

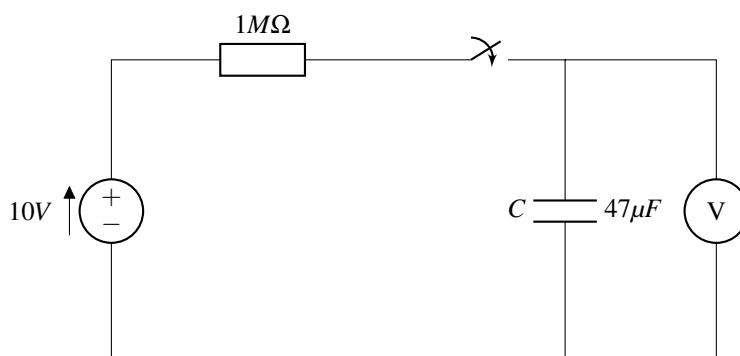
Laboratorium Elektroniki			
Kierunek <i>Informatyka</i>	Specjalność –	Rok studiów <i>I</i>	Symbol grupy lab. <i>L6</i>
Temat Laboratorium <i>Układy RLC</i>			Numer lab. <i>6</i>
Skład grupy ćwiczeniowej oraz numery indeksów <i>Maciej Kaszkowiak (151856), Dawid Jędraszczyk(148293), Michał Kalinowski(151758)</i>			
Uwagi		Ocena	

## 1 Cel

Celem laboratorium jest zapoznanie się z zachowaniem elementów indukcyjnych, pojemnościowych oraz rezystancyjnych przy pobudzeniu prądem przemiennym. Ćwiczenia miały na celu również zapoznanie się z zachowaniem elementów pojemnościowych przy pobudzeniu prądem stałym. Badaliśmy zmiany skutecznej wartości prądu oraz napięcia w obwodzie w zależności od częstotliwości pobudzenia.

## 2 Krzywa ładowania pojemności

W celu wyznaczenia czasu ładowania pojemności zbudowaliśmy następujący obwód na płytce prototypowej:



Rysunek 1: Badany obwód do wyznaczania czasu ładowania pojemności.

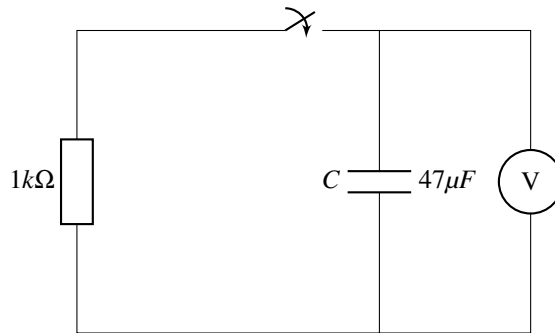
Zmierzyliśmy wartości elementów wykorzystanych do zbudowania układu, ich wartości rzeczywiste nieznacznie odbiegały od wartości nominalnych:

$$U = 10.2V \quad (1)$$

$$C = 47.22\mu \quad (2)$$

$$R = 987k\Omega \quad (3)$$

Układ wykorzystuje przełącznik trzypozycyjny. Powyższy schemat przedstawia pozycję przełącznika w stanie załączenia ciągłego. W stanie wyłączenia *off* prąd nie płynie przez układ. Przełącznik również posiada funkcję załączenia chwilowego, która powoduje rozładowanie kondensatora. Działanie można zaobserwować na poniższym schemacie:



Rysunek 2: Układ w stanie załączenia chwilowego.

