

# Тестовое задание. Code representation learning

Кольтюгин Максим

13 апреля 2023 г.

## Задание:

Прибор для выявления брака на фабрике имеет вероятность ошибки 5% (и первого и второго рода), процент брака составляет 5% от всего объёма выпускаемой продукции.

Какая вероятность того, что мы выявили брак, если прибор выдал положительный результат - "продукция бракованная"?

## Решение:

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(B|A) \cdot \mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)}$$

$$\mathbb{P}(\text{брак} | +) = \frac{\mathbb{P}(+ | \text{брак}) \cdot \mathbb{P}(\text{брак})}{\mathbb{P}(+)}$$

$$\mathbb{P}(\text{брак} | +) = \frac{\mathbb{P}(+ | \text{брак}) \cdot \mathbb{P}(\text{брак})}{\mathbb{P}(+ | \text{брак}) \cdot \mathbb{P}(\text{брак}) + \mathbb{P}(+ | \text{исправна}) \cdot \mathbb{P}(\text{исправна})}$$

$$\mathbb{P}(\text{брак} | +) = \frac{0.95 \cdot 0.05}{0.95 \cdot 0.05 + 0.05 \cdot 0.95} = \frac{1}{2}$$

## Вопрос:

Почему же в жизни все-таки используют такие приборы? Что можно было бы изменить в процедуре поиска брака, не меняя точности прибора, так, чтобы вероятность из первого вопроса  $\mathbb{P}(\text{брак} | "+")$  выросла?

## Ответ:

Потому что если применить прибор ещё раз (или несколько), то можно получить гораздо более достоверный результат.

$$\mathbb{P}(\text{брак} | ++ ) = \frac{0.95 \cdot 0.5}{0.95 \cdot 0.5 + 0.05 \cdot 0.5} = 0.95$$

$$\mathbb{P}(\text{брак} | +++ ) = \frac{0.95 \cdot 0.95}{0.95 \cdot 0.95 + 0.05 \cdot 0.05} \approx 0.997$$

## Вопрос:

Какое соотношение можно вывести между процентом брака  $\mathbb{P}(\text{брак})$  и ошибкой прибора, если мы хотим, чтобы прибор работал лучше честной монетки, хуже или также?

## Ответ:

Предположим, что вероятности ошибок I и II рода прибора по-прежнему одинаковы. Обозначим их за  $q$ . Вероятность брака обозначим за  $p$ . Если мы хотим, чтобы прибор работал так же, как честная монетка, должно выполняться следующее равенство:

$$\frac{(1-q)p}{(1-q)p + q(1-p)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{p - pq}{p - pq + q - pq} = \frac{1}{2}$$

В знаменателе вероятность срабатывания прибора, надеемся, что она больше нуля  $\Rightarrow$ )

$$2p - 2pq = p + q - 2pq$$

$$q = p$$

То есть вероятность ошибки прибора должна быть равна проценту брака. Если хотим, чтобы прибор работал лучше, то должно выполняться:  $q < p$ .