



## Hrvatsko otvoreno natjecanje u informatici

4. kolo, 18. siječnja 2020.

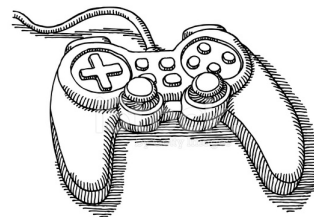
### Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
<b>FPS</b>	1 sekunda	512 MiB	20
<b>Amazon</b>	1 sekunda	512 MiB	30
<b>Pod starim krovovima</b>	1 sekunda	512 MiB	50
<b>Spiderman</b>	1 sekunda	512 MiB	70
<b>Holding</b>	1 sekunda	512 MiB	110
<b>Klasika</b>	1 sekunda	512 MiB	110
<b>Nivelle</b>	1 sekunda	512 MiB	110
<b>Ukupno</b>			500



## Zadatak: FPS

Naši dragi prijatelji Fabijan i Patrik su prošle godine bili jako dobri te su za Božić zaslužili odlične poklone. Fabijan je od Djeda Mraza tražio dva kontrolera, a njegov prijatelj Patrik najbolju igru na svijetu. Naravno, ta igra je *FIFA 20*. Na Božićno su jutro bili oduševljeni jer su pod drvcem našli upravo ono što su tražili. Prepuni veselja našli su se kod Patrika kako bi što prije započeli s igranjem. Za svoju prvu utakmicu odabrali su okršaj titana s dna HNL tablice, Fabijan će upravljati igračima Varaždina, a Patrik će igrati protiv njega u dresovima Istre.



Kako bi stigli na Božićni ručak, u postavkama igre su postavili da utakmica traje točno  $X$  minuta. Patrik na svom računalu može igrati igru u  $Y$  FPS-a (*engl.* Frames Per Second (sličica u sekundi)), tj. njegovo računalo svake sekunde prikaže  $Y$  sličica. Nakon što su odigrali utakmicu Fabijan je pitao Patrika: „Patriče, koliko je sličica tvoje računalo prikazalo za vrijeme ove utakmice?“. Dečki se za vrijeme praznika ne žele baviti matematikom pa vas mole da odgovorite na Fabijanov upit.

### Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj  $X$  ( $1 \leq X \leq 100$ ) iz teksta zadatka.

U drugom je retku prirodan broj  $Y$  ( $1 \leq Y \leq 100$ ) iz teksta zadatka.

### Izlazni podaci

U jedini redak ispišite broj sličica prikazanih na Patrikovom računalu za vrijeme utakmice.

### Probni primjeri

ulaz	ulaz	ulaz
1	10	10
1	1	25
izlaz	izlaz	izlaz
60	600	15000

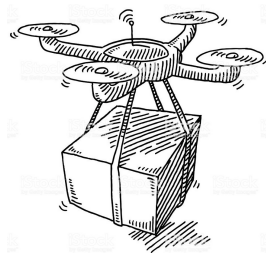
**Pojašnjenje prvog probnog primjera:** Jedna minuta sadrži 60 sekundi. Ako se svake sekunde prikaže jedna sličica, ukupno će biti prikazano 60 sličica.



## Zadatak: Amazon

Početkom ove godine američka tvrtka Amazon pokreće projekt *Amazon Prime Air*. To znači da ćete moći naručiti paket s Amazona, a njega će vam dostaviti dron u roku od 30 minuta.

Svaki dron u skladištu ima u redu svojih  $M$  paketa koje mora dostaviti tim redosljedom kako su poredani. Za svaki paket znamo njegovu masu  $K_i$ , izraženu u kilogramima. Dron u jednoj dostavi može prenijeti najviše  $N$  kilograma paketa i može ponijeti više uzastopnih paketa odjednom (počevši od prvog u redu). Naravno, zbroj kilograma ponesenih uzastopnih paketa mora biti manji ili jednak  $N$ .



Amazon želi optimizirati broj polijetanja te ih zanima u koliko najmanje polijetanja dron može prenijeti pakete na zadana odredišta. Nažalost, oni to ne znaju izračunati pa su zamolili vas da to učinite umjesto njih.

### Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ) iz teksta zadatka.

U drugom je retku prirodan broj  $M$  ( $1 \leq M \leq 100$ ) iz teksta zadatka.

U sljedećih  $M$  redaka nalazi se po jedan broj  $K_i$  ( $1 \leq K_i \leq N$ ) koji označava masu  $i$ -tog paketa.

### Izlazni podaci

Ispišite minimalan broj polijetanja drona.

### Bodovanje

U testnim primjerima vrijednima 10 bodova, vrijedit će  $M = 3$ .

U testnim primjerima vrijednima dodatnih 10 bodova, vrijedit će da su svi paketi jednake mase.

### Probni primjeri

ulaz

10  
3  
3  
4  
2

izlaz

1

ulaz

10  
3  
4  
4  
4

izlaz

2

ulaz

10  
3  
6  
1  
7

izlaz

2

**Pojašnjenje trećeg probnog primjera:** Optimalno je uzeti prvi paket u prvoj dostavi, a drugi i treći paket u drugoj dostavi.



## Zadatak: Pod starim krovovima

**Mjesto radnje:** legendarna starozagrebačka gostionica *Kod Žnidaršića*.

**Vrijeme radnje:** početak druge polovice tridesetih godina dvadesetog stoljeća.

**Radnja:** Franjo za šankom s prijateljima razgovara o stanju u Abesiniji. Njegov sin, mali Perica, sjedi u kutu za stolom. Na stolu ispred Perice stoji  $N$  čaša označenih brojevima od 1 do  $N$ . Za svaku čašu znamo koliko u njoj trenutno ima tekućine i kolika je njena zapremnina u nanolitrima. Zapremnina je najveća količina tekućine koju možemo uliti u čašu.



**Problem:** Malog Pericu zanima koliko najviše čaša može isprazniti prelijevanjem tekućine između čaša. Pod prelijevanjem tekućine iz jedne u drugu čašu podrazumijevamo postupak kojim svu ili neki cjelobrojni dio (u nanolitrima) tekućine iz jedne čaše prelijemo u drugu čašu. Prilikom prelijevanja tekućina se ne smije prolići po stolu.

Ispišite traženi broj ispraznjenih čaša te dodatno ispišite količinu tekućine u svakoj čaši u trenutku kada je ispraznjeno najviše čaša što se moglo. Ako ima više mogućnosti, ispišite bilo koju. Primijetite da nije potrebno minimizirati broj prelijevanja.

### Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj  $N$  ( $1 \leq N \leq 1\,000$ ) iz teksta zadatka.

U sljedećih  $N$  redaka su po dva broja, cijeli broj  $T_i$  ( $0 \leq T_i \leq 10^9$ ) i prirodan broj  $Z_i$  ( $1 \leq Z_i \leq 10^9$ ) koji predstavljaju trenutnu količinu tekućine te zapremninu čaše s oznakom  $i$ . Obje su vrijednosti dane u nanolitrima te trenutna količina tekućine u čaši ne može premašiti njenu zapremninu, odnosno vrijedi  $T_i \leq Z_i$ .

### Izlazni podaci

U prvi redak ispišite najveći broj čaša koji možemo isprazniti.

U drugi redak ispišite traženu količinu tekućine (u nanolitrima) u čašama počevši od one s oznakom 1 pa sve do one s oznakom  $N$ .

### Bodovanje

Točan ispis prvog retka vrijedi 4 boda, a točan ispis drugog retka vrijedi 1 bod za svaki testni primjer.

U testnim primjerima vrijednima 20 bodova sve će čaše biti iste zapremnine.



