrémy funkce dvou proměnných

Definice. Necht' M je podmnožina definičního oboru funkce dvou proměnných f . Jestliže pro všechna $X = [x, y] \in M$ platí

$$f(X) \leq f(C), \quad \text{resp. } f(X) \geq f(C),$$

říkáme, že funkce f má v bodě $C = [c_1, c_2]$ **maximum** (resp. **minimum**) na množině M . Maximum a minimum funkce jsou tzv. **extrémy** funkce.

Algoritmus hledání lokálních extrémů:

VSTUP: funkce dvou proměnných $f(x,y)$

1. Určím $D(f)$.
2. Vypočítám parciální derivace $\partial f_x(x, y)$ a $\partial f_y(x, y)$.
3. Vyřeším soustavu rovnic $\partial f_x(x, y) = 0, \partial f_y(x, y) = 0$.
Řešením jsou potenciální extrémy.
4. Vypočítám druhé parciální derivace: $\partial f_{xx}(x, y), \partial f_{yy}(x, y), \partial f_{xy}(x, y)$
5. Pro každý bod C , který nám vyšel v bodě 3, počítáme:

$$D_1 = \partial f_{xx}(C)$$

$$D_2 = \partial f_{xx}(C)\partial f_{yy}(C) - \partial f_{xy}(C)\partial f_{yx}(C)$$

6. (a) Jestliže $D_2 > 0$ a $D_1 > 0$, pak funkce f má v bodě C lokální minimum.
(b) Jestliže $D_2 > 0$ a $D_1 < 0$, pak funkce f má v bodě C lokální maximum.
(c) Jestliže $D_2 < 0$, pak funkce f nemá v bodě C lokální extrém.