universität wien

Algorithmen und Datenstrukturen 1

Theoretische Prüfung

Haupttermin

12.12.2022

Name:	
Matrikelnummer:	

Die Angaben sind beidseitig bedruckt!

+	**21** +	**38** +	**13** +	**15** +	**40** +	**27** +	**48** +
45							
z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8

Aufgabe 1 [2]

Fügen Sie in obiger Tabelle in den leeren Kästchen, vor denen das Pluszeichen steht, die Ziffern Ihrer Matrikelnummer ein. Führen Sie die Additionen durch und ermitteln Sie die Zahlen $z_2$bis z_8 (z_1 ist bereits mit dem fixen Wert 45 belegt).

Aufgabe 2 [18]

Berechnen Sie die Konstanten $a = z_6 \% 10 + 1,\ b = z_7 \% 2 + 2,\ c = z_8 \% 3$. Geben Sie ein Programm in C++ ähnlicher Notation an, bei dessen Laufzeituntersuchung mit dem Mastertheorem die Formelparameter a,b und c die ermittelten Werte annehmen. Bestimmen Sie die Laufzeitkomplexität Ihres Programms.

Anmerkung: Bei Bedarf kann Ihr Programm auch aus mehreren Funktionen bestehen, die einander aufrufen.

Aufgabe 3 [20]

Die Werte z_1 bis z_8. (aus Aufgabe 1) seien in dieser Reihenfolge von links nach rechts in einem Array gespeichert.
Sortieren Sie die Werte aufsteigend mit

a) [10] Quicksort (Verwenden Sie als Pivotelement immer den letzten - ganz rechten - Wert).
b) [6] Heapsort
c) [4] Bubble Sort

Geben Sie alle notwendigen Schritte so genau an, dass die Arbeitsweise des Algorithmus klar ersichtlich wird.

Aufgabe 4 [20]

a) [5] Fügen Sie die Werte z_1 bis z_8 aus Aufgabe 1 (in dieser Reihenfolge) in einen zu Beginn leeren binären Suchbaum ein. Skizzieren Sie den Zustand des Baums nach **jedem** Einfügeschritt.
Anmerkung: der Baum kann Werte mehrfach enthalten.

b) [5] Geben Sie in C++ ähnlicher Notation die Definition einer Datenstruktur für einen binären Suchbaum an.

c) [5] Geben Sie in C++ ähnlicher Notation eine Definition einer Funktion an, die das Maximum und das Minimum der im Baum gespeicherten Werte ermittelt und ausgibt.

d) [5] Geben Sie an, welche Knoten in welcher Reihenfolge Ihre Funktion traversiert, wenn sie für den unter Teilaufgabe a erstellten Baum aufgerufen wird. Handelt es sich dabei um eine preorder Traversierung, eine postorder Traversierung, eine inorder Traversierung oder um eine andere Art der Traversierung?

universität wien

Aufgabe 5 [20]

a) [10] Fügen Sie die Zahlen z_1 bis z_7 (aus Beispiel 1) in dieser Reihenfolge in eine ursprünglich leere Hashtabelle der Größe 8 ein. Verwenden Sie die Hashfunktion $h(x) = x\%8$ und zur Kollisionsbehandlung double Hashing mit $g(x) = 9$ als zweiter Hashfunktion. Geben Sie den Zustand der Hashtabelle nach jeder Einfügeoperation an

b) [4] Geben Sie den Kollisionspfad an, der durchsucht wird, wenn versucht wird, in der nach a) befüllten Hashtabelle zusätzlich z_8 (aus Beispiel 1) einzufügen.

c) [2] Wozu wird beim double Hashing die Markierung „wiederfrei“ verwendet?

d) [2] Warum ist es in diesem Beispiel kein Problem, dass die Größe der Tabelle (8) keine Primzahl ist?

e) [2] Warum ist $g(x)$ keine ideale Funktion für die Kollisionsbehandlung?

Aufgabe 6 [20]

Gegeben ist die folgende Adjazenzmatrix, die die Kosten der Verbindungen zwischen den Knoten eines gerichteten Graphen beschreibt:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & z_8 & 4 & z_6 \\ z_5 & 0 & 0 & z_3 & 2 \\ z_2 & z_4 & 0 & z_1 & z_7 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & z_5 \\ 0 & 1 & 0 & z_2 & 0 \end{pmatrix}$$

a) [2] Skizzieren Sie den Graphen, der durch diese Adjazenzmatrix beschrieben wird.

b) [10] Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Dijkstra die kürzesten Wege vom **Knoten 3** zu allen anderen Knoten des Graphen (Dabei entspricht **Knoten 3** dem Knoten der dritten Zeile/Spalte in der Adjazenzmatrix). .) Notieren Sie alle Zwischenschritte so genau, dass klar ist, in welcher Reihenfolge die Knoten besucht werden.

c) [8] Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen mimimal spannenden Baum des Schattens des Graphen. (Sie erhalten den Schatten des Graphen, indem Sie die Richtungen der Kanten vernachlässigen. Werden dann zwei Knoten durch zwei oder mehr Kanten verbunden, so werden diese Kanten zu einer zusammengefasst. Anders ausgedrückt: Zwei Knoten x und y im Schatten sind genau dann durch eine ungerichtete Kante verbunden, wenn im ursprünglich gerichteten Graphen zumindest eine der Kanten von x nach y oder von y nach x existiert. Als Gewicht der ungerichteten Kante wählen sie jeweils das Minimum aller durch sie repräsentierten gerichteten Kanten.) Notieren Sie alle Zwischenschritte so genau, dass klar ist, wann welche Kante zum spannenden Baum hinzugefügt wird.