## Probni primjeri

**ulaz**

5  
2 6  
1 6  
0 6  
6 6  
5 6

**izlaz**

2  
6 6 2 0 0

**ulaz**

5  
4 5  
2 7  
5 5  
0 10  
7 9

**izlaz**

3  
0 0 0 10 8

**ulaz**

8  
2 6  
3 4  
1 1  
9 10  
0 10  
4 5  
6 8  
3 9

**izlaz**

5  
0 0 0 9 10 0 0 9

**Pojašnjenje drugog probnog primjera:** Jedan od mogućih postupaka prelijevanja je

1. sve iz čaše 1 u čašu 2.
2. sve iz čaše 2 u čašu 4.
3. četiri nanolitra iz čaše 3 u čašu 4
4. jedan nanolitar iz čaše 3 u čašu 5.

Sada su čaše s oznakama 1, 2 i 3 u potpunosti prazne.



## Zadatak: Spiderman

Mali Ivan veliki je obožavatelj društvene igre **Jamb** i Marvelovih superjunaka. Najdraži superjunak mu je čovjek-pauk, njujorški tinejdžer prijateljima poznat kao Peter Parker koji je svoje supermoći stekao ugrizom radioaktivnog pauka. Ivan mašta da će jednoga dana, baš kao čovjek-pauk, slobodno vrijeme provoditi skačući s nebodera na neboder. Usred jedne takve maštarije, Ivan je usnuo.



U snu se više nije zvao Ivan, već Peter Parkour, singapurski tinejdžer koji slobodno vrijeme provodi skačući s nebodera na neboder koristeći vještine parkoura<sup>1</sup>. Ivan, odnosno Peter Parkour, zna da se u Singapuru nalazi točno  $N$  nebodera te da je  $i$ -ti neboder visok  $h_i$  metara. Također, poznato mu je da zbog svojih vještina može skočiti s  $i$ -tog na  $j$ -ti neboder ako je ostatak pri dijeljenju  $h_i$  s  $h_j$  jednak  $K$ . Pomozite Ivanu za svaki neboder odrediti na koliko ostalih nebodera može s njega skočiti.

### Ulazni podaci

U prvom su retku prirodan broj  $N$  ( $1 \leq N \leq 300\,000$ ) i cijeli broj  $K$  ( $0 \leq K < 10^6$ ) iz teksta zadatka.

U sljedećem se retku nalazi  $N$  prirodnih brojeva  $h_i$  ( $1 \leq h_i \leq 10^6$ ) iz teksta zadatka.

### Izlazni podaci

U jedinom retku ispišite  $N$  cijelih brojeva tako da  $i$ -ti ispisani broj odgovara broju nebodera na koje Peter Parkour može skočiti sa  $i$ -tog nebodera iz ulaza.

### Bodovanje

U testnim primjerima vrijednima 14 bodova, vrijedit će  $1 \leq N \leq 2\,000$

U testnim primjerima vrijednima dodatnih 14 bodova, postojat će najviše 2 000 nebodera različitih visina.

U testnim primjerima vrijednima dodatnih 14 bodova, vrijedit će  $K = 0$ .

### Probni primjeri

ulaz	ulaz	ulaz
2 1	6 3	5 1
5 5	4 3 12 6 8 2	1 3 5 7 2
izlaz	izlaz	izlaz
0 0	0 4 0 0 0 0	4 1 1 2 0

#### Pojašnjenje trećeg probnog primjera:

S prvog nebodera visine 1 Peter skočiti na bilo koji od preostalih nebodera.

S drugog nebodera visine 3 Peter može skočiti samo na neboder visine 2.

S trećeg nebodera visine 5 Peter može skočiti samo na neboder visine 2.

S četvrtog nebodera visine 7 Peter može skočiti na neboder visine 2 ili na neboder visine 3.

S petog nebodera visine 2 Peter ne može skočiti ni na koji od preostalih nebodera.

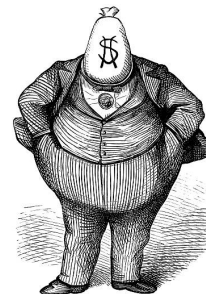
<sup>1</sup>Parkour – metoda razvijanja ljudskog tijela kako bi bilo sposobno kretati se što brže i efikasnije kroz okolinu.



