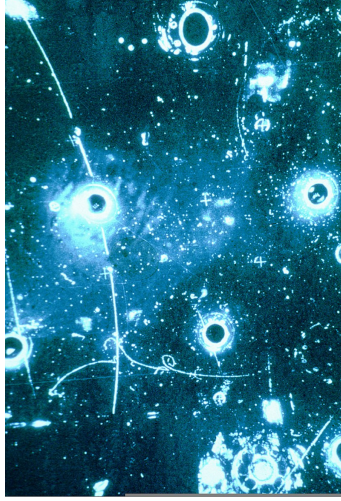


Akdeniz Üniversitesi  
Fen Fakültesi - Fizik Bölümü  
FİZ319 Kuantum Fiziği Ders Notları



Doç. Dr. Mesut Karakoç

September 22, 2021

# İçindekiler

<b>1</b>	<b>Kuantum Fiziğinin Ortaya Çıkışı</b>	<b>4</b>
1.1	Karacisim Işınması	4
1.1.1	Klasik Fiziğe Göre	4
1.1.2	Planck Dağılımı ve Kuantumlu Enerji Kavramı	7
1.2	Fotoelektrik Etki	9
1.3	Compton Etkisi	13
1.4	Elektron: Parçacık mı, Dalga mı?	15
1.5	Rutherford ve Bohr Atom Modelleri	17
1.6	Franck-Hertz Deneyi	21
1.7	Uygunluk İlkesi	22

## List of Figures

1	Kara cisim, küre şeklindeki kovukta açılan deliktir.	5
2	Yalıtılmış, kapalı ve açık sistemlerin temsili.	5
3	Denk. 2'deki fonksiyonun varlığını gösteren spektrum.	6
4	3000, 4000 ve 5000 Kelvin sıcaklıklarındaki sistemlerin kara cisim spektrumları.	7
5	Üç farklı modelle elde edilen kara cisim ısıma spektrumlarının frekansa göre davranışı.	8
6	Üç farklı modelle elde edilen kara cisim ısıma spektrumlarının dalga boyuna göre davranışı.	8
7	+z yönünde ilerleyen düzlem EM dalgalar.	10
8	Hertz tarafından kullanılan deney düzeniğinin şeması [8].	11
9	Fotoelektronların (fotoelektrik etkiyle koparılan elektron) sahip olabileceği en büyük kinetik enerjinin ölçümü [8].	12
10	Işık gönderilen plakanın cinsine bağlı olarak belirli bir frekans değerinin altındaki değerlerde fotoelektron koparılamaz [8]. Dolayısıyla $\nu_0$ frekansının altındaki frekanslar için durdurucu potansiyelin büyüklüğü 0 V'tur.	12
11	Compton'un deney sonuçları [3, 8, 13]. $0^\circ$ 'den $135^\circ$ dereceye kadar çizilen çizgi gelen fotonun (aslında neredeyse kinetik enerji ve momentumunu hiç kaybetmeden saçılan fotonun [13]) dalga boyunu ( $\lambda$ ) , diğer çizgiler ise saçılan fotonun dalga boyunu ( $\lambda'$ ) göstermektedir.	14
12	Serbest (veya zayıf bağlı) ve durgun bir elektrona gelen bir fotonun saçılmasının parçacık modeline göre temsili.	14
13	Davisson ve Germer'in deney düzeniğinin şeması[4].	15
14	Davisson ve Germer'in anısına düzenlenen deneyin gerçekleştirildiği Bell laboratuvarındaki anı tablosu[4].	15
15	Davisson ve Germer'in deney sonuçları[12].	16
16	Deneyde kullanılan hedefin geometrik yapısı [7]. Kalın ok gelen elektron demetlerini temsil etmektedir.	16
17	Deney sonuçlarının Bragg yasası ile ilişkisi [12].	16
18	Tonomura [5].	17
19	Tonomura [5].	17
20	<i>Solda:</i> Thomson tarafından önerilen atom modeli ve bu modele göre alfa saçılım deneyinin beklenen sonucu. <i>Sağda:</i> Gerçekleştirilen deneydeki sonuç ve bu sonuca göre Rutherford'un önerdiği gezegen atom modeli.	17
21	Bohr ve Rutherford atom modeline göre tek elektronlu bir atomik yapının temsili.	19

22	Hidrojen atomu için; elektron geçişleri sırasındaki yayınlanan fotonların dalga boyları [6]. . . . .	19
23	Franck-Hertz deney düzeneğinin şeması. . . . .	21
24	Franck-Hertz deneyinde kullanılan civa dolu tüp. Şekilde Katot (C), Izgara (G) ve Anot (A) işaretlenmiştir. . . . .	21
25	Franck-Hertz deneyinde Katot ve Izgara arasına uygulanan elektrik potansiyeline karşı Anotta oluşan akımın grafiği. Şekildeki çukurlar arası uzaklık 4.9 Volt'tur. . . . .	22
26	Şeklin sol tarafında civa (Hg) atomlarının uyarılmış atomlarının taban duruma dönebilmek için yayınladıkları fotonların dalga boyu spektrumu verilmiştir. Sağ tarafta ise Franck-Hertz deneyinde gözlenen (254 nm) fotonların dalga boyu verilmiştir. . . . .	22

## List of Tables

1	Wien kayma yasası ile elde edilen dalga boyu değerleri. Şekil 4'de spektrum eğrileri üzerinde içi dolu noktalar olarak işaretlenmişlerdir. . . . .	6
---	--	---

For, as it has once been said, “research is to see what everybody has seen and to think what nobody has thought.” But post iacturam quis non sapit! [14]

## 1 Kuantum Fiziğinin Ortaya Çıkışı

Kuantum fiziğinin doğum sürecinin 14 Aralık 1900 tarihinde başladığı kabul edilebilir. O gün Max Planck Alman Fizik Topluluğu’nun bir toplantısında “Normal Spektrumda Enerjinin Dağılımı Yasası Üzerine” [17] başlıklı makalesini sunmuştu [8]. Bu makale çok ilgi görmemesine rağmen, bir elektronun enerjisinin kuantumlu olabileceğini ilk defa öne sürdüğü için önemlidir.

Kuantum fiziğinin bütünüyle sadece bu makaleyle başladığını söylemek pek doğru olmaz. On dokuzuncu yüzyılın başlarında gerçekleştirilen bazı deneyleri klasik fizik açıklamakta yetersiz kalmıştır. Bu ilk bölümde bu deneyleri ve bu deneylerin açıklanması için ortaya çıkan yeni kavramları (ışığın parçacık özelliği, maddenin dalga davranışı, fiziksel niceliklerin kuantumlanması) anlamaya çalışacağız.

### 1.1 Karacisim Işınması

#### 1.1.1 Klasik Fiziğe Göre

On dokuzuncu yüzyılın başlarında fizikçilerin en çok ilgilendikleri konulardan birisi: ısıtılmış cisimlerin nasıl ısıma yaptıklarıdır? Bu nedenle ısıtılmış cisimlerin ışıması üzerine bir çok deney yapılmıştır ve teorik olarak açıklanması gereken bir çok deneysel veri ortaya çıkmıştır [18]. Termal ışımlarla ilgili teorik çalışmalar Gustav Kirchhoff’un 1859 yılındaki çalışmaları ile başlar [10].

Kirchhoff “Işık ve ısınmın yayılımı ve soğurulması arasındaki ilişki” [14, 15] adlı makalesinde etrafları mükemmel yansıtıcılarla sarılmış iki yayıcı ve soğurucu sonsuz paralel plakanın ısı dengesi durumundaki ışınmın alış verişlerini inceledi. Plakaların ışıma, soğurma ve yansıtma özellikleri için sırasıyla  $E(\lambda, T)$ ,  $A$  ve  $R$  ifadelerini aşağıdaki gibi tanımladı:

- $E(\lambda, T)$  (yayınlanma gücü): herhangi bir  $T$  sıcaklığında birim dalga boyu başına ışımanın birim alan ve birim zaman başına şiddetini tanımlar ve birimi  $W/m^3 \equiv \frac{J}{s \cdot m^3}$ ’dir.
- $A$  plakasının kendi üzerine gelen ışının plaka tarafından soğurulma oranıdır.
- $R$  plakasının kendi üzerine gelen ışının plaka tarafından yansıtılma oranıdır.
- Bu tanımlara göre  $A + R = 1$ ’dir.

Kirchhoff ortaya attığı problemdeki termal dengedeki levhalardan birinden yayınlanan ışınmının enerjisinin diğeri tarafından soğurulmanın enerjiye eşit olması gerektiğini gösterdi ve böylece her iki plaka içinde  $E/A$  oranının eşit olacağını gösterdi.

Daha sonra Kirchhoff “kara cisim” diye adlandırdığı bütün ışık spektrumunu soğurabilen bir nesne kavramını ortaya attı ve bu nesne için  $A = 1$  olması gerektiğini fark etti. Bu durumda “kara cisim” davranışına sahip cisimler için  $E(\lambda, T)$  evrensel bir fonksiyon halini almaktadır.

Böyle bir karacisim şeklindeki gibi bir küresel kovukta açılan delikle temsil edilir. Bu deliğe gelen neredeyse bütün elektromanyetik ışınlar kovuktan tekrar çıkamazlar ve kovuk duvarları tarafından soğurulurlar. Böylece kovuğun bu çok küçük deliği bütün elektromanyetik spektrumu soğuran bir kara cisim halini alır.

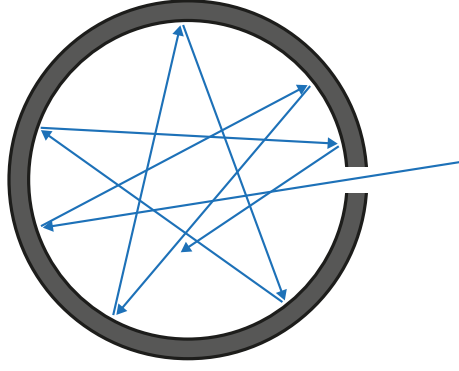


Figure 1: Kara cisim, küre şeklindeki kovukta açılan deliktir.

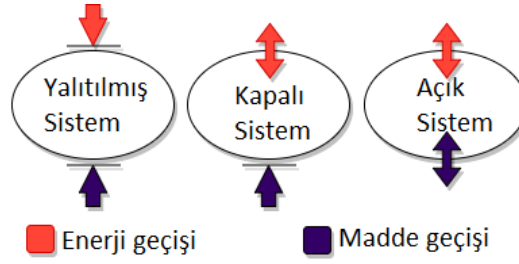


Figure 2: Yalıtılmış, kapalı ve açık sistemlerin temsili.

- Termodinamiğin ikinci yasasına göre yalıtılmış bir sistemin entropisi ya artar ya da ideal bir denge durumunda sabit kalır.

