In [226]:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from imageio import imread

# Laget for illustrasjon, ikke fullt fungerende
# Bedre, og fungerende, implementasjon i løsningshint 12
class Aritmetisk:

    def _encode(self, sequence, length_of_compression, sequences
_nr):

        compression = np.zeros(sequences_nr)

        for j in range(sequences_nr):

            c_i = 1
            start = 0
            for i in range(length_of_compression):
                a_i = int(np.round(sequence[j*length_of_compress
ion + i]))

                start += self.interval[a_i]*c_i
                c_i = self.p[int(a_i)]*c_i
            # Here, a number in the interval should be chosen wi
th the smallest bit-length
            # This code does't do that and is likely therefore d
efunct
            compression[j] = start
            #print(start, start+c_i)

        return compression

    def encode(self, sequence, length_of_compression):
        # We need the number of sequences to be compressed to be
integers
        assert len(sequence)%length_of_compression == 0
        self.length_of_compression = length_of_compression

        sequences_nr = int(len(sequence)/length_of_compression)

        self.p = np.zeros(256)
```

```
        for x in sequence:

            self.p[int(np.round(x))] += 1
        self.p = self.p/len(sequence)

        c = np.zeros(256)
        c[0] = 0
        for i in range(len(self.p)):
            c[i] = c[i-1] + self.p[i-1]
        self.interval = {i:c[i] for i in range(len(c)) if self.p
[i] != 0}
        #print(self.interval)

        return self._encode(sequence, length_of_compression, seq
uences_nr)

    def decode(self, sequence):

        decompressed = list()

        for numb in sequence:

            start = 0
            c_i = 1
            for i in range(self.length_of_compression):
                a_i = 0
                for intens in self.interval:
                    if numb >= start+(self.interval[intens]*c_i)
:
                        a_i = intens
                start += self.interval[a_i]*c_i
                c_i = self.p[a_i]*c_i
                decompressed.append(a_i)

        return decompressed


a = Aritmetisk()
compressed = a.encode([1,2,3,3,2, 6,3,2,5,2], 10)
decomp = a.decode(compressed)
print(compressed, decomp)
```

