

۱- مقدمه

شبکه‌ها زیرساختی را تدارک می‌بینند که در آن عملکرد اقتصاد و جوامع و سایر ملزومات بدان وابستگی پیدا می‌کند. شبکه‌هایی که ستون فقرات فیزیکی عصر نوین را تشکیل می‌دهند شامل شبکه‌های حمل و نقل هستند که جریان وسایط نقلیه را از مبدأ به مقصد انتقال می‌دهند؛ شبکه‌های ساخت‌وساز و لجستیک هستند که تبدیلات مواد خام را امکان‌پذیر ساخته‌اند و آن‌ها را به‌صورت محصولات نهایی تحویل می‌دهند؛ شبکه‌های برق و انرژی هستند که سوخت‌های مورد نیاز را انتقال می‌دهند و شبکه اینترنت جهانی است که امکان دستیابی و ارتباط همگانی را تدارک می‌بیند و کار و هدایت ده‌ها هزار شغل و فعالیت اجتماعی، سیاسی، اقتصادی و ... از طریق آن میسر می‌شود. شبکه‌های پیچیده نیز با این قبیل شبکه‌های فیزیکی درآمیخته‌اند که از آن جمله می‌توان به زنجیره‌های تهیه مواد غذایی، شبکه‌های اقتصادی، شبکه‌های اجتماعی، شبکه‌های دانش و نیز شبکه‌های تحت توسعه مانند smart grid اشاره کرد.

۲- تاریخچه شبکه‌های پیچیده

در اواخر قرن نوزدهم، فیزیکدانان برای فهم بهتر قوانین حاکم بر گازها، خصوصیات قابل اندازه‌گیری آن‌ها را به حرکت تصادفی میلیاردها ملکول و اتم کاهش دادند و بدین وسیله تئوری گازها را بنیان نهادند. در دهه‌های ۶۰ و ۷۰ میلادی، نظریه پدیده‌های بحرانی، موجی نو در دنیای فیزیک بوجود آورد. این تئوری به بررسی پدیده‌هایی می‌پردازد که در زمانی خاص از تغییر تدریجی خود، تحولی شدید از خود بروز می‌دهند. در دهه ۸۰، نظریه آشفتگی^۱ پا به عرصه وجود گذاشت که در آن رفتارهای پیچیده و غیرقابل پیش‌بینی سیستم‌هایی مورد بررسی قرار می‌گرفت که منشأ آن‌ها برهم‌کنش غیرخطی چند عنصر بود. در دهه ۹۰، علم فیزیک شاهد ظهور موضوعی جدید به نام فراکتال‌ها بود. فراکتال‌ها به کمی‌سازی هندسی الگوهای می‌پردازند که در سیستم‌های خودسازمانده بوجود می‌آیند. پدیده‌های فوق را می‌توان به‌نوعی از نیاکان شبکه‌های پیچیده به‌شمار آورد، موضوعی که دانشمندان فیزیک را از سال ۲۰۰۰ به بعد به خود مشغول کرده است.

شاید این سؤال پیش آید که با وجود چنین سابقه‌ای در بررسی سیستم‌های پیچیده دیگر چه نیازی به دانشی جدید در این زمینه وجود دارد؟ در ادامه به بیان دو نکته بسیار مهم که در شبکه‌های پیچیده فعلی وجود دارد می‌پردازیم.

- بیشتر شبکه‌های پیچیده امروزی، شبکه‌های انسانی، متابولیک و ... از عناصری تشکیل شده‌اند که با وجود اینکه با یکدیگر ارتباط دارند، خود عناصر از یکدیگر متفاوت هستند. در صورتی که به‌عنوان مثال در تئوری گازها تمامی ملکول‌ها یکسان در نظر گرفته می‌شوند.
- ارتباط عناصر سازنده شبکه‌ها در موضوعات قبلی به صورت تصادفی صورت می‌پذیرفته است. به عنوان مثال ملکول‌های تشکیل دهنده یک گاز به طور تصادفی با یکدیگر برخورد می‌کنند و لذا مدل‌سازی آن بر مبنای فرآیندهای اتفاقی، امری مطابق واقع است. اما در شبکه‌های پیچیده بیشتر ارتباطات توسط اجزای شبکه انتخاب می‌شوند به طوری که اتصالات بین اجزا دیگر تصادفی نیست.