Kara cismin yalıtılmış (izole) bir sistem içerisinde bulunduğunu düşünürsek ve cismin yalıtılmış sistemdeki bütün enerjiyi soğurabileceğini kabul edersek bu yalıtılmış sistemin entropisinin azalacağı anlamına gelir ki; bu durum termodinamiğin ikinci yasasının ihlali anlamına gelir. Bu nedenle kara cisim kendisini çevreleyen yalıtılmış bu sistemle termal ışıma yaparak dengeye gelmek zorundadır.

Kirchhoff bu yasaya dayanarak kovuğun içinde termal ışımanın homojen olması gerektiğini ve ışıma akısının yönden bağımsız olması gerektiğini ve aynı sıcaklığa sahip herhangi bir kovuk sistemi için bu durumun geçerli olduğunu gösterdi.

Kovuğun içinde  $\lambda$  ile  $\lambda + d\lambda$  dalga boyları aralığındaki ışımlar için enerji yoğunluğu  $w(\lambda, T)d\lambda$ 'dır ve yayınlama gücü  $E(\lambda, T)$  ile olan ilişkisi aşağıdaki gibidir,

$$w(\lambda, T) = \frac{4E(\lambda, T)}{c}. \quad (1)$$

burada  $c$  ışığın boşluktaki hızıdır ve  $w(\lambda, T)d\lambda$ 'nin birimi  $\text{J/m}^3$ 'tür. Wilhelm Wien 1894 yılında enerji yoğunluğunun (deneysel verilerin bir sonucu olarak),

$$w(\lambda, T) = \lambda^{-5} f(\lambda T) \quad (2)$$

gibi bir fonksiyon cinsinden yazılabileceğini gösterdi. Bu fonksiyonun bir benzerini frekansa bağlı olarak aşağıdaki gibi yazmak da mümkündür. Eğer  $\lambda = c/\nu$  olduğu hatırlanırsa,  $\lambda$  ile  $\lambda + d\lambda$  dalgaboyları aralığındaki ışımların enerji yoğunluğu için frekansa bağlı ifadenin,

$$w(\lambda, T)|d\lambda| = w(c/\nu, T) \frac{c}{\nu^2} |d\nu| \quad (3)$$

şeklinde olacağı açıktır. Bu durumda frekansa bağlı olarak aşağıdaki gibi yeni bir enerji yoğunluğu fonksiyonu tanımlanabilir,

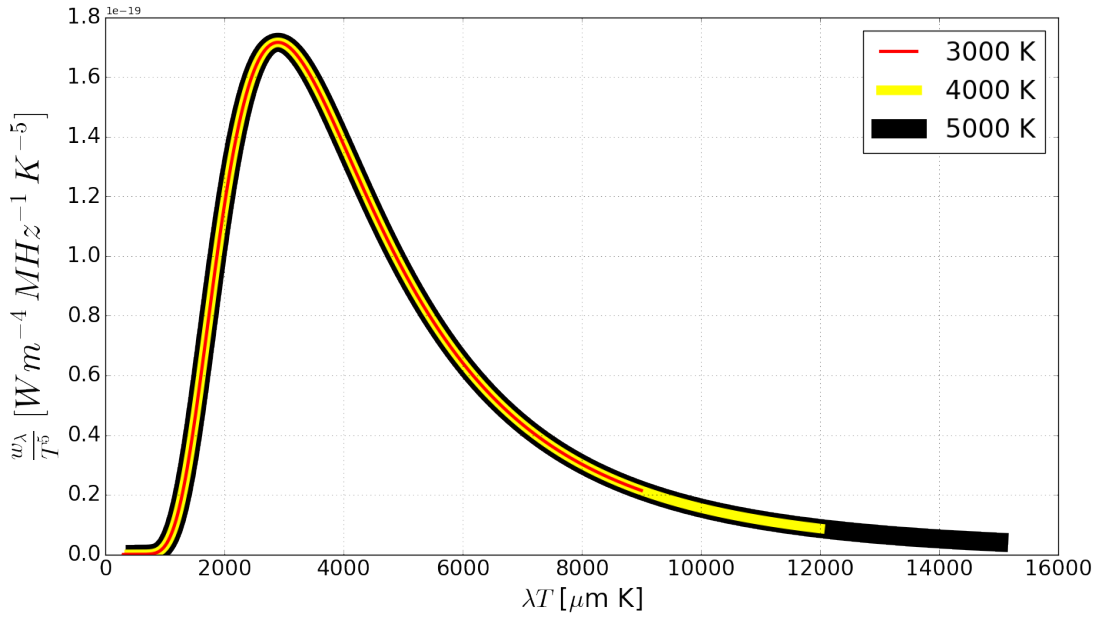


Figure 3: Denk. 2'deki fonksiyonun varlığını gösteren spektrum.

$$u(\nu, T) \equiv w(c/\nu, T) \frac{c}{\nu^2}. \quad (4)$$

Tanımlanan yeni ifade ile önceki ifade arasında (SI birimleri:  $[w(\lambda, T)] = \text{J/m}^4$  ve  $[u(\nu, T)] = \text{J s/m}^3$ ),

$$u(\nu, T) |d\nu| = w(\lambda, T) |d\lambda| \quad (5)$$

bağıntısı ortaya çıkar. Böylece Wien'in önerdiği tek parametrelili bilinmeyen fonksiyon,

$$u(\nu, T) = \nu^3 g\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad (6)$$

olarak da önerilebilir. Wien bilinmeyen bu fonksiyon için Lummer ve Pringsheim'in deneylerine dayanarak,

$$g(\nu/T) = C e^{-\beta \nu/T} \quad (7)$$

formunu önermiştir ve ışıma spektrumun yüksek frekanslı (düşük dalga boyu) kısımlarını açıklamayı başarmıştır. Yine aynı fonksiyondan faydalanarak,

$$\lambda_{enb} = b/T \quad (8)$$

Wien kayma yasası olarak bilinen eşitliği bulmuştur. Burada  $b = 2.8977729(17) \times 10^{-3} \text{ m K}$  değerindedir ve biraz önce bahsedilen deneyden elde edilen bir sabittir. Bütün kara cisim spektrumları için geçerlidir. Bu yasa ile belirli bir sıcaklıkta hangi dalga boyunda en büyük ışıma şiddetinin gerçekleşeceği belirlenebilir. Örneğin Şekil 4'teki spektrumlar için Wien yasasından faydalanılarak Tablo 1'deki değerler bulunur.

T (°K)	$\lambda_{enb} (\mu\text{m})$
3000	0.966
4000	0.724
5000	0.580

Table 1: Wien kayma yasası ile elde edilen dalga boyu değerleri. Şekil 4'de spektrum eğrileri üzerinde içi dolu noktalar olarak işaretlenmişlerdir.

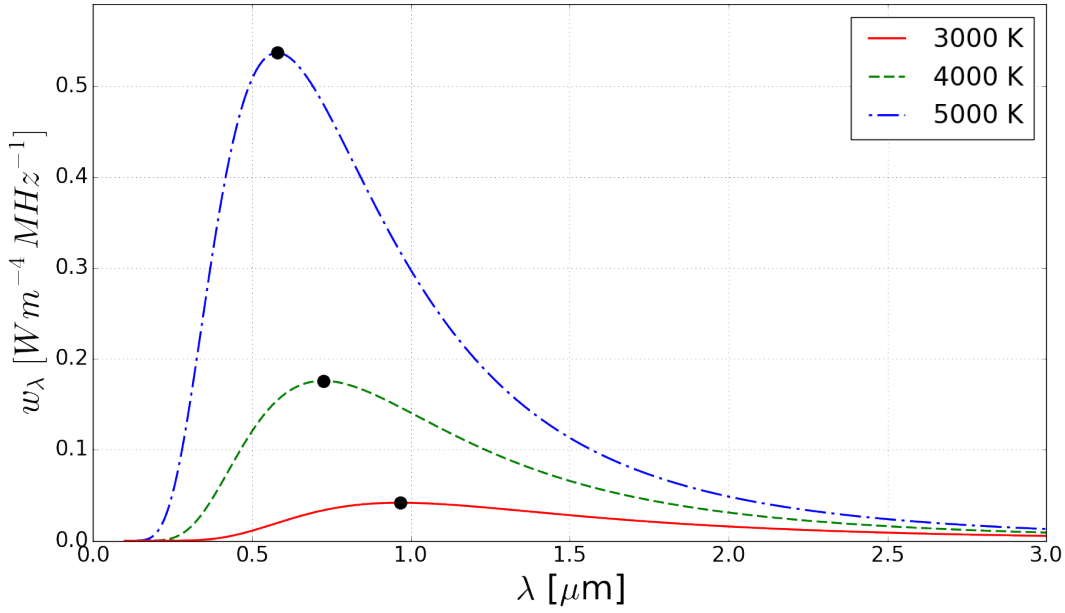


Figure 4: 3000, 4000 ve 5000 Kelvin sıcaklıklarındaki sistemlerin kara cisim spektrumları.

Wien'in modeli yüksek frekanslarda deneyle uyumlu olmasına karşın düşük frekanslarda bu başarıyı yakalayamamıştır. Ek olarak Wien'in modeli klasik fiziğin temel bazı varsayımlarını göz önüne almamıştır.

J. W. S. Rayleigh klasik fizikteki enerjinin eş bölüşümü teoremini ve elektromanyetik dalgaların kovuk içerisindeki normal modlarını hesaba katarak,

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T \quad (9)$$

sonucuna ulaşmıştır. Burada  $k_B = 1.38064852 \times 10^{-23}$  J/K, Boltzmann sabitidir ve enerjinin eş bölüşüm teoremine göre  $k_B T$  serbestlik derecesi başına ortalama enerjidir. Elde edilen bu dağılım Rayleigh-Jeans dağılımı olarak bilinir. Jeans'in katkısı Rayleigh'in hesaplarında yaptığı bir düzeltmeden kaynaklanmaktadır. Rayleigh-Jeans dağılımı Wien dağılımının aksine yüksek frekanslarda başarısızdır. Ek olarak bütün frekanslar üzerinden alınan integral sonucunda elde edilen kovuk içindeki toplam enerji yoğunluğu ıraksar ve sonsuz değer verir, böylece fiziksel açıdan doğru olmayan bir sonuç elde edilmiş olur.

### 1.1.2 Planck Dağılımı ve Kuantumlu Enerji Kavramı

Planck, Wien ve Rayleigh-Jeans dağılımlarını dikkate alarak deneysel eğriyi çok iyi açıklayan,

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \quad (10)$$

dağılım formülünü elde etmiştir. Burada  $h$  daha sonra çok ünlenen fakat Planck tarafından sadece deneysel ve teorik eğriyi birbirine uydurabilmek için eklenmiş bir serbest parametredir. Daha sonra serbest parametrenin(!) değerinin  $h = 6.626070040 \times 10^{-34}$  J s olduğu bulunmuş ve adına Planck sabiti denmiştir. Planck'ın elde ettiği dağılım ifadesi  $\frac{h\nu}{k_B T} \ll 1$  için Rayleigh-Jeans dağılımına indirgenirken,  $\frac{h\nu}{k_B T} \gg 1$  için Wien dağılımına indirgenmektedir.

