



## Hrvatsko otvoreno natjecanje u informatici

1. kolo, 19. listopada 2019.

### Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
<b>Dinamo</b>	1 sekunda	512 MiB	20
<b>Lijepi</b>	1 sekunda	512 MiB	30
<b>Trol</b>	1 sekunda	512 MiB	50
<b>Lutrija</b>	1 sekunda	512 MiB	70
<b>Džumbus</b>	1 sekunda	512 MiB	110
<b>Trobojnica</b>	1 sekunda	512 MiB	110
<b>Zoo</b>	1 sekunda	512 MiB	110
<b>Ukupno</b>			500



## Zadatak Dinamo

Godina je 2069., Dinamo slavi 50 godina svog prvog od ukupno deset osvajanja Lige prvaka. Kile se prisjeća tog vremena i prvih 6 utakmica grupne faze natjecanja. On se sjeća da je Dinamo u prvom kolu igrao protiv kluba s oznakom  $A$ , u drugom protiv kluba  $C$ , a u trećem protiv  $S$ . Stari Kile se ne može sjetiti s kim je Dinamo igrao u četvrtom, petom i šestom kolu.

Znamo da u Ligi prvaka vrijedi pravilo da u četvrtom kolu klub igra s protivnikom s kojim je igrao u trećem kolu, u petom s protivnikom iz prvog kola, a u šestom s onim iz drugog kola. Pomozi Kiletu i odgovori na njegovo pitanje „S kim smo ono igrali u  $X$ -tom kolu?”.



### Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj  $A$  ( $1 \leq A \leq 10$ ) iz teksta zadatka.

U drugom je retku prirodan broj  $C$  ( $1 \leq C \leq 10$ ) iz teksta zadatka.

U trećem je retku prirodan broj  $S$  ( $1 \leq S \leq 10$ ) iz teksta zadatka.

U četvrtom je retku prirodan broj  $X$  ( $4 \leq X \leq 6$ ) iz teksta zadatka.

Brojevi  $A$ ,  $C$  i  $S$  međusobno su različiti.

### Izlazni podaci

U jedini redak ispišite traženu oznaku kluba s kojim je Dinamo igrao u  $X$ -tom kolu.

### Probni primjeri

ulaz

3

5

2

4

izlaz

2

ulaz

7

3

6

5

izlaz

7

ulaz

1

5

3

6

izlaz

5

#### Pojašnjenje prvog probnog primjera:

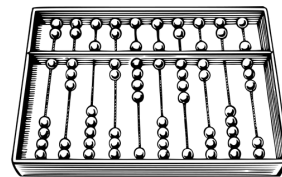
Dinamo je u prvom kolu igrao s timom koji ima oznaku 3, u drugom s 5, a u trećem s timom 2. U četvrtom kolu, prema pravilu iz teksta zadatka opet je igrao s timom 2.



## Zadatak Lijepi

Znate li bez kalkulatora izračunati koliko je  $3 + 4$ ? A koliko je  $23 + 67$ ? Svi znaju da su odgovori na ova pitanja 7 i 90. Svi osim Filipa koji tvrdi da su odgovori 34 i 2367. Očito je da on dva broja ne zbraja na ispravan način već drugi broj *lijepi* na kraj prvog da bi dobio svoje rješenje.

Neka je zadano  $N$  izraza oblika  $x + y$ . Za svaki izraz odredite rješenje na Filipov način, a onda na pravi način zbrojite tako dobivena rješenja.



### Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj  $N$  ( $1 \leq N \leq 10$ ) iz teksta zadatka.

U sljedećih su  $N$  redaka po dva prirodna broja  $x$  i  $y$  manja ili jednaka milijardu koji opisuju izraz oblika  $x + y$  iz teksta zadatka.

### Izlazni podaci

U jedini redak ispišite ukupan zbroj  $N$  brojeva dobivenih na Filipov način.

### Bodovanje

U test podacima ukupno vrijednima 18 bodova vrijedit će da je  $N = 1$  te da su  $X$  i  $Y$  dvoznamenkasti.

U test podacima ukupno vrijednima 22 boda vrijedit će  $1 \leq X, Y \leq 999$ .

### Probni primjeri

ulaz

1

23 17

izlaz

2317

ulaz

3

341 2

11 37

4 291

izlaz

8840

ulaz

5

1 1

21 342

11 11111

3214 99

74 1000

izlaz

2194963

#### Pojašnjenje drugog probnog primjera:

Prema Filipu, rješenje prvog izraza je 3412, rješenje drugog 1137, a rješenje trećeg 4291. Ukupan zbroj tih brojeva je 8840.



