universität wien

# Algorithmen und Datenstrukturen 1

## Theoretische Prüfung

## 2. Nachtermin

## 25.02.2022

| | |
|---|---|
| Name: | |
| Matrikelnummer: | |

Die Angaben sind beidseitig bedruckt!

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **37** + | **21** + | **13** + | **17** + | **14** + | **40** + | **25** + | **20** + |
| | | | | | | | |
| $z_1$ | $z_2$ | $z_3$ | $z_4$ | $z_5$ | $z_6$ | $z_7$ | $z_8$ |

## Aufgabe 1 [2]

Fügen Sie in obiger Tabelle in den leeren Kästchen, vor denen das Pluszeichen steht, die Ziffern Ihrer Matrikelnummer ein. Führen Sie die Additionen durch und ermitteln Sie die Zahlen $z_1$ bis $z_8$.

## Aufgabe 2 [18]

a) [13] Erstellen Sie in C++-ähnlichem Pseudocode **eine** rekursive Funktion f mit einem ganzzahligen Parameter n, auf die das Mastertheorem anwendbar ist und deren Laufzeitkomplexität **gleichzeitig** in $\Theta(n^3 \log n)$, $\Omega(\log n)$ und $O(n^5)$ liegt. Der Parameter ***b*** im Mastertheorem muss dabei den Wert $z_2 \,\%\, 2 + 3$ annehmen.

b) [5] Zeigen Sie mit Hilfe des Mastertheorems, dass f die gewünschte Laufzeitkomplexität hat.

## Aufgabe 3 [20]

Die Werte $z_1$ bis $z_8$ (aus Aufgabe 1) **jeweils Modulo 10** (z. B. $z_1$%10, $z_2$%10, usf.) seien in dieser Reihenfolge von links nach rechts in einem Array gespeichert. Sortieren Sie die Werte aufsteigend mit

a) [10] Quicksort
b) [6] Heapsort
c) [4] Mergesort

Geben Sie alle notwendigen Schritte so genau an, dass die Arbeitsweise des Algorithmus klar ersichtlich wird.

## Aufgabe 4 [20]

a) [8] Fügen Sie die Werte $z_1$ bis $z_8$ aus Aufgabe 1 (in dieser Reihenfolge) in einen zu Beginn leeren binären Suchbaum ein. Skizzieren Sie den Zustand des Baums nach jedem Einfügeschritt.
Anmerkung: der Baum kann Werte mehrfach enthalten.

b) [3] Geben Sie in C++ ähnlicher Notation die Definition einer Datenstruktur für einen binären Suchbaum an.

c) [5] Geben Sie in C++ ähnlicher Notation eine Definition einer Funktion an, die den binären Suchbaum depth first traversiert und alle gespeicherten Werte ausgibt.

d) [4] Notieren Sie die Ausgabe Ihrer Funktion, wenn sie für den unter **Teilaufgabe a)** erstellten Baum aufgerufen wird. Handelt es sich dabei um eine preorder Traversierung, eine postorder Traversierung, eine inorder Traversierung oder um eine andere Art der Traversierung?

## Aufgabe 5 [20]

a) [10] Fügen Sie die Zahlen $z_1$ bis $z_7$ (aus Beispiel 1) in dieser Reihenfolge in eine ursprünglich leere Hashtabelle der Größe 7 ein. Verwenden Sie die Hashfunktion $h(x) = x\%7$ und zur Kollisionsbehandlung double Hashing mit $g(x) = x\%3 + 1$ als zweiter Hashfunktion. Geben Sie den Zustand der Hashtabelle nach jeder Einfügeoperation an.

b) [4] Geben Sie den Kollisionspfad an, der durchsucht wird, wenn versucht wird, in der nach a) befüllten Hashtabelle zusätzlich $z_8$ (aus Beispiel 1) einzufügen.

c) [2] Wozu wird beim double Hashing die Markierung „wiederfrei“ verwendet?

d) [2] Warum ist es empfehlenswert, für double Hashing eine Tabellengröße zu verwenden, die eine Primzahl ist?

e) [2] Was ist der grundlegende Unterschied zwischen statischen und dynamischen Hashverfahren?

## Aufgabe 6 [20]

Gegeben ist die folgende Adjazenzmatrix, die die Kosten der Verbindungen zwischen den Knoten eines gerichteten Graphen beschreibt:

$$\begin{pmatrix} 0 & z_6 & 58 & 0 & z_4 \\ 2 & 3 & z_8 & 0 & 0 \\ z_2 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & z_3 & 0 & z_7 \\ 42 & 2 & 0 & z_5 & 0 \end{pmatrix}$$

a) [2] Skizzieren Sie den Graphen, der durch diese Adjazenzmatrix beschrieben wird.

b) [10] Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Dijkstra die kürzesten Wege vom Knoten 1 zu allen anderen Knoten des Graphen (Dabei entspricht Knoten 1 dem Knoten der ersten Zeile/Spalte in der Adjazenzmatrix).

c) [8] Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Prim einen mimimal spannenden Baum des Schattens des Graphen. (Sie erhalten den Schatten des Graphen, indem Sie die Richtungen der Kanten vernachlässigen. Werden dann zwei Knoten durch zwei oder mehr Kanten verbunden, so werden diese Kanten zu einer zusammengefasst. Anders ausgedrückt: Zwei Knoten x und y im Schatten sind genau dann durch eine ungerichtete Kante verbunden, wenn im ursprünglich gerichteten Graphen zumindest eine der Kanten von x nach y oder von y nach x existiert. Als Gewicht der ungerichteten Kante wählen sie jeweils das Minimum aller durch sie repräsentierten gerichteten Kanten.) Notieren Sie alle Zwischenschritte so genau, dass klar ist, wann welche Kante zum spannenden Baum hinzugefügt wird.