Planck ilk önceleri bu ifade için teorik bir temel kuramasa da daha sonra, kovuğun duvarlarındaki ışıının yayılma ve soğurulma dinamik dengesini izah edebilmek için kovuğun duvarlarının basit salıncıklar (osilatör) gibi davrandığını ortaya atmıştır. Bu düşüncüyü ortaya

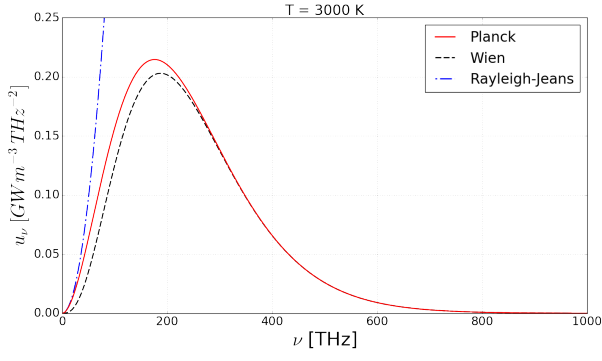


Figure 5: Üç farklı modelle elde edilen kara cisim ışıma spektrumlarının frekansa göre davranışı.

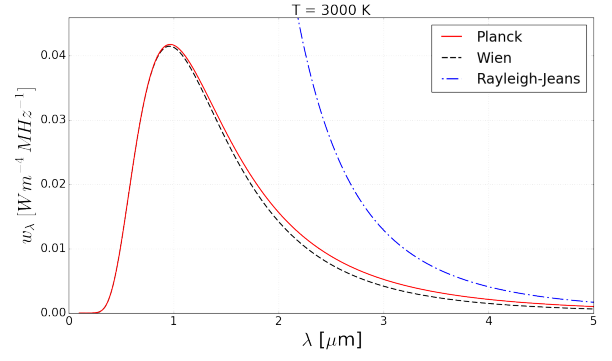


Figure 6: Üç farklı modelle elde edilen kara cisim ışıma spektrumlarının dalga boyuna göre davranışı.

atarken önemli bir varsayımda bulunmuştur: “herhangi bir  $\nu$  frekanslı ışımanın sadece  $E = h\nu$  enerjili paketler (kuanta) halinde yayılabilir veya soğurabilir”.

Boltzmann dağılımı ile kara cismin ortalama enerjisi klâsik fiziğe göre,

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{\infty} E P(E) dE}{\int_0^{\infty} P(E) dE} = k_B T \quad (11)$$

olarak bulunur. Burada  $P(E)$  basit harmonik salınıcılarının  $E$  enerjisine sahip olma olasılığını tanımlayan Boltzmann dağılımıdır ve

$$P(E) = \frac{e^{-E/k_B T}}{k_B T} \quad (12)$$

olarak tanımlanır. İntegral sonucu elde edilen ortalama enerji  $k_B T$  eş bölüşüm teoremindeki enerjidir. Bulunan bu ortalama enerji Rayleigh-Jeans’in Denk. 9’deki dağılımını verir. Bu nedenle Planck  $E$ ’nin sürekli değerlere değil de izinli ve kesikli değerlere sahip olması gerektiğini düşünmüştür. Böylece  $n = 0, 1, 2, \dots$  olmak üzere, Denk. 11,

$$\bar{E} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} E P(E)}{\sum_{n=0}^{\infty} P(E)} \quad (13)$$

olarak yeniden yazılabilir. Herhangi bir radyasyon yayılımı veya soğurulması  $E = nh\nu$  enerjili değerler alabildiğine göre,

$$\bar{E} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu \frac{e^{-E/k_B T}}{k_B T}}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-E/k_B T}}{k_B T}} \quad (14)$$

sonucuna ulaşılır. Gerekli matematiksel işlemler tamamlandığında [8] kovuk içi basit salınıcılarının (harmonik osilatörlerin) ortalama enerjisi,

$$\bar{E} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \quad (15)$$

olarak bulunur. Elde edilen bu sonuç birim hacimdeki harmonik osilatör sayısı  $(\frac{8\pi\nu^2}{c^3})$  ile çarpıldığında Denk. 10’deki Planck dağılımı elde edilmiş olur.



Şekil 5’de ve 6’da sürekli çizgiyle çizilen eğriler Planck dağılımlarıdır ve deneysel verileri en iyi açıklayan dağılımlardır. Ek olarak Planck enerji yoğunluğu dağılımının bütün frekanslar üzerinden integrali alındığında Rayleigh-Jeans gibi ıraksamaz ve sonlu kalır. Integralin sonucunda toplam enerji yoğunluğu ( $[U(T)] = J/m^3$ ) aşağıdaki gibi olur.

$$U(T) = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^{\infty} d\nu \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} = aT^4 \quad (16)$$

Eğer integral yayının gücü yoğunluğu üzerinden alınmış olsaydı sonuçta toplam birim alan başına güç ( $[E(T)] = W/m^2$ ) ise,

$$E(T) = \sigma T^4 \quad (17)$$

olurdu. Her iki ifade de karacisim ışımasını için benzeri bir sonucu ifade etmektedir ve Stefan-Boltzman yasası olarak bilinmektedir: “bütün ışıma spektrumu üzerinden alınan integral sonucu elde edilen ışıma enerji yoğunluğu veya ışıma yayının gücü sıcaklığın dördüncü kuvvetiyle doğru orantılıdır”. Her iki ifadedeki sabitlerin değerleri,

$$\sigma = 5.670367(13) \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} \quad (18)$$

$$a = 4 \frac{\sigma}{c}$$

olarak verilir ve  $\sigma$  Stefan-Boltzmann sabiti [2] olarak adlandırılır.

Planck neden bu şekilde kesikli bir davranışın gerçekleştiğine bir açıklama getiremedi ve bilinmeyen bir nedenle kovuk duvarlarındaki atomların paketler (kuantlar) halinde kesikli enerjiler yayınladıklarını öne sürdü. “Bilinmeyen neden” fotoelektrik etkinin Einstein tarafından çalışılmasıyla açığa çıkarılmış oldu.

Günlük hayatımızda ışığın kesikli veya parçacıklı doğasını görememiz doğaldır. Örneğin, beyaz ışık yayan ve 5 Watt’lık tasarruflu bir ampulden gözümüze 400 nm (mor) ve 700 nm (kırmızı) dalga boyu aralığında bir çok ışık gelmektedir (*elektromanyetik spektrum web link*). Ampulden gelen bütün ışığın en küçük dalga boyuna yani en fazla enerjiye sahip olduğunu varsayalım. Bu durumda bir tek ışık paketinin sahip olacağı enerji,

$$h\nu = hc/\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J s} \cdot 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{400 \times 10^{-9} \text{ m}} \approx 5 \times 10^{-19} \text{ J} \quad (19)$$

olur. Bu çok küçük bir enerji miktarıdır. 5 Watt’lık tasarruflu ampülün bir saniyede yayınlayacağı ışık paketi sayısı ise,

$$N = \frac{5 \text{ J/s}}{5 \times 10^{-19} \text{ J}} \approx 10^{19} \text{ paket/s} \quad (20)$$

olur. Bu miktarda paketin insan gözü tarafından bir saniyede tek tek sayılması mümkün değildir!

## 1.2 Fotoelektrik Etki

1860’larda Maxwell ünlü Elektrik ve Manyetik alan denklemlerini yazdı, bu denklemler elektrik yükünün olmadığı bir yerde

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (21)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (22)$$

şeklini alırlar. Bu denklemlerden faydalanarak Elektrik ve Manyetik alanının zamanla davranışını Elektromanyetik (EM) dalga olarak aşağıdaki dalga denklemleriyle tanımladı.

$$\begin{aligned}\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} - \nabla^2\vec{E} &= 0 \\ \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} - \nabla^2\vec{B} &= 0\end{aligned}\quad (23)$$

Işığın da bu denklemlere uygun davranış gösteren EM dalgaları olduğu biliniyordu. Denk. 23'teki dalga denklemlerinin çözülmesiyle belirlenen bu EM dalgaları boşlukta,

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(kz - \omega t), \quad \vec{B} = \vec{B}_0 \sin(kz - \omega t), \quad (24)$$

yukarıdaki dalga fonksiyonları ile tanımlanırlar. Burada  $k = 2\pi/\lambda$  dalga sayısı ve  $\omega = 2\pi\nu$  açısal frekanstır. EM dalgaları temsili olarak aşağıdaki şekildeki gibi ilerler ve enerji taşırlar. EM

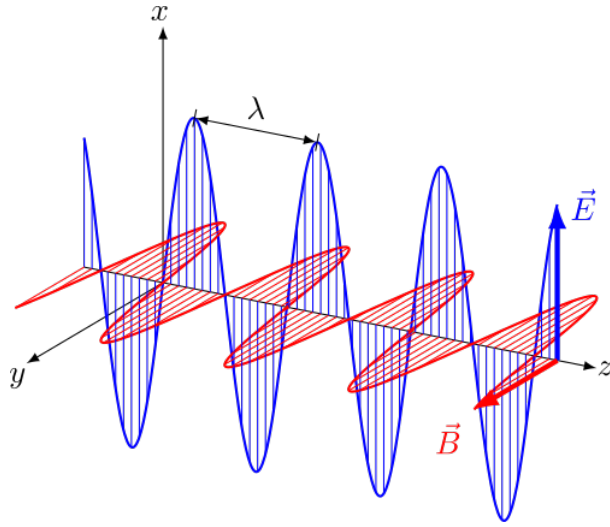


Figure 7:  $+z$  yönünde ilerleyen düzlem EM dalgalar.

dalgalarının taşıdığı enerjinin akışı matematiksel olarak ise Poynting vektörü ile tanımlanır. Yukarıdaki düzlem dalgalar için,

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (25)$$

genel tanımından yola çıkarak,

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} E_0 B_0 \sin^2(kz - \omega t) \hat{z} \quad (26)$$

olarak bulunur. Poynting vektörü birim alan başına aktarılan gücü ( $W/m^2$ ) veya birim alan başına birim zamanda aktarılan enerjiyi ( $J/s/m^2$ ) tanımlar. Eğer  $x - y$  düzlemine paralel  $z$  eksenine dik  $A$  alanına sahip bir dedektör yüzeyine aktarılabilecek gücü hesaplamak istersek,

$$P = SA \quad (27)$$

ile hesaplayabiliriz. EM dalgasının elektrik ve manyetik alan bileşenlerinin genlikleri arasında  $B_0 = E_0/c$  bağıntısı olduğunu da hatırlayarak,

$$P = \frac{1}{\mu_0 c} E_0^2 A \sin^2(kz - \omega t) \quad (28)$$

ile dedektöre aktarılan gücü hesaplayabiliriz. Böylece klasik olarak ışığın bir yüzeye aktarabileceği gücün (veya şiddetin  $I = P/A$ ) elektrik veya manyetik alanın genliğinin karesiyle orantılı olduğu görülür.

