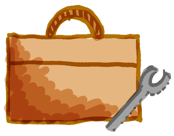


Werkzeugkoffer
Woche 02

Ableiten:

Summenregel: $(u+v)' = u' + v'$

Faktorregel: $(u \cdot v)' = u'v + uv'$

Quotientenregel: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Kettenregel: $(u \circ v)' = u'(v) \cdot v'$

Hilfreich:

$$\log_2(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(2)}$$

$$\log_2'(x) = \frac{1}{\ln(2)} \cdot \ln'(x) = \frac{1}{\ln(2)} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x \cdot \underbrace{\ln(2)}_{\text{const}}}$$

Generell für Basis b:

$$\log_b'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(b)}$$

Integrieren:

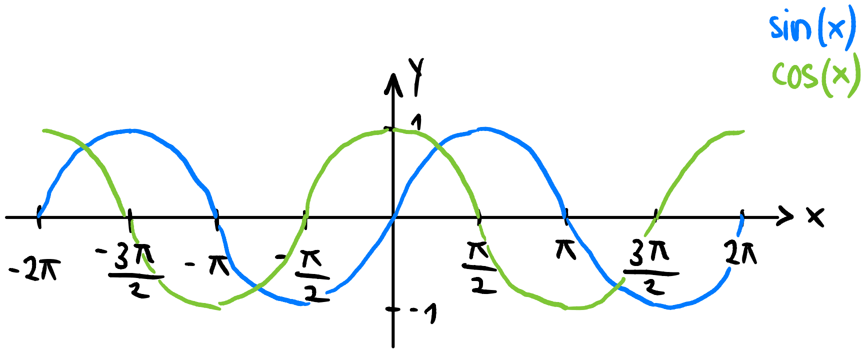
$$f(x) = x^n$$

$$F(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a)$$

$f(x)$	$F(x)$
x	$\frac{1}{2}x^2$
x^2	$\frac{1}{3}x^3$

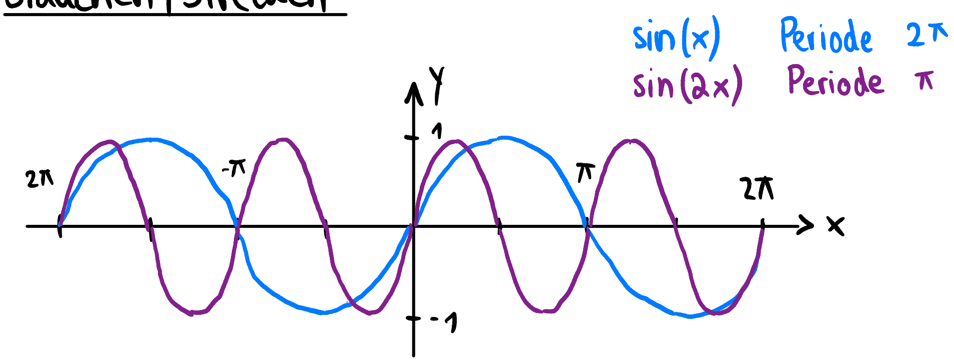
Sinus & Cosinus



$\sin(x) = -\sin(-x)$ $\Rightarrow$ Punktsymmetrie

$\cos(x) = \cos(-x)$ $\Rightarrow$ Achsensymmetrie (y-Achse)

Stauchen / Strecken:



$\sin(\omega \cdot x)$ bedeutet Stauchung auf x-Achse mit Faktor ω

$\Rightarrow$ Um sinus mit Periode T zu erhalten, können wir

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ wählen

Fourierreihe & Fouriertransformation

Veranschaulichung: Geogebra

Bei der Fourieranalyse ist die Terminologie nicht immer konsistent.

Grundsätzlich:

Übersetzung einer Funktion von Zeit- nach Frequenzdomäne

Signal o—● Frequenzspektrum

$\mathbb{D}$ kontinuierlich?

- kont. → $\mathbb{D}$ Intervall?
  - ja → Signal periodisch?
    - ja → **Fourierreihe**
      Übung 02!
  - nein & nein → **Kontinuierliche Fouriertransformation**
    Für aperiodisches, unendliches Signal
- diskret → $\mathbb{D}$ diskret, endlich?
  - nein → ☹
  - ja → gewünschtes Frequenzspektrum?
    - diskret → **Diskrete Fouriertransformation (DFT)**
      DFT, FFT (!) essentiell für digitale Signalverarbeitung
      Abtastrate → diskrete Stützstellen
      z.B. Samplerate in digital Audio
      CD => 44.1 kHz
    - kontinuierlich → **Fouriertransformation für zeitdiskrete Signale (DTFT)**
      Theoretische Analyse

Entropie, Information & Co.

Quelle Q emmitiert Zeichen $x_i \in X$

$$X := \{x_0, \dots, x_{N-1}\} \text{ mit } N = |X|$$

Jedes Zeichen x hat Auftrittswahrscheinlichkeit

$$Pr[X = x] \in [0, 1]$$

Die Summe aller Auftrittswahrscheinlichkeiten muss 1 betragen

$$\sum_{x \in X} Pr[X = x] = 1$$

Der Informationsgehalt eines Zeichens x hängt ausschließlich von seiner Auftrittswahrscheinlichkeit ab:

$$I(x) = -\log_2 \underbrace{Pr[X = x]}_{\text{auch } p_x \text{ notiert}} \qquad [\text{bits}]$$

Die Entropie einer Quelle entspricht ihrem durchschnittlichen Informationsgehalt:

$$H(X) = \sum_{x \in X} p_x \cdot I(x)$$

$$= \sum_{x \in X} p_x \cdot (-\log_2 p_x) = -\sum_{x \in X} p_x \log_2 p_x$$

⇝ Verbundentropie

⇝ Bedingte Entropie

$$a_k = \frac{2}{T}\int_0^T s(t)\cdot\cos(k\omega t)\,dt$$

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^T s(t)\cdot\cos(0\omega t)\,dt$$

$$= \frac{2}{T}\int_0^T s(t)\,dt$$

Gleichanteil

$$\Rightarrow \quad s(t) = s'(t) + c$$

gleichanteilsfrei

$$= \frac{2}{T}\int_0^T s'(t) + c\,dt$$

$$= \underbrace{\frac{2}{T}\int_0^T s'(t)} + \frac{2}{T}\int_0^T c\,dt$$

$$= \quad 0 \quad + \frac{2}{T}\left[ct\right]_0^T$$

$$= \frac{2}{T}(cT + 0) = \frac{2cT}{T} = 2c$$