## Zadatak Trol

Stjepan je uspješno završio preddiplomski sveučilišni studij matematike na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu. Dakako, njegovi su roditelji jako ponosni te su mu odlučili pokloniti sve prirodne brojeve manje ili jednake  $2^{60}$ . Kako ih ne bi izgubio, Stjepan je te brojeve brže-bolje pospremio u niz  $A$  tako da su brojevi poredani u neopadajućem poretku.

Njegov ljubomorni neprijatelj Marin odlučio mu je napakostiti te je svaki element niza  $A$  uzastopno mijenjao zbrojem njegovih znamenaka sve dok taj zbroj nije postao jednoznamenkast. Primjerice, na 197. mjestu niza  $A$  prvotno se nalazio broj 197 kojeg je Marin najprije promijenio u  $1 + 9 + 7 = 17$ , a potom u  $1 + 7 = 8$ . Dakle, nakon Marinovih promjena na 197. mjestu niza  $A$  nalazi se broj 8.

Stjepan je shrvan i moli Marina da vrati niz  $A$  u početno stanje, ali Marin to ne želi napraviti sve dok mu Stjepan ne odgovori na  $Q$  pitanja oblika “Kolika je suma od  $l$ -tog do  $r$ -tog elementa niza  $A$  nakon mojih promjena?”. Tek tada će Marin priznati Stjepanovu diplomu te mu vratiti niz u početno stanje.

Pomozite Stjepanu!



### Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj  $Q$  ( $1 \leq Q \leq 100$ ) iz teksta zadatka.

U sljedećih su  $Q$  redaka dva prirodna broja  $l$  i  $r$  ( $1 \leq l \leq r \leq 2^{60}$ ) iz teksta zadatka.

### Izlazni podaci

Potrebno je ispisati odgovore na svih  $Q$  upita, a svaki je odgovor potrebno ispisati u zasebnom retku. Naravno, na upite je potrebno odgovarati redom kako su navedeni u ulaznim podacima.

### Bodovanje

U testnim primjerima vrijednima 10 bodova za svaki će upit vrijediti  $1 \leq l \leq r \leq 9$ .

U testnim primjerima vrijednima 30 bodova za svaki će upit vrijediti  $r - l \leq 1000$ .

### Probni primjeri

ulaz

1

1 5

izlaz

15

ulaz

2

9 13

44 45

izlaz

19

17

ulaz

1

1998 2018

izlaz

102

#### Pojašnjenje drugog probnog primjera:

1. upit  $\rightarrow A_9 = 9, A_{10} = 1 + 0 = 1, A_{11} = 1 + 1 = 2, A_{12} = 1 + 2 = 3, A_{13} = 1 + 3 = 4.$

$$A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12} + A_{13} = 9 + 1 + 2 + 3 + 4 = 19.$$

2. upit  $\rightarrow A_{44} = 4 + 4 = 8, A_{45} = 4 + 5 = 9. A_{44} + A_{45} = 8 + 9 = 17.$



## Zadatak Lutrija

Stari Vedran gleda svoju omiljenu emisiju Loto 7/39 u nadi da će baš on biti sretnik koji osvaja silne milijune. Loptice skakuću, vrte se i nakon nekog vremena dio njih izađe iz bubnja. Voditeljica kaže umiljatim glasom: „Današnji brojevi su 2, 5, 7, 11, 19, 23 i 31. Hvala što ste se igrali s nama i vidimo se sljedeće srijede!”

Sav namrgođen jer opet nije pogodio niti jedan broj, Vedran promrlja sebi u bradu da ne želi više gledati te prostote i krene gasiti televizor. No kako je Vedran već jako star, nije dobro vidio i umjesto tipke za gašenje pritisnuo je tipku za promjenu kanala. TV je sada prikazivao HSIN-ov kanal.

Na HSIN-ovom kanalu voditelj je taman pročitao sljedeći zadatak: „Dragi gledatelji, ja ću vam na lijevoj strani ekrana prikazati prosti broj  $A$ , a na desnoj prosti broj  $B$ . Ako mi prvi pošaljete niz prostih brojeva koji počinje s  $A$ , a završava s  $B$  te je pritom apsolutna razlika između svaka dva susjedna elementa niza prosti broj, osvojit ćete ulaznicu za Nacionalni park Plitvička jezera!”