Fakat, 1887’de Heinrich Hertz ve daha sonra diğerleri tarafından da gerçekleştirilen fotoelektrik etki deneyleri ışığın EM dalga gibi bir davranış göstermediği durumlarında varlığını ortaya koydu. Deneyde basitçe, A metal plakasına gelen tek renkli ışık eğer elektron kopara-

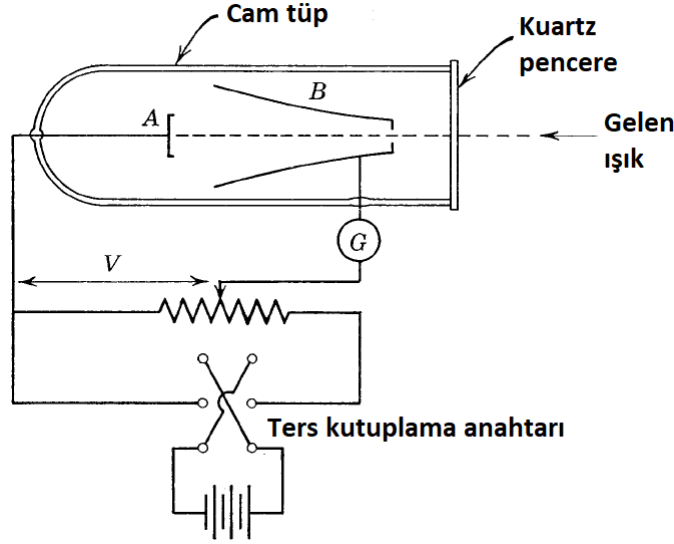


Figure 8: Hertz tarafından kullanılan deney düzeneğinin şeması [8].

bilirse ve bu koparılan elektron B plakasına ulaşabilirse  $G$  ampermetresinde bir akım okunmaktadır. Böyle bir deney düzeneğinden klasik EM teoremine göre elektronların koparılabilirliği ve dolayısıyla fotoelektrik etkinin izah edileceği düşünülebilir. Buna göre klasik fiziğin fotoelektrik etki için tahminleri [16] aşağıdaki gibi özetlenebilir.

- **Koparılan elektronların sahip olabileceği en büyük kinetik enerji ( $KE$ ) ışığın şiddetiyle orantılı olmalıdır:** Işığın şiddeti  $I = P/A$  arttıkça  $KE$ 'de artmalıdır. Böylece bir elektrona aktarılan enerjinin artmış olması beklenmelidir.
- **Fotoelektrik etki ışığın frekansından veya dalga boyundan bağımsızdır:** Işığın şiddeti yeterliyse frekansı ne olursa olsun elektron koparılabilir.
- **Işık A plakasına vardıktan sonra saniye mertebesindeki sürelerde plakadan elektron yayınlanır:**  $\Delta E/\Delta t = P_{ort}$  ifadesinden bir elektrona koparmak için ne kadar süre harcanması gerektiği hesaplanabilir. Burada  $\Delta E$  elektron koparmak için gerekli enerji,  $P_{ort}$  gönderilen ışığın ortalama gücü ve  $\Delta t$  elektronun koparılma süresidir. Gecikme süresi beklentisinin nedeni; eğer ışık dalga gibi davranıyorsa bu dalganın her bir dalga cephesinin bir elektrona yavaş yavaş enerjisini aktarması ve sonunda yeterli miktarda enerji aktarılınca elektronun metal yüzeyden kopacağı düşünülmesidir.

Klasik EM teorisinin önerilerine rağmen deneylerde gözlenen sonuçlar aşağıdaki gibidir.

- **Belirli bir frekanstaki (veya dalga boyundaki) ışık ile koparılan bir elektronun en büyük kinetik enerjisinin ışığın şiddetiyle bağlantısı yoktur:** Şekil 9'a göre  $i$  akım eksenli ışığın şiddeti arttıkça yayınlanan elektron sayısının arttığının bir ölçüsüdür. Fakat her iki farklı şiddetteki ışığın ortak noktası frekanslarının aynı olmasıdır ve bir elektrona aktarabildikleri enerji aynıdır.

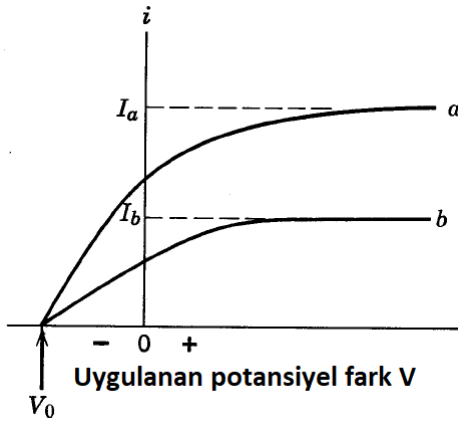


Figure 9: Fotoelektronların (fotoelektrik etkiyle koparılan elektron) sahip olabileceği en büyük kinetik enerjinin ölçümü [8].

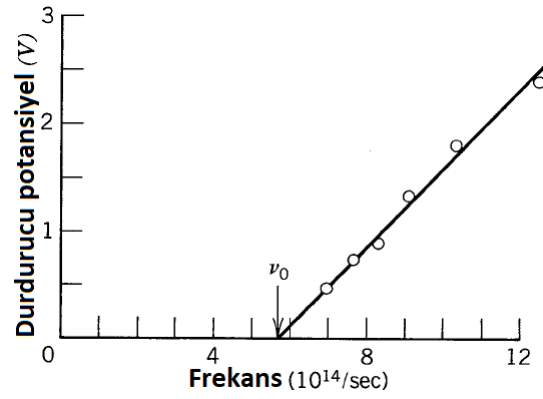


Figure 10: Işık gönderilen plakanın cinsine bağlı olarak belirli bir frekans değerinin altındaki değerlerde fotoelektron koparılamaz [8]. Dolayısıyla  $\nu_0$  frekansının altındaki frekanslar için durdurucu potansiyelin büyüklüğü 0 V'tur.

- **Eğer ışığın frekansı belirli bir değerin altındaysa fotoelektrik etki gerçekleşmez:** Deney düzenindeki metal plakanın cinsine bağlı olarak ışığın frekansı yetersizse, şiddeti ne olursa olsun ışık elektron yayınlamasını sağlayamaz (bkz. Şekil 10).
- **Işık metal plakaya ulaştıktan  $10^{-9}$  s sonra, neredeyse hiç zaman geçmeden, fotoelektron salınımı gerçekleşir:** Bu durum klasik EM dalga teorisinin tahmin ettiği saniye mertebesiyle çelişmektedir.

Einstein 1905 yılında Planck'ında fikirlerinden faydalanarak ışığın dalga paketleri halinde,

$$E = h\nu \quad (29)$$

var olabileceklerini ortaya attı. Planck'da kesikli enerjili ışımları önermişti fakat Planck'a göre siyah cismin duvarlarından salınan termal ışımlar  $h\nu$  enerjisiyle salındıktan sonra tekrar bir su dalgası gibi yayılmaktaydılar. Einstein ise salınan bu ışık paketlerinin (light quanta) dalga gibi yayılmak yerine birer parçacık gibi davrandıklarını iddia etmiştir. Bu parçacığa daha sonraları foton adı verilmiştir.

Foton adlı bu parçacıklar  $h\nu$  enerjisi taşımakla beraber boşlukta ışık hızında hareket ederler. Işık hızına yakın hareket eden cisimler için çoğu zaman Einstein'ın özel görelilik teoremi geçerlidir. Bu teoriye uyduklarına göre kütle sahibi olamazlar aksi takdirde ışık hızına ulaştıklarında sonsuz enerjili olmaları gerekir. Bu teoreme göre fotonlar aynı zamanda  $p = E/c$  momentumu taşırlar. Böylece kütleli parçacıklara benzer davranışlar göstermiş olurlar.

Einstein metal plakaya gelen fotonlardan fotoelektron koparanların enerjilerinin fotoelektronlar tarafından tamamen soğurulduğunu varsaydı ve bunun denklemini enerji korunumundan,

$$E = h\nu = \frac{1}{2}m_e v^2 + W \quad (30)$$

olarak tanımladı. Bu formülden anlaşıldığı üzere  $\nu$  frekanslı fotonun enerjisinin bir kısmı fotoelektronu metal yüzeyden koparmak için harcanır ve iş fonksiyonu ( $W$ ) olarak adlandırılır. Geri kalanı ise fotoelektronun kinetik enerjisini oluşturur. Bu kinetik enerji sayesinde fotoelektron diğer plakaya ulaşır ve fotoelektrik etki kaynaklı elektrik akımı oluşur.

Bu denklem ile Einstein fotoelektrik etkinin üç sonucunu da izah etmiş oldu.

- Denklem 30 ışığın şiddetinden bağımsızdır, böylece Şekil 9'daki  $V_0$  durdurma potansiyelinin  $K_{enb} = -eV_0 = h\nu - W$  eşitliğinden en büyük kinetik enerjiyi vereceği açıktır.
- Aynı denklem  $\frac{1}{2}m_e v^2 = h\nu - W$  olarak yeniden yazılırsa bir metal yüzeyden fotoelektron koparabilecek bir fotonun frekansının, Şekil 10'daki gibi,  $\nu_0$  frekansına eşit veya daha büyük olması gerektiği daha açık görülebilir. Bu frekansın değerinin en az  $\nu_0 = W/h$  olması gerektiği açıktır çünkü daha küçük bir frekans değeri için elektronun kinetik enerji sahibi olması mümkün değildir.
- Fotonlar  $E = h\nu$  enerjili ve  $p = E/c = h\nu/c = h/\lambda$  momentumlu bir parçacık gibi davrandıklarından, metal yüzeyindeki bir elektronla etkileşimleri ve elektronu metal yüzeyden koparmaları neredeyse anında gerçekleşir.

### 1.3 Compton Etkisi

Planck ve Einstein'in katkı sunduğu ışık kuantumlarının (fotonların) enerji taşıyan parçacıklar olduğu kavramını destekler nitelikte Einstein 1916 yılında yaptığı çalışmayla fotonların momentum taşımaları gerektiği sonucuna ulaşmıştır. Bu ulaşılan teorik sonuç Arthur H. Compton tarafından gerçekleştirilen deneyle doğrulanmıştır.