Energia zgromadzona w kondensatorze jest rozpraszana przez rezystor  $1k\Omega$ . Wykorzystany sposób rozładowania kondensatora wymaga dobrania rezystora o odpowiedniej mocy. [1]

## 2.1 Teoretyczne obliczenie prądu oraz napięć w układzie

W pierwszym kroku obliczyliśmy napięcie na kondensatorze w zależności od czasu:

$$u_C(t) = E(1 - e^{\frac{-t}{RC}}) \quad (4)$$

Następnie podstawiliśmy wartości ustalone drogą pomiarów:

$$u_C(t) = 10.2(1 - e^{\frac{-t}{0.987 \cdot 10^6 \cdot 47.22 \cdot 10^{-6}}}) \quad (5)$$

$$u_C(t) = 10.2(1 - e^{\frac{-t}{46.606}}) \quad (6)$$

W drugim kroku obliczyliśmy natężenie prądu płynącego przez kondensator w zależności od czasu: [2]

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} \quad (7)$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} = E \cdot \frac{e^{\frac{-t}{CR}}}{CR} \quad (8)$$

$$i_C(t) = E \cdot \frac{e^{\frac{-t}{CR}}}{R} \quad (9)$$

Następnie podstawiliśmy wartości ustalone drogą pomiarów:

$$i_C(t) = 10.2 \cdot \frac{e^{\frac{-t}{46.606}}}{0.987 \cdot 10^6} \quad (10)$$

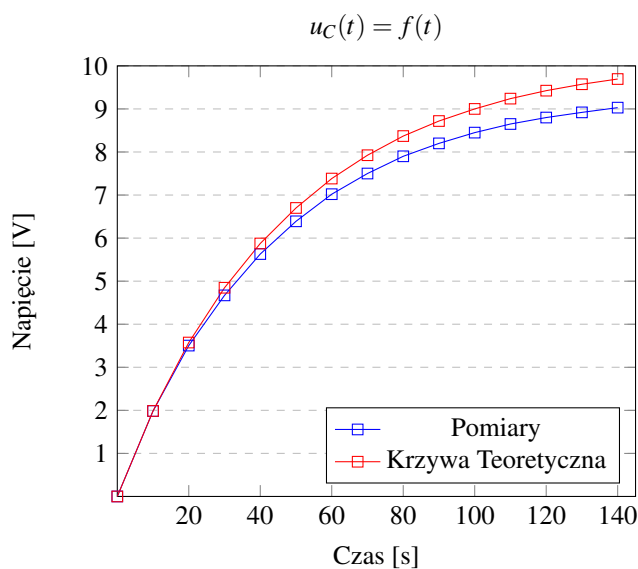
## 2.2 Wyniki pomiarów oraz obliczeń

Finalnie obliczyliśmy wartości napięcia oraz natężenia dla wartości czasu przyjętych przy pomiarach. Przebiegi czasowe procesu ładowania pojemności przedstawiają się następująco:

Czas ładowania kondensatora	Zmierzone napięcie na kondensatorze	Obliczone napięcie na kondensatorze	Obliczone napięcie na rezystorze	Obliczony prąd płynący przez układ
10.09s	1.984V	1.98556V	8.21V	8.322μA
20.11s	3.504V	3.57467V	6.63V	6.714μA
30.05s	4.67V	4.84718V	5.35V	5.423μA
39.99s	5.63V	5.87528V	4.32V	4.381μA
49.95s	6.39V	6.70742V	3.49V	3.542μA
59.97s	7.02V	7.38307V	2.82V	2.854μA
69.93s	7.50V	7.92508V	2.27V	2.306μA
80.07s	7.90V	8.36989V	1.83V	1.856μA
89.94s	8.20V	8.71917V	1.48V	1.530μA
100.03s	8.45V	9.00744V	1.19V	1.208μA
110.11s	8.65V	9.23938V	0.96V	0.975μA
120.08s	8.80V	9.42438V	0.78V	0.785μA
130.03s	8.92V	9.57348V	0.63V	0.635μA
140.04s	9.03V	9.69458V	0.51V	0.512μA

Rysunek 3: Przebiegi czasowe procesu ładowania pojemności

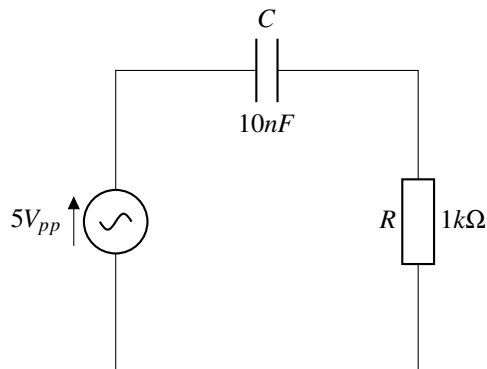
Występuje drobna rozbieżność w granicach błędu pomiarowego pomiędzy zmierzonym a obliczonym napięciem.



