



Hrvatsko otvoreno natjecanje u informatici

4. kolo, 18. siječnja 2020.

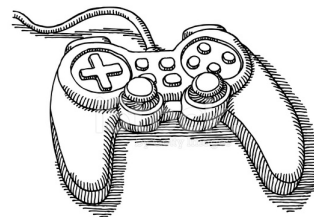
Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
FPS	1 sekunda	512 MiB	20
Amazon	1 sekunda	512 MiB	30
Pod starim krovovima	1 sekunda	512 MiB	50
Spiderman	1 sekunda	512 MiB	70
Holding	1 sekunda	512 MiB	110
Klasika	1 sekunda	512 MiB	110
Nivelle	1 sekunda	512 MiB	110
Ukupno			500



Zadatak: FPS

Naši dragi prijatelji Fabijan i Patrik su prošle godine bili jako dobri te su za Božić zaslužili odlične poklone. Fabijan je od Djeda Mraza tražio dva kontrolera, a njegov prijatelj Patrik najbolju igru na svijetu. Naravno, ta igra je *FIFA 20*. Na Božićno su jutro bili oduševljeni jer su pod drvcem našli upravo ono što su tražili. Prepuni veselja našli su se kod Patrika kako bi što prije započeli s igranjem. Za svoju prvu utakmicu odabrali su okršaj titana s dna HNL tablice, Fabijan će upravljati igračima Varaždina, a Patrik će igrati protiv njega u dresovima Istre.



Kako bi stigli na Božićni ručak, u postavkama igre su postavili da utakmica traje točno X minuta. Patrik na svom računalu može igrati igru u Y FPS-a (*engl.* Frames Per Second (sličica u sekundi)), tj. njegovo računalo svake sekunde prikaže Y sličica. Nakon što su odigrali utakmicu Fabijan je pitao Patrika: „Patriče, koliko je sličica tvoje računalo prikazalo za vrijeme ove utakmice?“. Dečki se za vrijeme praznika ne žele baviti matematikom pa vas mole da odgovorite na Fabijanov upit.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj X ($1 \leq X \leq 100$) iz teksta zadatka.

U drugom je retku prirodan broj Y ($1 \leq Y \leq 100$) iz teksta zadatka.

Izlazni podaci

U jedini redak ispišite broj sličica prikazanih na Patrikovom računalu za vrijeme utakmice.

Probni primjeri

ulaz	ulaz	ulaz
1	10	10
1	1	25
izlaz	izlaz	izlaz
60	600	15000

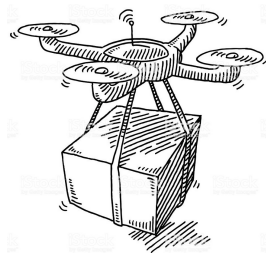
Pojašnjenje prvog probnog primjera: Jedna minuta sadrži 60 sekundi. Ako se svake sekunde prikaže jedna sličica, ukupno će biti prikazano 60 sličica.



Zadatak: Amazon

Početkom ove godine američka tvrtka Amazon pokreće projekt *Amazon Prime Air*. To znači da ćete moći naručiti paket s Amazona, a njega će vam dostaviti dron u roku od 30 minuta.

Svaki dron u skladištu ima u redu svojih M paketa koje mora dostaviti tim redosljedom kako su poredani. Za svaki paket znamo njegovu masu K_i , izraženu u kilogramima. Dron u jednoj dostavi može prenijeti najviše N kilograma paketa i može ponijeti više uzastopnih paketa odjednom (počevši od prvog u redu). Naravno, zbroj kilograma ponesenih uzastopnih paketa mora biti manji ili jednak N .



Amazon želi optimizirati broj polijetanja te ih zanima u koliko najmanje polijetanja dron može prenijeti pakete na zadana odredišta. Nažalost, oni to ne znaju izračunati pa su zamolili vas da to učinite umjesto njih.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj N ($1 \leq N \leq 100$) iz teksta zadatka.

U drugom je retku prirodan broj M ($1 \leq M \leq 100$) iz teksta zadatka.

U sljedećih M redaka nalazi se po jedan broj K_i ($1 \leq K_i \leq N$) koji označava masu i -tog paketa.

Izlazni podaci

Ispišite minimalan broj polijetanja drona.

Bodovanje

U testnim primjerima vrijednima 10 bodova, vrijedit će $M = 3$.

U testnim primjerima vrijednima dodatnih 10 bodova, vrijedit će da su svi paketi jednake mase.