```
[0.03774632] [1, 2, 3, 3, 2, 6, 3, 2, 5, 2]
```

Litt om forrige forelesning: Kompresjon og koding I

Det som skal skje:

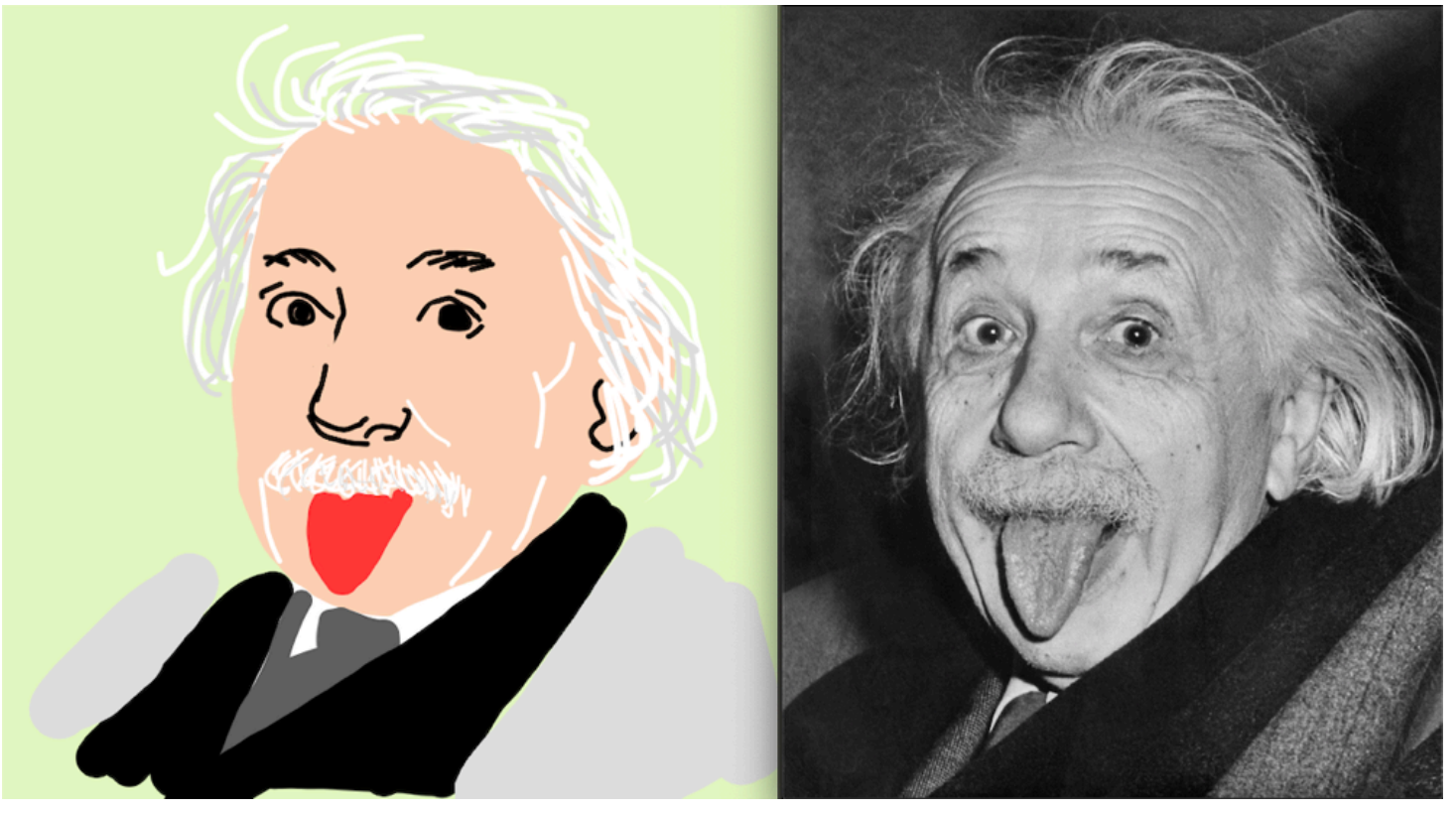
- Entropi og redundans
- Huffman
- Shannon-Fano
- Aritmetisk
- JPEG: Oblig 2 parafrase

Å forstå entropi

Ikke tenk termodynamikk, dette er hentet fra kommunikasjonsteknologi!

Entropi er et mål på hvor mye informasjon en beskjed faktisk inneholder.

Litt intuitivt kan vi spør: Hvilket bilde inneholder mest informasjon?



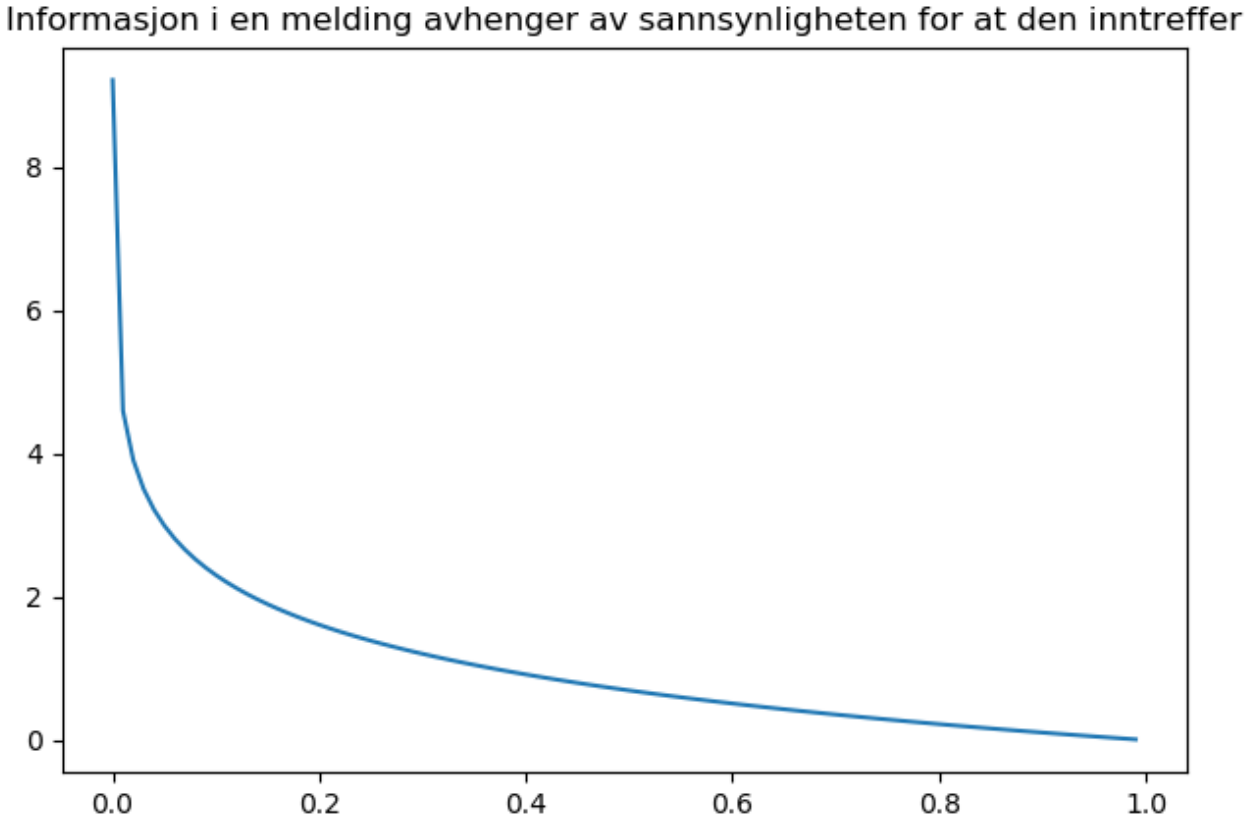
Det er forholdsvis lett å se at Einstein 1 har mindre informasjon enn Einstein 2. I bildebehandling kan vi være matematiske i denne oppfatningen, gjennom entropi.

Og husk: Informasjon er et matematisk begrep som kvantifiserer hvor overraskende / uventet en melding er

Om du scannet bildet piksel for piksel, hvor overrasket blir du over den neste pikselen du ser?

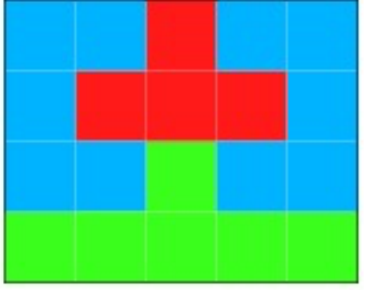
For hver melding / symbol / intensitet i gjelder dette:

$$\text{info}_i = \log_2 \frac{1}{p[i]}$$



Så nå kan vi regne ut gjennomsnittlig informasjon i en melding / tekst / bilde:

p er normalisert histogram.

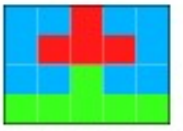


$$\text{Informasjonsinnhold av piksel} = \log_2 \frac{1}{p(\text{piksel})}$$

"Gjennomsnittlig informasjon" =

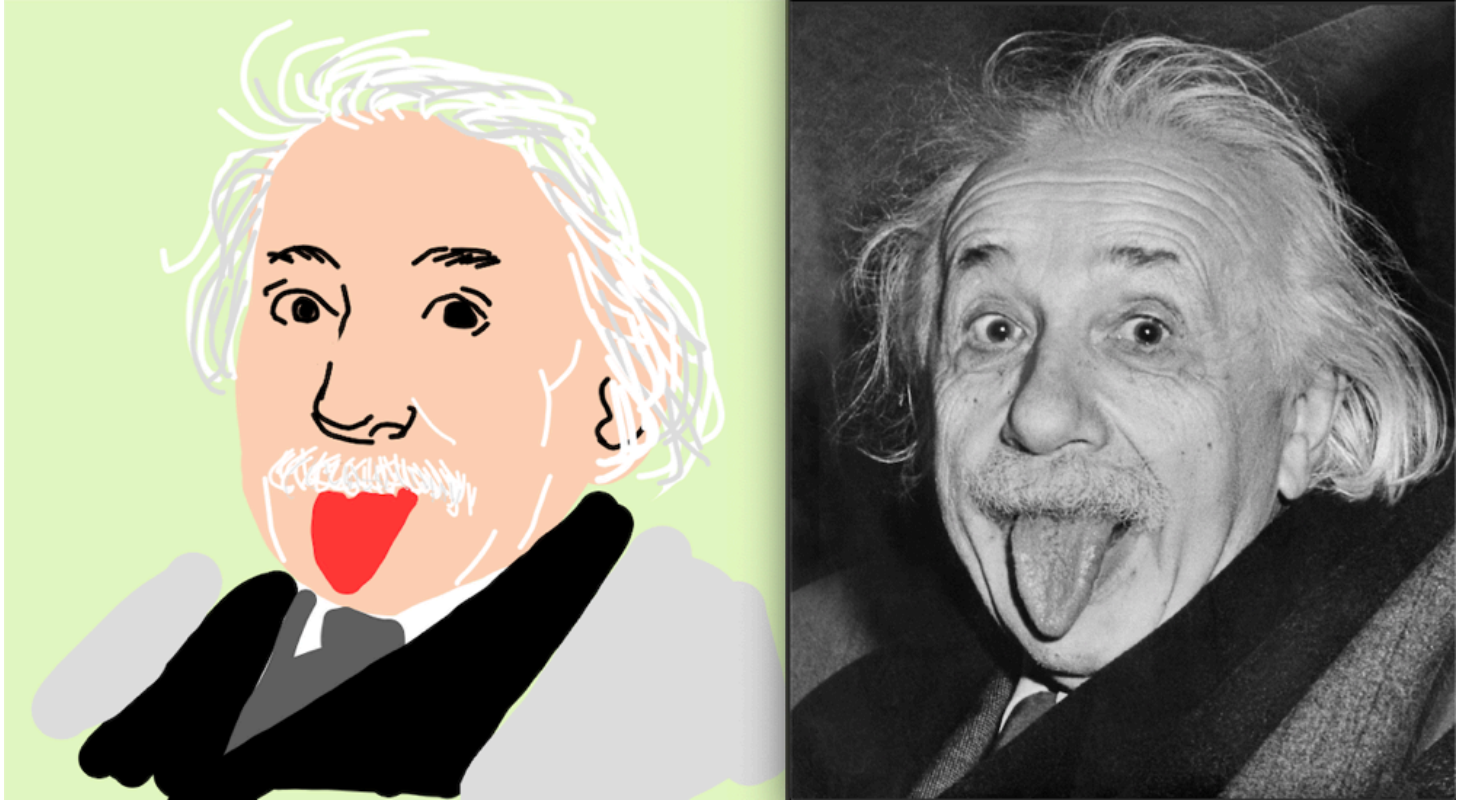
$$p(\text{blå}) \log_2 \frac{1}{p(\text{blå})} + p(\text{grønn}) \log_2 \frac{1}{p(\text{grønn})} + p(\text{rød}) \log_2 \frac{1}{p(\text{rød})}$$

$$\sum_{x = \text{rød, grønn, blå}} p(x) \log_2 \frac{1}{p(x)} = \text{Entropi av}$$



Og dette kan vi bruke til å uttrykke det vi så i de to bildene helt på starten:

	Tegnet-Albert	**Albert**
Entropi	2.866	7.5



Interessant, men hva skal vi med det?

