

## ЗАДАЧИ ДЛЯ ПЕРВОГО СЕМЕСТРА

Тема 1. Задачи на обработку числовой последовательности.

В следующих задачах предполагается, что в файле записана последовательность целых (или вещественных, если это сказано в условии) чисел неизвестной длины (возможно, пустая). Требуется за **один просмотр файла и без запоминания чисел в массиве** вычислить указанные характеристики последовательности.

Программа должна содержать **функцию** *task*, которая получает в качестве параметра имя файла (или указатель на файл), возвращает код ошибки, а искомые значения передает через аргументы *task*. Эта функция не должна производить печать и запрашивать данные с клавиатуры. Нельзя использовать внешние переменные. Функция *main* открывает файл, в котором хранится последовательность, запрашивает, если по условию требуется, данные с клавиатуры, обращается к функции *task* и выводит результаты и **информацию об ошибках** (отсутствие файла, пустой файл, буква во входном потоке) на экран.

Обозначим через  $n$  количество чисел в последовательности, а элемент последовательности с номером  $i$  – через  $x_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ . **Участком** последовательности назовем множество подряд идущих элементов  $x_k$ ,  $i \leq k \leq j$ , номера  $k$  которых удовлетворяют условию  $i \leq k \leq j$  для некоторых  $1 \leq i, j \leq n$ .

**Постоянным участком** последовательности называется такой ее участок,  $\{x_k\}_{k=i, \dots, j}$ ,  $i < j$ , что все его элементы равны между собой и для которых выполняются соотношения: 1)  $i = 1$  или  $x_{i-1} \neq x_i$ ; 2)  $j = n$  или  $x_{i+1} \neq x_j$ .

Последовательность называется **возрастающей**, если для всех  $i = 1, \dots, n-1$  выполняется соотношение:  $x_i \leq x_{i+1}$ .

Последовательность называется **строго возрастающей**, если для всех  $i = 1, \dots, n-1$  выполняется соотношение:  $x_i < x_{i+1}$ .

Аналогично определяются **убывающая** и **строго убывающая** последовательности.

**Длиной участка** назовем количество содержащихся в нем элементов (т.е. число  $j - i + 1$ ). **Максимум (минимум)** последовательности – это максимальный (минимальный) элемент среди всех  $x_i$ ,  $1 \leq i \leq n$  (т.е. глобальный максимум или минимум). Максимальный (минимальный) элемент – это элемент, равный максимуму (минимуму).

**Локальным максимумом** последовательности называется участок  $x_k$ ,  $i \leq k \leq j$ , все элементы которого равны между собой, для которого выполняются соотношения:

1)  $i = 1$  или  $x_{i-1} < x_i$ ;

2)  $j = n$  или  $x_{j+1} < x_j$ .

Аналогично определяется **локальным минимумом**

1. Сумма модулей всех различных попарных произведений чисел последовательности,  $\sum_{1 \leq i, j \leq n: i \neq j} |x_i x_j|$ .

2. Номер первого числа, равного максимуму из всех чисел.

3. Номер последнего числа, равного минимуму из всех чисел.

4. Количество чисел, равных минимуму.

5. Количество чисел, не равных максимуму.

6. Сумму чисел, находящихся до первого максимума.

7. Сумму чисел, находящихся после последнего минимума.

8. Количество пар чисел, сумма которых нечетна.

9. Количество чисел, больших предыдущего.

10. Количество чисел, больших всех предыдущих.

11. Количество чисел, больших следующего.

**12.** Количество чисел, равных всем последующим.

**13.** Сумма различных попарных произведений чисел последовательности с коэффициентом:

$$\sum_{1 \leq i < j \leq n} (i + j)x_i x_j.$$

**14.** Сумма различных попарных произведений чисел последовательности с коэффициентом:

$$\sum_{1 \leq i < j \leq n} (i - j)x_i x_j.$$

**15.** Есть ли в последовательности числа, не принадлежащие локальным максимумам или локальным минимумам? Если да, напечатать номер любого такого элемента.

**16.** Знакопередающаяся сумма элементов последовательности,  $\sum_{i=1}^{i=n} (-1)^{n-i} x_i$ .

**17.** Все ли элементы последовательности, принадлежащие локальным минимумам, равны между собой? Если нет, напечатать значения двух различных локальных минимумов.

**18.** Среднее квадратичное отклонение от среднего арифметического:

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - M)^2,$$

где  $M$  – среднее арифметическое, элементы последовательности – вещественные числа.

**19.** Является ли последовательность строго возрастающей, строго убывающей? Если нет, напечатать номера любых соседних элементов, для которых не выполняется условие строгого возрастания (убывания).

