Algorithmen und Datenstrukturen 1

Theoretische Prüfung NT 1

24.09.2021

Name:	
Matrikelnummer:	

Die Angaben sind beidseitig bedruckt!

20	24	31	27	24	32	21	26
+	+	+	+	+	+	+	+
z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8

Aufgabe 1 [2]

Fügen Sie in obiger Tabelle in den leeren Kästchen, vor denen das Pluszeichen steht, die Ziffern Ihrer Matrikelnummer ein. Führen Sie die Additionen durch und ermitteln Sie die Zahlen z_1 bis z_8.

Aufgabe 2 [18]

a) [10] Erstellen Sie in C++-ähnlichem Pseudocode eine rekursive Funktion f mit einem ganzzahligen Parameter n, auf die das Mastertheorem anwendbar ist und deren asymptotische Laufzeit in $\Theta(n^2 \log n)$ liegt.

b) [3] Zeigen Sie mit Hilfe des Mastertheorems, dass f die gewünschte Laufzeit hat.

c) [5] Erstellen Sie in C++-ähnlichem Pseudocode eine Funktion g mit einem ganzzahligen Parameter n, die f aufruft und deren asymptotische Laufzeit in $\Theta(n^2(\log n)^3)$ liegt.

Aufgabe 3 [20]

Die Werte $\boldsymbol{z_1}$ bis $\boldsymbol{z_8}$. (aus Aufgabe 1) seien in dieser Reihenfolge von links nach rechts in einem Array gespeichert. Sortieren Sie die Werte aufsteigend mit

a. [8] Quicksort
b. [4] Bubblesort
c. [8] Heapsort

Geben Sie alle notwendigen Schritte so genau an, dass die Arbeitsweise des Algorithmus klar ersichtlich wird.

Aufgabe 4 [20]

a) [9] Fügen Sie die Werte ***z_2*** bis ***z_8*** aus Aufgabe 1 (in dieser Reihenfolge) in eine zu Beginn leere Hashtabelle der Länge 7 ein. Verwenden Sie als Hashfunktion ***h(k) = k%7*** und Double Hashing zur Kollisionsbehandlung.
Die zweite Hashfunktion ist ***g(k) = k%3 + 2***.
Skizzieren Sie den Zustand der Hashtabelle nach jedem Einfügeschritt.

b) [1] Löschen Sie den Wert ***z_5*** aus der Tabelle und skizzieren Sie den Zustand der Hashtabelle.

c) [4] Geben Sie den Kollisionspfad (besuchte Indexpositionen) bei einer Suche nach dem Wert z_5 an. (Nachdem das Löschen gemäß Punkt b stattgefunden hat.)

d) [2] Wozu wird beim Double Hashing die Markierung „wiederfrei" verwendet?

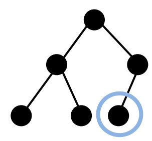
e) [2] Warum ist es empfehlenswert, für Double Hashing eine Tabellengröße zu verwenden, die eine Primzahl ist?

f) [2] Nennen Sie 2 dynamische Hashverfahren. (Namen reichen aus.)

Aufgabe 5 [20]

a) [5] Geben Sie in C++-ähnlichem Pseudocode die Definition einer effizienten Datenstruktur für einen Max-Heap an, der ganzzahlige Werte speichert.

b) [5] Geben Sie in C++-ähnlichem Pseudocode eine Methode an, die den Knoten im Heap ermittelt, der beim Löschen mit der Wurzel getauscht wird, und dessen Wert ausgibt. Dieser Knoten ist in der üblichen graphischen Darstellung in der untersten Ebene ganz rechts (siehe Abbildung).



Der „Ersatzknoten" beim Löschen

c) [5] Geben Sie in C++-ähnlichem Pseudocode eine effiziente Methode an, um das Maximum der im Max-Heap gespeicherten Werte auszugeben.

d) [5] Welche Laufzeitordnungen haben Ihre Methoden aus Punkt b) und Punkt c) bezüglich der im Heap gespeicherten Anzahl n der Elemente?

Aufgabe 6 [20]

Gegeben ist die folgende Adjazenzmatrix mit Wegekosten für einen gerichteten Graphen
(die Werte z_1 bis z_8. sind aus Aufgabe 1 zu übernehmen):

$$\begin{pmatrix} 0 & z_6 & z_3 & 0 & z_2 \\ z_3 & 0 & 4 & z_8 & 0 \\ 2 & 0 & 8 & z_4 & 2 \\ 0 & 0 & z_6 & 0 & z_7 \\ 39 & z_5 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a. [2] Skizzieren Sie den gerichteten Graphen.
b. [10] Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Dijkstra die jeweils kürzesten Wege vom Knoten 1 (erste Zeile, erste Spalte der Matrix) zu allen anderen Knoten des Graphen.
c. [8] Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen minimal spannenden Baum des Schattens des Graphen. (Sie erhalten den Schatten des Graphen, indem Sie die Richtungen der Kanten vernachlässigen. Werden dann zwei Knoten durch zwei Kanten verbunden, so werden diese Kanten zu einer zusammengefasst. Anders ausgedrückt: Zwei Knoten x und y im Schatten sind genau dann durch eine ungerichtete Kante verbunden, wenn im ursprünglich gerichteten Graphen zumindest eine der Kanten von x nach y oder von y nach x existiert. Als Gewicht der ungerichteten Kante wählen sie jeweils das Minimum aller durch sie repräsentierten gerichteten Kanten.)