Entropien vår forteller oss at måten vi representerer den tegnede Albert på er altfor voldsom for hvor lite informasjon den faktisk har i seg. Representasjonen er *redundant*, og vi kan kode symbolene slik at gjennomsnittlig bit-lengde er nærme entropien, UTEN å miste noe informasjon.

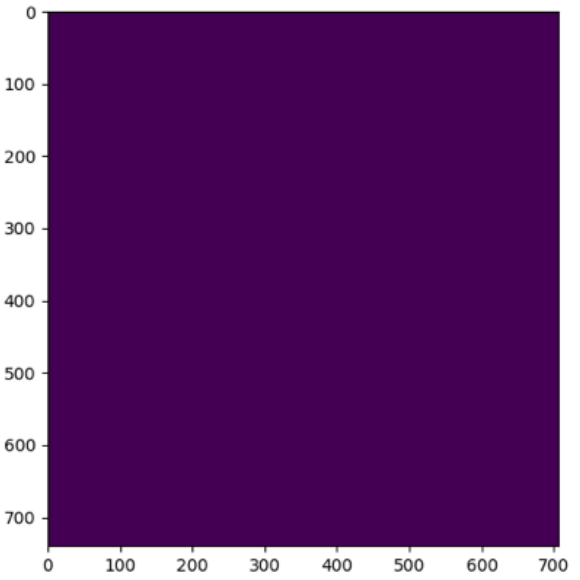
Nytt fagbegrep: Redundans!

Det finnes mange former for redundans, men jeg vil vise 2:

- Intersampel redundans
- Psykovisuell redundans

Intersampel redundans:

Hva har disse to bildene til felles?

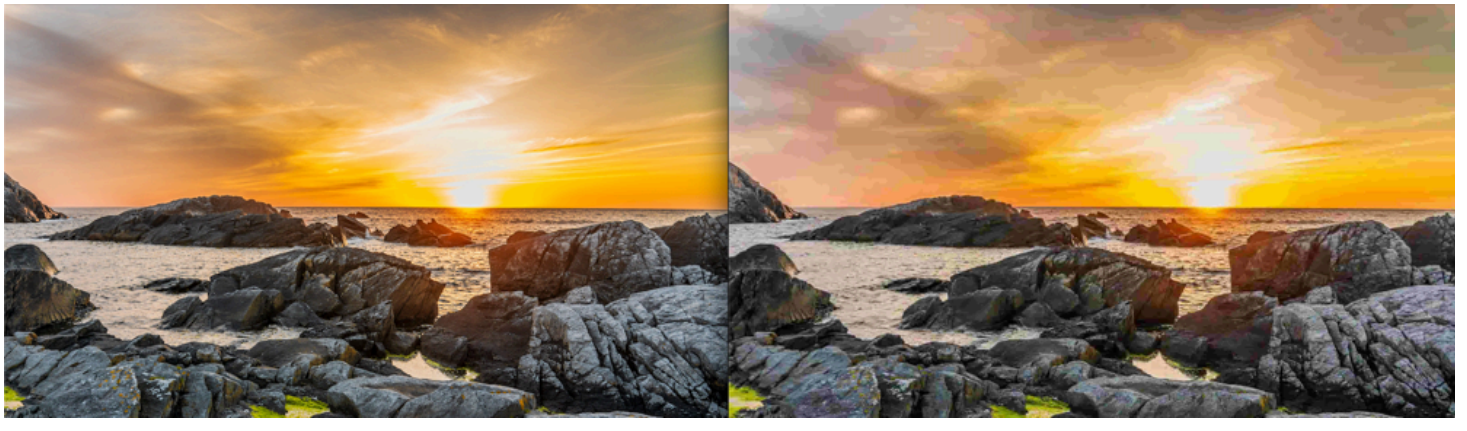


Det lilla bildet kunne vært representert som bredde, høyde, lilla, og ingen informasjon ville vært tapt.

Psykovisuell redundans:

Et av disse bildene er komprimert til en $\frac{1}{8}$ av den andres størrelse. Kan du se hvilket?

Hva med nå?



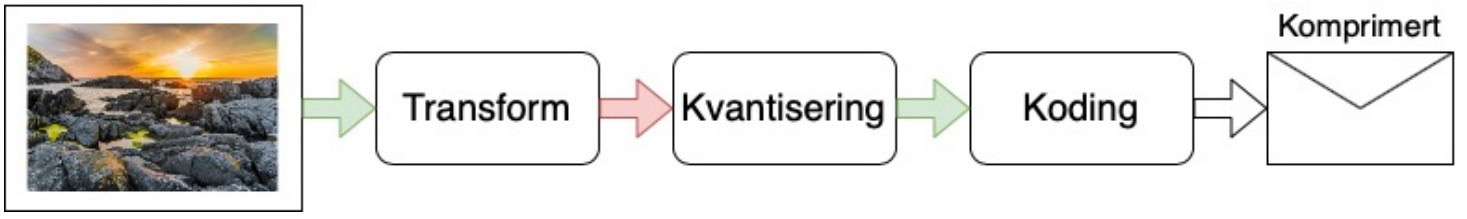
JPEG i oblig 2 bruker dette!

Kompresjonsmetoder

Vi skal snakke om 4 denne gangen:

- Huffman
- Shannon-Fano
- Aritmetisk
- JPEG

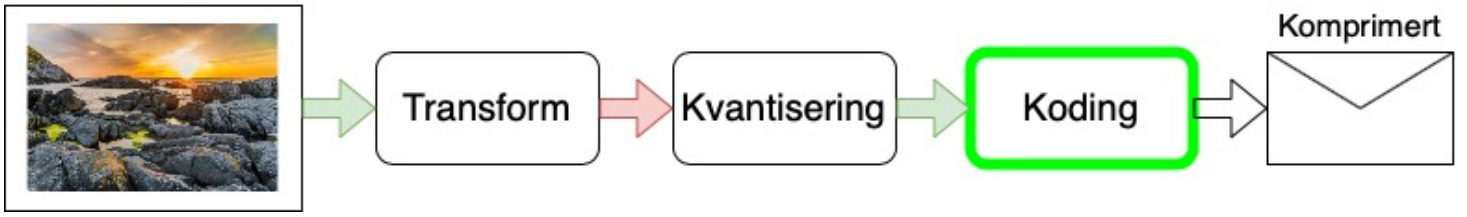
Jeg vil også vise at kompresjon ofte er en 3-stegs prosess:



Og jeg vil uttrykke hvilket steg vi er på, og også hvilken redundans vi reduserer.

Huffman: Eksempel

Vi vil redusere ***koding redundans***. Alle symbol / intensiteter blir representert med 8 bit i et bilde, men om hele bildet er svart og hvitt, er det overkill å kode det slik.



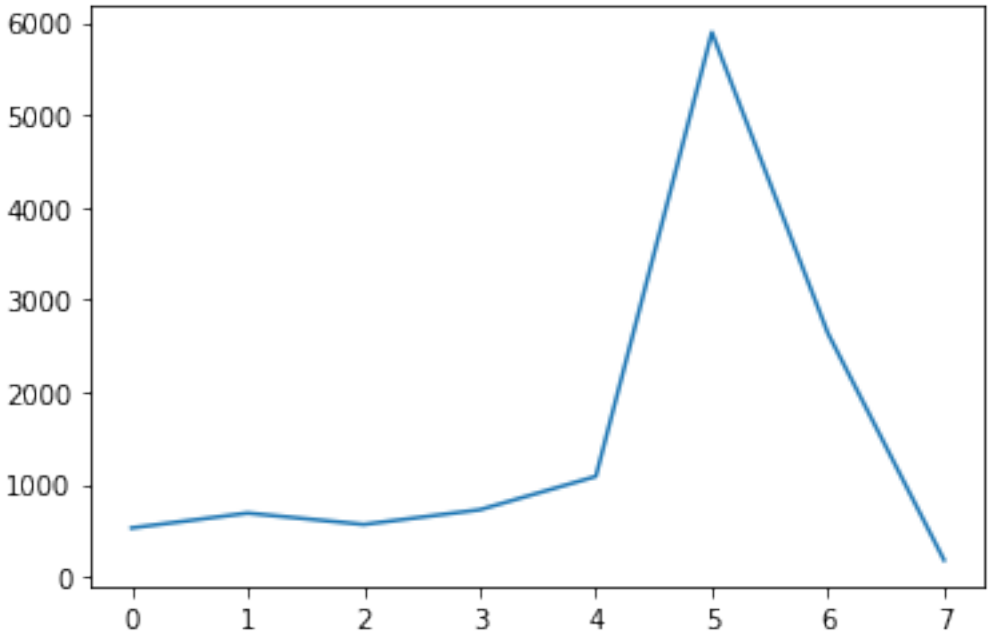
Huffman spesialiserer på å bruke variabel lengde på symboler / intensiteter.

Eksempel

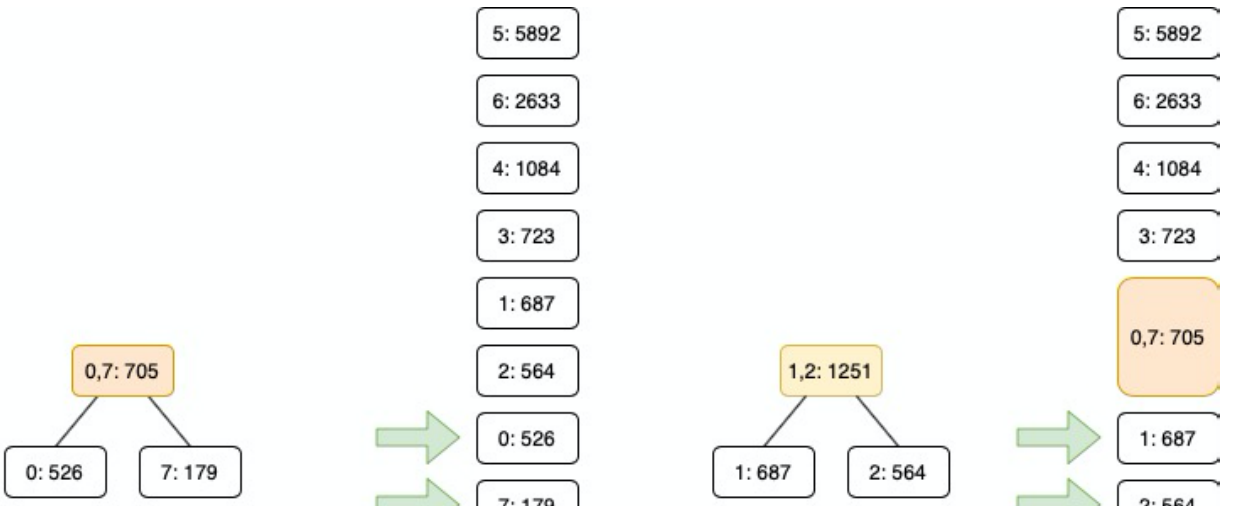
In [218]:

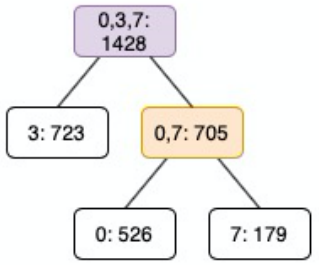
```
cow = imread("tiny_cow.jpg", as_gray=True)//(2**(8-3))
p = np.zeros(2**3)
for i in cow.ravel():
    p[int(i)] += 1