Vedran se sjeća svojih slavnih natjecateljskih dana, no njegova odmakla dob dala je svoj danak. On nije znao riješiti ovaj zadatak, ali kako vi imate veliko srce odlučili ste mu pomoći te napisati program koji će riješiti zadani zadatak.

**Napomena:** prosti broj je prirodan broj veći od 1 koji je djeljiv samo s 1 i sa samim sobom.

### Ulazni podaci

U prvom su retku prosti brojevi  $A$  i  $B$  ( $2 \leq A, B \leq 10^{14}$ ,  $A \neq B$ ) iz teksta zadatka.

### Izlazni podaci

Ako je voditelj zadao nemoguć zadatak, u jedini redak ispišite  $-1$ . Inače u prvi redak ispišite broj prostih brojeva u nizu koji je rješenje zadatka, a u drugi redak ispišite traženi niz iz zadatka. Broj elemenata tog niza treba biti najviše  $10^5$ , a svi njegovi elementi trebaju biti manji ili jednaki  $10^{15}$ .

Ako postoji više točnih rješenja, ispišite bilo koje.

### Bodovanje

U testnim primjerima vrijednima 14 bodova vrijedit će da, ako postoji rješenje, postojat će barem jedno u kojem je duljina traženog niza najviše 3 te će svi elementi tog niza biti manji ili jednaki 1000.

U testnim primjerima vrijednima dodatnih 28 bodova vrijedit će  $2 \leq A, B \leq 1000$ .

### Probni primjeri

ulaz

13 11

izlaz

2

13 11

ulaz

37 11

izlaz

-1

ulaz

2 17

izlaz

3

2 19 17





## Zadatak Džumbus

Marin je dobar čovjek pa će organizirati čak  $Q$  zabava za svojih  $N$  prijatelja – natjecatelja iz biologije. Na Marinovim će se zabavama posluživati *džumbus*, mješavina Coca-Cole i soka od đumbira, a zabave se i same obično pretvore u džumbus.



Marin za svakog prijatelja zna koliko mu je decilitara džumbusa potrebno da se oraspoloži. Među prijateljima postoji  $M$  parova za koje znamo da će se, ako su na istoj zabavi oba člana para raspoloženi, u nekom trenutku (točnom jednom za vrijeme te zabave) odvojiti od ostalih i razmijeniti sve bilješke iz biologije koje posjeduju. Kada osoba  $A$  na nekoj zabavi kopira osobi  $B$  svoje bilješke iz biologije, osoba  $B$  ih može dijeliti na isti način, no parovi su takvi da nije moguće da se te bilješke vrte do osobe  $A$  **za vrijeme te zabave, bez obzira na poredak kojim se parovi sastaju**.

Marin je, u duhu eksperimentiranja, za različite zabave pripremio različite količine džumbusa. Džumbus će na svakoj zabavi rasporediti među prijateljima tako da se njih što više na toj zabavi barem jednom upusti u razmjenu bilješki.

Za svaku od  $Q$  zabava ispišite koliko će se različitih Marinovih prijatelja na njoj barem jednom upustiti u razmjenu bilješki.

### Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi  $N$  i  $M$  iz teksta zadatka.

U drugom je retku  $N$  prirodnih brojeva  $D_i$ , količine džumbusa u decilitrima koje su potrebne Marinovim prijateljima da se oraspolože, redom od prijatelja s oznakom 1 do prijatelja s oznakom  $N$ .

U  $i$ -tom od sljedećih  $M$  redaka su po dva prirodna broja  $A_i$  i  $B_i$  ( $A_i \neq B_i$ ), oznake parova prijatelja iz teksta zadatka.

U sljedećem je retku prirodan broj  $Q$  iz teksta zadatka.

U sljedećih  $Q$  redaka je po jedan prirodan broj  $S_i$ , količina džumbusa u decilitrima koju je Marin pripremio za  $i$ -tu zabavu.

### Izlazni podaci

Ispišite odgovore na  $Q$  upita, svaki u svom retku.

### Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi  $1 \leq N \leq 500$ ,  $1 \leq Q \leq 2 \cdot 10^5$  i  $1 \leq D_i \leq 10^9$ .