Rysunek 4: Krzywa ładowania pojemności.

### 3 Obwód RC zasilony prądem przemiennym

Zbudowaliśmy następujący obwód RC na płytce prototypowej:



Rysunek 5: Badany obwód RC.

#### 3.1 Pomiar napięć oraz przesunięcia fazowego

Z wykorzystaniem oscyloskopu uzyskaliśmy następujące pomiary:

Częstotliwość pobudzenia	Napięcie skuteczne na źródle	Napięcie skuteczne na rezystancji	Obliczone napięcie skuteczne na pojemności	Przesunięcie fazowe pomiędzy przebiegiem wejściowym oraz przebiegiem prądowym
1kHz	1.718V	98mV	1.715V	79,2°
2kHz	1.775V	180mV	1.766V	89,28°
4kHz	1.771V	361mV	1.734V	80,64°
6.4kHz	1.768V	569mV	1.674V	73,7°
8kHz	1.768V	686mV	1.629V	63,36°
10kHz	1.725V	827mV	1.514V	57,6°
12kHz	1.715V	933mV	1.439V	77,76°
14kHz	1.718V	1047mV	1.362V	52,42°
16kHz	1.754V	1124mV	1.346V	46.07°
18kHz	1.686V	1209mV	1.175V	41.47°
20kHz	1.739V	1273mV	1.185V	34.54°

Rysunek 6: Pomiary napięć oraz przesunięcia fazowego w obwodzie RC.

### 3.2 Obliczenie wartości teoretycznej napięć i prądu

Wykorzystaliśmy metodę liczb zespolonych do analitycznego wyznaczenia wartości napięć i prądu w obwodzie dla częstotliwości 1 kHz.

$$U_{pp} = 5V \quad (11)$$

$$f = 1kHz = 1 \cdot 10^3 Hz \quad (12)$$

$$C = 10nF = 1 \cdot 10^{-8} F \quad (13)$$

$$R = 1k\Omega = 1 \cdot 10^3 \Omega \quad (14)$$

W pierwszym kroku wyznaczyliśmy reaktancję kondensatora:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \quad (15)$$

$$X_c = \frac{1}{2\pi \cdot 10^3 \cdot 10^{-8}} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^{-5}} = 15915.49\Omega \quad (16)$$

W następnym kroku wyznaczyliśmy impedancję układu:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X_c^2} \quad (17)$$

$$|Z| = \sqrt{10^6 + 15915.49^2} = 15946.87\Omega \quad (18)$$

Następnie wyznaczyliśmy zespoloną wartość skuteczną napięcia: [3]

$$|U| = \frac{U_p}{\sqrt{2}} = \frac{U_{pp}}{2\sqrt{2}} \quad (19)$$

$$|U| = \frac{5}{2\sqrt{2}} = 1.767V \quad (20)$$

W dalszym ciągu ustaliliśmy wartości skuteczne prądu płynącego przez układ oraz napięcia na rezystorze i kondensatorze:

$$|I| = \frac{|U|}{|Z|} \quad (21)$$

$$|I| = \frac{1.767}{15946.87} = 110.8\mu A \quad (22)$$

$$U_{rezystor} = |I| \cdot R = 110.8mV \quad (23)$$

Finalnie w celu wyznaczenia wartości skutecznej napięcia na kondensatorze skorzystaliśmy z napięciowego prawa Kirchhoffa. [4]

$$U_{kondensator} = \sqrt{U_{zrodlo}^2 - U_{rezystor}^2} \quad (24)$$

$$U_{kondensator} = \sqrt{1.767^2 - 0.1108^2} = 1.7635V \quad (25)$$

Wyniki ustalone analitycznie przedstawiają się następująco:

Prąd układu	Napięcie skuteczne na rezystancji	Napięcie skuteczne na kondensatorze	Napięcie skuteczne na źródle
$110.8\mu A$	$110.8mV$	$1.7635V$	$1.767V$

Rysunek 7: Wyniki ustalone analitycznie dla obwodu RC.