**20.** Вычислить число различных элементов неубывающей последовательности. Если последовательность не является неубывающей, напечатать пару элементов, для которых не выполняется условие неубывания.

**21.** Количество различных элементов последовательности, значения которых принадлежат множеству  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$  (без учета повторений). Например, для постоянной последовательности из 0 ответ 1. Использовать минимально возможное количество переменных.

**22.** Количество элементов последовательности в последнем локальном минимуме. Напечатать, чему равен этот локальный минимум.

**23.** Количество чисел, которые являются средним арифметическим своих соседей. Все числа предполагаются целыми.

**24.** Можно ли убрать из последовательности один элемент таким образом, что оставшаяся последовательность будет неубывающей? Если да, найти номер такого элемента.

**25.** Наибольшая длина локального минимума.

**26.** Коэффициенты многочлена сведены в последовательность в порядке возрастания степеней. Найти значение многочлена и его производной в точке  $x$ .

**27.** Коэффициенты многочлена сведены в последовательность в порядке убывания степеней. Найти значение многочлена и его производной в точке  $x$ .

**28.** Количество чисел, которые появляются в невозрастающей последовательности более двух раз. Если последовательность не является невозрастающей, сообщить об этом.

**29.** Длина наибольшего постоянного участка. Указать номер начала любого такого участка.

**30.** Можно ли убрать из последовательности один элемент таким образом, что вся оставшаяся последовательность будет состоять из равных элементов? Если да, указать номер такого элемента.

**31.** Минимальная сумма подряд идущих элементов последовательности.

**32.** Длина наибольшего постоянного участка из максимальных элементов. Указать номер начала любого такого участка. Например, в последовательности 1, 1, 1, 0, 2, 2, 0, 2 ответ 2.

**33.** Можно ли убрать из последовательности один элемент таким образом, что оставшаяся последовательность будет строго возрастающей? Если да, указать номер такого элемента.

**34.** Можно ли убрать из последовательности один элемент таким образом, что вся оставшаяся последовательность будет знакопеременной? Если да, указать номер такого элемента.

**35.** Количество постоянных участков наибольшей длины. Указать эту длину.

**36.** Количество постоянных участков наибольшей длины, состоящих из максимальных элементов последовательности. Указать максимальную длину. Например, для последовательности 1, 1, 1, 0, 2, 2, 0, 2, 2, 1, 2 ответ 2.

**37.**  $\max_{i < j} (x_i - x_j)$ . **38.**  $\min_{i < j} (x_i - x_j)$ . **39.**  $\max_{i \leq j} (x_i - x_j)$ . **40.**  $\min_{i \leq j} (x_i - x_j)$ .

**41.**  $\max_{i > j} (x_i - x_j)$ . **42.**  $\min_{i > j} (x_i - x_j)$ . **43.**  $\max_{i \geq j} (x_i - x_j)$ . **44.**  $\min_{i \geq j} (x_i - x_j)$ .

**45.**  $\max_{i < j} (x_i + x_j)$ .

**46.** Наибольшая длина участка между двумя соседними максимумами. Например, для последовательности 1, 1, 1, 0, 2, 0, 1, 2, 2, 1, 2 ответ 4 (участок с номерами от 5 до 8).

**47.** Можно ли убрать из последовательности один элемент таким образом, что вся оставшаяся последовательность будет арифметической прогрессией? Если да, распечатать номер такого элемента.

**48.** Наименьшая длина участка между различными минимумами последовательности. Например, для последовательности 0, 0, 1, 0, 2, 0, 1 ответ 2 (участок с номерами от 1 до 2).

В следующих задачах необходимо найти количество участков указанного вида. Сам фрагмент нельзя запоминать в явном виде. Для подсчета количества фрагментов разрешается использовать не более 3 переменных.

**49.** 1, 2, 1, 0, 2; **50.** -1, -2, -3, -4; **51.** -1, 2, -1, 3, 3; **52.** 1, 2, 1, 2, 9; **53.** 1, -2, -2, 1, 3; **54.** 1, 2, 2, 1, 3; **55.** 1, 1, 0, 0, -1; **56.** 0, -1, 0, 2, -1; **57.** 1, -2, 1, -2, -2; **58.** 1, 1, 2, 1, 0;

**59.** 1, 1, 0, 1, 0; **60.** 1, 0, 1, 0, 1, 1; **61.** -1, -2, 0, -1, -2, -3; **62.** 1, 2, 3, 2, 1, 3; **63.** 0, 1, 0, 1, 1; **64.** 1, 2, 1, 1, 2, 2; **65.** 1, 0, 1, 0, 1, 4; **66.** 1, 2, 3, 1, 2, 0; **67.** 1, 1, 1, 2, 3; **68.** 1, -2, 1, -2, -2;