۲-۱. ویژگی‌های شبکه‌های پیچیده

گراف‌های تصادفی به خوبی توسط ریاضی‌دانان مورد مطالعه قرار گرفته‌اند و نتایج تقریبی و دقیقی نیز در مورد آن‌ها بدست آمده است. جالب توجه‌ترین ویژگی‌های شبکه‌های دنیای واقعی که در سال‌های اخیر توجه محققان را به خود جلب کرده، مربوط به مواردی است که شبکه‌ها شباهتی به گراف‌های تصادفی ندارند. در این بخش برخی از ویژگی‌هایی که در انواع مختلف شبکه‌های دنیای واقعی مشترک است را معرفی می‌کنیم. باید توجه داشت که در برخی از متون، برخی از این ویژگی‌ها ممکن است در قالب معیارهای شبکه نیز طبقه‌بندی شده باشند. همچنین برخی از این ویژگی‌ها نام مشترکی با مدل‌های ارائه شده برای شبکه‌های پیچیده دارند که باید به آن‌ها توجه داشت.

۲-۱-۱. اثر دنیای کوچک^۲

در سال ۱۹۶۷ میلادی، استنلی میلگرام^۳ آزمایشی ترتیب داد که در حوزه شبکه‌های پیچیده بسیار معروف است. آزمایش او بدین ترتیب بود که نامه‌هایی در اختیار افراد قرار می‌گرفت و از آن‌ها خواسته می‌شد تا آن را از طریق آشنایان خود به یک فرد از پیش تعیین شده برسانند. در این فرایند افراد لزوماً از وجود یک مسیر بین خودشان و فرد مورد نظر آگاهی نداشتند و بسیاری از نامه‌ها در طول مسیر گم شده و اصلاً به مقصد نرسید. اما بررسی آن دسته از نامه‌ها که به این ترتیب به مقصد رسیده بودند ویژگی جالبی را نشان می‌داد. در این آزمایش نامه‌هایی که از یک فرد به فرد دیگر فرستاده می‌شد، قادر بود تا پس از طی کردن تنها چند گام محدود (در موارد منتشر شده در حدود شش گام) به مقصد از پیش طراحی شده واحد برسد. این نتیجه، یکی از اولین اثبات‌های تجربی و مستقیم اثر دنیای کوچک است و بیانگر این است که به‌ظاهر، بیشتر جفت گره‌ها در بیشتر شبکه‌ها، به‌وسیله یک مسیر داخلی کوتاه درون شبکه به یکدیگر متصل هستند. وجود اثر دنیای کوچک، الزامات و دلالت‌های روشنی برای دینامیک‌های فرآیندهایی که روی شبکه‌ها رخ می‌دهند

^۱ Chaos Theory

^۲ Small World Effect

^۳ Stanley Milgram

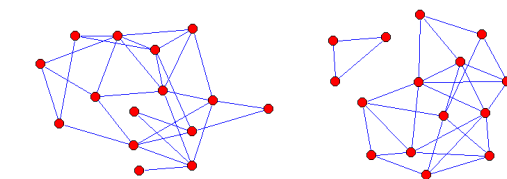
دارد. به عنوان مثال، در صورتی که انتشار اطلاعات در یک شبکه را در نظر بگیریم، اثر دنیای کوچک، دلالت بر این مسأله دارد که در اکثر شبکه‌های دنیای واقعی، این انتشار با سرعت بالایی رخ خواهد داد.

۲-۱-۲. توزیع درجه گره‌ها^۴

درجه یک گره در شبکه، بیانگر تعداد لبه‌هایی است که به آن متصل هستند. کمیت $P(k)$ نسبت گره‌های از شبکه تعریف می‌شود که درجه k دارند. به طور معادل، $P(k)$ بیانگر این احتمال است که یک گره که به صورت تصادفی انتخاب شده دارای درجه k باشد. یک طرح از $P(k)$ برای هر شبکه مفروض را می‌توان به کمک ساختن نمودار درجات گره‌ها تشکیل داد. این نمودار، توزیع درجه گره‌های شبکه است.

