

## Méthode QR de Francis

### 1. Objectif

Méthode itérative pour calculer tout le spectre d'une matrice A.

### 2. Algorithme

Poser  $A_1 = A$  :

Pour  $k \geq 1$ :

(décomposition QR) :

$$A_k = Q_k R_k$$

$$A_{k+1} = R_k Q_k$$

### 3. Propriétés

- a) Toutes les matrices  $A_k$  sont semblables à A
- b) Si A est symétrique définie positive alors :  $A_k$  est une matrice diagonale
- c) Les diagonales de  $A_k \rightarrow \lambda_1, \dots, \lambda_n$

### 4. Optimisation pratique

- a) On transforme A en matrice de Hessenberg supérieure avant application
- b) Plus stable numériquement que LR

### 5. Avantages / Limites

- 1. Convergence stable et fiable
- 2. Adaptée à toutes matrices carrées
- 3. Coûteuse ( complexité :  $QR \rightarrow O(n^3)$ )
- 4. Ne donne pas toujours les vecteurs propres directement