Probni primjeri

ulaz

10

3

3

4

2

izlaz

1

ulaz

10

3

4

4

4

izlaz

2

ulaz

10

3

6

1

7

izlaz

2

Pojašnjenje trećeg probnog primjera: Optimalno je uzeti prvi paket u prvoj dostavi, a drugi i treći paket u drugoj dostavi.



Zadatak: Pod starim krovovima

Mjesto radnje: legendarna starozagrebačka gostionica *Kod Žnidaršića*.

Vrijeme radnje: početak druge polovice tridesetih godina dvadesetog stoljeća.

Radnja: Franjo za šankom s prijateljima razgovara o stanju u Abesiniji. Njegov sin, mali Perica, sjedi u kutu za stolom. Na stolu ispred Perice stoji N čaša označenih brojevima od 1 do N . Za svaku čašu znamo koliko u njoj trenutno ima tekućine i kolika je njena zapremina u nanolitrima. Zapremina je najveća količina tekućine koju možemo uliti u čašu.



Problem: Malog Pericu zanima koliko najviše čaša može isprazniti prelijevanjem tekućine između čaša. Pod prelijevanjem tekućine iz jedne u drugu čašu podrazumijevamo postupak kojim svu ili neki cjelobrojni dio (u nanolitrima) tekućine iz jedne čaše prelijemo u drugu čašu. Prilikom prelijevanja tekućina se ne smije prolići po stolu.

Ispišite traženi broj ispraznjenih čaša te dodatno ispišite količinu tekućine u svakoj čaši u trenutku kada je ispraznjeno najviše čaša što se moglo. Ako ima više mogućnosti, ispišite bilo koju. Primijetite da nije potrebno minimizirati broj prelijevanja.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj N ($1 \leq N \leq 1\,000$) iz teksta zadatka.

U sljedećih N redaka su po dva broja, cijeli broj T_i ($0 \leq T_i \leq 10^9$) i prirodan broj Z_i ($1 \leq Z_i \leq 10^9$) koji predstavljaju trenutnu količinu tekućine te zapreminu čaše s oznakom i . Obje su vrijednosti dane u nanolitrima te trenutna količina tekućine u čaši ne može premašiti njenu zapreminu, odnosno vrijedi $T_i \leq Z_i$.

Izlazni podaci

U prvi redak ispišite najveći broj čaša koji možemo isprazniti.

U drugi redak ispišite traženu količinu tekućine (u nanolitrima) u čašama počevši od one s oznakom 1 pa sve do one s oznakom N .

Bodovanje

Točan ispis prvog retka vrijedi 4 boda, a točan ispis drugog retka vrijedi 1 bod za svaki testni primjer.

U testnim primjerima vrijednima 20 bodova sve će čaše biti iste zapremnine.



Probni primjeri

ulaz

5
2 6
1 6
0 6
6 6
5 6

izlaz

2
6 6 2 0 0

ulaz

5
4 5
2 7
5 5
0 10
7 9

izlaz

3
0 0 0 10 8

ulaz

8
2 6
3 4
1 1
9 10
0 10
4 5
6 8
3 9

izlaz

5
0 0 0 9 10 0 0 9

Pojašnjenje drugog probnog primjera: Jedan od mogućih postupaka prelijevanja je

1. sve iz čaše 1 u čašu 2.
2. sve iz čaše 2 u čašu 4.
3. četiri nanolitra iz čaše 3 u čašu 4
4. jedan nanolitar iz čaše 3 u čašu 5.

Sada su čaše s oznakama 1, 2 i 3 u potpunosti prazne.



Zadatak: Spiderman

Mali Ivan veliki je obožavatelj društvene igre **Jamb** i Marvelovih superjunaka. Najdraži superjunak mu je čovjek-pauk, njujorški tinejdžer prijateljima poznat kao Peter Parker koji je svoje supermoći stekao ugrizom radioaktivnog pauka. Ivan mašta da će jednoga dana, baš kao čovjek-pauk, slobodno vrijeme provoditi skačući s nebodera na neboder. Usred jedne takve maštarije, Ivan je usnuo.



U snu se više nije zvao Ivan, već Peter Parkour, singapurski tinejdžer koji slobodno vrijeme provodi skačući s nebodera na neboder koristeći vještine parkoura¹. Ivan, odnosno Peter Parkour, zna da se u Singapuru nalazi točno N nebodera te da je i -ti neboder visok h_i metara. Također, poznato mu je da zbog svojih vještina može skočiti s i -tog na j -ti neboder ako je ostatak pri dijeljenju h_i s h_j jednak K . Pomozite Ivanu za svaki neboder odrediti na koliko ostalih nebodera može s njega skočiti.

Ulazni podaci

U prvom su retku prirodan broj N ($1 \leq N \leq 3 \cdot 10^5$) i cijeli broj K ($0 \leq K < 10^6$) iz teksta zadatka.