plt.plot(p)
print(p)

print("Filstørrelse:", np.sum(p*3),"bits")
```

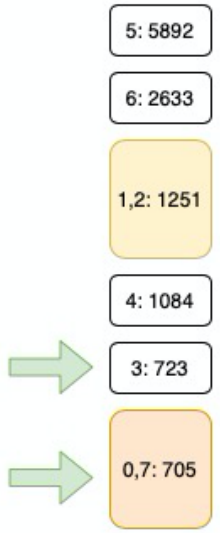
```
[ 526.  687.  564.  723. 1084. 5892. 2633.  179.]
Filstørrelse: 36864.0 bits
```

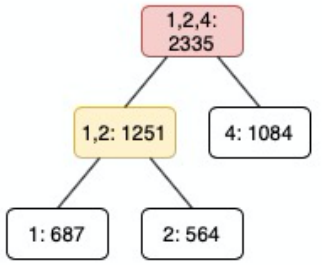


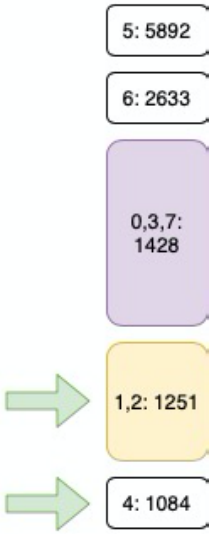
Steg 1: Gro et tre

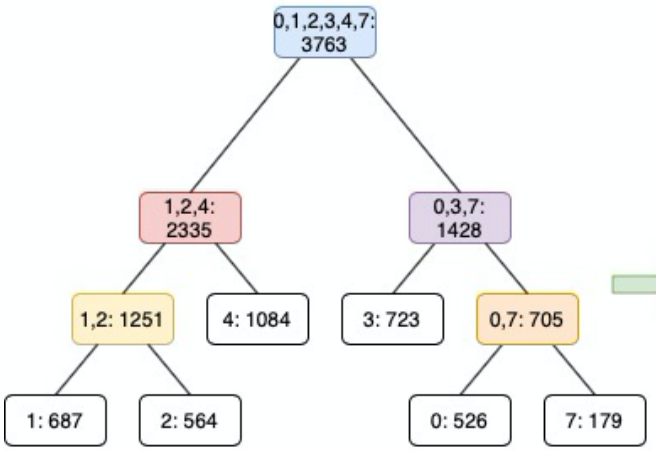


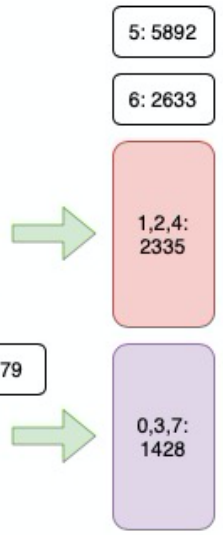

0,3,7:
1428
3: 723
0,7: 705
0: 526
7: 179


5: 5892
6: 2633
1,2: 1251
4: 1084
3: 723
0,7: 705

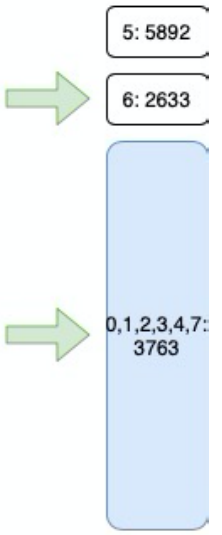

1,2,4:
2335
1,2: 1251
4: 1084
1: 687
2: 564

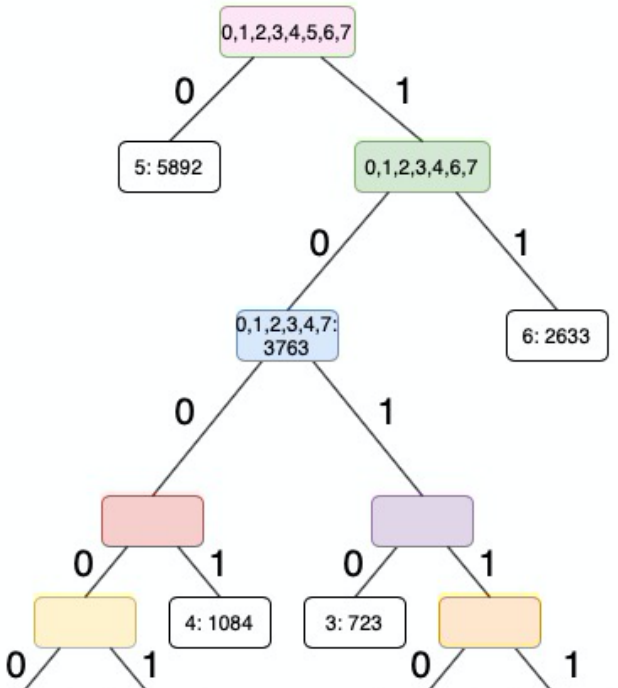

5: 5892
6: 2633
0,3,7:
1428
1,2: 1251
4: 1084


0,1,2,3,4,7:
3763
1,2,4:
2335
0,3,7:
1428
1,2: 1251
4: 1084
3: 723
0,7: 705
1: 687
2: 564
0: 526
7: 179


5: 5892
6: 2633
1,2,4:
2335
0,3,7:
1428

OSV!


5: 5892
6: 2633
0,1,2,3,4,7:
3763


0,1,2,3,4,5,6,7
0
1
5: 5892
0,1,2,3,4,6,7
0
1
0,1,2,3,4,7:
3763
6: 2633
0
1
0
1
0
1
4: 1084
3: 723
0
1
0
1

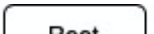
Steg 2: Kodebok

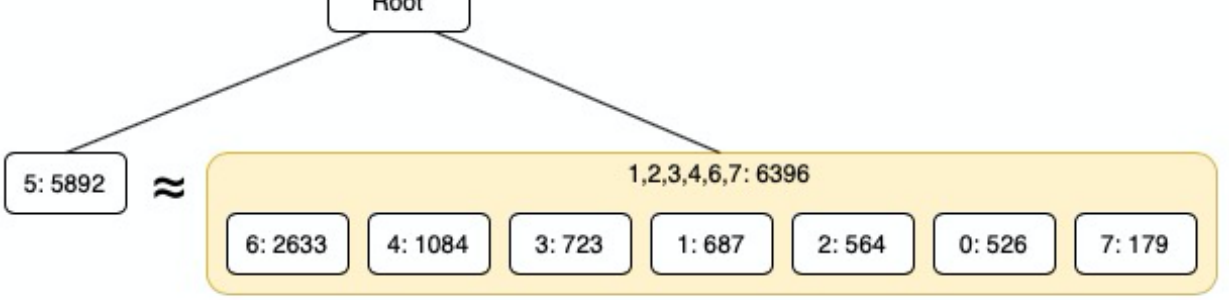
Intensitet	Kode	Bitlengde
