

НИУ ИТМО  
Факультет программной инженерии и компьютерных технологий

Отчет по лабораторной работе №2  
по дисциплине Вычислительная математика

Студент группы № Р32151  
Преподаватель

Шипулин Павел Андреевич  
Машина Екатерина Алексеевна

Санкт-Петербург

2023

## Цель работы

Изучить численные методы решения нелинейных уравнений и их систем, найти корни заданного нелинейного уравнения/системы нелинейных уравнений, выполнить программную реализацию методов.

## Порядок выполнения

Функция, интервалы изоляции корней и методы для поиска корней, согласно варианту указаны ниже.

$$f(x) = x^3 + 4.81x^2 - 17.37x + 5.38$$

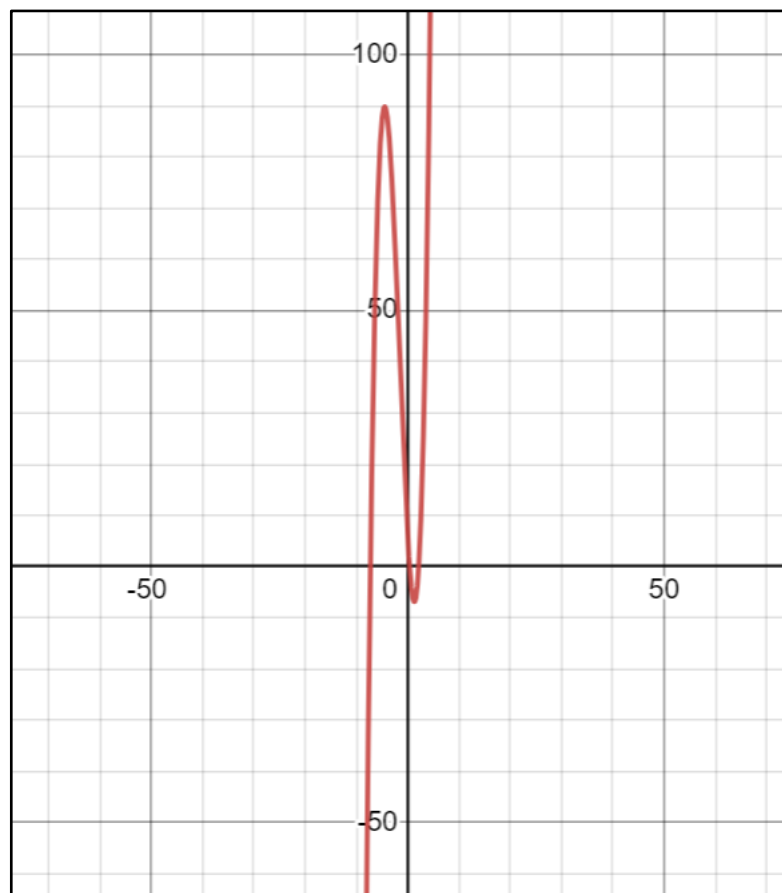


Рисунок 1. График функции целиком

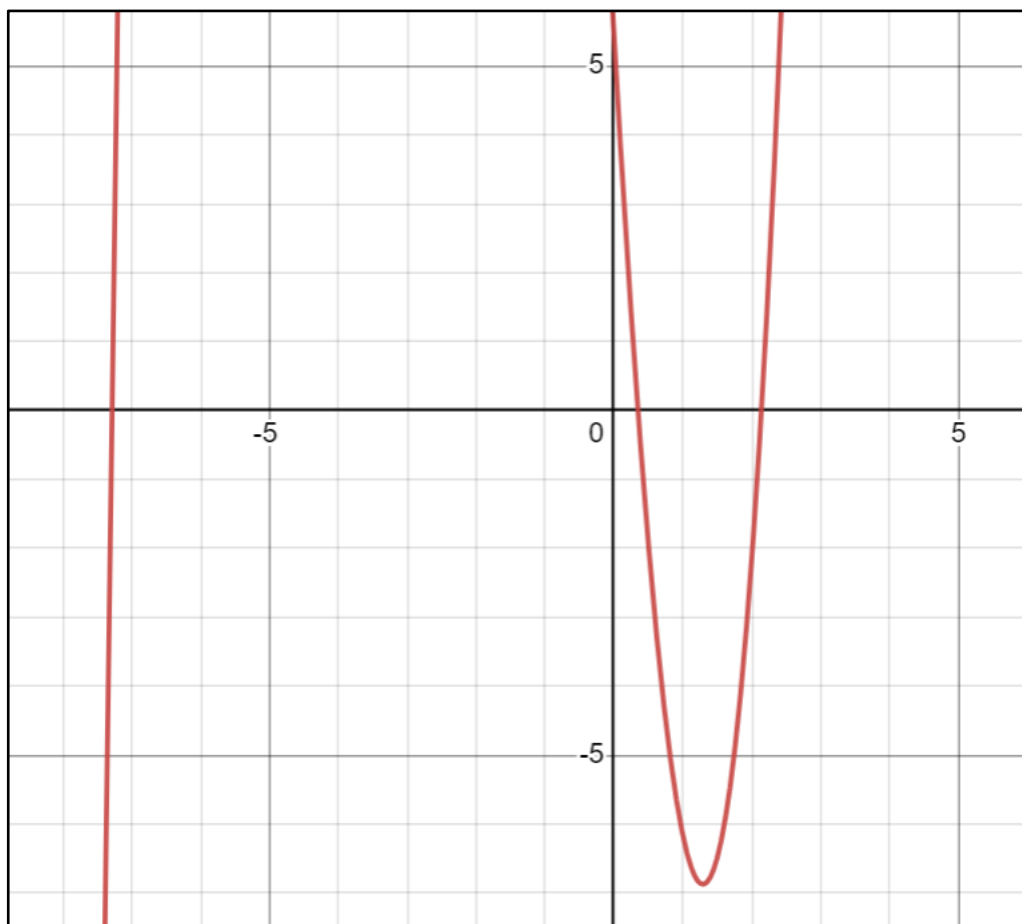


Рисунок 2. График функции, другой масштаб

Интервалы изоляции корней (по графику функции):

- 1)  $(-8, -7)$
- 2)  $(0, 1)$
- 3)  $(2, 3)$

Методы для корней:

- 1) метод простой итерации;
- 2) метод хорд;