۲-۱-۳. استحکام در شبکه‌ها^۵

خاصیت استحکام در برابر حذف مولفه‌های شبکه، از ویژگی‌هایی است که در ادبیات شبکه‌های پیچیده توجه زیادی را به خویش جلب کرده است. بیشتر شبکه‌های مورد بررسی برای عملکرد خود به همبندی^۶ شبکه متکی هستند (شکل ۱). به عنوان مثال، وجود مسیریابی بین جفت گره‌های شبکه برای عملکرد آن‌ها بسیار مهم است. اگر گره‌های شبکه حذف شوند، طول این مسیرها افزایش می‌یابد و در نهایت جفت گره‌ها منفصل شده و ارتباط بین آن‌ها از طریق شبکه ناممکن خواهد شد. شبکه‌ها از نظر میزان مقاومت در برابر حذف مولفه‌ها با یکدیگر متفاوت هستند.



شکل ۱. مثالی از گراف متصل (سمت چپ) و منفصل (سمت راست)

۳- مدل‌های شبکه‌های پیچیده

۳-۱. شبکه‌های تصادفی مدل اردوش-رنای^۷ (ER)

در مدل ER کار را با تعدادی گره، بدون داشتن لبه آغاز می‌کنیم. متعاقباً، لبه‌هایی را اضافه می‌کنیم که دو گره‌ای را که با احتمال P انتخاب شده‌اند، به یکدیگر متصل می‌کنند تا هنگامی که تعداد کل لبه‌ها به میزان مشخصی برسد. الگوریتم مدل ER شبکه‌هایی تصادفی را تولید می‌کند که هیچ گرایش ساختاری ویژه‌ای ندارند و تنها محدودیت در این مدل آن است که بین دو گره عمومی، داشتن لبه‌های چندگانه به هیچ رو قابل قبول نیست. در $NetworkX$ با گزینش مناسب مقدار احتمال p و تعداد گره‌های مشخص می‌توان گراف مدل ER را ساخت. منتها به عنوان یک کار اضافی با نمره مثبت در صورت تمایل می‌توانید گرافهای تصادفی‌ای بسازید که احتمال انتخاب دو گره از بین گره‌ها دارای توزیع یکنواخت نباشد بلکه با توزیع دلخواه دیگری انجام پذیرد.

۳-۲. مدل گراف‌های بارباشی-آلبرت^۸ (BA) در شبکه‌های مقیاس-آزاد (SF)

صرف‌نظر از مسأله طول مسیر و خوشه‌بندی (تعداد مثلث‌ها در شبکه)، توزیع درجه نیز یک بایاس ساختاری است که در شبکه‌ها بسیار مورد توجه قرار گرفته است. بسیاری از شبکه‌های دنیای واقعی (البته نه همه) به داشتن توزیع قانون توانی درجه شناخته شده‌اند. این امر طبیعت شبکه‌های مقیاس-آزاد (SF) را بیان می‌کند. مدل BA مدلی از شبکه‌های SF را به نمایش می‌گذارد که با سه گام *سرایط/اولیه*^۹، *رشد*^{۱۰} و *اتصال ترجیحی*^{۱۱} ساخته می‌شوند. به این ترتیب که شبکه با شروع از یک مجموعه متشکل از m_0 گره ساخته می‌شود پس از آن در هر مرحله، با افزودن گره‌های جدید، شبکه رشد می‌کند. برای هر گره جدید، m لبه جدید، بین گره جدیداً اضافه شده و برخی از گره‌های قبلی شبکه ایجاد می‌شود. گره‌هایی که لبه‌های جدید به آن‌ها مرتبط است مطابق یک قانون اتصال ترجیحی خطی انتخاب می‌شوند، یعنی احتمال اینکه گره جدید i به گره موجود j متصل شود متناسب با درجه گره j است. بنابراین گره‌هایی که بیشترین ارتباطات را دارند با احتمال بیشتری به گره‌های جدید متصل می‌شوند.

