Задача 1. Случайная непрерывная величина X имеет равномерное распределение на промежутке (200, 800]. Найдите ее среднее значение и дисперсию.

По определению среднее (взвешенное по вероятностям возможных значений) значение случайной величины — это математическое ожидание. В том случае, если случайная непрерывная величина имеет равномерное распределение на промежутке [a, b], где a < b, то математическое ожидание равно $E[X]=\int_a^b \frac{x}{b-a}dx=\frac{a+b}{2}$. *В рассматриваемом случае, непрерывная величина А имеет равномерное распределение на промежутке (200, 800], т. е. начальная точка интервала, равная 200 не входит в него. Однако, учитывая небольшую погрешность, этим можно пренебречь. Таким образом, среднее значение непрерывной величины X вычисляется как* $\frac{200+800}{2}=500$.

Дисперсия случайной непрерывной равномерной величины X рассчитывается по формуле $D[X]=\frac{(b-a)^2}{12}=\frac{(800-200)^2}{12}=30000$.

Задача 2. О случайной непрерывной равномерно распределенной величине B известно, что ее дисперсия равна 0.2. Можно ли найти правую границу величины B и ее среднее значение зная, что левая граница равна 0.5?
Если да, найдите ее.

$$D[X]=\frac{(b-a)^2}{12};\ D[X]=0,2;\ a=0,5\Rightarrow$$
$$0,2=\frac{(b-0,5)^2}{12}\Rightarrow$$
$$2,4=b^2-b+0,25\Rightarrow$$
$$b^2-b-2,15=0;\ D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-2,15)=9,6;\Rightarrow$$
$$b_1\approx2,0492;\ b_2\approx-1,0492;\ но\ a<b\Rightarrow b\approx2,0492;\Rightarrow$$
$$E[X]=\frac{0,5+2,0492}{2}\approx1,2746;$$

Задача 3. Непрерывная случайная величина X распределена нормально и задана плотностью распределения $f(x)=(\frac{1}{4\cdot\sqrt{(2\pi)}})\cdot e^{-\frac{(x+2)^2}{32}}$; M(X) = ?, D(X) = ?, std(X) = ?;

Каждое нормальное распределение является вариантом стандартного нормального распределения, область которого растягивается множителем σ (стандартное отклонение) и переносится на μ (математическое ожидание M(X)). Общая формула нормального распределения выглядит как $f(x)=(\frac{1}{\sigma\cdot\sqrt{(2\pi)}})\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{(2\cdot\sigma^2)}}$. *Отсюда следует, что*

$$\sigma\cdot\sqrt{(2\pi)}=2\cdot\sqrt{(2\pi)};\ или\ \ 2\cdot\sigma^2=32=2\cdot16=2\cdot4^2;\Rightarrow\sigma=4;$$
$$x-\mu=x+2\Rightarrow\mu=-2;$$

То есть, std(X) = 4, M(X) = −2, а D(X) = 16.

Задача 4. Рост взрослого населения города X имеет нормальное распределение.
Причем, средний рост равен 174 см, а среднее квадратичное отклонение равно 8 см.
Какова вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост:
а) больше 182 см
б) больше 190 см
в) от 166 см до 190 см

г) от 166 см до 182 см
д) от 158 см до 190 см
е) не выше 150 см или не ниже 190 см
ё) не выше 150 см или не ниже 198 см
ж) ниже 166 см.

$\mu = 174$, $\sigma = 8$. Расчет выполнялся в Excel функцией НОРМ.РАСП. Можно было в Python, но так было проще.
а) 15,87 %
б) 2,28 %
в) 81,86 %
г) 68,27 %
д) 95,45 %
е) 2,41 %
ё) 0,27 %
ж) 15,87%

Задача 5. На сколько сигм (средних квадратичных отклонений) отклоняется рост человека, равный 190 см, от математического ожидания роста в популяции, в которой M(X) = 178 см и D(X) = 25 кв.см?

Нормированное отклонение определяется по формуле:

$$\tau = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}\,; \sigma = \sqrt{D(X)} = 5\,; \bar{x} = 178\,; x = 190\,; \Rightarrow \tau = \frac{190 - 178}{5} = 2{,}4.$$