- 3) метод Ньютона.

№ шага	$x_k$	$x_{k+1}$	$f(x_k)$	$f(x_{k+1})$	$ x_{k+1} - x_k $
1	-7,000	-7,316	19,660	-1,644	0,316
2	-7,316	-7,289	-1,644	0,266	0,026
3	-7,289	-7,293	0,266	-0,041	0,004
4	-7,293	-7,293	-0,041	0,006	0,001
5	-7,293	-7,293	0,006	-0,001	0,000
6	-7,293	-7,293	-0,001	0,000	0,000
7	-7,293	-7,293	0,000	0,000	0,000
8	-7,293	-7,293	0,000	0,000	0,000
9	-7,293	-7,293	0,000	0,000	0,000

Таблица 1. Метод простой итерации для поиска 1-го корня.

№ шага	$a$	$b$	$x$	$f(a)$	$f(b)$	$f(x)$	$ a - b $
1	0,000	1,000	0,465	5,380	-6,180	-1,561	1,000
2	0,000	0,465	0,361	5,380	-1,561	-0,213	0,465
3	0,000	0,361	0,347	5,380	-0,213	-0,026	0,361
4	0,000	0,347	0,345	5,380	-0,026	-0,003	0,347
5	0,000	0,345	0,345	5,380	-0,003	0,000	0,345
6	0,000	0,345	0,345	5,380	0,000	0,000	0,345
7	0,000	0,345	0,345	5,380	0,000	0,000	0,345
8	0,000	0,345	0,345	5,380	0,000	0,000	0,345
9	0,000	0,345	0,345	5,380	0,000	0,000	0,345

Таблица 2. Метод хорд для поиска 2-го корня.