۳-۳. مدل شبکه‌های دنیای کوچک (WS)^{۱۲}

بسیاری از شبکه‌های دنیای واقعی خاصیتی را از خود نشان می‌دهند که اصطلاحاً دنیای کوچک نامیده می‌شود؛ یعنی بیشتر گره‌ها از طریق لبه‌های محدودی از سایر گره‌های شبکه قابل دسترسی هستند. این مشخصه به‌عنوان مثال در شبکه‌های اجتماعی دیده می‌شود؛ در این شبکه‌ها هر شخصی در جهان از طریق زنجیره‌ای از آشنایی‌های اجتماعی قابل دستیابی است.

⁴ Degree Distribution

⁵ Network Resilience

⁶ Connectivity

⁷ Erdos-Renyi

⁸ Barabási-Albert

⁹ Initialization

¹⁰ Growth

¹¹ Preferential Attachment

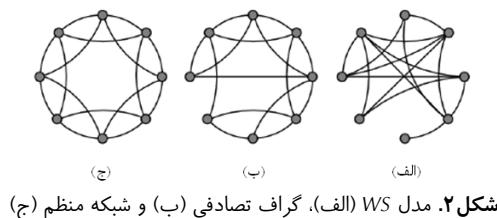
¹² Watts and Strogatz

این مفهوم از آزمایش مشهور میلگرام در سال ۱۹۶۷ میلادی سرچشمه می‌گیرد. شهروندانی که به‌صورت تصادفی انتخاب شده بودند به‌طور میانگین تنها با واسطه ۶ آشنا به یکدیگر مرتبط بودند.

خاصیت دیگر بسیاری از شبکه‌ها، وجود تعداد زیادی حلقه (مثلاً) با اندازه ۳ در آن‌ها است. یعنی اگر گره i به دو گره j و k متصل باشد، به احتمال زیاد گره‌های j و k نیز به یکدیگر متصل خواهند بود.

شبکه‌های ER خاصیت دنیای کوچک را دارند، اما میانگین ضریب خوشه‌بندی در آن‌ها پایین است. معروف‌ترین مدل شبکه‌های تصادفی که دارای ویژگی‌های دنیای کوچک و تعداد زیاد حلقه با طول کوتاه باشد، توسط واتز و استروگاتز (WS) توسعه داده شده که اصطلاحاً مدل دنیای کوچک واتس و استروگاتز نامیده می‌شود.

برای ساخت شبکه دنیای کوچک، کار را با یک شبکه منظم متشکل از N گره شروع می‌کنیم که در آن هر گره به k تا از نزدیک‌ترین همسایه‌هایش در هر جهت متصل است. در مرحله بعد، هر لبه به‌طور تصادفی و با احتمال P جایگزین می‌شود. اگر P صفر باشد (شکل ۲-ج)، یک شبکه منظم با تعداد زیادی حلقه و با فواصل زیاد داریم؛ اگر P به سمت یک میل کند (شکل ۲-ب)، شبکه تبدیل به یک گراف تصادفی با فواصل کوتاه و حلقه‌های اندک می‌شود؛ اما اگر $0 < p \ll 1$ باشد (شکل ۲-الف)، فواصل کوتاه و تعداد بالای حلقه‌ها به‌صورت توأمان وجود دارند.



۴- انجام شبیه‌سازی

مقدمه‌ای که در بالا ذکر شد تنها با هدف علاقه‌مند ساختن شما به موضوع شبکه‌های پیچیده و اجتماعی صورت پذیرفت، کتابها و مطالب زیادی وجود دارند که در صورت تمایل می‌توانید با این موضوعات بیشتر و ژرف‌تر آشنا گردید. اما هدف از انجام این پروژه شبیه‌سازی آن است که با مسأله استحکام در شبکه‌های پیچیده و اجتماعی بیشتر آشنا شویم. بدین منظور خواسته‌های زیر را همراه با مفروضات داده شده در برنامه شبیه‌ساز خود مورد استفاده قرار دهید.

خواسته ۱: طبق مطالب توضیح داده شده، هر یک از شبکه‌های فوق را با فرض داشتن تعدادی گره و یال با یک متوسط درجه گراف تولید کنید. توجه داشته باشید که در هر بار آزمایش، شبکه باید به شکل تصادفی و مستقل تولید گردد.