Compton etkisi (saçılması veya olayı) olarak bilinen bu deneyde X-ışınları metalik bir yüzeye gönderilmiş ve bu metalden saçılan fotonların dalga boyları, saçılma açıları ve şiddetleri kaydedilmiştir. Şekil 11'de verilen deneysel verilere göre metal plakaya gönderilen fotonların bir kısmının dalga boyu değişmezken bir kısmının fark edilir miktarda değiştiği anlaşılmaktadır.

Klasik EM teorisinin temelleri üzerine bu tür deneylerin açıklanması için J. J. Thomson [19] tarafından geliştirilen teoriye göre saçılan ışığın enerjisi gelen ışığın dalga boyundan bağımsızdır. Fakat, Compton, Planck ve Einstein'in yolunu takip ederek, ışığın bir parçacık gibi davranması gerektiği varsayımıyla yaptığı deneyin verilerini açıklamayı başarmıştır.

Parçacık modeline göre enerji ve momentum korunumu için,

$$E_\gamma + E_e = E_{\gamma'} + E_{e'} \quad (31)$$

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}_{\gamma'} + \vec{p}_{e'} \quad (32)$$

eşitlikleri yazılabilir. Burada  $E_\gamma = h\nu$  ve  $E_{\gamma'} = h\nu'$  gelen ve saçılan fotonların enerjileridir. Saçılmadan önce elektron neredeyse durgun kabul edildiğinden  $E_e = m_e c^2$  enerjisine sahiptir, saçıldıktan sonra ise  $E_{e'} = \sqrt{(p_{e'}c)^2 + (m_e c^2)^2}$  enerjisine sahip olabilir (eğer yeterince momentum kazanırsa görelî fiziğin sınırları içine girer). Bu ifadeler enerji korunumunu tanımlayan Denk. 31'da kullanılırsa,

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \sqrt{(p_{e'}c)^2 + (m_e c^2)^2} \quad (33)$$

denklemleri elde edilir. Bu denklem yeniden düzenlenerek saçılan elektronun momentumu bulunabilir,

$$p_{e'}^2 c^2 = (h\nu - h\nu' + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^4. \quad (34)$$

Momentumun korunumunu belirleyen Denk. 32 yeniden düzenlenirse,

$$\vec{p}_{e'} = \vec{p}_\gamma - \vec{p}_{\gamma'} \quad (35)$$

halini alır. Saçılan elektronun momentumunun kendisiyle iç (skaler) çarpımı sonucunda,

$$p_{e'}^2 = \vec{p}_{e'} \cdot \vec{p}_{e'} = (\vec{p}_\gamma - \vec{p}_{\gamma'}) \cdot (\vec{p}_\gamma - \vec{p}_{\gamma'}) \quad (36)$$

$$= p_\gamma^2 + p_{\gamma'}^2 - 2p_\gamma p_{\gamma'} \cos \theta. \quad (37)$$

elde edilir. Elde edilen son eşitliğin her iki tarafı  $c^2$  ile çarpılır ve foton momentumları yerine  $p = E/c = h\nu$  yazılabileceği hatırlanırsa,

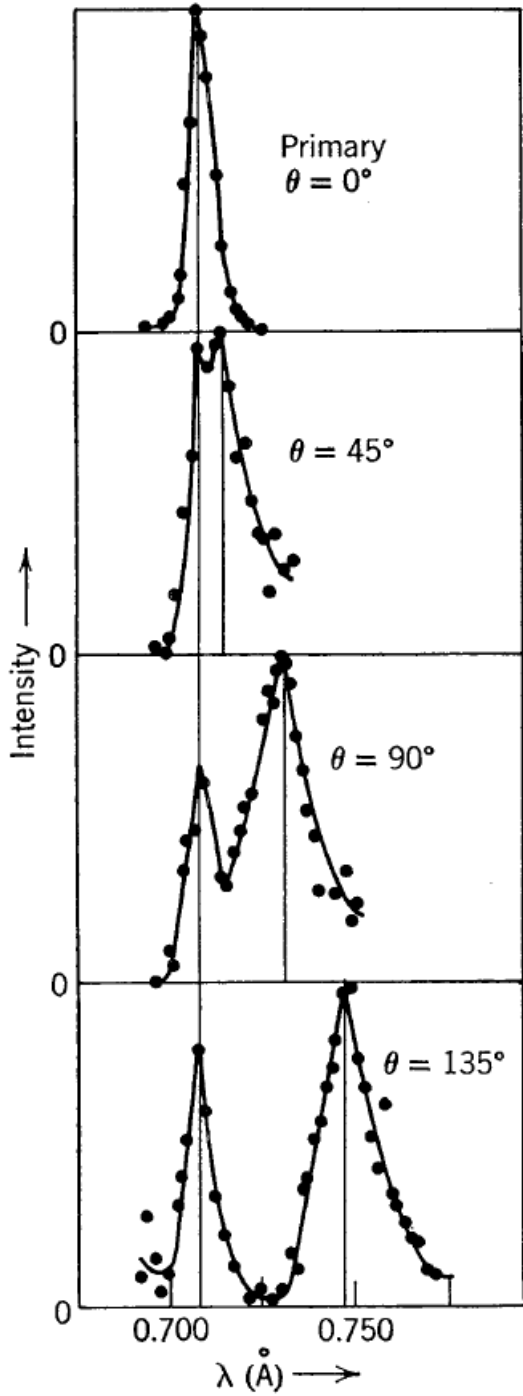


Figure 11: Compton'un deney sonuçları [3, 8, 13].  $0^\circ$ 'den  $135^\circ$  dereceye kadar çizilen çizgi gelen fotonun (aslında neredeyse kinetik enerji ve momentumunu hiç kaybetmeden saçılan fotonun [13]) dalga boyunu ( $\lambda$ ), diğer çizgiler ise saçılan fotonun dalga boyunu ( $\lambda'$ ) göstermektedir.

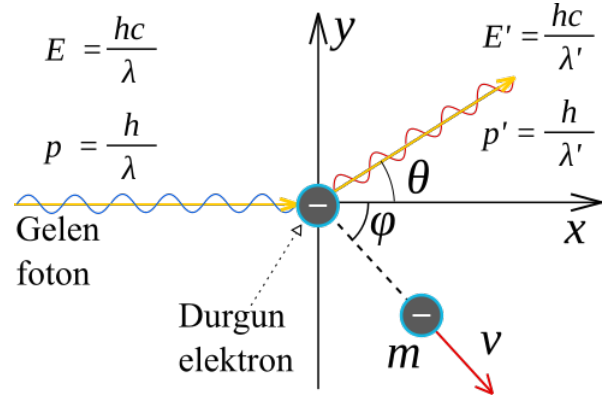


Figure 12: Serbest (veya zayıf bağlı) ve durgun bir elektrona gelen bir fotonun saçılmasının parçacık modeline göre temsili.

$$\begin{aligned} p_e^2 c^2 &= p_\gamma^2 c^2 + p_{\gamma'}^2 c^2 - 2c^2 p_\gamma p_{\gamma'} \cos \theta \\ p_e^2 c^2 &= (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \theta \end{aligned} \quad (38)$$

eşitlikleri elde edilir. Denk. 34 ve 38'nin sol tarafları eşit olduğuna göre sağ tarafları da birbirine eşit olmalıdır. Bu durumda,

$$\begin{aligned} (h\nu - h\nu' + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^4 &= \\ &= (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2h^2 \nu \nu' \cos \theta \end{aligned} \quad (39)$$

olur. Gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,

$$2h\nu m_e c^2 - 2h\nu' m_e c^2 = 2h^2 \nu \nu' (1 - \cos \theta) \quad (40)$$

olur. Her iki taraf  $2h\nu\nu' m_e c$  ile sadeleştirilirse ve  $\nu = c/\lambda$  olduğu hatırlanırsa,

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad (41)$$

dalga boyundaki kaymayı veren denklem elde edilmiş olur.  $h/m_e c \approx 2.4 \times 10^{-10} \text{ cm}$  değerindedir ve elektronun Compton dalga boyu olarak adlandırılır.

## 1.4 Elektron: Parçacık mı, Dalga mı?

1923'te *Louis de Broglie* "Işık paketinin geçici teorisi" adlı çalışmasında her ışık paketinin eylemsiz kütlelerinin  $m_0$  olması gerektiğini ve bu kütle çok küçük olduğundan ışık paketinin (fotonun) hızının neredeyse ışık hızı  $c$  çok yakın olması gerektiğini öne sürmüştür. Böylece bir fotonun bütün enerjisi için,

$$h\nu = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (42)$$

eşitliğini önermiştir [9]. Bu eşitlikten yola çıkarak hafif kütleli bütün parçacıklar için,

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (43)$$

olacağını öne sürdü. de Broglie fotonu hafif de olsa kütleli kabul etmiştir, fakat günümüzde fotonun kütlelerinin sıfır olduğu kabul edilmektedir. de Broglie'nin asıl katkısı bu formülüne getirdiği yeni yorumdur. Bu yoruma göre ışık paketi *dalga-parçacık* ikilik (dualite) doğasına sahipse kütleli parçacıklar da *parçacık-dalga* ikilik doğasına sahip olmalıydı.

Örneğin elektron parçacığı de Broglie'nin önerdiği ifadeyle hesaplanan bir dalga boyuna sahip bir dalga gibi davranabilirdi. Bu öneriye ilk deneysel destek C. J. Davisson ve L. H. Germer tarafından gerçekleştirilen elektron kırınımı (difraksiyonu) deneyinden gelmiştir.

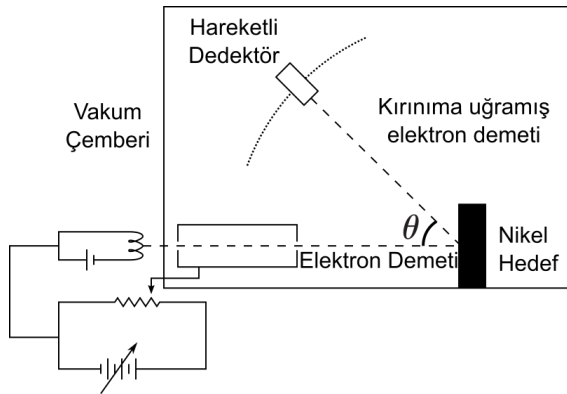


Figure 13: Davisson ve Germer'in deney düzeneğinin şeması[4].



Figure 14: Davisson ve Germer'in anısına düzenlenen deneyin gerçekleştirildiği Bell laboratuvarındaki anı tablosu[4].

Davisson ve Germer Şekil 13'teki deney düzeneğinde hızlarını belirledikleri elektron demetlerini Nikel kristal hedefe göndererek deneylerini gerçekleştirmişlerdir. Bu hedef Şekil 16'daki gibi bir geometrik yapıya ve Şekil 15'teki bir kristal yapıya sahiptir. Uygun momentuma sahip elektronlar şekildeki gibi bir kristal yapıdan saçıldıklarında eğer dalga özelliğine sahiplerse yıkıcı ve yapıcı girişimler yapacaklardır. Bu durumda kısmen Bragg yasasına uyarlar. Böylece Şekil 17'de verilen denklemlere göre kırınımına uğrayıp yapıcı girişim yapan elektronların dalga boyları bulunabilir. Davisson ve Germer'in deneyinde elde edilen sonuçlar Şekil 16'nın alt kısmında görülmektedir. Bragg yasasının dalgaların yapıcı veya yıkıcı girişimlerini izah eden formülüyle (Denk. 44) ilişkili olarak elektronların spektrumlarındaki tepe ve çukur değerlerinin varlığı anlaşılabilir.

$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (44)$$

Davisson ve Germer'den sonra ise moleküler hidrojen, helyum ve yavaş nötronlarla da benzeri deneyler gerçekleştirilmiş ve parçacıkların dalga yapısındaki davranışları tekrar tekrar gözlenmiştir [10].



Çok küçüklerin dünyasında (mikroskopik seviyede) parçacıkların dalga davranışını gözlemek mümkünken, büyüklerin dünyasında (makroskopik seviyede) parçacıkların dalga davranışını gözlemek mümkün değildir. Örneğin, 0.1 mm yarıçaplı,  $4 \times 10^{-3}$  mg kütleli ve 10 cm/s ile ilerleyen bir su damlası için De Broglie dalga boyu,

$$\lambda = h/p = 6.6 \times 10^{-27} [\text{erg s}] / (4 \times 10^{-5} [\text{g cm/s}]) \approx 1.6 \times 10^{-22} \text{ cm}$$

iken, Proton'un yarı çapı  $10^{-13}$  cm'dir. Bu nedenle günlük yaşantımızda ve deneylerimizde makroskopik seviyede dalga etkilerini gözleyemeyiz [10]. Işık veya elektromanyetik dalganın parçacık yapısı davranışının gözlenebilmesi için ise ışığın paketinin dalga boyu ve momentumunun çarpımı Planck sabiti civarında olmalıdır ( $\lambda p \approx h$ ).

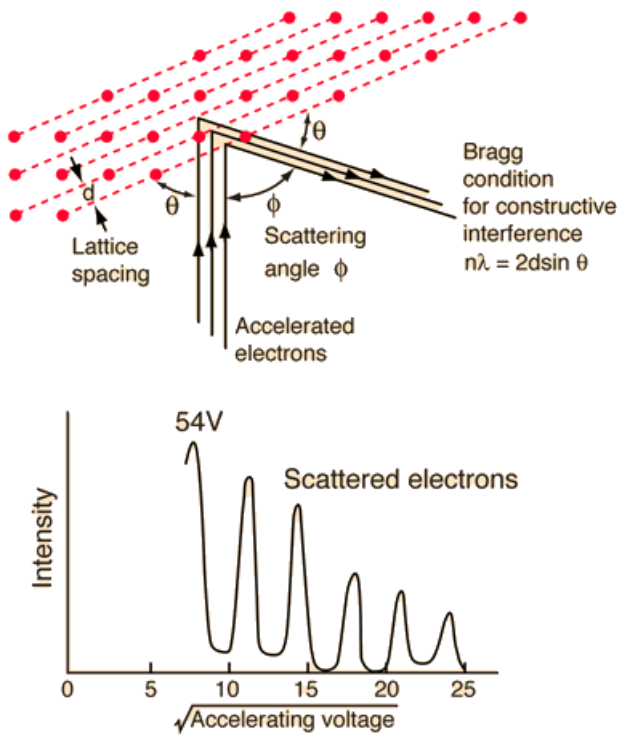


Figure 15: Davisson ve Germer'in deney sonuçları[12].

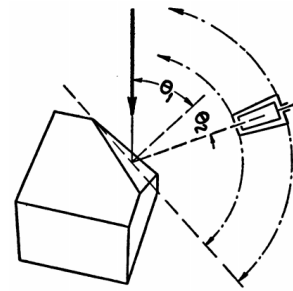


Figure 16: Deneyde kullanılan hedefin geometrik yapısı [7]. Kalın ok gelen elektron demetlerini temsil etmektedir.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{n}{2d \sin \theta} = \frac{p}{h} = \frac{\sqrt{2mE}}{h} = \frac{\sqrt{2meV}}{h}$$

*Electron wavelength*
*Bragg law*
*deBroglie relationship*
*Acceleration through voltage V*

Figure 17: Deney sonuçlarının Bragg yasası ile ilişkisi [12].

Çift yarık deneyi sonra yazılacak...

## YAZILACAK

Bu linkten okunabilir.

Çift yarık animasyonu

Parçacık/Dalga?



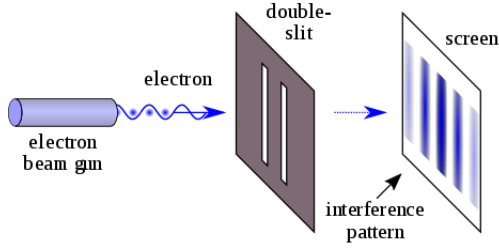


Figure 18: Tonomura [5].

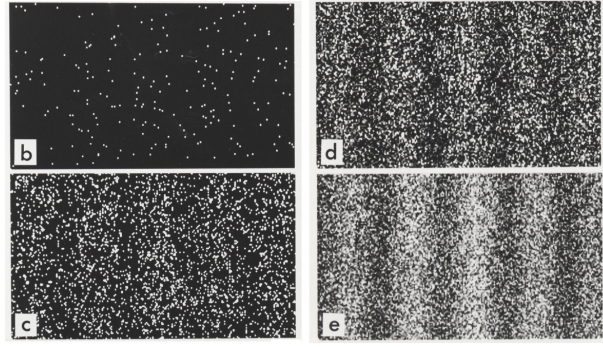


Figure 19: Tonomura [5].

## 1.5 Rutherford ve Bohr Atom Modelleri

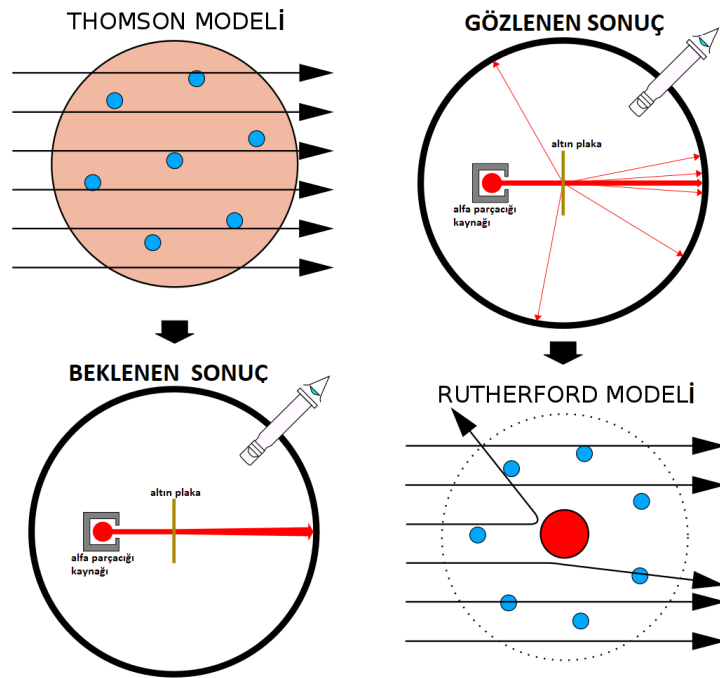


Figure 20: *Solda:* Thomson tarafından önerilen atom modeli ve bu modele göre alfa saçılım deneyinin beklenen sonucu. *Sağda:* Gerçekleştirilen deneydeki sonuç ve bu sonuca göre Rutherford'un önerdiği gezegen atom modeli.

Henri Becquerel ve Marie Cruie'nin öncülüğüne yaptığı radyoaktivite çalışmaları sonucunda, atomun iç yapısını çalışmak için gerekli araçlar ortaya çıkmış oldu. Bunlardan birisi ilk önceleri  $\alpha$  (alfa) parçacıkları olarak adlandırılmış parçacıklardır, çok daha sonra helyum atomunun çekirdeği olduğu anlaşılmıştır.

Ernest Rutherford'un gözetiminde H. W. Geiger ve E. Marsden tarafından 1908'de altın bir plakadan alfa parçacıklarının saçılımı deneyleri gerçekleştirilmiştir. Şekil 20 temsili gösterilen Thomson atom modeline göre gerçekleştirilen deneylerin sonucunda alfaların çok küçük açılarla saçılacakları öngörülebilir. Çünkü elektronun kütlesi alfa gibi büyük kütleli bir parçacığın büyük açılı saçılmaları uğraması için yeterli değildir. Modele göre elektronları çevreleyen pozitif bulut (!) ise gerekli saçılmayı sağlayacak kadar yoğun değildir.

Thomson modelinin öngörülerine karşın deneylerde nadiren de olsa, Şekil 20'de görüldüğü üzere, büyük açılı saçılmaların gerçekleştiği gözlenmiştir. Deneylerin ayrıntılı tarihçesine *Alpha Particles and the Atom* başlıklı web sayfasından ulaşılabilir [1]. Rutherford deney sonuçlarına göre

gezegen atom modeli olarak da isimlendirilen atom modelini önermiştir. Bu modele göre pozitif yükler atomun merkezinde ve çok küçük bir hacimde toplanmış olmalıdır. Böylece alfa parçacıkları büyük kütleli bir merkezden daha büyük bir itici potansiyelle saçılırlar. Bu atom modeline göre elektronlar büyük kütleli ve pozitif yüklü bu merkez etrafında  $1/r^2$  ile orantılı çekici bir kuvvet etkisinde dairesel veya eliptik yörüngeler izlerler.

Rutherford atom modeliyle büyük açılı alfa saçılmaları açıklanabilmiş, fakat yeni sorunlar ortaya çıkmıştır. Elektronlar atom çekirdeği etrafında dairesel yörüngede dönerken, merkezci bir ivmeyle, ivmeli hareket yaparlar. Klasik elektrodinamik (KED) teoriye göre ivmeli hareket yapan herhangi bir elektrik yüklü parçacık ışıma yapar. Bu durumda elektronların nasıl kararlı yörüngelere sahip oldukları açıklanamaz. Çünkü ışıma yapan elektronların enerji kaybederek ve **spiral bir yörünge izleyerek  $10^{-10}$  s 'de çekirdeğe düşmeleri beklenir.**

Dahası KED'ye göre yayınlanan ışınının frekansı elektronun periyodik hareketinin frekansı ile aynı olmalıydı. Fakat, o zamana kadar elde edilen atomik spektrum bilgileriyle bu sonuç gelişmekteydi. Anders Jonas Ångström ve diğerlerinin sonuçlarını inceleyen Johann Jakob Balmer 1885'de ışımların dalga boyunu veren,

$$\frac{1}{\lambda} = R_y \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (45)$$

formülünü keşfetti. Burada  $n_1$  ve  $n_2$  tam sayı,  $R_y$  bir sabittir [10].