№ шага	$x_k$	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$x_{k+1}$	$ x_{k+1} - x_k $
1	3,000	23,560	38,490	2,388	0,612
2	2,388	4,945	22,708	2,170	0,218
3	2,170	0,557	17,635	2,139	0,032
4	2,139	0,011	16,922	2,138	0,001
5	2,138	0,000	16,907	2,138	0,000
6	2,138	0,000	16,907	2,138	0,000
7	2,138	0,000	16,907	2,138	0,000
8	2,138	0,000	16,907	2,138	0,000
9	2,138	0,000	16,907	2,138	0,000

Таблица 3. Метод Ньютона для поиска 3-го корня.

## Код численных методов

### Для уравнений

```
def half_division_method(equation=lambda x: x, a=0.0, b=0.0, epsilon=0.001):
    result = Table(head=["Номер шага", "a", "b", "x", "f(x)"])

    x = a
    iters_count = 0
    while True:
        iters_count += 1
        x = (a + b) / 2

        result.add_row([iters_count, a, b, x, equation(x)])

        if equation(a) * equation(x) > 0:
            a = x
        else:
            b = x

        if not continue_search(equation, x, iters_count, epsilon, 10000000000,
                               10000, 100):
            break

    return result

def secant_method(equation=lambda x: x, x1=0.0, x2=0.0, epsilon=0.001):
    result = Table(head=["Номер шага", "x_k-1", "x_k", "x_k+1", "f(x_k+1)"])

    x3 = x1
    iters_count = 0
    while True:
        iters_count += 1

        x3 = x2 - (x2 - x1) / (equation(x2) - equation(x1)) * equation(x2)
        result.add_row([iters_count, x1, x2, x3, equation(x3)])
        x1 = x2
        x2 = x3

        if not continue_search(equation, x3, iters_count, epsilon,
                               10000000000, 10000, 100):
            break

    return result

def simple_iter_method(equation=lambda x: x, derivative=lambda x: x, a=0.0,
                       b=0.0, epsilon=0.001):
    result = Table(head=["Номер шага", "x_k", "x_k+1", "f(x_k+1)"])

    lda = -1 / max([abs(derivative(a + i * (b - a) / 100)) for i in
                    range(101)])
    phi = lambda x: x + lda * equation(x)

    x1 = b
    x2 = x1
    iters_count = 0
    while True:
        iters_count += 1
        x2 = phi(x1)
        result.add_row([iters_count, x1, x2, equation(x2)])
        x1 = x2
```

Для систем из 2-х уравнений

## Примеры работы

### Пример 1

[Info]: Введите команду:

lab2 one

```
[Input]: lab2 one
```

[Info]: Уравнения для исследования

[Info] :

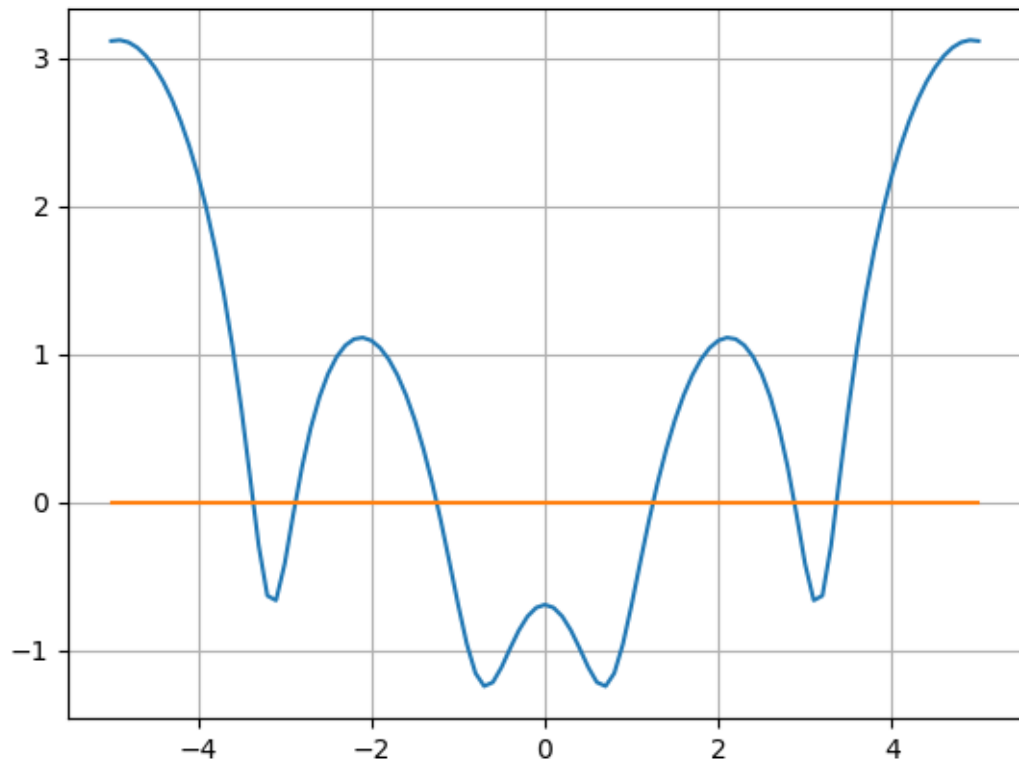
Номер	Уравнение

```
|      1 |                               5*cos(x) + x |
+-----+-----+
|      2 | x**4 + 6.64x**3 - 15.12x**2 - 55.79x + 63.9 |
+-----+-----+
|      3 |          ln[(x*sin(x))**2 + cos(x)**2 - 0.5] |
+-----+-----+
```