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	20	$M = N - 1$ , $1 \leq S_i \leq 1000$ , svaki će Marinov prijatelj biti voljan sa najviše dvoje drugih prijatelja razmjenjivati bilješke.
2	30	$M = N - 1$ , $1 \leq S_i \leq 10^9$ svaki će Marinov prijatelj biti voljan sa najviše dvoje drugih prijatelja razmjenjivati bilješke.
3	30	$0 \leq M < N$ , $1 \leq S_i \leq 100$
4	30	$0 \leq M < N$ , $1 \leq S_i \leq 10^9$



## Probni primjeri

ulaz

1 0  
1000  
1  
1000

izlaz

0

ulaz

3 2  
1 2 3  
1 2  
1 3  
3  
2  
3  
5

izlaz

0  
2  
2

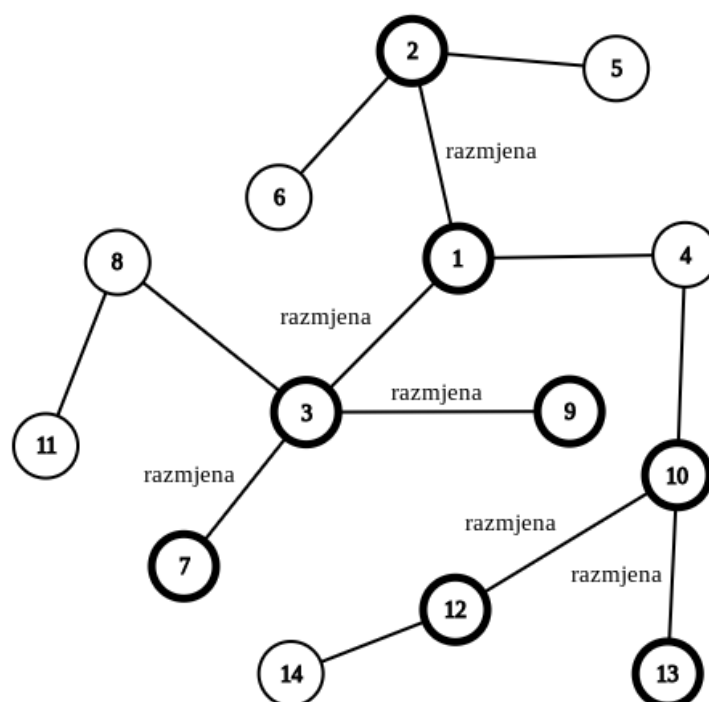
ulaz

14 13  
2 3 4 19 20 21 5 22 6 7 23 8 10 14  
1 2  
1 3  
1 4  
2 5  
2 6  
3 7  
3 8  
3 9  
4 10  
8 11  
10 13  
10 12  
12 14  
3  
45  
44  
23

izlaz

8  
7  
5

**Pojašnjenje trećeg probnog primjera:** Marin je na prvoj zabavi oraspoložio prijatelje s oznakama 1, 2, 3, 7, 9, 10, 12 i 13 potrošivši na njih ukupno 45 decilitara džumbusa.





## Zadatak Trobojnica

„Sve neka gori kad kroz vene crven, bijeli, plavi krene.” – Slaven Bilić, 2008.

U ovom zadatku promatramo pravilne  $N$ -terokute kojima su stranice obojene u tri boje, a vrhovi označeni prirodnim brojevima u smjeru kazaljke na satu. *Triangulacija* je podjela mnogokuta na trokute unutarnjim dijagonalama takva da dijagonale nemaju zajedničkih točaka osim vrhova mnogokuta te ne sijeku stranice mnogokuta osim u vrhovima mnogokuta. Naravno, u ovom zadatku i svaka dijagonala mora biti obojena u jednu od tri boje.

Triangulacija je *domoljubna* ako za svaki od  $N - 2$  trokuta vrijedi da su mu sve tri stranice različite boje. Vaš je zadatak odrediti domoljubnu triangulaciju zadanog mnogokuta.

### Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj  $N$  iz teksta zadatka.

U drugom je retku  $N$ -teroznamenasti broj čije znamenke predstavljaju boje stranica  $N$ -terokuta u smjeru kazaljke na satu. Odnosno, prva znamenka predstavlja boju stranice  $(1, 2)$ , druga znamenka boju stranice  $(2, 3)$  i tako sve do  $N$ -te znamenke koja predstavlja boju stranice  $(N, 1)$ . Dakako, boje su označene znamenkama 1, 2 i 3.