0	10110	5
1	10000	5
2	10001	5
3	1010	4
4	1001	4
5	0	1
6	11	2
7	10111	5

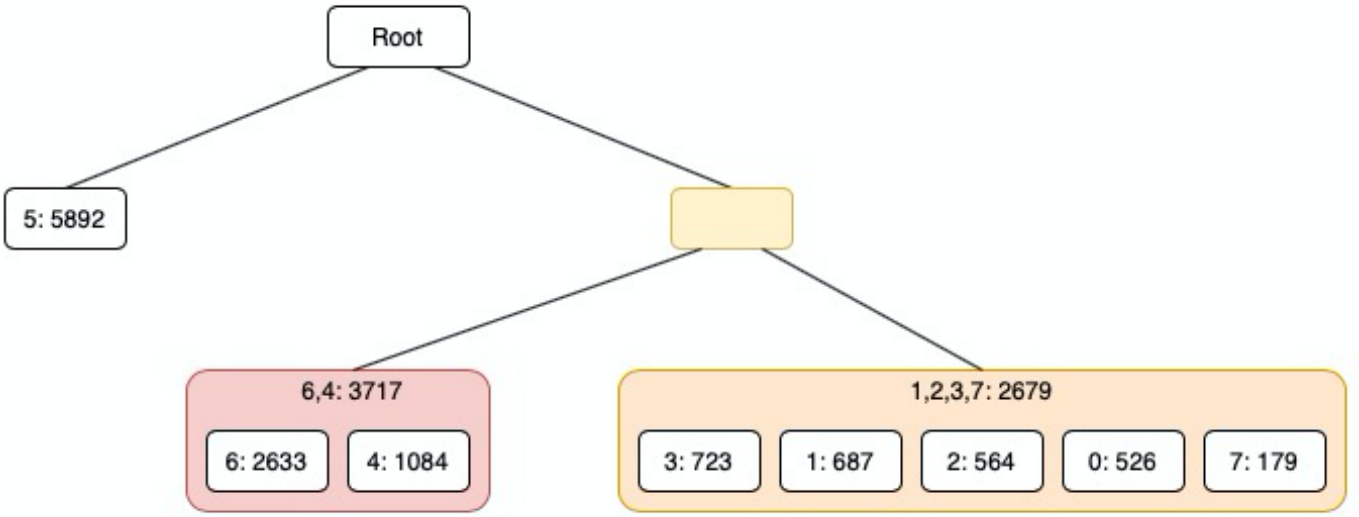
Shannon-Fano

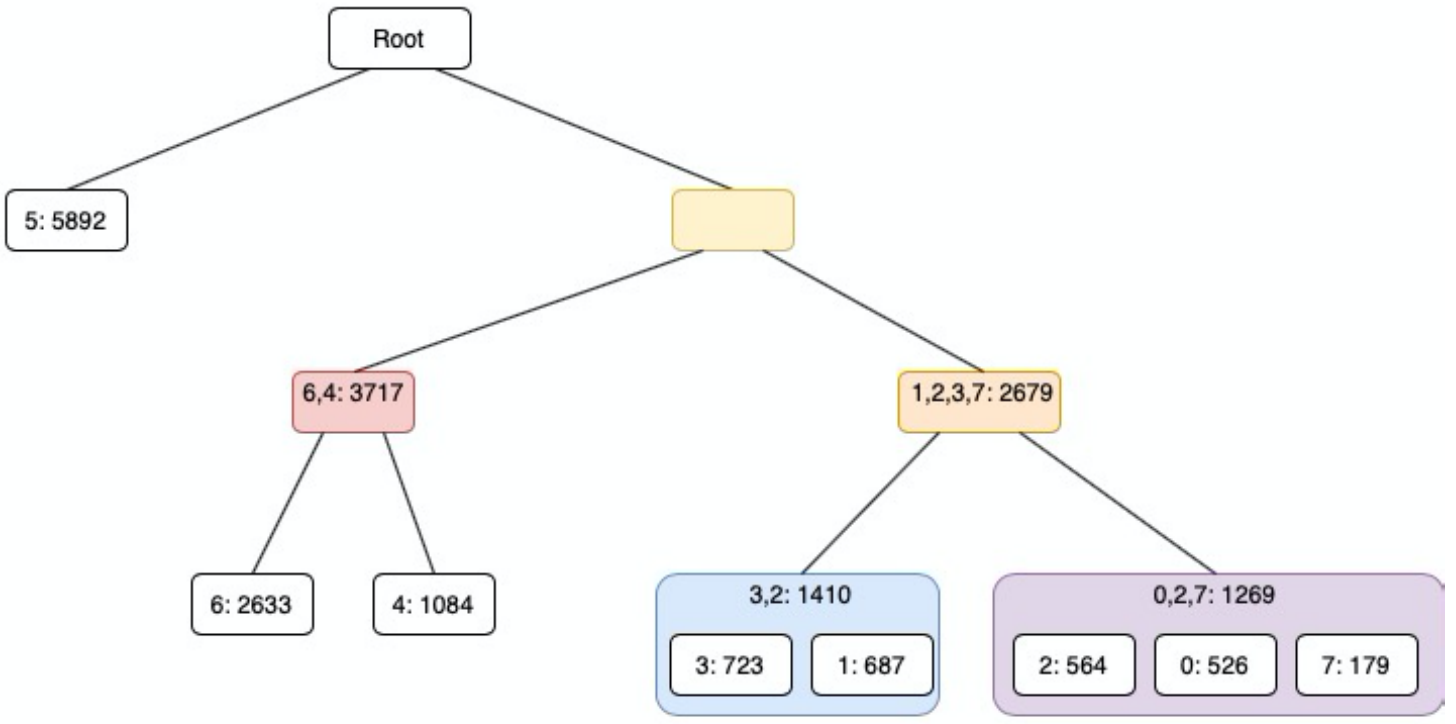
Veldig likt! Samme kompresjonsteg og reduserer også koding redundans.

Steg 1: Gro et tre



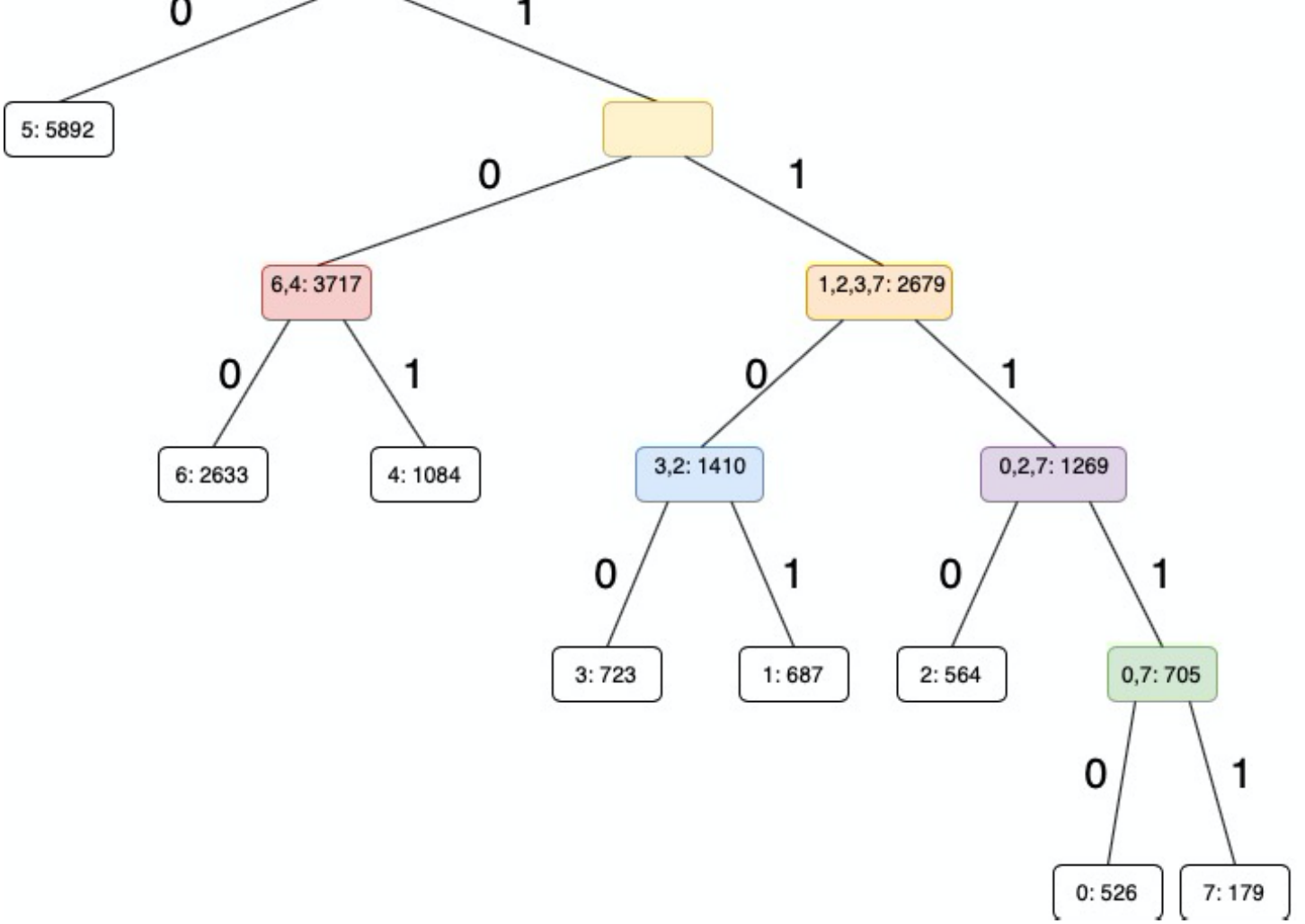

5: 5892
≈
1,2,3,4,6,7: 6396
6: 2633
4: 1084
3: 723
1: 687
2: 564
0: 526
7: 179


Root
5: 5892
6,4: 3717
6: 2633
4: 1084
1,2,3,7: 2679
3: 723
1: 687
2: 564
0: 526
7: 179


Root
5: 5892
6,4: 3717
1,2,3,7: 2679
6: 2633
4: 1084
3,2: 1410
3: 723
1: 687
0,2,7: 1269
2: 564
0: 526
7: 179

OSV!


Root



Steg 2: Kodebok

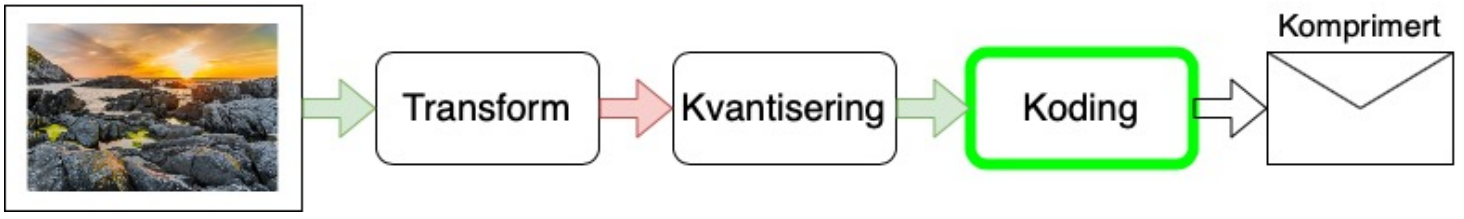
Intensitet	Kode	Bitlengde
0	11110	5
1	1101	4
2	1110	4
3	1100	4
4	101	3
5	0	1
6	100	3
7	11111	5

Hvem vant?

Ny kodelengde vil bli histogram[i] * bit_lengde_i for hver intensitet:

	Representasjonslengde	Bitlengde
Huffman	28166.0 bits	2.292155
Shannon-Fano	28464.0 bits	2.316406
Entropi	27700.7984439388	2.254297

Aritmetisk koding

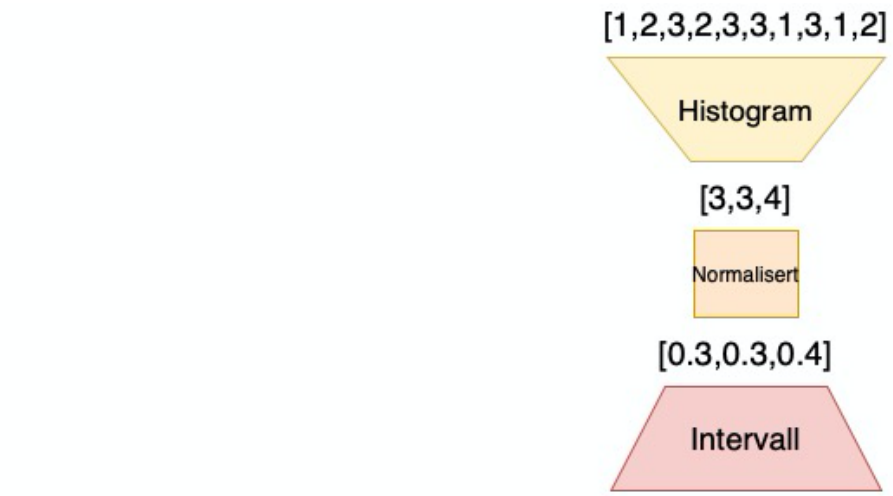


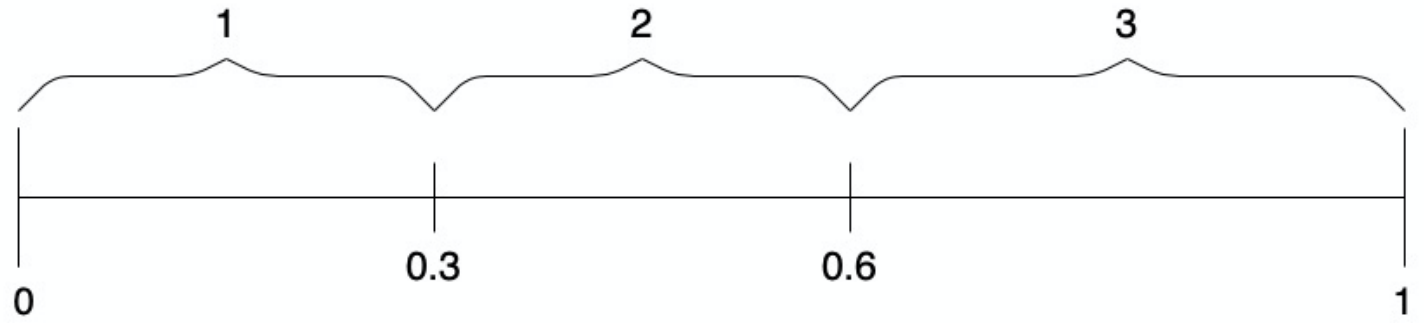