[Info]: Введите номер уравнения:

3

[Input]: 3



[Info]: Введите первую границу интервала:

1

[Input]: 1

[Info]: Введите вторую границу интервала:

2

[Input]: 2

[Info]: Рассматриваемый интервал: [1.0; 2.0]

[Info]: На интервале 1 корень

[Info]: Метод половинного деления:

Номер шага	a	b	x	f(x)
1	1.000	2.000	1.500	0.556
2	1.000	1.500	1.250	0.007
3	1.000	1.250	1.125	-0.334
4	1.125	1.250	1.188	-0.159
5	1.188	1.250	1.219	-0.075
6	1.219	1.250	1.234	-0.034
7	1.234	1.250	1.242	-0.014
8	1.242	1.250	1.246	-0.004
9	1.246	1.250	1.248	0.002
10	1.246	1.248	1.247	-0.001

[Info]: Метод секущих:

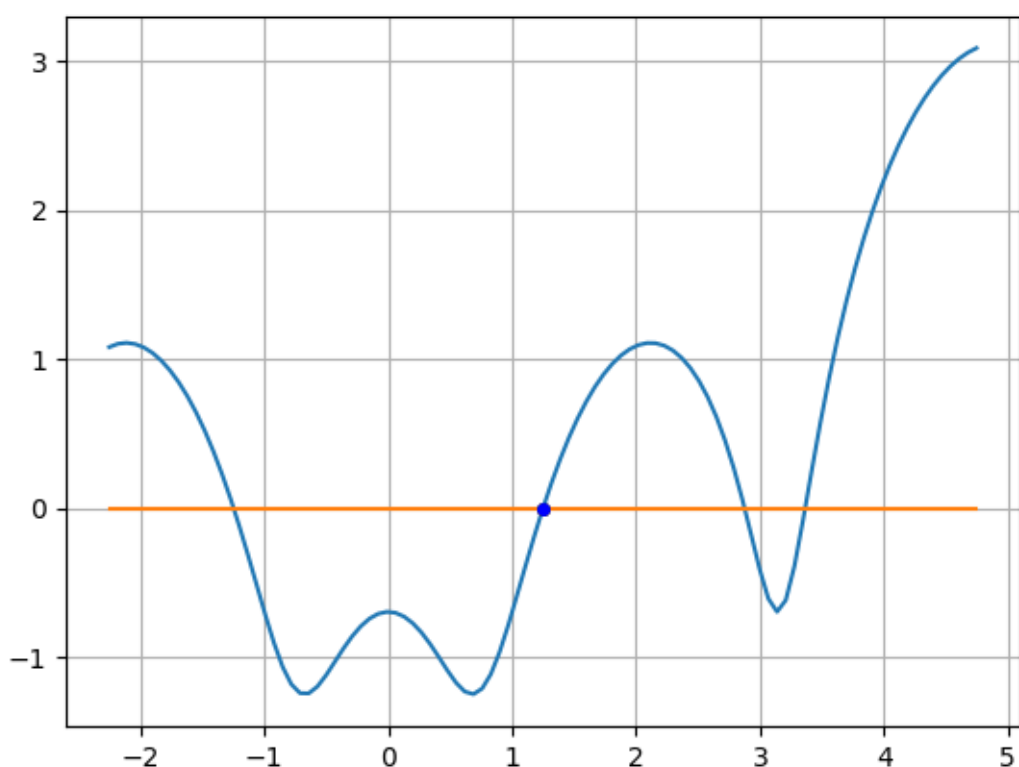
Номер шага	$x_{k-1}$	$x_k$	$x_{k+1}$	$f(x_{k+1})$
------------	-----------	-------	-----------	--------------



1	1.000	2.000	1.388	0.334
2	2.000	1.388	1.119	-0.352
3	1.388	1.119	1.257	0.024
4	1.119	1.257	1.248	0.001
5	1.257	1.248	1.247	-0.000

[Info]: Метод простой итерации:

Номер шага	$x_k$	$x_{k+1}$	$f(x_{k+1})$
1	2.000	1.623	0.755
2	1.623	1.361	0.275
3	1.361	1.266	0.048
4	1.266	1.250	0.006
5	1.250	1.248	0.001



[Info]: Лабораторная 2 (нелинейное уравнение) завершилась

## Пример 2

[Info]: Введите команду:

lab2\_many

[Input]: lab2\_many

[Info]: Уравнения для исследования

[Info]:

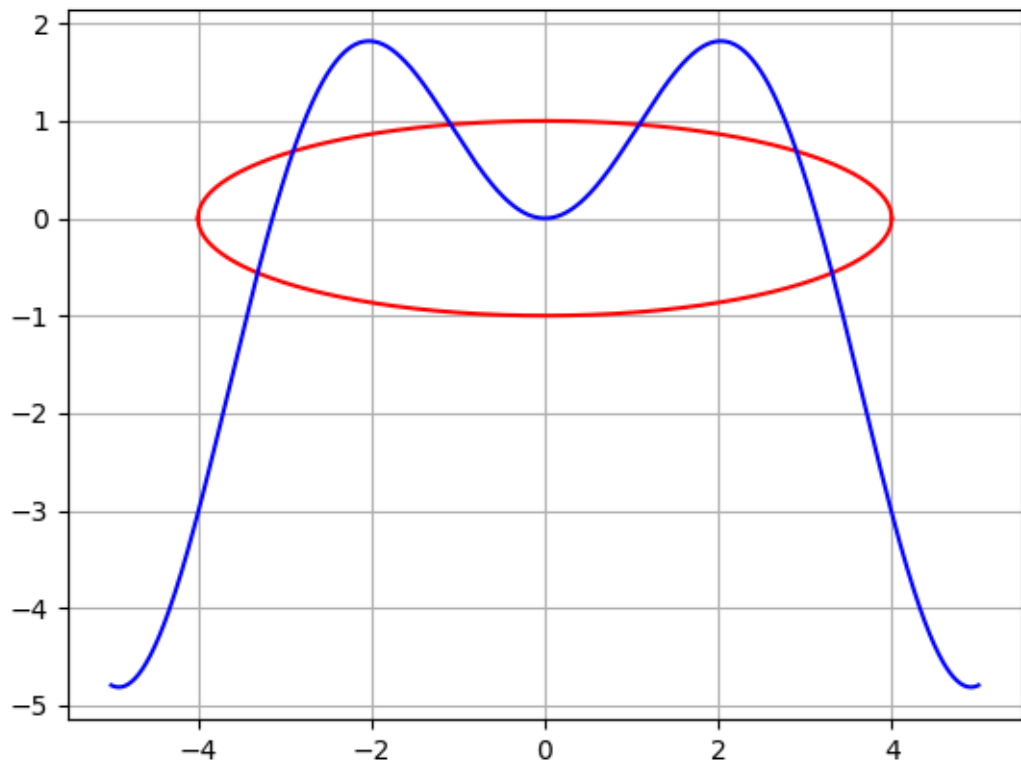
Номер	Система
1	$\begin{cases} x^2 / 16 + y^2 / 1 - 1 = 0 \\ x \sin(x) - y = 0 \end{cases}$
2	$\begin{cases} x^2 + 2 * y - 2 = 0 \\ x^2 / 4 + y^2 / 16 - 1 = 0 \end{cases}$

```
|      3 |      x**2 + y**2 - 4 = 0 |
|      |      -3 * x ** 2 + y = 0 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
```