Występuje drobna rozbieżność w granicach błędu pomiarowego - zmierzaliśmy napięcie skuteczne na rezystancji jako  $98mV$ , natomiast drogą obliczeń ustaliliśmy jego wartość jako  $110.8mV$ . Rozbieżność może być spowodowana niedoskonałością poszczególnych komponentów oraz napięciem skutecznym zasilania odbiegającym od wartości  $5V$ .

### 3.3 Relacja pomiędzy reaktancją pojemnościową a częstotliwością pobudzenia oraz wartością prądu w obwodzie

W celu ustalenia relacji przeprowadziliśmy modyfikację postaci wzoru na reaktancję pojemnościową:

$$X_C = -j \frac{1}{\omega C} \quad (26)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (27)$$

$$T = \frac{1}{f} \quad (28)$$

$$X_C = -j \frac{1}{2\pi f C} \quad (29)$$

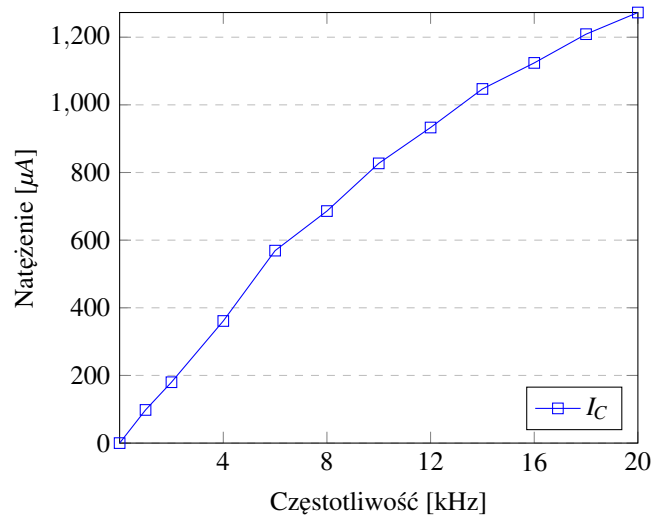
$$C = \frac{Q}{U} \quad (30)$$

$$U = RI \quad (31)$$

$$X_C = -j \frac{1}{2\pi f \frac{Q}{RI}} \quad (32)$$

$$X_C = -j \frac{RI}{2\pi f Q} \quad (33)$$

Z uzyskanego wzoru wynika, że reaktancja pojemnościowa jest wprost proporcjonalna do prądu płynącego przez układ oraz odwrotnie proporcjonalna do częstotliwości pobudzenia. Zależność możemy zaobserwować na poniższym wykresie:



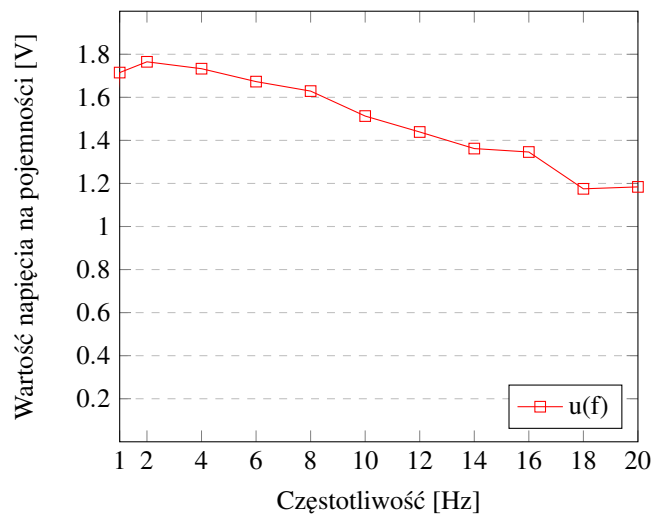
Rysunek 8: Zmiany wartości skutecznej natężenia prądu w obwodzie RC.

### 3.4 Wartość skuteczna napięcia na pojemności

W celu wyznaczenia wartości skutecznej napięcia na pojemności skorzystaliśmy z napięciowego prawa Kirchhoffa. [4]

$$U_C = \sqrt{U_Z^2 - U_R^2} \quad (34)$$

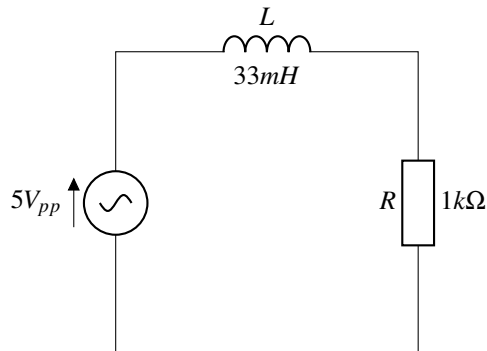
Wyniki przedstawiają się następująco:



Rysunek 9: Wykres napięcia na pojemności w zależności od częstotliwości pobudzenia.

## 4 Układ RL zasilony prądem przemiennym

Zbudowaliśmy następujący obwód RL na płytce prototypowej:



Rysunek 10: Badany obwód RL.

### 4.1 Pomiar napięć oraz przesunięcia fazowego

Z wykorzystaniem oscyloskopu uzyskaliśmy następujące pomiary:

Częstotliwość pobudzenia	Napięcie skuteczne na źródle	Napięcie skuteczne na rezystancji	Obliczone napięcie skuteczne na cewce	Przesunięcie fazowe pomiędzy przebiegiem wejściowym oraz przebiegiem prądowym
1kHz	1.753V	1.68V	0.501V	14.4°
2kHz	1.781V	1.60V	0.782V	28.8°
4kHz	1.799V	1.33V	1.211V	46.08°
6.4kHz	1.842V	1.04V	1.520V	64.5°
8kHz	1.856V	891mV	1.628V	51.84°
10kHz	1.828V	742mV	1.671V	64.8°
12kHz	1.825V	643mV	1.708V	60.48°
14kHz	1.830V	576mV	1.737V	80.64°
16kHz	1.884V	516mV	1.812V	73.73°
18kHz	1.820V	470mV	1.758V	72.58°
20kHz	1.884V	417mV	1.837V	74.88°

Rysunek 11: Pomiary napięć oraz przesunięcia fazowego w obwodzie RL.



## 4.2 Obliczenie wartości teoretycznej napięć i prądu

Wykorzystaliśmy metodę liczb zespolonych do analitycznego wyznaczenia wartości napięć i prądów w obwodzie dla częstotliwości 20 kHz.

$$U_{pp} = 5V \quad (35)$$

$$f = 20kHz = 2 \cdot 10^4 Hz \quad (36)$$

$$L = 33mH = 3.3 \cdot 10^{-2} H \quad (37)$$

$$R = 1k\Omega = 1 \cdot 10^3 \Omega \quad (38)$$

W pierwszym kroku wyznaczyliśmy reaktancję cewki:

$$|X_L| = \omega L = 2\pi fL \quad (39)$$

$$|X_L| = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 3.3 \cdot 10^{-2} = 2\pi \cdot 660 \quad (40)$$

$$|X_L| = 4146.9\Omega \quad (41)$$

W następnym kroku wyznaczyliśmy impedancję układu:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (42)$$

$$|Z| = \sqrt{10^6 + 4146.9^2} = 4265.77\Omega \quad (43)$$

Następnie wyznaczyliśmy zespoloną wartość skuteczną napięcia: [3]

$$|U| = \frac{U_p}{\sqrt{2}} = \frac{U_{pp}}{2\sqrt{2}} \quad (44)$$

$$|U| = \frac{5}{2\sqrt{2}} = 1.767V \quad (45)$$

W dalszym ciągu ustaliliśmy wartości skuteczne prądu płynącego przez układ oraz napięcia na rezystorze i cewce:

$$|I| = \frac{|U|}{|Z|} \quad (46)$$

$$|I| = \frac{1.767}{4265.77} = 414.2\mu A \quad (47)$$

$$U_{rezystor} = |I| \cdot R = 414.2mV \quad (48)$$

Finalnie w celu wyznaczenia wartości skutecznej napięcia na cewce skorzystaliśmy z napięciowego prawa Kirchhoffa. [4]

$$U_{cewka} = \sqrt{U_{zrodlo}^2 - U_{rezystor}^2} \quad (49)$$

$$U_{cewka} = \sqrt{1.767^2 - 0.4142^2} = 1.7177V \quad (50)$$

Wyniki ustalone analitycznie przedstawiają się następująco:

Prąd układu	Napięcie skuteczne na rezystancji	Napięcie skuteczne na cewce	Napięcie skuteczne na źródle
414.2μA	414.2mV	1.7177V	1.767V

Rysunek 12: Wyniki ustalone analitycznie dla obwodu RL.

Występuje drobna rozbieżność w granicach błędu pomiarowego - zmierzaliśmy napięcie skuteczne na rezystancji jako 414.2mV, natomiast drogą obliczeń ustaliliśmy jego wartość jako 417mV. Rozbieżność może być spowodowana niedoskonałością poszczególnych komponentów oraz napięciem skutecznym zasilania odbiegającym od wartości 5V.

### 4.3 Relacja pomiędzy reaktancją indukcyjną a częstotliwością pobudzenia oraz wartością prądu w obwodzie

W celu ustalenia relacji przeprowadziliśmy modyfikację postaci wzoru na reaktancję indukcyjną:

$$X_L = j\omega L \quad (51)$$

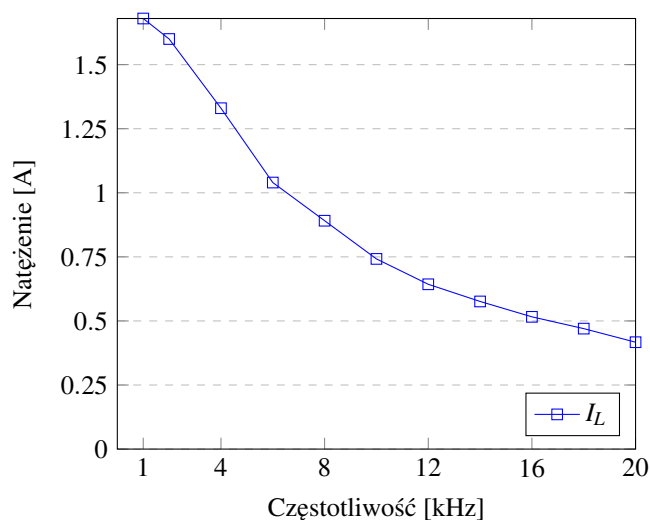
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (52)$$

$$T = \frac{1}{f} \quad (53)$$

$$L = \frac{\Psi}{I} \quad (54)$$

$$X_L = j2\pi f \frac{\Psi}{I} \quad (55)$$

Z uzyskanego wzoru wynika, że reaktancja indukcyjna jest odwrotnie proporcjonalna do prądu płynącego przez układ i wprost proporcjonalna do częstotliwości pobudzenia. Zależność możemy zaobserwować na poniższym wykresie:



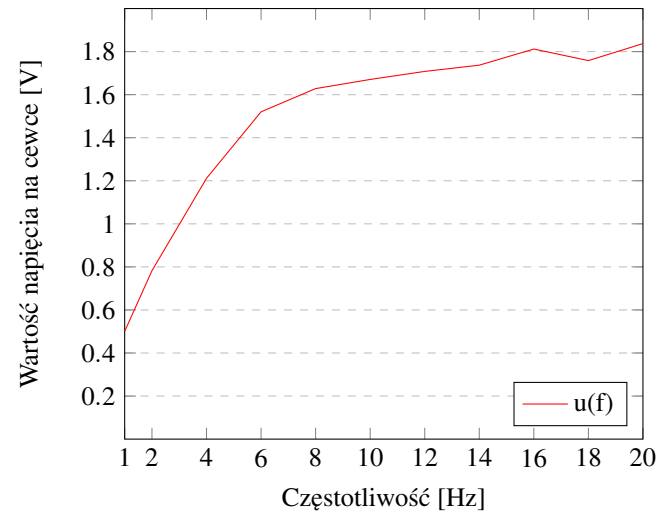
Rysunek 13: Zmiany wartości skutecznej natężenia prądu w obwodzie RL.

#### 4.4 Wartość skuteczna napięcia na cewce

W celu wyznaczenia wartości skutecznej napięcia na cewce skorzystaliśmy z napięciowego prawa Kirchhoffa. [4]

$$U_L = \sqrt{U_Z^2 - U_R^2} \quad (56)$$

Wyniki przedstawiają się następująco:



Rysunek 14: Wykres napięcia na cewce w zależności od częstotliwości pobudzenia.

## 5 Wnioski

Zbudowaliśmy układy zawierające wyłącznie podstawowe elementy pasywne: rezystor, cewkę i kondensator, przy pomocy których zmierzaliśmy zależność ładowania pojemności w stosunku do czasu. Zrozumieliśmy pojęcie przesunięcia fazowego oraz sposób jego wyznaczania. Poznaliśmy także zależność pomiędzy częstotliwością pobudzenia układu a reaktancją indukcyjną oraz pojemnościową.

## Spis treści

<b>1 Cel</b>	<b>1</b>
<b>2 Krzywa ładowania pojemności</b>	<b>1</b>
2.1 Teoretyczne obliczenie prądu oraz napięć w układzie	2
2.2 Wyniki pomiarów oraz obliczeń	3
<b>3 Obwód RC zasilony prądem przemiennym</b>	<b>4</b>
3.1 Pomiar napięć oraz przesunięcia fazowego	4
3.2 Obliczenie wartości teoretycznej napięć i prądu	5
3.3 Relacja pomiędzy reaktancją pojemnościową a częstotliwością pobudzenia oraz wartością prądu w obwodzie	6
3.4 Wartość skuteczna napięcia na pojemności	7
<b>4 Układ RL zasilony prądem przemiennym</b>	<b>8</b>
4.1 Pomiar napięć oraz przesunięcia fazowego	8
4.2 Obliczenie wartości teoretycznej napięć i prądu	9
4.3 Relacja pomiędzy reaktancją indukcyjną a częstotliwością pobudzenia oraz wartością prądu w obwodzie	10
4.4 Wartość skuteczna napięcia na cewce	11
<b>5 Wnioski</b>	<b>12</b>

## Literatura

- [1] *Jak bezpiecznie rozładować kondensator.* TME, 2020. [Online]. Available: <https://www.tme.eu/pl/news/library-articles/page/22156/Jak-beezpiecznie-rozladowac-kondensator/>
- [2] W. Moebs, *Fizyka dla szkół wyższych. Tom 2.* OpenStax Poland, 2018. [Online]. Available: <https://openstax.org/books/fizyka-dla-szkol-wyzszych-tom-2/pages/1-wstep>
- [3] G. M. Cathleen Shamieh, *Elektronika dla bystrzaków.* Helion, 2012.
- [4] M. Pożaryski, *Podstawy naukowe elektrotechniki łącznie z zasadami pomiarów.* BCPW, 1915.