Veldig imponerendee teori: En bit-sekvens kan representeres som ***ett*** desimaltall. Reduserer definitivt ***koding redundans***.

Eksempel

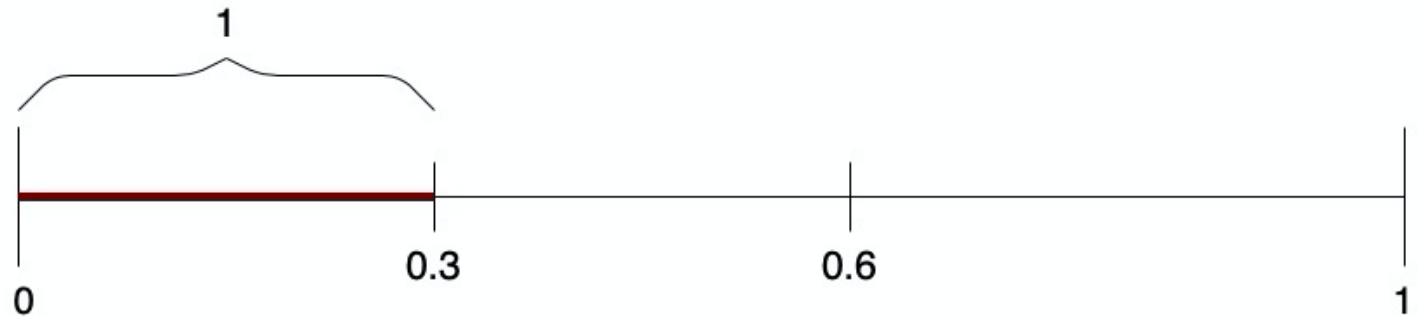
Sekvens:

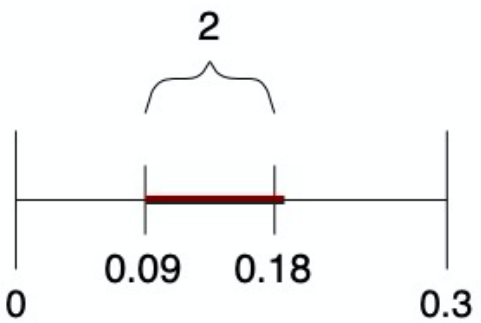
[1, 2, 3, 2, 3, 3, 1, 3, 1, 2]

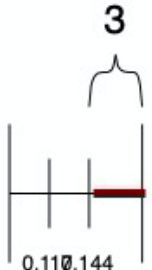


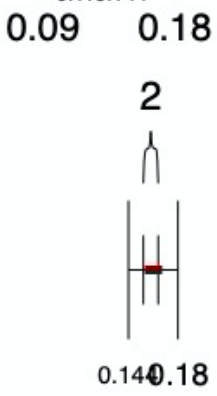


Algoritme start

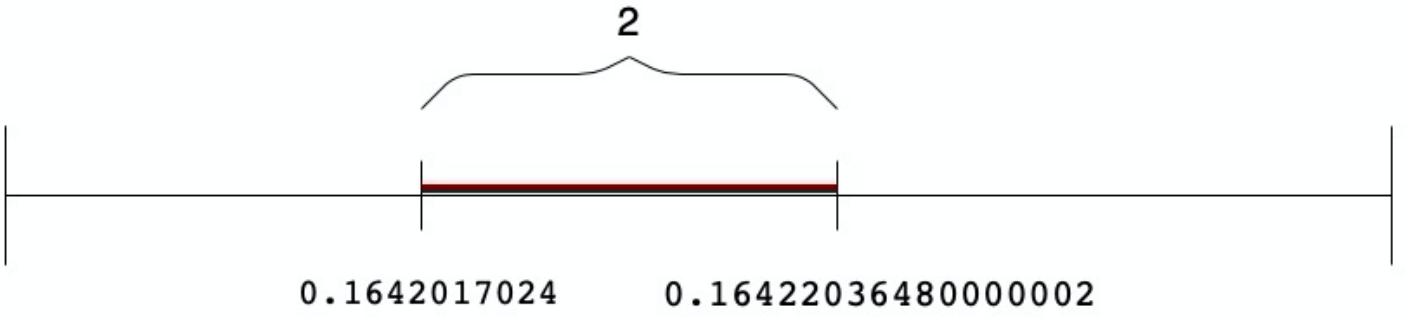








OSV!



Et tall fra dette intervallet er svaret vårt

In [243]:

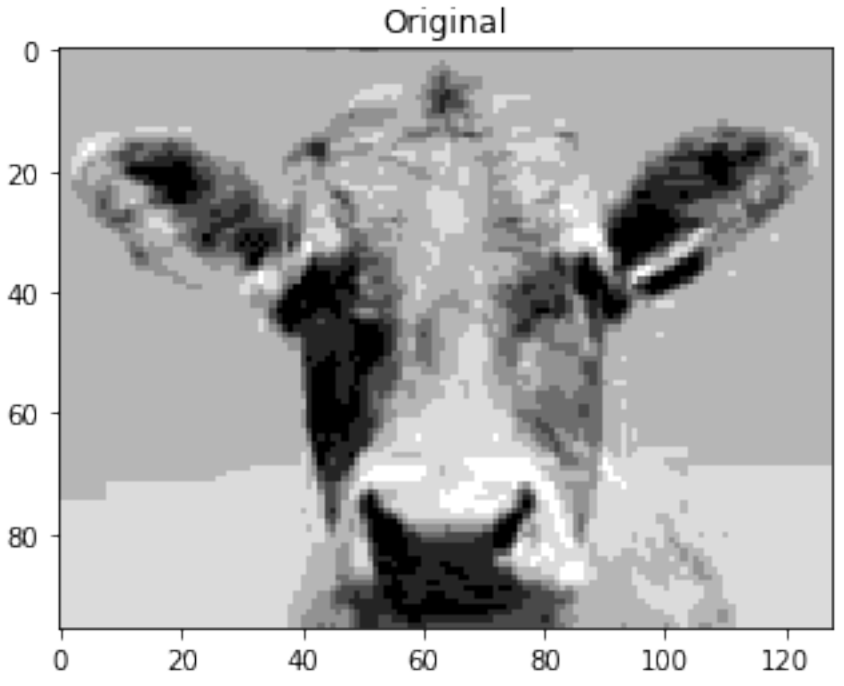
```
sek = [1,2,3,2,3,3,1,3,1,2]
a = Aritmetisk()
compressed = a.encode(sek, len(sek))
reconstruct = a.decode(compressed)
print("Komprimert:",compressed[0])
print("Rekonstruert:", reconstruct)
```

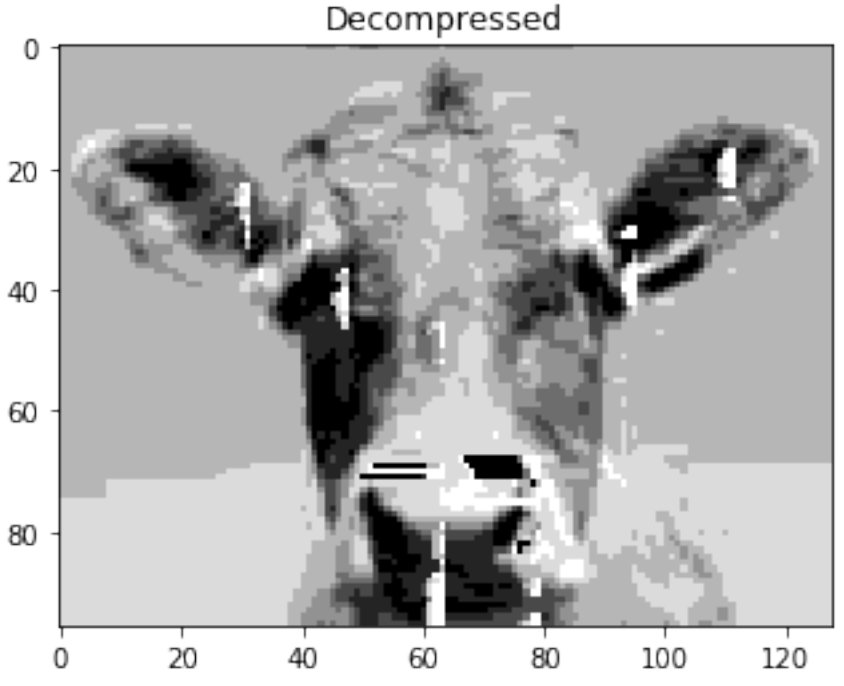
```
Komprimert: 0.1642017024
Rekonstruert: [1, 2, 3, 2, 3, 3, 1, 3, 1, 2]
```

Under var et eksempel på aritmetisk koding som førte til tap, der årsaken muligens er at et ikke-optimalt tall hadde blitt valgt fra intervallet. Man burde ikke velge et vilkårlig tall, man burde ta et tall med minst mulig bit-representasjon.

In [248]:

```
cow_int = cow.astype(int)
compressed = a.encode(cow_int.ravel(), int(cow_int.shape[1]/8))
decomp = a.decode(compressed)

plt.imshow(cow_int, cmap="gray")
plt.title("Original")
plt.figure()
plt.imshow(np.array(decomp).reshape(cow_int.shape), cmap="gray")
plt.title("Decompressed")
None
```


Original
0
20
40
60
80
0
20
40
60
80
100
120


Decompressed
0
20
40
60
80
0
20
40
60
80
100
120

JPEG: Oblig 2 parafrase

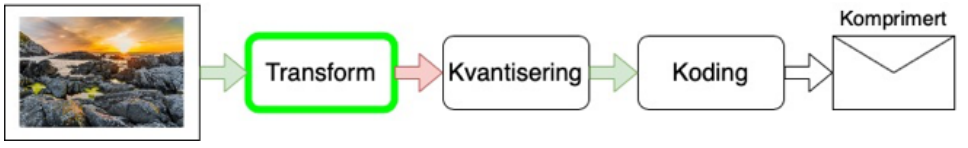
Steg 1:

Last inn bilde

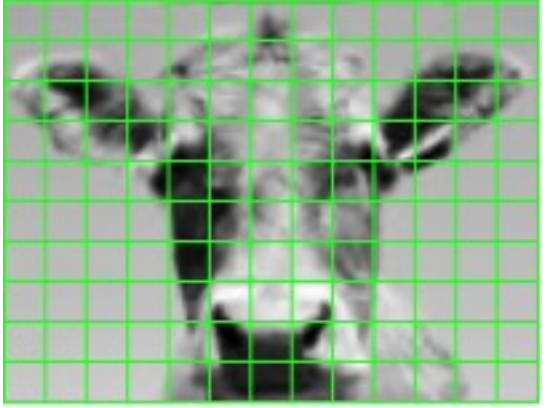
Steg 2:

Trekk fra 128

Steg 3:



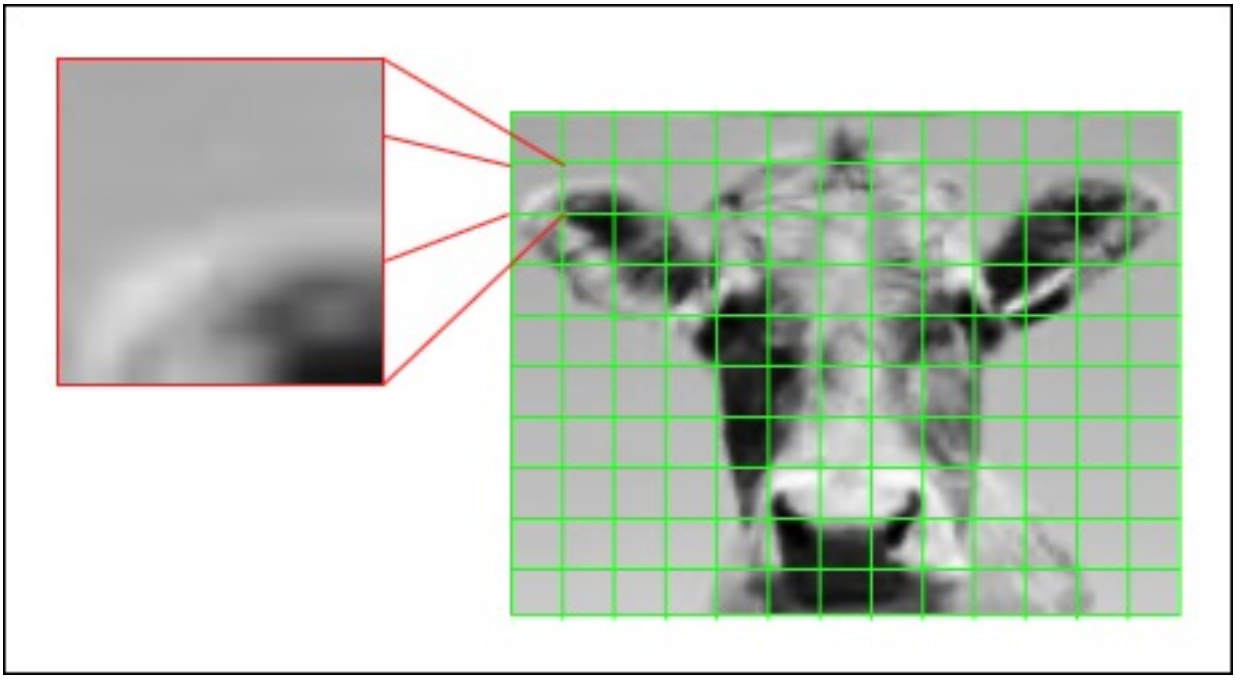
Del opp i 8x8 blokker

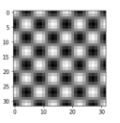


Påfør 2D DCT på **hver** blokk:

$$F(u,v) = \frac{1}{4}c(u)c(v)\sum_{x=0}^{7}\sum_{y=0}^{7} f(x,y)\cos\left(\frac{(2x+1)u\pi}{16}\right)\cos\left(\frac{(2y+1)v\pi}{16}\right)$$

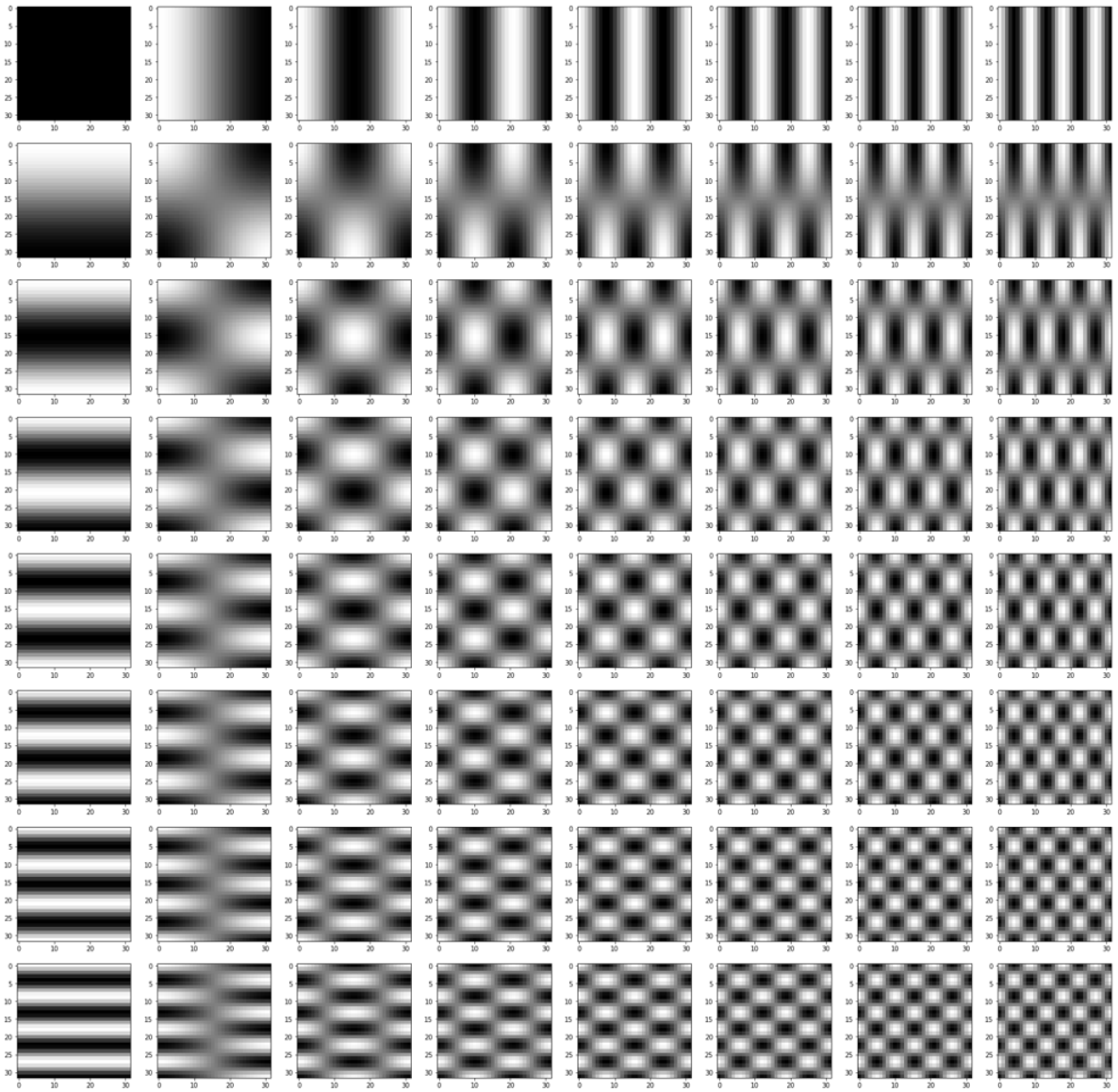
$$c(a) = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ if a == 0 else 1}$$



$$Blokk(u,v) = \tfrac{1}{4}c(u)c(v)sum\Big($$  $*$  $\Big)$

In [247]:

```
sampling = 32

cosinus = lambda x,u : np.cos( (2*x + 1)*u*np.pi / (sampling+sam
pling) )
cos_bilde = lambda u, v: [[ cosinus(x,u)*cosinus(y,v) for x in r
ange(sampling)] for y in range(sampling)]

fig = plt.figure(figsize=(30,30))
for u in range(8):
    for v in range(8):
        cos_uv = cos_bilde(u,v)
        fig.add_subplot(8,8,1+(u+v*8))
        plt.imshow(cos_uv, cmap="gray")
plt.show()
```



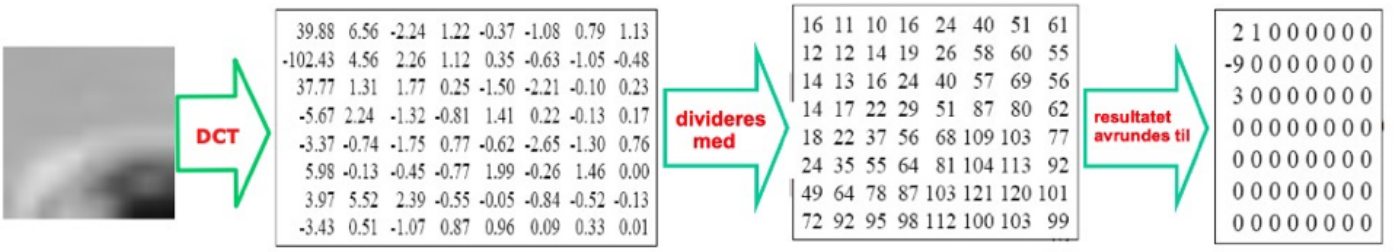
Steg 4: Ikke faktisk en del av JPEG-algoritme, men en del av oblig

Rekonstruer med IDCT og +128 Test: Er før og etter lik? Da har du nok gjort det rett

Steg 5:

Fjerner: Psykovisuell redundans, i form av høye frekvenser

Del blokkene på qQ og rund av:



Steg 6:

Ting dere IKKE skal gjøre, men som er en del av JPEG:

1. Indeks 0,0 (DC-komponenten) skal tas ut av hver blokk
2. De resterende 63 pikslene i hver blokk skal bli representert mer kompakt
3. DC-komponentene skal også transformeres til mer kompakt
4. De kompakte representasjonene skal entropi-kodes (Huffman, Aritmetisk)

Det DERE skal: Regn ut

1. Entropi
2. Lagringsplass basert på entropi
3. Kompresjonsrate

Steg 7:

Rekonstruer, og lagre til fil.

Bruk funksjonen på

$$q = [0.1, 0.5, 2, 8, 32]$$

Og svar på tekstsvarene!

Se forelesningen når den kommer ut! Lykke til med oblig :)