[Info]: Введите номер системы:

1

[Input]: 1



[Info]: Введите начальное приближение x:

4

[Input]: 4

[Info]: Введите начальное приближение y:

-1

[Input]: -1

[Info]: Метод Ньютона:

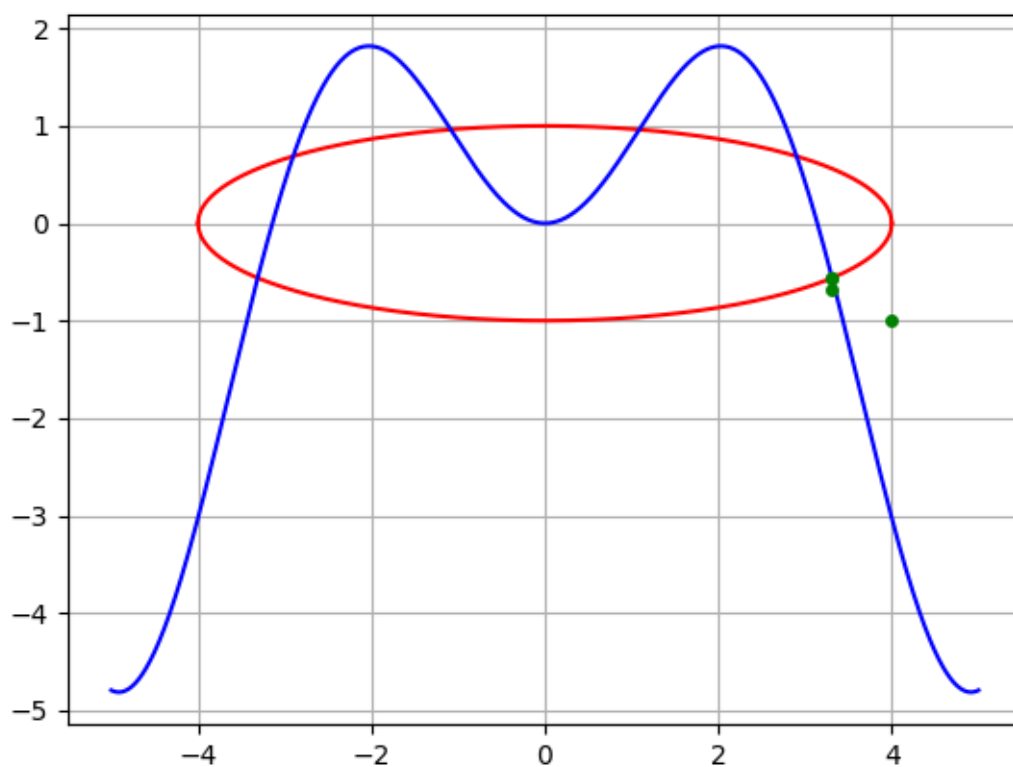
```
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| Номер шага |  x_k |  y_k | -f(x_k, y_k) | -g(x_k, y_k) |    dx    |    dy    |
```

1	3.302	-0.674	-0.136	-0.147	-0.698	0.326	
2	3.314	-0.570	-0.011	0.000	0.012	0.105	
3	3.312	-0.561	-0.000	0.000	-0.003	0.009	

[Info]: Проверка решений:

$$3.312^2 / 16 + (-0.561)^2 / 1 - 1 = 0.000$$

$$3.312 \cdot \sin(3.312) - (-0.561) = -0.000$$



[Info]: Лабораторная 2 (система функций) завершилась

## Выводы

Познакомился с численными методами поиска корней нелинейных уравнений вида  $f(x) = 0$  и систем 2-х нелинейных уравнений. Изученные

методы: метод простой итерации, метод хорд, метод Ньютона (для уравнений),  
метод Ньютона (для систем из 2-х уравнений).