

Algorithmen und Datenstrukturen 1

Theoretische Prüfung NT 1

09.07.2021

Name:	
Matrikelnummer:	

Die Angaben sind beidseitig bedruckt!

	20		22		30		21		29		36		32		23
+		+		+		+		+		+		+		+	
	z_1		z_2		z_3		z_4		z_5		z_6		z_7		z_8

Aufgabe 1 [2]

Fügen Sie in obiger Tabelle in den leeren Kästchen, vor denen das Pluszeichen steht, die Ziffern Ihrer Matrikelnummer ein. Führen Sie die Additionen durch und ermitteln Sie die Zahlen z_1 bis z_8 .

Aufgabe 2 [18]

- [9] Schreiben Sie eine Funktion in C++ mit einem Parameter n (vom Typ `int`), deren Laufzeitkomplexität gleichzeitig die Ordnungen $O(n^3)$, $\Omega(n)$ und $\Theta(n^2)$ hat.
- [9] Fügen Sie in nachfolgender Tabelle Kreuze an den Positionen ein, wo die in der Zeile angeführte Funktion von der in der Spalte angegebenen Ordnung ist.

$f(n)$	$O(n)$	$O(n^3)$	$O(\log n)$	$O(\log^2 n)$	$\Omega(n^2)$	$\Omega(\log n)$	$\Omega(\log^3 n)$	$\Theta(n^2)$	$\Theta(\log n)$	$\Theta(\log^3 n)$
n										
n^2										
n^3										
$\log n$										
$\log^2 n$										
$\log^3 n$										

Anmerkung: $\log^2 n = (\log n)(\log n)$

Aufgabe 3 [20]

Die Werte z_1 bis z_8 . (aus Aufgabe 1) seien in dieser Reihenfolge von links nach rechts in einem Array gespeichert. Sortieren Sie die Werte aufsteigend mit

- [8] Quicksort
- [6] Mergesort
- [6] Bubblesort

Geben Sie alle notwendigen Schritte so genau an, dass die Arbeitsweise des Algorithmus klar ersichtlich wird.

Aufgabe 4 [20]

- [9] Fügen Sie die Werte z_2 bis z_8 aus Aufgabe 1 (in dieser Reihenfolge) in eine zu Beginn leere Hashtabelle der Länge 7 ein. Verwenden Sie als Hashfunktion $h(k) = k \% 7$ und Double Hashing zur Kollisionsbehandlung. Die zweite Hashfunktion ist $g(k) = k \% 5 + 1$. Skizzieren Sie den Zustand der Hashtabelle nach jedem Einfügeschritt.
- [4] Geben Sie den Kollisionspfad (besuchte Indexpositionen) bei einer Suche nach dem Wert z_4 an.
- [4] Geben Sie den Kollisionspfad (besuchte Indexpositionen) bei einer Suche nach dem Wert 47 an.
- [1] Löschen Sie den Wert z_5 aus der Tabelle und skizzieren Sie den Zustand der Hashtabelle.
- [2] Nennen Sie 2 dynamische Hashverfahren (Name ist ausreichend).

Aufgabe 5 [20]

- a) [6] Geben Sie in C++-ähnlichem Pseudocode die Definition einer effizienten Datenstruktur für einen Min-Heap an, der ganzzahlige Werte speichert.
- b) [5] Geben Sie in C++-ähnlichem Pseudocode eine Methode an, die den Knoten im Heap ermittelt, der beim Löschen mit der Wurzel getauscht wird, und dessen Wert ausgibt. Dieser Knoten ist in der üblichen graphischen Darstellung in der untersten Ebene ganz rechts (siehe Abbildung).



Der „Ersatzknoten“ beim Löschen

- c) [5] Geben Sie in C++-ähnlichem Pseudocode eine effiziente Methode an, um das Minimum der im Min-Heap gespeicherten Werte auszugeben.
- d) [4] Welche Laufzeitordnungen haben Ihre Methoden aus Punkt b) und Punkt c) bezüglich der im Heap gespeicherten Anzahl n der Elemente?

Aufgabe 6 [20]

Gegeben ist der folgende gerichtete Graph

Gegeben ist die folgende Adjazenzmatrix mit Wegekosten für einen gerichteten Graphen

(die Werte z_1 bis z_8 sind aus Aufgabe 1 zu übernehmen):

$$\begin{pmatrix}
 0 & 0 & z_8 & z_7 & z_6 \\
 z_5 & 0 & z_4 & z_3 & 0 \\
 z_2 & z_1 & 0 & z_8 & z_7 \\
 0 & 0 & z_6 & 0 & z_5 \\
 z_4 & 0 & z_3 & z_2 & 0
 \end{pmatrix}$$

- a. [2] Skizzieren Sie den gerichteten Graphen.
- b. [10] Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Dijkstra die jeweils kürzesten Wege vom Knoten 1 (erste Zeile, erste Spalte der Matrix) zu allen anderen Knoten des Graphen. Notieren Sie Ihr vorgehen so, dass jeder Schritt nachvollzogen werden kann.
- c. [8] Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen minimal spannenden Baum des Schattens des Graphen. (Sie erhalten den Schatten des Graphen, indem Sie die Richtungen der Kanten vernachlässigen. Werden dann zwei Knoten x und y im Schatten durch zwei Kanten verbunden, so werden diese Kanten zu einer zusammengefasst. Anders ausgedrückt: Zwei Knoten x und y im Schatten sind genau dann durch eine ungerichtete Kante verbunden, wenn im ursprünglich gerichteten Graphen zumindest eine der Kanten von x nach y oder von y nach x existiert. Als Gewicht der ungerichteten Kante wählen sie jeweils das Minimum aller durch sie repräsentierten, gerichteten Kanten.) Notieren Sie Ihr Vorgehen so, dass jeder Schritt nachvollzogen werden kann.