## Zadatak: Holding

Teški su se oblaci nadvili nad Ivičin Holding, skupinu od  $N$  tvrtki koje su u njegovom vlasništvu. Svaka od tih tvrtki je u dugovima i upravo zbog dugova država je poslala odvjetnike da Ivici uzmu sve što ima. Ivica je, kako ekskluzivno doznajemo, uspio namoliti državu da mu ipak ostavi neke tvrtke. Koje? Saznali smo i to.

Odvjetnici su na stol nanizali vlasničke papire  $N$  Ivičinih tvrtki. Dug prve tvrtke u nizu papira je  $A_1$ , druge  $A_2, \dots$  i zadnje u nizu  $A_N$ . Ivica je dogovorio s državom da mu ostavi u vlasništvu tvrtke s dugovima  $A_L, A_{L+1}, \dots, A_R$ , gdje  $L$  i  $R$  predstavljaju pozicije u nizu papira na stolu. Na sreću po Ivicu, odvjetnici su potkupljivi. Istina, neće dozvoliti da Ivica uzme neki drugi podniz dugova osim onoga dogovorenog (između  $L$ -te i  $R$ -te pozicije u nizu papira), ali kažu da će mu rado zamijeniti bilo koja dva vlasnička papira sa stola na pozicijama  $i, j$  ako im za to plati  $|i - j|$  kuna. Ivica je očajan. Ostalo mu je samo  $K$  kuna u džepu kojima želi platiti zamjene tako da u konačnici zbroj dugova u dogovorenom podnizu bude najmanji mogući.



Pomozite Ivici odrediti minimalni zbroj dugova tvrtki u dogovorenom podnizu koji može postići zamjenama papira podmićivanjem odvjetnika s  $K$  kuna koje su mu preostale.

### Ulazni podaci

U prvom se retku nalaze prirodni brojevi  $N, L$  i  $R$  ( $1 \leq L \leq R \leq N \leq 100$ ) te cijeli broj  $K$  ( $0 \leq K \leq 10\,000$ ) iz teksta zadatka.

U drugom je retku  $N$  cijelih brojeva  $A_i$  ( $0 \leq A_i \leq 10^6$ ) iz teksta zadatka.

### Izlazni podaci

U jedinom retku treba ispisati jedan cijeli broj, najmanji mogući zbroj svih brojeva u dogovorenom podnizu.

### Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	22	$N \leq 13$ i $R = N$
2	33	$N \leq 50$ i $R = N$
3	33	$N \leq 50$
4	22	Nema dodatnih ograničenja.

### Probni primjeri

ulaz

3 2 2 1  
1 2 3

izlaz

1

ulaz

5 2 3 3  
21 54 12 2 0

izlaz

12

ulaz

6 4 6 100  
1 2 3 4 5 6

izlaz

6



## Zadatak: Klasika

„Klasična subota amigosi, jučer jedan nemili klasikus metlikus, a danas...” – Romano Obilinović, prvi strijelac slovenske lige 2001. i 2005., legenda interneta, kralj kladionica.

Klasična glazba u razgovornom je govoru pojam koji označava vrstu glazbe sviranu klasičnim instrumentima, ali se ustvari radi o vrsti glazbe koja potječe iz razdoblja klasicizma. Klasična gimnazija naziv je za srednju školu u kojoj se u toku čitavog školovanja uče klasični jezici (latinski i grčki). Razdoblje klasične književnosti...

Isprike, autor se malo zanio, nije lagano napisati *neklasičan* tekst za ovako klasičan zadatak. Slijedi klasičan tekst.

U početku bijaše čvor s oznakom 1 koji je ujedno i korijen stabla. Na vama je da podržite  $Q$  upita oblika:

- **Add  $x$   $y$**  – Dodaje u stablo novi čvor kao dijete čvora  $x$ . Taj je novi čvor sa čvorom  $x$  povezan bridom težine  $y$ , a njegova je oznaka jednaka broju čvorova koji se sada nalaze u stablu.
- **Query  $a$   $b$**  – Pronalazi duljinu najduljeg puta koji započinje u čvoru  $a$ , a završava u nekom od čvorova podstabla čvora  $b$  (smatramo da je i čvor  $b$  dio svoga podstabla). Duljinu puta definiramo kao isključivo ili (xor) težina svih bridova koji se nalaze na putu.

### Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj  $Q$  ( $1 \leq Q \leq 200\,000$ ) iz teksta zadatka.

U  $i$ -tom od sljedećih  $Q$  redaka nalazi se  $i$ -ti upit koji formatom odgovara nekom od upita iz teksta zadatka. Vrijednosti  $x$ ,  $a$  i  $b$  u svakom će upitu odgovarati čvoru koji u tom trenutku postoji, a vrijednost  $y$  bit će manja ili jednaka  $2^{30}$ .

### Izlazni podaci

Potrebno je ispisati odgovor na svaki upit tipa **Query**. Svaki je odgovor potrebno ispisati u zasebnom retku onim redoslijedom kojim se odgovarajući upiti pojavljuju u ulazu.

### Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	11	$Q \leq 200$
2	22	$Q \leq 2\,000$
3	33	U svim upitima tipa <b>Query</b> vrijedi $b = 1$
4	44	Nema dodatnih ograničenja.





## Probni primjeri

**ulaz**

```
4
Add 1 5
Query 1 1
Add 1 7
Query 1 1
```

**izlaz**

```
5
7
```

**ulaz**

```
6
Add 1 5
Add 2 7
Add 1 4
Add 4 3
Query 1 1
Query 2 4
```

**izlaz**

```
7
2
```

**ulaz**

```
10
Add 1 4
Add 1 9
Add 1 10
Add 2 2
Add 3 3
Add 4 4
Query 4 2
Query 1 3
Add 6 7
Query 1 3
```

**izlaz**

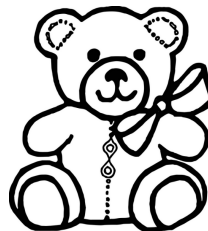
```
14
10
13
```



## Zadatak: Nivelle

*Originalni tekst ovog zadatka zamijenjen je zbog pretjeranog nasilja. Slijedi program primjeren djeci i maloljetnicima.*

Bojan vidi  $N$  malih slatkih plišanaca (*jeej!*) poredanih na polici u dućanu, redom na mjestima  $1, 2, \dots, N$ . Svaki pliš plišanac jedne je od 26 različitih boja. Boje označavamo malim slovima engleske abecede. Bojan želi pojesti neke od tih plišanaca (*njam!*).



Za bilo koji skup plišanaca možemo definirati *šarenilo* kao broj različitih boja plišanaca u skupu, podijeljen s ukupnim brojem plišanaca u skupu. Bojanu šarenilo bljak. Bojan jako gladan. Hoće papati uzastopni podniz plišanaca.

Pomozite Bojanu da njam njam uzastopni podniz plišanaca najmanjeg mogućeg šarenila.

### Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj  $N$  ( $1 \leq N \leq 100\,000$ ), duljina niza plišanaca iz teksta zadatka.

U drugom je retku niz malih slova engleske abecede  $S$  duljine  $N$ , redom boje plišanaca iz teksta zadatka.

### Izlazni podaci

Ispišite dva indeksa  $L$  i  $R$  ( $1 \leq L \leq R \leq N$ ), koji označavaju da se traženi uzastopni podniz plišanaca nalazi na mjestima  $L, L+1, \dots, R$ .

Ako postoji više podnizova iste tražene vrijednosti, ispišite  $L$  i  $R$  koji odgovaraju bilo kojemu.

### Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	7	$N \leq 100$
2	17	$N \leq 2\,000$
3	13	$S$ se sastoji samo od slova 'a' i 'b'
4	25	$S$ se sastoji samo od slova 'a', 'b', 'c', 'd' i 'e'
5	48	Nema dodatnih ograničenja.

### Probni primjeri

ulaz

4

honi

izlaz

1 4

ulaz

7

nivelle

izlaz

4 7

ulaz

6

ananas

izlaz

1 5