### Izlazni podaci

Ako postoji domoljubna triangulacija za zadani mnogokut, u prvi redak ispišite riječ **DA**, a u protivnom ispišite riječ **NE**. Ako ste ispisali **DA**, u svakom od sljedeća  $N - 3$  retka ispišite po jednu dijagonalu u obliku  $X Y C$ , gdje su  $X$  i  $Y$  vrhovi dijagonale, a  $C$  boja ( $1 \leq X, Y \leq N, 1 \leq C \leq 3$ ). Ispisane dijagonale trebaju činiti domoljubnu triangulaciju ulaznog mnogokuta. Poredak dijagonala u ispisu nije bitan. Ako postoji više domoljubnih triangulacija, ispišite bilo koju.

### Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	20	$4 \leq N \leq 11$
2	40	$4 \leq N \leq 10^3$
3	50	$4 \leq N \leq 2 \cdot 10^5$

Ako vaš program točno ispisuje prvi redak u svakom testnom primjeru nekog podzadatka, osvojiti će 10% bodova predviđenih za taj podzadatak.

### Probni primjeri

**ulaz**

4  
1212

**izlaz**

DA  
1 3 3

**ulaz**

4  
1213

**izlaz**

NE

**ulaz**

7  
1223121

**izlaz**

DA  
1 3 3  
3 5 1  
5 7 3  
7 3 2





## Zadatak Zoo

Kasno uvečer, na Božić 2010., Zdravko je odlučio izaći iz kuće, prijeći cestu te prošetati snježnim maksimirskim parkom. Nažalost, zimsku je idilu prekinuo jedan monstrum koji je iskočio iz grma. No, Zdravko se nije prepao, već je odlučio otjerati monstruma glasnim urlikanjem. Operacija je uspjela, monstrum se preplašio i pobjegao, a Zdravko je nastavio šetnju parkom ne sluteći da je njegovo urlikanje uzburkalo dio životinja koje se nalaze u obližnjem zoološkom vrtu. Preciznije, Zdravkovo urlikanje je najviše uzburkalo tigrove i bikove koji su odlučili pobjeći iz zoološkog vrta kako bi pronašli mirnije mjesto za spavanje.



Tijekom bijega, tigrovi i bikovi morali su proći kroz ograđeno, snijegom prekriveno, pravokutno područje podijeljeno na  $R \times S$  jediničnih polja. Ove životinje u pravokutno su područje morale ući preko gornjeg lijevog kuta, a iz područja su morale izaći preko donjeg desnog kuta. Kako bi u što većoj tišini prošle kroz ovo područje, životinje su područjem prolazile jedna po jedna, krećući se proizvoljnim putem u četiri osnovna smjera (gore, dolje, lijevo, desno). Odnosno, životinja se tijekom bijega nije nužno kretala najkraćim putem te je na neka polja (uključivo sa početnim i završnim) mogla stati više puta. Budući da je pravokutno područje prekriveno snijegom, životinje ostavljaju tragove kada stanu na neko polje (potencijalno brišući trag prethodne životinje koja je prošla tim poljem).

Odredite najmanji mogući broj životinja koje su pobjegle iz zoološkog vrta na temelju ostavljenih tragova na spomenutom pravokutnom području.

### Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi  $R$  i  $S$  iz teksta zadatka.

U sljedećih je  $R$  redaka po  $S$  znakova koji predstavljaju pravokutno područje iz teksta zadatka. Znak T označava tigrov trag, znak B označava bikov trag, a znak \* označava netaknuto područje prekriveno snijegom.

Možete pretpostaviti da su ulazni podaci takvi da je barem jedna životinja ušla u pravokutno područje i da je svaka takva životinja iz njega i izašla te da se pritom kretala u skladu s tekstom zadatka.

### Izlazni podaci

U jednom retku ispišite najmanji mogući broj životinja koje su pobjegle iz zoološkog vrta.

### Bodovanje

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	45	$2 \leq R, S \leq 100$
2	65	$2 \leq R, S \leq 1000$



## Probni primjeri

ulaz

4 4  
TT\*T  
\*TTT  
\*\*\*T  
\*\*\*T

izlaz

1

ulaz

3 5  
TTBB\*  
\*T\*B\*  
\*TTTT

izlaz

2

ulaz

7 5  
BT\*\*\*  
BTBBB  
BTTTB  
BBT\*B  
BBT\*B  
BBT\*\*  
\*BBBB

izlaz

3

Pojašnjenje drugog probnog primjera:

