

# SPRAWOZDANIE Z ĆWICZENIA 1:

## Transformacja współrzędnych gwiazdy z układu równikowego do horyzontalnego

Maja Kret

325693

Wydział Geodezji i Kartografii  
Politechnika Warszawska

Dane nr 15 - FK5 899

$\alpha = 23^h 55^m 34.219s$

$\delta = 57^\circ 37' 48.71''$

Warszawa, 31 października 2023

# Spis treści

<b>1</b>	<b>Cel ćwiczenia</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Wstęp teoretyczny</b>	<b>2</b>
2.1	Układ współrzędnych równikowych ekwinokcjalnych . . . . .	2
2.2	Układ współrzędnych horyzontalnych . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Dane do ćwiczenia</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Przebieg ćwiczenia</b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>Warszawa</b>	<b>4</b>
5.1	Ro Cassiopeiae i Słońce . . . . .	4
5.2	Wielki Wóz . . . . .	6
<b>6</b>	<b>Równik</b>	<b>7</b>
6.1	Ro Cassiopeiae i Słońce . . . . .	7
6.2	Wielki Wóz . . . . .	10
<b>7</b>	<b>Kod programu</b>	<b>11</b>

# 1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest transformacja współrzędnych gwiazdy FK5 899 - Ro Cassiopeiae z układu równokowego na horyzontalny oraz wizualizacja jej położenia z dwóch miejsc obserwacji w ciągu doby 1 lipca 2023.

## 2 Wstęp teoretyczny

### 2.1 Układ współrzędnych równikowych ekwinokcjalnych

Jest to globalny system współrzędnych, niezależny od lokalizacji obserwatora. Oparty jest na płaszczyźnie równika niebieskiego i służy do opisu położenia gwiazd na sferze niebieskiej. W tym układzie, deklinacja  $\delta$  jest odpowiednikiem szerokości geograficznej, podczas gdy rektascenzja  $\alpha$  odpowiada długości geograficznej. Punkt Barana, przez który Słońce przechodzi w dniu równonocy wiosennej, jest używany jako punkt odniesienia dla rektascenzji.

### 2.2 Układ współrzędnych horyzontalnych

Układ horyzontalny opiera się na lokalnym położeniu obserwatora. Najważniejszym punktem tego układu jest zenit - punkt na nieboskłonie dokładnie nad głową obserwatora. Oś horyzontalna, położona prostopadle do osi zenit-nadir, leży w płaszczyźnie horyzontu obserwatora. Współrzędne w tym układzie to azymut  $A$  oraz wysokość  $h$ . Azymut jest mierzony wzdłuż horyzontu zgodnie z kierunkiem ruchu wskazówek zegara, podczas gdy wysokość mierzona jest od horyzontu do gwiazdy. Mimo swojej użyteczności w praktyce obserwacyjnej, układ horyzontalny nie jest odpowiedni do katalogowania gwiazd z powodu jego zależności od czasu i miejsca obserwacji.

## 3 Dane do ćwiczenia

Nazwa	$\alpha$			$\delta$			CSE w Warszawie		
	h	m	s	°	'	''	wsch.	górow.	zach.
FK5 899	23	55	34.219	57	37	48.71			
Słońce	6	37	43.973	23	8	11.85	3:19		20:00
Księżyc	16	9	45.978	-23	54	48.69	18:32	22:02	0:51

Tabela 1: Współrzędne badanych obiektów z Rocznika Astronomicznego na epokę 2023.5

Do danych zostały dodane czasy wschodu, górowania i zachodu Słońca oraz Księżycy w Warszawie. Powinny one ułatwić interpretację wyników oraz umożliwić sprawdzenie poprawności wykresów.

Nazwa	Nr w FK5	$\alpha$			$\delta$		
		h	m	s	°	'	''
Merak	416	11	3	14.669	56	15	21.18
Dubhe	417	11	5	9.530	61	37	24.44
Phecda	447	11	55	3.388	53	33	50.55
Megrez	456	12	16	34.755	56	54	7.80
Alioth	483	12	55	3.395	55	49	57.62
Mizar	497	13	24	52.075	54	48	11.50
Alkaid	509	13	48	27.861	49	11	48.04

Tabela 2: Współrzędne gwiazd Wielkiego Wozu na epokę 2023.5

	$\varphi$	$\lambda$
Warszawa	52°	21°
Równik	0°	21°

Tabela 3: Współrzędne obserwatora

## 4 Przebieg ćwiczenia

1. **Konwersja współrzędnych kątowych:** Funkcje `dms2deg` i `dms2rad` z Kodu źródłowego 1 konwertują współrzędne gwiazd z formatu stopnie, minuty, sekundy (mds) na stopnie (deg) oraz radiany (rad).
2. **Obliczenie dnia juliańskiego:** Funkcja `julday` z Kodu 2 oblicza dzień juliański, co jest konieczne do późniejszego obliczenia Czasu Gwiazdowego (Greenwich Mean Sidereal Time).
3. **Obliczenie Czasu Gwiazdowego:** Funkcja `GMST` opisana w Kodzie 2 oblicza Czas Gwiazdowy w Greenwich na podstawie dnia juliańskiego i zwraca czas w godzinach. Jest to czas gwiazdowy w punkcie zerowym, czyli w Greenwich. Aby uzyskać czas lokalny, trzeba uwzględnić też długość geograficzną obserwatora.
4. **Obliczenie współrzędnych horyzontalnych:** Funkcja `horizontal_coords` zawarta w Kodzie źródłowym 2 przelicza współrzędne równikowe (deklinacja  $\delta$ , rektascensja  $\alpha$ ) na współrzędne horyzontalne (wysokość  $h$ , azymut  $A$ ), używając czasu gwiazdowego oraz współrzędnych geograficznych obserwatora (szerokość geograficzna  $\varphi$ , długość geograficzna  $\lambda$ ). Wartość azymutu jest dostosowywana w zależności od położenia gwiazdy.

$$t = (\text{GMST} \cdot 15 + \lambda - \alpha \cdot 15) \mod 360$$

$$h = \arcsin(\sin(\delta) \sin(\varphi) + \cos(\delta) \cos(\varphi) \cos(t))$$

$$A = \arccos\left(\frac{\sin(\delta) - \sin(\varphi) \sin(h)}{\cos(\varphi) \cos(h)}\right)$$

5. **Interpolacja danych:** Funkcja `interpolate` z Kodu 2 używa funkcji `make_interp_spline` z biblioteki `scipy` do interpolacji danych o wysokości gwiazdy w ciągu dnia, aby uzyskać płynniejszy wykres.

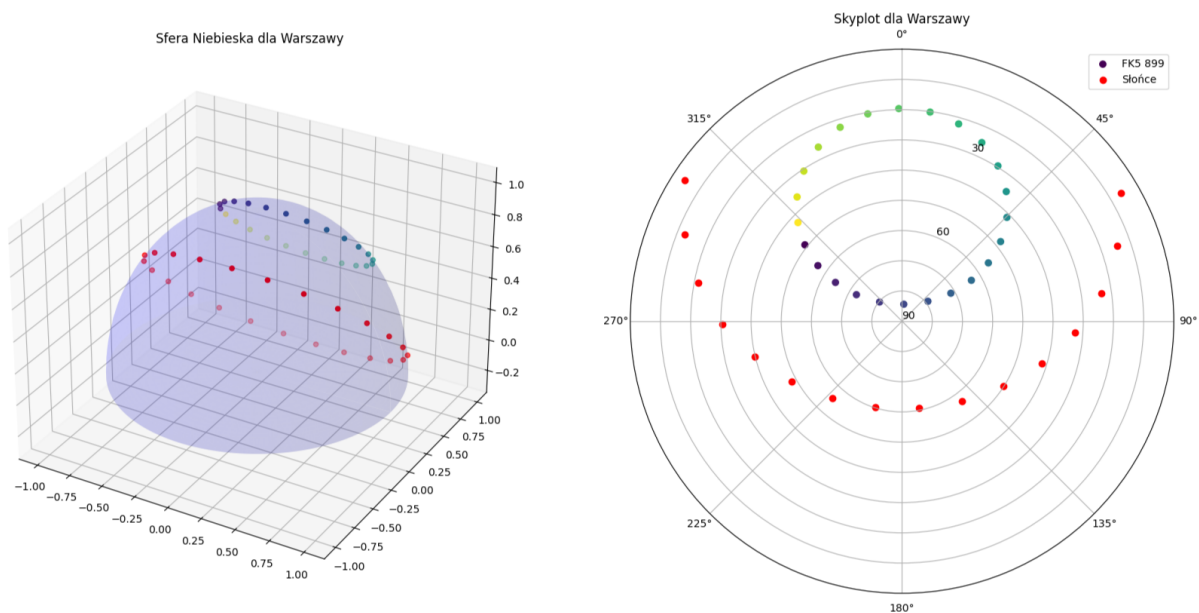
6. **Wizualizacja wyników:** Używając biblioteki `matplotlib`, rysowane są różne wykresy, w tym:

- Sfera Niebieska: 3D wykres przedstawiający ruch gwiazdy i Słońca na sferze niebieskiej.
- Skyplot: Wykres polar, pokazujący ruch gwiazdy i Słońca na niebie.
- Wykres zależności azymutu od czasu.
- Wykres zależności wysokości od czasu z interpolacją.
- Panorama nieba: Wykres azymutu w funkcji wysokości.

Ich implementacje dla gwiazdy FK5 899 znajdują się w Kodzie źródłowym 4.

## 5 Warszawa

### 5.1 Ro Cassiopeiae i Słońce



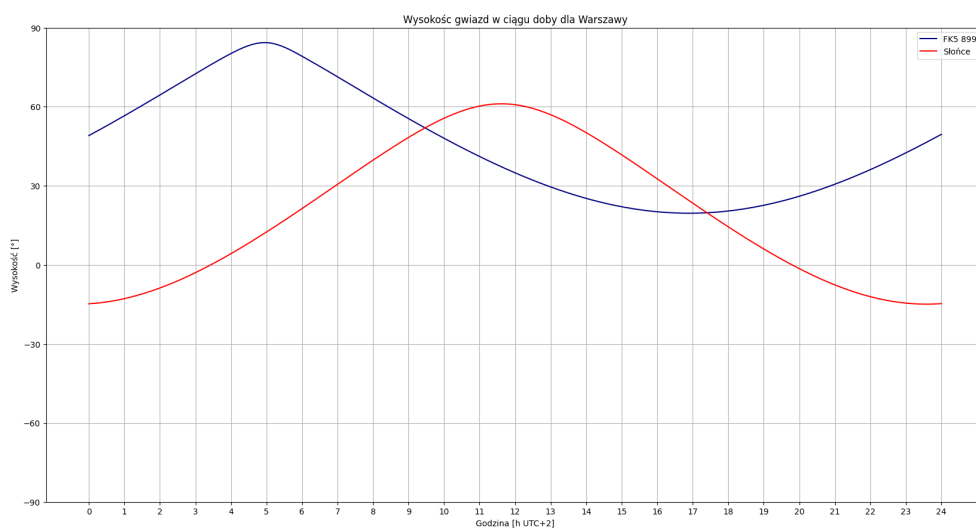
Wykres 1: Położenia gwiazd w ciągu doby z punktu obserwacji Warszawa

Z wykresu 1 wynika, że gwiazda 899 jest widoczna przez całą dobę i nigdy nie zachodzi. Nie przechodzi też przez pierwszy wertykał. Słońce natomiast jest widoczne nad horyzontem aż 16h.

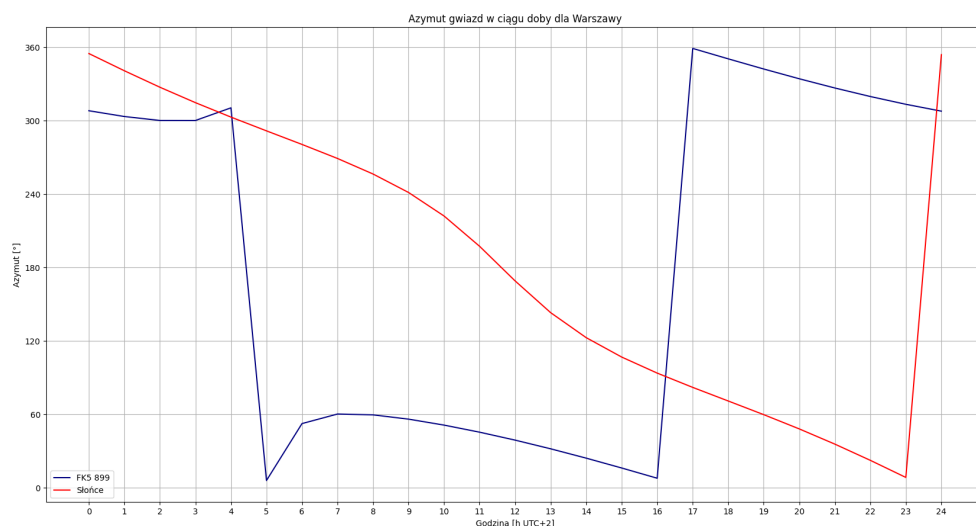
Do utworzenia wykresów wysokości 2 oraz 8 została użyta interpolacja, aby lepiej zobrazować faktyczne położenie gwiazd w ciągu doby.

Gwiazda 899 pozostaje na wykresie 2 powyżej 0° wysokości przez całą dobę, co potwierdza, że nie zachodzi poniżej horyzontu. Jej górowanie można odczytać - jest to około godziny 5:00.

Z wykresu 2 położenia Słońca można odczytać przybliżone godziny wschodu i zachodu. Wartości te zgadzają się z danymi podanymi w Roczniku Astronomicznym na dzień 1 lipca 2023 - wschód o 3:19 i zachód o 20:00. Górowanie z Słońca przypada w okolicach godziny 12:00, co jest zgodne z oczekiwaniami. Osiąga ono wtedy wysokość około 60°.

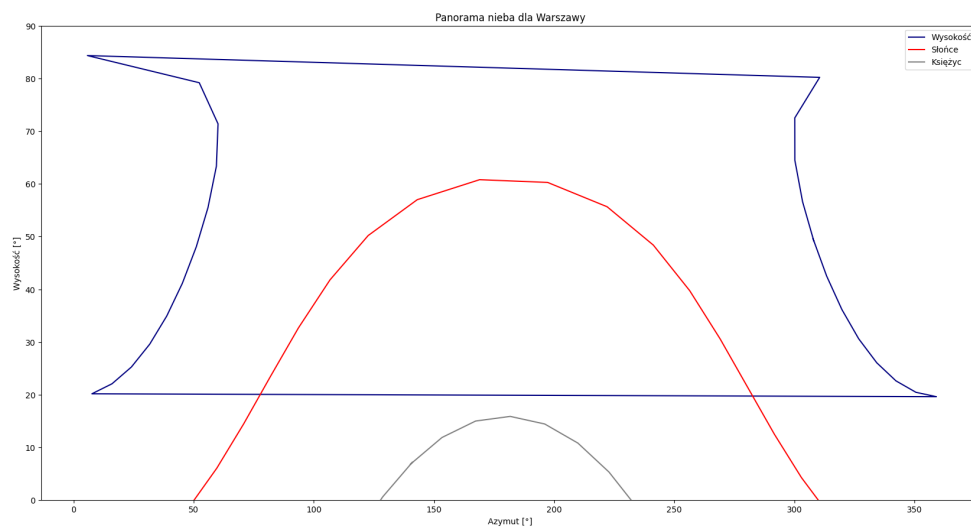


Wykres 2: Wykres wysokości gwiazd od godziny z punktu obserwacji Warszawa



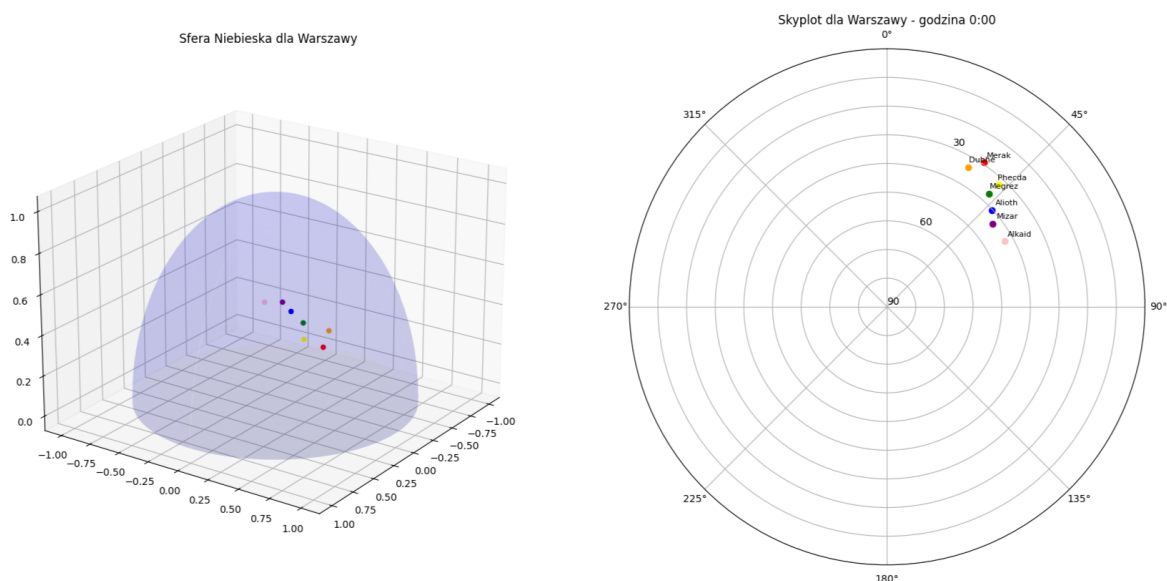
Wykres 3: Wykres azymutu gwiazd od godziny z punktu obserwacji Warszawa