Neils Bohr 1913 yılında, Rutherford'dan iki yıl sonra, bu çelişkileri ortadan kaldırabilmek için kendi varsayımlarını fizik topluluğu ile paylaştı. Bu varsayımlar klasik fiziğin sınırları dışında kalmakla beraber belli ölçüde Rutherford atom modelindeki çelişkilere cevap verdiği düşünülebilir. Çünkü spektrumunu açıklarken, kararlılık problemi üzerinde durmamıştır.

- Bir atomik sistemin varlığı ancak *kesikli durağan seviyeler* ile izah edilebilir. Buna göre sistemdeki herhangi bir enerji değişikliği böyle iki seviye arasındaki tam geçişlerle mümkün olabilir.
- İki durağan seviye arasındaki geçişler sırasında yayımlanan veya soğurulan elektromanyetik ışınının frekansı seviyelerin enerjileri  $E_1$  ve  $E_2$  ile,

$$h\nu = E_2 - E_1 \quad (46)$$

şeklinde doğrudan ilişkilidir.

- Bu durağan seviyeler Rutherford atom modelindeki izinli yörüngelere (orbitlere) karşılık gelirler. Bu yörüngelerde elektronlar klasik fizikteki gibi herhangi bir açısal momentum değerini alamazlar, bunun yerine açısal momentumları

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi}; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (47)$$

ifadesine uyan ve tam sayılarla ifade edilen yörüngelerinde bulunabilirler.

Bu varsayımlardan elde edilen teorik sonuçlar hidrojen gibi tek elektronlu ve dairesel yörüngeli atomları izah etmede başarılı olmuştur. Şekil 21'deki temsile göre elektron üzerinde Coulomb yasası gereğince,

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} \quad (48)$$

çekici kuvveti oluşur. Klasik olarak Newton mekaniğinde bir cisme dışarıdan uygulanan merkezci kuvvetler için,

$$\sum F_{\text{dış}} = m_e a = m_e v^2 / r \quad (49)$$

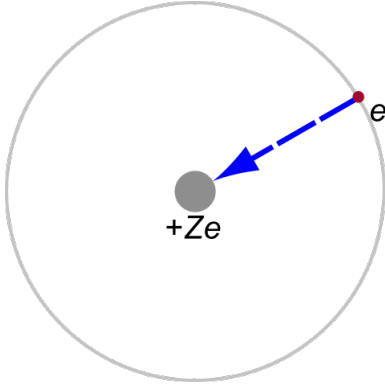


Figure 21: Bohr ve Rutherford atom modeline göre tek elektronlu bir atomik yapının temsili.

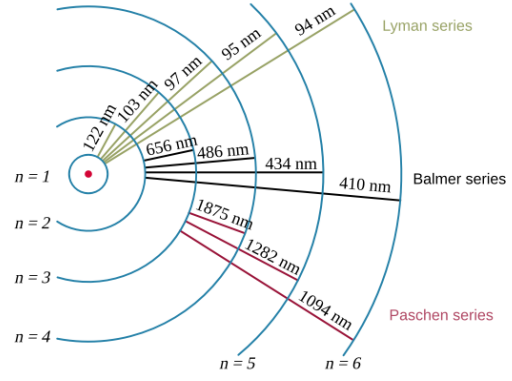


Figure 22: Hidrojen atomu için; elektron geçişleri sırasındaki yayınlanan fotonların dalga boyları [6].

yazılabilir. Elektronu uygulanan tek merkezci ve dış kuvvet Coulomb kuvveti olduğuna göre elektronun hareketini betimlemek için,

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r} \quad (50)$$

yazılabilir. Bohr'un açısal momentum ile ilgili varsayımı (Denklem 47) elde edilen bu son eşitlikte kullanılırsa, sırasıyla elektronun yörünge sürati ve yörünge yarı çapı,

$$v = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi}{nh} \quad (51)$$

ve

$$r = \left( \frac{nh}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{m_e} \frac{1}{(Ze^2/4\pi\epsilon_0)} \quad (52)$$

olur. Klasik olarak elektronun toplam enerjisi,

$$E = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (53)$$

ifadesi ile tanımlanır. Bohr'un modelinden elde edilen sürat ve yarıçap bu denklemde yerine konursa,

$$E = -\frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{h} \right)^2 \left( \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{1}{n^2} \quad (54)$$

elektronun toplam enerjisi olarak bulunur. Bu sonuç, Bohr'un elektronların yörünge geçişlerinde yayınlanan elektromanyetik dalganın enerjisini tanımlayan varsayımı ile birleştirildiğinde, Balmer tarafından önerilen (Denk. 45) seviye geçişleri denkleminde ulaşılır.

Elektronun enerjisi, sürati ve yarıçapı için yukarıda elde edilen ifadeler bir kaç yeni tanımla daha pratik yazılabilirler. İndirgenmiş Plank sabiti

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.054571800 \times 10^{-34} \text{ J s/rad} \quad (55)$$

olarak tanımlanırsa ve  $\nu$  (frekans) yerine  $\omega = 2\pi\nu$  (açısal frekans) kullanılırsa Denk. 46,

$$\omega = \frac{E_2 - E_1}{\hbar} \quad (56)$$

halini alır. Benzer şekilde, elektromanyetik ışıma paketinin (fotonun) enerjisi,

$$E = \hbar\omega \quad (57)$$

olarak yazılabilir. Bohr'un açısal momentum varsayımı,

$$mvr = n\hbar \quad (58)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Ayrıca “ince yapı sabiti” adı verilen pratik bir sabit de çok sık kullanılır. Bu sabit ise,

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137.036} \quad (59)$$

olarak tanımlanmıştır. Bu yeni tanımlarla sürat, yarı çap ve enerji ifadeleri sırasıyla,

$$v = \frac{Z\alpha c}{n} \quad r = \frac{\hbar}{m_e c Z \alpha} n^2 \quad (60)$$

ve

$$E = -\frac{1}{2}m_e(Z\alpha c)^2 \frac{1}{n^2} \quad (61)$$

olarak yazılırlar. Bu ifadelerle Şekil 21'deki gibi herhangi bir tek elektronlu atom için,

- en düşük yörüngenin ( $n=1$ ) yarı çapı (Bohr yarı çapı olarak da adlandırılır),

$$a_0 = \frac{\hbar}{m_e c Z \alpha} 1^2 \approx \frac{137\hbar}{m_e c Z} = \frac{0.053}{Z} \times 10^{-9}\text{m} = \frac{0.053}{Z}\text{nm} = \frac{0.53}{Z}\text{\AA} \quad (62)$$

- en düşük Bohr yörüngesindeki elektronun bağlanma enerjisi ve koparma enerjisi (elektro-  
nun serbest hale gelmesi için gerekli enerji),

$$\text{Bağlanma Enerjisi} \equiv E(n=1) = -\frac{1}{2}m_e(Z\alpha c)^2 \frac{1}{1^2} \approx -13.6Z^2\text{eV} \quad (63)$$

$$\text{Koparma Enerjisi} \equiv E(n \rightarrow \infty) - E(n=1) = 0 - (-13.6Z^2) = 13.6Z^2\text{eV} \quad (64)$$

olarak bulunur. Böyle bir atoma hidrojen ( $Z=1$ ) örnek verilebilir, hidrojenin atomunun elektronu  $n=2$  seviyesinden  $n=1$  seviyesine geçişi sırasında elektromanyetik ışıma (foton) yayınlarak enerji kaybeder. Elektronun kaybettiği enerji veya yayınlanan ışımanın enerjisi,

$$\begin{aligned} \text{Fotonun Enerjisi} &\equiv E(n=2) - E(n=1) = -\frac{13.6}{2^2} - \left(-\frac{13.6}{1^2}\right) \\ &= 13.6\left(1 - \frac{1}{4}\right) \text{eV} = 10.2 \text{eV} \end{aligned} \quad (65)$$

olacaktır. Yayınlanan fotonun açısal frekansı ise Denk. 56'e göre,

$$\omega = \frac{E_2 - E_1}{\hbar} = \frac{10.2 \text{eV}}{6.58 \times 10^{-16} \text{eV s/rad}} \approx 1.6 \times 10^{16} \text{rad/s}$$

dir. Aynı fotonun dalga boyu ise,

$$\begin{aligned} E &= \hbar\omega = \hbar 2\pi\nu = \hbar 2\pi c/\lambda, \\ \lambda &= \frac{\hbar 2\pi c}{E} = \frac{6.58 \times 10^{-16} \text{eV s/rad} \cdot 2\pi \cdot 3 \times 10^8 \text{m/s}}{10.2 \text{eV}} \approx 1.2 \times 10^{-7} \text{m} \\ \lambda &= 120 \text{nm} = 1200 \text{\AA} \end{aligned}$$

olarak bulunur. Bu değer Lynman serisi olarak adlandırılan ve fotonların seviyeler arası geçişlerini tanımlayan spektrumdaki bir değerdir (bkz. Şekil 22).

Bu ışınım elektromanyetik spektrumun morötesi kısmında yer alır ve deneysel verilerle uyumludur. Böylece daha önce anlaşılamayan deneysel bazı sonuçlar Bohr atom modeli ile aydınlatılabilmektedir. Bohr modeli önemli bir başarı gösterse de, elektronlar ne zaman bir yörüngeden sıçrama yapmalı veya yayınlanan fotonun yönü ne olmalı gibi sorulara yanıt verememiştir. Ayrıca açısal momentumun ve seviyelerin kuantumlanma kuralı sadece dairesel yörüngeli durumlar için geçerlidir. Eliptik yörüngeler için A. Sommerfeld ve W. Wilson başka bir kuantumlanma şartı tanımlamışlardır [10, 8].

## 1.6 Franck-Hertz Deneyi

Thompson'ın modelinden Rutherford'unkine ve sonra 1913'te Bohr'un atom modeline ulaşmakla beraber Bohr'un modelinde önerdiği gibi elektronlar için kesikli yörüngelerin varlığına dair kanıt sunan bir deney daha ortaya çıkmamıştı. James Franck ve Gustav Hertz Bohr'un modelinin farkında olmadan 1914'te Franck-Hertz deneyi olarak adlandırılacak olan deneylerini gerçekleştirdiler. Bohr 1915'te bu deneyin sonuçlarının kendi modelini izah ettiğini ve desteklediğini açıkladı. Fakat Franck ve Hertz bunu 1917 yılına kadar farketmediler [11]. Her iki deneyci de 1925'te bu deneylerinin katkısı dolayısıyla 1925'te Nobel Fizik Ödülünü aldılar.