U sljedećem se retku nalazi N prirodnih brojeva h_i ($1 \leq h_i \leq 10^6$) iz teksta zadatka.

Izlazni podaci

U jedinom retku ispišite N cijelih brojeva tako da i -ti ispisani broj odgovara broju nebodera na koje Peter Parkour može skočiti sa i -tog nebodera iz ulaza.

Bodovanje

U testnim primjerima vrijednima 14 bodova, vrijedit će $1 \leq N \leq 2\,000$

U testnim primjerima vrijednima dodatnih 14 bodova, postojat će najviše 2 000 nebodera različitih visina.

U testnim primjerima vrijednima dodatnih 14 bodova, vrijedit će $K = 0$.

Probni primjeri

ulaz

2 1
5 5

izlaz

0 0

ulaz

6 3
4 3 12 6 8 2

izlaz

0 4 0 0 0 0

ulaz

5 1
1 3 5 7 2

izlaz

4 1 1 2 0

Pojašnjenje trećeg probnog primjera:

S prvog nebodera visine 1 Peter skočiti na bilo koji od preostalih nebodera.

S drugog nebodera visine 3 Peter može skočiti samo na neboder visine 2.

S trećeg nebodera visine 5 Peter može skočiti samo na neboder visine 2.

S četvrtog nebodera visine 7 Peter može skočiti na neboder visine 2 ili na neboder visine 3.

S petog nebodera visine 2 Peter ne može skočiti ni na koji od preostalih nebodera.

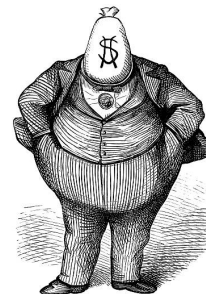
¹Parkour – metoda razvijanja ljudskog tijela kako bi bilo sposobno kretati se što brže i efikasnije kroz okolinu.



Zadatak: Holding

Teški su se oblaci nadvili nad Ivičin Holding, skupinu od N tvrtki koje su u njegovom vlasništvu. Svaka od tih tvrtki je u dugovima i upravo zbog dugova država je poslala odvjetnike da Ivici uzmu sve što ima. Ivica je, kako ekskluzivno doznajemo, uspio namoliti državu da mu ipak ostavi neke tvrtke. Koje? Saznali smo i to.

Odvjetnici su na stol nanizali vlasničke papire N Ivičinih tvrtki. Dug prve tvrtke u nizu papira je A_1 , druge A_2, \dots i zadnje u nizu A_N . Ivica je dogovorio s državom da mu ostavi u vlasništvu tvrtke s dugovima A_L, A_{L+1}, \dots, A_R , gdje L i R predstavljaju pozicije u nizu papira na stolu. Na sreću po Ivicu, odvjetnici su potkupljivi. Istina, neće dozvoliti da Ivica uzme neki drugi podniz dugova osim onoga dogovorenog (između L -te i R -te pozicije u nizu papira), ali kažu da će mu rado zamijeniti bilo koja dva vlasnička papira sa stola na pozicijama i, j ako im za to plati $|i - j|$ kuna. Ivica je očajan. Ostalo mu je samo K kuna u džepu kojima želi platiti zamjene tako da u konačnici zbroj dugova u dogovorenom podnizu bude najmanji moguć.



Pomozite Ivici odrediti minimalni zbroj dugova tvrtki u dogovorenom podnizu koji može postići zamjenama papira podmićivanjem odvjetnika s K kuna koje su mu preostale.

Ulazni podaci

U prvom se retku nalaze prirodni brojevi N, L i R ($1 \leq L \leq R \leq N \leq 100$) te cijeli broj K ($0 \leq K \leq 10\,000$) iz teksta zadatka.

U drugom je retku N cijelih brojeva A_i ($0 \leq A_i \leq 10^6$) iz teksta zadatka.

Izlazni podaci

U jedinom retku treba ispisati jedan cijeli broj, najmanji mogući zbroj svih brojeva u dogovorenom podnizu.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	22	$N \leq 13$ i $R = N$
2	33	$N \leq 50$ i $R = N$
3	33	$N \leq 50$
4	22	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

3 2 2 1
1 2 3

izlaz

1

ulaz

5 2 3 3
21 54 12 2 0

izlaz

12

ulaz

6 4 6 100
1 2 3 4 5 6

izlaz

6



Zadatak: Klasika

„Klasična subota amigosi, jučer jedan nemili klasikus metlikus, a danas...” – Romano Obilinović, prvi strijelac slovenske lige 2001. i 2005., legenda interneta, kralj kladionica.

