

ЗАДАЧИ ДЛЯ ПЕРВОГО СЕМЕСТРА

Тема 1. Задачи на обработку числовой последовательности.

В следующих задачах предполагается, что в файле записана последовательность целых (или вещественных, если это сказано в условии) чисел неизвестной длины (возможно, пустая). Требуется за **один просмотр файла и без запоминания чисел в массиве** вычислить указанную характеристику последовательности.

Программа должна содержать **функцию**, которая получает в качестве параметра имя файла (или указатель на файл) и возвращает требуемое значение. Эта функция не должна производить печать и запрашивать данные с клавиатуры. Нельзя использовать внешние переменные. Функция `main` открывает файл, в котором хранится последовательность, запрашивает, если по условию требуется, данные с клавиатуры, обращается к функции и выводит результат на экран. Помимо искомого значения, результат должен включать в себя и **информацию об ошибках** (отсутствие файла, наличие в нем элементов, не являющимися числами, пустой файл и т.д.).

Обозначим через n количество чисел в последовательности, а элемент последовательности с номером i – через x_i , $1 \leq i \leq n$. **Участком** последовательности назовем множество подряд идущих элементов x_k , $i \leq k \leq j$, индексы k которых удовлетворяют условию $i \leq k \leq j$ для некоторых $1 \leq i, j \leq n$. **Длиной участка** назовем число $j - i + 1$. **Максимум (минимум)** последовательности – это максимальный (минимальный) элемент среди всех x_i , $1 \leq i \leq n$.

Локальным максимумом последовательности называется участок x_k , $i \leq k \leq j$, элементы которого равны между собой и для которых выполняются соотношения:

- 1) $i = 1$ или $x_{i-1} < x_i$;
- 2) $j = n$ или $x_{j+1} < x_j$.

Локальным минимумом последовательности называется участок x_k , $i \leq k \leq j$, элементы которого равны между собой и для которых выполняются соотношения:

- 1) $i = 1$ или $x_{i-1} > x_i$;
- 2) $j = n$ или $x_{j+1} > x_j$.

1. Сумма модулей всех попарных произведений чисел последовательности, $\sum_{1 \leq i, j \leq n} |x_i x_j|$.
2. Произведение положительных элементов последовательности.
3. Сумма и произведение всех чисел последовательности.
4. Среднее арифметическое и среднее геометрическое чисел последовательности.
5. Номер первого числа, равного максимуму из всех чисел.
6. Номер последнего числа, равного максимуму из всех чисел.
7. Номер первого числа, равного минимуму из всех чисел.
8. Номер последнего числа, равного минимуму из всех чисел.
9. Количество чисел, равных минимуму.
10. Количество чисел, равных максимуму.
11. Сумму чисел, стоящих до первого максимума.
12. Сумму чисел, стоящих после последнего минимума.
13. Количество пар чисел, сумма которых нечетна.
14. Количество чисел, больших предыдущего.
15. Количество чисел, больших всех предыдущих.
16. Все ли элементы последовательности равны между собой?
17. Есть ли в последовательности число x ?
18. Есть ли в последовательности числа, не принадлежащие локальным максимумам или локальным минимумам?
19. Среднее квадратичное отклонение от среднего арифметического:

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - M)^2,$$

где M – среднее арифметическое, элементы последовательности – вещественные числа.

20. Является ли последовательность строго возрастающей, строго убывающей?
21. Вычислить число различных элементов неубывающей последовательности.
22. Количество различных элементов последовательности, значения которых принадлежат множеству $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ (без учета повторений).
23. Количество различных элементов неубывающей последовательности, значения которых принадлежат множеству $\{a \leq x \leq b\}$ (без учета повторений), числа a, b заданы.
24. Есть ли в последовательности пара элементов, сумма которых нечетна?
25. Количество элементов последовательности в последнем локальном минимуме.
26. Количество чисел, являющимися средним арифметическим своих соседей.
27. Число, максимальное среди тех, которые меньше максимума последовательности.
28. Можно ли убрать из последовательности один элемент таким образом, что оставшаяся последовательность будет возрастающей?
29. Каких элементов в последовательности больше – отрицательных или неотрицательных?
30. Коэффициенты многочлена сведены в последовательность в порядке возрастания степеней. Найти значение многочлена и его производной в точке x .
31. Коэффициенты многочлена сведены в последовательность в порядке убывания степеней. Найти значение многочлена и его производной в точке x .
32. Каких элементов в последовательности больше – равных первому элементу или равных второму?
33. Количество чисел, появляющихся в невозрастающей последовательности более двух раз.
34. Количество максимальных (по включению) строго возрастающих участков заданной длины k .
35. Каких элементов в последовательности больше – больших предыдущего элементу или меньших предыдущего?
36. Длина максимального (по включению) постоянного участка.
37. Можно ли убрать из последовательности один элемент таким образом, что вся оставшаяся последовательность будет состоять из равных элементов?
38. Минимальная сумма подряд идущих элементов последовательности.
39. Длина максимального (по включению) постоянного участка из максимальных элементов.
40. Можно ли убрать из последовательности один элемент таким образом, что оставшаяся последовательность будет строго возрастающей?
41. Количество постоянных участков максимальной длины.
42. Количество постоянных участков максимальной длины, состоящих из максимальных элементов последовательности.
43. Каких элементов в последовательности больше – больших первого элемента или меньших первого?
44. $\max_{i < j} (x_i - x_j)$. 45. $\min_{i < j} (x_i - x_j)$. 46. $\max_{i \leq j} (x_i - x_j)$. 47. $\min_{i \leq j} (x_i - x_j)$. 48. $\max_{i > j} (x_i - x_j)$.
49. $\min_{i > j} (x_i - x_j)$. 50. $\max_{i \geq j} (x_i - x_j)$. 51. $\min_{i \geq j} (x_i - x_j)$. 52. $\min_{i > j} (x_i x_j)$. 53. $\max_{i > j} (x_i x_j)$.
54. $\min_{i \geq j} (x_i x_j)$. 55. $\max_{i \geq j} (x_i x_j)$. 56. $\max_{i \neq j} (x_i + x_j)$. 57. $\min_{i \neq j} (x_i + x_j)$.
58. Максимальная длина участка между двумя соседними максимумами.
59. Что больше – сумма элементов с четными индексами или с нечетными?
60. Можно ли убрать из последовательности один элемент таким образом, что вся оставшаяся последовательность будет арифметической прогрессией?
61. Минимальная длина участка между различными минимумами последовательности.
- В следующих задачах необходимо найти количество участков указанного вида.
- Сам фрагмент нельзя запоминать в явном виде. Для подсчета количества фрагментов разрешается использовать не более 3 переменных.
62. 1, 2, 0, 0, 2. 63. 1, -2, 3, -2, -2. 64. -1, -2, -3, -4. 65. -1, 2, -1, 3. 66. 1, 2, 1, 3, 9. 67. 1, -2, 1, 1, 3. 68. 1, 2, 2, 3, 3. 69. 1, 1, 0, 0, -1. 70. 0, -1, 0, 2, -1. 71. 1, 1, 1, 2, 3. 72. 1, -2, -2, -2. 73. 1, 1, 2, 1, 0. 74. 1, 1, 0, 0, 0. 75. 1, 0, 0, 0, -1. 76. -1, -2, -1, -2, -3.