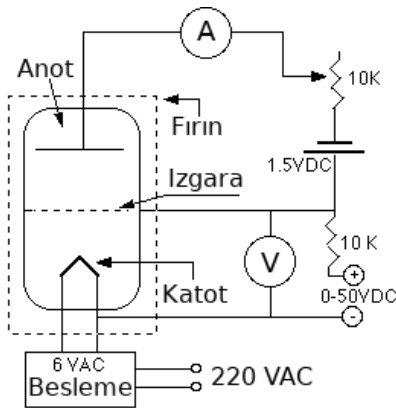


Figure 23: Franck-Hertz deney düzenine şeması.

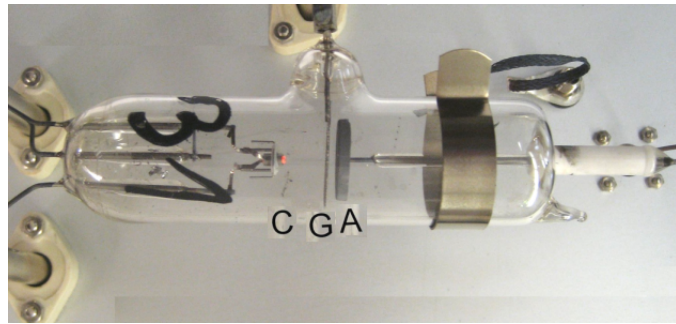


Figure 24: Franck-Hertz deneyinde kullanılan civa dolu tüp. Şekilde Katot (C), Izgara (G) ve Anot (A) işaretlenmiştir.

Franck-Hertz deneyinin şeması ve deneyde kullanılan civa dolu tüpün bir resmi Şekil 23 ve 24'te görülmektedir. Bu deneyde ısıtılan katottan (C) ortaya çıkan elektronlar içi civa dolu tüpteki artı yüklü ızgaraya (G) doğru hızlanmaktadır. Izgarayı geçtikten sonra ise anota (A) doğru giderken 1.5 Volt gibi daha düşük fakat ters kutuplu bir potansiyelle yavaşlatılmaktadırlar. Izgaraya gelirken civa atomlarının elektronlarıyla çeşitli çarpışmalar gerçekleştiren elektronların yeterince kinetik enerjisi kalmıyorsa anota ulaşabilirler. Anot'a elektronların ulaşıp ulaşmadığı ise anot çıkışına bağlanan ampermetrede okunun akımın artması ve azalmasıyla gözlenir. Eğer akım artıyorsa elektronların yoğunluğunun ulaşmış olduğu şeklinde yorumlanabilir. Deneyinde sonunda ortaya çıkan akım artış ve azalışlarının grafiği elektronlara kinetik enerjisini kazandıran elektrik potansiyeline karşı Şekil 25'te gösterilmiştir.

Şekil 25 incelendiğinde elektronlar enerji kazandıkça anota ulaşan elektron sayısı artmaktadır. Fakat 4.9 V civarına gelindiğinde ilginç bir şekilde anottan okunan akım büyük miktarda azalmaktadır ve benzeri davranış 4.9 Voltun tam katları şeklinde devam etmektedir. Bohr'un yorumuna göre; bu değer civa atomunun kesikli yörüngelerinden birine denk gelmektedir ve bir

elektron bu kinetik enerjiye ulaşınca 4.9 eV'luk enerjisini bir civa atomunun iç yörüngelerinden birindeki bir elektrona aktarmaktadır. Şekilde anot akımının değerinin düşüşünün birden çok görülmesinin nedeni elektronların birden çok civa atomuyla çarpışması olarak yorumlanabilir. Elektronları inelastik olarak uyarılan bu civa atomları tekrar taban durumuna dönmek için 4.9 eV'luk bu uyarılma enerjisini foton paketleri halinde yayınlamak durumunda olmalıydılar. Franck ve Hertz bu fotonu da gözlediklerini ve dalga boyunun 254 nm olduğunu rapor ettiler. Böylece Bohr'un atom modeli büyük bir deneysel desteğe kavuşmuş oldu ve *eski kuantum teorisinin* bir parçası haline geldi.

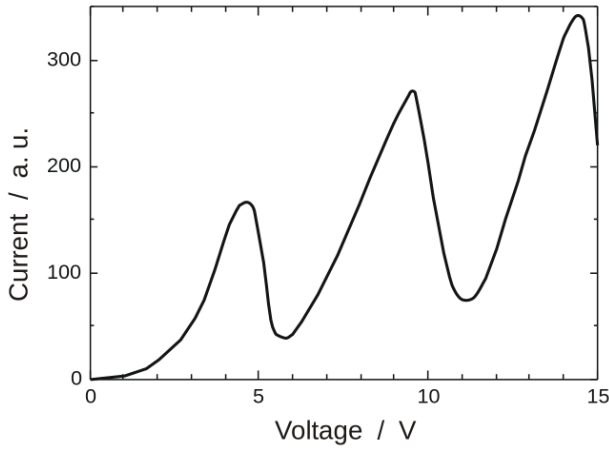


Figure 25: Franck-Hertz deneyinde Katot ve Izgara arasına uygulanan elektrik potansiyeline karşı Anotta oluşan akımın grafiği. Şekildeki çukurlar arası uzaklık 4.9 Volt'tur.

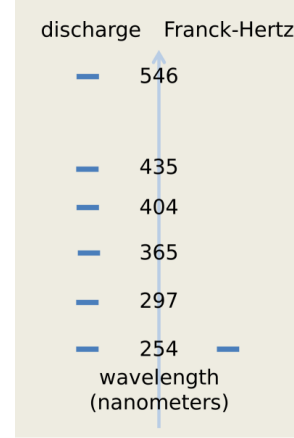


Figure 26: Şeklin sol tarafında civa (Hg) atomlarının uyarılmış atomlarının taban duruma dönebilmek için yayınladıkları fotonların dalga boyu spektrumu verilmiştir. Sağ tarafta ise Franck-Hertz deneyinde gözlenen (254 nm) fotonların dalga boyu verilmiştir.

## 1.7 Uygunluk İlkesi

### The Correspondence Principle and the Quantum Oscillator

Niels Bohr kuantum teorisinin klasik fiziğin alanına giren bölgelerde klasik fizikle aynı sonuçları vermesi gerektiğini önerdi. Bu fikir *uygunluk ilkesi* [*correspondence principle*] olarak adlandırıldı. Buna göre bir kuantum sisteminin "*kuantum sayıları*" çok büyük değerlere ulaştığında bu sistemin asimtotik davranışı klasik fizikle uyumlu olmalıdır.

Bir elektronun klasik olarak dairesel yörüngede yapacağı ışımının frekansı:

$$\nu_{cl} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{Z\alpha c}{n} \frac{Z\alpha m_e c}{2\pi n^2 \hbar} = \frac{(Z\alpha)^2 m_e c^2}{2\pi \hbar} \frac{1}{n^3} \quad (66)$$

$n \gg 1$  durumunda bir elektronun  $n + 1 \rightarrow n$  seviye geçişinde yapacağı ışımının frekansı:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \hbar} \frac{m_e c^2 (Z\alpha)^2}{2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right) \quad (67)$$

**YAZILACAK**



## Kaynaklar

- [1] AIP. Alpha particles and the atom, 2018. [Online; accessed 8-October-2018].
- [2] CODATA. “codata value: Stefan-boltzmann constant”. the nist reference on constants, units, and uncertainty. us national institute of standards and technology. june 2015. retrieved 2015-09-25. 2014 codata recommended values.
- [3] Arthur H. Compton. A quantum theory of the scattering of x-rays by light elements. *Phys. Rev.*, 21:483–502, May 1923.
- [4] Wikipedia contributors. Davisson–germer experiment. [https://en.wikipedia.org/wiki/Davisson-Germer\\_experiment](https://en.wikipedia.org/wiki/Davisson-Germer_experiment), 2018. [Online; accessed 6-October-2018].
- [5] Wikipedia contributors. Double-slit experiment. [https://en.wikipedia.org/wiki/Double-slit\\_experiment](https://en.wikipedia.org/wiki/Double-slit_experiment), 2018. [Online; accessed 6-October-2018].
- [6] Wikipedia contributors. Hydrogen spectral series. [https://en.wikipedia.org/wiki/Hydrogen\\_spectral\\_series](https://en.wikipedia.org/wiki/Hydrogen_spectral_series), 2019. [Online; accessed 27-September-2019].
- [7] C. J. Davisson and L. H. Germer. “reflection of electrons by a crystal of nickel.” proceedings of the national academy of sciences of the united states of america 14.4 (1928): 317–322.
- [8] Robert Martin Eisberg. *Quantum physics of atoms, molecules, solids, nuclei, and particles / Robert Eisberg, Robert Resnick, assisted by David O. Caldwell, J. Richard Christman. 2nd ed. New York : Wiley, c1985. 1 v. (various pagings) : ill. ; 27 cm. QC174.12 .E34 1985 ISBN: 047187373X.*
- [9] A. P. French and E. F. Taylor. *An Introduction to Quantum Physics, M.I.T. Introductory Physics Series, 1978.*
- [10] S. Gasiorowicz. *Quantum Physics, John Wiley & Sons, 2003.*
- [11] D. Greenberger, K. Hentschel, and F. Weiner. *Compendium of Quantum Physics, 2009.*
- [12] HyperPhysics. Davisson–germer experiment. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum/DavGer2.html>, 2018. [Online; accessed 6-October-2018].
- [13] HyperPhysics. Compton scattering experiment. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum/compdat.html>, 2019. [Online; accessed 22-September-2019].
- [14] Max Jammer. *The Conceptual Development of Quantum Mechanics, McGraw-Hill, New York, 1956.*
- [15] Gustav Robert Kirchhoff. ”uber den zusammenhang zwischen emission und absorption von licht und warme,” monatsberichte der akademie der wissenschaften zu berlin 1859 (december), pp. 783-787; reprinted in g. kirchhoff, gesammelte abhandlungen (leipzig, 1882), pp. 566-571, and in ostwald’s klassiker der exakten wissenschaften no. 100 (akademische verlagsgesellschaft, leipzig, 1889), pp. 6-10.
- [16] S. Krane. *Modern Physics.*
- [17] Max Planck. Ueber das gesetz der energieverteilung im normalspectrum. *Annalen der Physik*, 309(3):553–563, 1901.

- [18] Eugene A. Sharkov. *Passive Microwave Remote Sensing of the Earth, Physical Foundations*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [19] J. J. Thomson. Conduction of electricity through gases (2d ed., cambridge university press, 1906), pp. 321-330 (theory of the secondary radiation).