Klasična glazba u razgovornom je govoru pojam koji označava vrstu glazbe sviranu klasičnim instrumentima, ali se ustvari radi o vrsti glazbe koja potječe iz razdoblja klasicizma. Klasična gimnazija naziv je za srednju školu u kojoj se u toku čitavog školovanja uče klasični jezici (latinski i grčki). Razdoblje klasične književnosti...

Isprike, autor se malo zanio, nije lagano napisati *neklasičan* tekst za ovako klasičan zadatak. Slijedi klasičan tekst.

U početku bijaše čvor s oznakom 1 koji je ujedno i korijen stabla. Na vama je da podržite Q upita oblika:

- **Add x y** – Dodaje u stablo novi čvor kao dijete čvora x . Taj je novi čvor sa čvorom x povezan bridom težine y , a njegova je oznaka jednaka broju čvorova koji se sada nalaze u stablu.
- **Query a b** – Pronalazi duljinu najduljeg puta koji započinje u čvoru a , a završava u nekom od čvorova podstabla čvora b (smatramo da je i čvor b dio svoga podstabla). Duljinu puta definiramo kao isključivo ili (xor) težina svih bridova koji se nalaze na putu.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj Q ($1 \leq Q \leq 200\,000$) iz teksta zadatka.

U i -tom od sljedećih Q redaka nalazi se i -ti upit koji formatom odgovara nekom od upita iz teksta zadatka. Vrijednosti x , a i b u svakom će upitu odgovarati čvoru koji u tom trenutku postoji, a vrijednost y bit će manja ili jednaka 2^{30} .

Izlazni podaci

Potrebno je ispisati odgovor na svaki upit tipa **Query**. Svaki je odgovor potrebno ispisati u zasebnom retku onim redoslijedom kojim se odgovarajući upiti pojavljuju u ulazu.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	11	$Q \leq 200$
2	22	$Q \leq 2\,000$
3	33	U svim upitima tipa Query vrijedi $b = 1$
4	44	Nema dodatnih ograničenja.



Probni primjeri

ulaz

```
4
Add 1 5
Query 1 1
Add 1 7
Query 1 1
```

izlaz

```
5
7
```

ulaz

```
6
Add 1 5
Add 2 7
Add 1 4
Add 4 3
Query 1 1
Query 2 4
```

izlaz

```
7
2
```

ulaz

```
10
Add 1 4
Add 1 9
Add 1 10
Add 2 2
Add 3 3
Add 4 4
Query 4 2
Query 1 3
Add 6 7
Query 1 3
```

izlaz

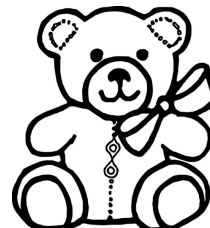
```
14
10
13
```



Zadatak: Nivelle

Originalni tekst ovog zadatka zamijenjen je zbog pretjeranog nasilja. Slijedi program primjeren djeci i maloljetnicima.

Bojan vidi N malih slatkih plišanaca (*jeej!*) poredanih na polici u dućanu, redom na mjestima $1, 2, \dots, N$. Svaki pliš plišanac jedne je od 26 različitih boja. Boje označavamo malim slovima engleske abecede. Bojan želi pojesti neke od tih plišanaca (*njam!*).



Za bilo koji skup plišanaca možemo definirati *šarenilo* kao broj različitih boja plišanaca u skupu, podijeljen s ukupnim brojem plišanaca u skupu. Bojanu šarenilo bljak. Bojan jako gladan. Hoće papati uzastopni podniz plišanaca.

Pomozite Bojanu da njam njam uzastopni podniz plišanaca najmanjeg mogućeg šarenila.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj N ($1 \leq N \leq 100\,000$), duljina niza plišanaca iz teksta zadatka.

U drugom je retku niz malih slova engleske abecede S duljine N , redom boje plišanaca iz teksta zadatka.

Izlazni podaci

Ispišite dva indeksa L i R ($1 \leq L \leq R \leq N$), koji označavaju da se traženi uzastopni podniz plišanaca nalazi na mjestima $L, L+1, \dots, R$.

Ako postoji više podnizova iste tražene vrijednosti, ispišite L i R koji odgovaraju bilo kojemu.

Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	7	$N \leq 100$
2	17	$N \leq 2\,000$
3	13	S se sastoji samo od slova 'a' i 'b'
4	25	S se sastoji samo od slova 'a', 'b', 'c', 'd' i 'e'
5	48	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

4

honi

izlaz

1 4

ulaz

7

nivelle

izlaz

4 7

ulaz

6

ananas

izlaz

1 5