Teorie 9 - 28.11.2024

Primitivní funkce, neurčitý integral

Definice. *Funkce F, pro kterou platí*

$$F'(x) = f(x) \quad \text{pro všechna } x \in J,$$

se nazývá **primitivní funkce k funkci f v intervalu J.**

Definice. *Libovolnou primitivní funkci k funkci f v intervalu J budeme značit*

$$\int f, \quad \text{resp.} \int f(x)\,dx$$

a říkat jí **neurčitý integrál funkce f.**

Věta (základní vzorce pro neurčité integrály). *Pro neurčité integrály platí (c je integrační konstanta):*

1.	$\int 0\,dx = c$	pro	$x \in \mathcal{R}$
2.	$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	pro	$x \in \mathcal{R}$ $(n \in \mathcal{N})$
3.	$\int x^\alpha\,dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$	pro přípustná	x $(\alpha \in \mathcal{R} - \{-1\})$
4.	$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln\lvert x\rvert + c$	pro	$x \in \mathcal{R} - \{0\}$
5.	$\int e^x\,dx = e^x + c$	pro	$x \in \mathcal{R}$
6.	$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$	pro	$x \in \mathcal{R}$ $(a > 0,\, a \neq 1)$
7.	$\int \sin x\,dx = -\cos x + c$	pro	$x \in \mathcal{R}$
8.	$\int \cos x\,dx = \sin x + c$	pro	$x \in \mathcal{R}$
9.	$\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + c$	pro	$x \in \mathcal{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi\}$
10.	$\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{cotg} x + c$	pro	$x \in \mathcal{R} - \{k\pi\}$
11.	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \arcsin x + c$	pro	$x \in (-1, 1)$
12.	$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \operatorname{arctg} x + c$	pro	$x \in \mathcal{R}$

Věta (o integraci součtu funkcí a reálného násobku funkce). *Jestliže existují integrály* $\int f$ *a* $\int g$ *v intervalu* J *a* $k \in \mathcal{R}$, *pak při vhodné volbě integračních konstant je*

$$\int (f+g) = \int f + \int g, \qquad \int kf = k \int f$$

Věta (o integraci per partes). *Jestliže existují derivace* f', g' *a integrál* $\int f'g$ *v intervalu* J, *pak při vhodné volbě integračních konstant je*

$$\int f \cdot g' = f \cdot g - \int f' \cdot g$$