خواسته ۲: نمودار احتمال ناهمبندی ($disconnection$) شبکه را برحسب درصد خرابی تصادفی در یالها و گره‌ها برای هر یک از شبکه‌های فوق ترسیم کنید. منظور از خرابی تصادفی آن است که هر گره یا یال با احتمال یکنواختی ممکن است به خرابی دچار گردد. نمودارهایی فراهم کنید که محور افقی آن درصد خرابی در مولفه‌های (یال/گره) شبکه‌های مورد نظر و محور عمودی آن برابر با احتمال ناهمبندی (انفصال) شبکه باشد. نمودارهای به دست آمده را برای هر شبکه ترسیم و در مقایسه با یکدیگر تجزیه و تحلیل کنید. درباره نتایج هر نمودار تحلیل خود را بنویسید و میزان آسیب‌پذیری یا استحکام شبکه‌ها را با یکدیگر مقایسه کنید. محور افقی و عمودی را به شکل مناسب مقیاس‌بندی کنید تا نمودارهای واضح و خوانایی تولید گردد.

تذکر مهم: توجه داشته باشید که ما در این بخش از مسأله با دو نگرش مواجه هستیم. یکی ناهمبندی قوی ($strongly\ connected$) است که معنای آن این است که بین هر دو گره دلخواه در شبکه، حداقل یک مسیر وجود نداشته باشد. رویکرد دیگر هم مسأله ناهمبندی ضعیف ($weakly\ connected$) است؛ یعنی ممکن است بین دو گره در شبکه، مسیری وجود نداشته باشد اما شبکه هنوز مولفه‌هایی همبند با اندازه بزرگتر از ۱ ($fragmented\ network$) داشته باشد. برای هر دوی این رویکردها منحنی‌ها را ترسیم فرمایید و با یکدیگر مقایسه و تحلیل کنید.

خواسته ۳: در این بخش می‌خواهیم احتمال ایزوله‌شدن گره‌ها در شبکه را برآثر خرابیهای تصادفی محاسبه کنیم. مقصود از ایزوله شدن یعنی اینکه گره‌ای در شبکه یافت شود که درجه آن برابر صفر باشد. برای هر یک از شبکه‌های فوق نموداری ترسیم کنید که محور افقی آن درصد خرابی در مولفه‌های (یال/گره) شبکه و محور عمودی آن برابر با احتمال ایزوله‌شدن باشد.

خواسته ۴: در هر کدام از خواسته‌های قبلی لازم است که برای افزایش دقت شبیه‌سازی، تعداد دفعات اجرای شبیه‌ساز به عنوان یک پارامتر ورودی قابل تعیین باشد و هم اینکه نشان داده شود که چگونه با افزایش تعداد دفعات شبیه‌سازی به دقت نتایج آن افزوده می‌گردد. ضمناً لازم است در پایان شبیه‌سازی به کمک توزیع‌های نرمال یا t دانشجویی، دقت و نیز فاصله اطمینان شبیه‌سازی محاسبه گردد.

نکات مهم: سه خواسته بالا جزو خواسته‌های ضروری این پروژه است؛ لیکن دانشجویان عزیز می‌توانند به بخشهای مختلف پروژه به سلیقه خود افزونه‌هایی را بیفزایند که نمره مثبت به آنها تعلق خواهد گرفت. برای مثال، ایجاد فرم GUI

برای وارد کردن مناسب داده‌ها و پارامترهای مساله، امکان اعمال خرابیهای عمدی به جای تصادفی در مولفه‌های گراف، نمایش بصری هر شبکه، امکان تعریف یک گراف دلخواه توسط کاربر و امثال آن.

تعداد نفرات اعضای این پروژه حداکثر دو نفر است و مهلت ارسال آن تمدید نخواهد شد؛ ضمن اینکه در موعد مشخص، از تک تک اعضای پروژه پرسشی خواهد شد. بدین ترتیب، لازم است که دانشجویان عزیز و محترم نسبت به چگونگی انجام پروژه خود دانش و آگاهی لازم را داشته باشند.

موفق باشید