Задача 1.

Из колоды в 52 карты извлекаются случайным образом 4 карты. а) Найти вероятность того, что все карты – крести. б) Найти вероятность, что среди 4-х карт окажется хотя бы один туз.

а)

Вероятность равна соотношению всех благоприятных исходов ко всем возможным исходам. Количество сочетаний 4 карт без повторений в колоде из 52 карт составляет $C_n^m = \frac{n!}{m!\cdot(n-m)!} = C_{52}^4 = \frac{52!}{4!\cdot(52-4)!} = 270725.$

Количество сочетаний без повторений 4 карт из 13 карт одной масти составляет $C_{13}^4 = \frac{13!}{4!\cdot(13-4)!} = 715$. Таким образом, вероятность вытянуть четыре карты одной масти из колоды составляет $\frac{715}{270725} \approx 0{,}0026$ или $\approx 0{,}26\ \%$.

Другой способ решения.

В колоде из 52 карт по 13 карт одной масти. Следовательно, вероятность вытащить одну карту нужной масти первой составляет $\frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0{,}2500$; вероятность вытащить вторую карту той же масти составляет $\frac{12}{51} \approx 0{,}2353$; третью — $\frac{11}{50} = 0{,}2200$; четвертую — $\frac{10}{49} = 0{,}2041$; Вероятность совместного появления независимых событий равна произведению их вероятностей: $P(A \cap B \cap C \cap D) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \cdot P(D) \approx 0.2500 \cdot 0.2353 \cdot 0.2200 \cdot 0.2041 \approx 0{,}0026$ или $\approx 0{,}26\ \%$.

Ответ: 0,26 %

б) Возможные благоприятные исходы — это от одного до четырех тузов в руке. Количество вариантов, при которых в руки приходит 1 туз составляет $C_4^1 = \frac{4!}{1!\cdot(4-1)!} = 4$; приходит 2 туза — $C_4^2 = \frac{4!}{2!\cdot(4-2)!} = 6$; три — $C_4^3 = \frac{4!}{3!\cdot(4-3)!} = 4$; все четыре туза — 1. При этом, общее количество вариантов других карт на руках составляет при одном тузе — $C_{48}^3 = \frac{48!}{3!\cdot(48-3)!} = 17296$; двух — $C_{48}^2 = \frac{48!}{2!\cdot(48-2)!} = 1128$; трех — $C_{48}^1 = \frac{48!}{2!\cdot(48-2)!} = 48$; Таким образом, количество позитивных исходов при одном тузе в руках — $4 \cdot 17296 + 6 \cdot 1128 + 4 \cdot 48 + 4 = 76148$. С учетом того, что количество всех возможных исходов составляет 270725, вероятность, что в руках окажется хоть один туз составляет $\frac{76148}{270725} \approx 0{,}2813$ или $\approx 28{,}13\ \%$.

Ответ: 28,13 %

Задача 2.

На входной двери подъезда установлен кодовый замок, содержащий десять кнопок с цифрами от 0 до 9. Код содержит три цифры, которые нужно нажать одновременно. Какова вероятность того, что человек, не знающий код, откроет дверь с первой попытки?

Общее количество комбинаций одновременного нажатия 3 кнопок из 10 составляет $C_{10}^3 = \frac{10!}{3!\cdot(10-3)!} = 120$; Благоприятных исходов — 1. Таким образом. Вероятность с первой попытки открыть дверь составляет $\frac{1}{120} \approx 0{,}0083$ или $\approx 0{,}83\ \%$.

Ответ: 0,83 %

Задача 3.

В ящике имеется 15 деталей, из которых 9 окрашены. Рабочий случайным образом извлекает 3 детали. Какова вероятность того, что все извлеченные детали окрашены?

Общее количество комбинаций при извлечении 3 деталей составляет $C_{15}^{3} = \frac{15!}{3!\cdot(15-3)!} = 455$; Количество комбинаций, при которых все детали окрашены — $C_{9}^{3} = \frac{9!}{3!\cdot(9-3)!} = 84$; Вероятность с достать из ящика все окрашенные детали составляет $\frac{84}{455} \approx 0{,}1846$ или $\approx 18{,}46$ %.

Ответ: 18,46 %

Задача 4.

В лотерее 100 билетов. Из них 2 выигрышных. Какова вероятность того, что 2 приобретенных билета окажутся выигрышными?

Общее количество комбинаций при покупке двух билетов из 100 составляет $C_{100}^{2} = \frac{100!}{2!\cdot(100-2)!} = 4950$; позитивный исход лишь 1, т. к. оба билета должны быть выигрышными. Таким образом, вероятность приобрести оба выигрышных билета составляет $\frac{1}{4950} \approx 0{,}0002$ или $\approx 0{,}02$ %.

Ответ: 0,02 %