Przełamania na wykresie 3 odpowiadają godzinom, w których gwiazdy osiągają najmniejszą oraz największą wysokość. Są one spowodowane tym, że gwiazdy przechodzą przez punkt północy i zmieniają swoją wartość z  $360^\circ$  na  $0^\circ$ .



Wykres 4: Panorama nieba z punktu obserwacji Warszawa

## 5.2 Wielki Wóz

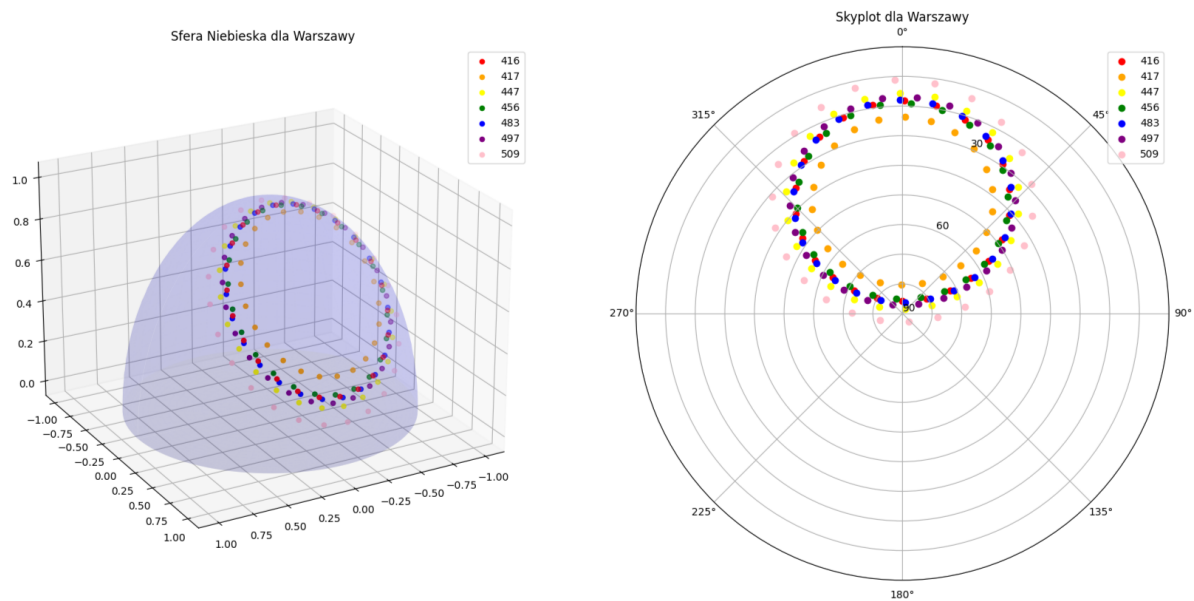


Wykres 5: Położenie gwiazd Wielkiego Wozu o godzinie 0:00 z punktu obserwacji Warszawa

Wykres 5 obrazuje położenie gwiazd o godzinie 0:00. Ta reprezentacja pokazuje z nam charakterystyczny kształt Wielkiego Wozu, którego można się spodziewać.

Załączony do sprawozdania Kod źródłowy 4 służy do animacji codziennego położenia gwiazd Wielkiego Wozu na sferze niebieskiej. Jej efekty przedstawiają filmy `wielkiwoz_warszawa.mp4` oraz `wielkiwoz_rownik.mp4`, które zawierają animację odpowiednio z Warszawy i Równika. Pomimo, że położenia poszczególnych

gwiazd się zmieniają, kształt Wielkiego Wozu pozostaje niezmienny oraz widoczny z Warszawy przez całą dobę. Można spostrzec, że gwiazda Alkaid jako jedyna przechodzi przez Pierwszy Wertykał o godzinie 18:00 oraz 21:00.



Wykres 6: Położenie gwiazd Wielkiego Wozu w ciągu doby z punktu obserwacji Warszawa

Wizualizacja całodobowa na wykresie 6 potwierdza, że gwiazdy Wielkiego Wozu są w Warszawie widoczne przez całą dobę.

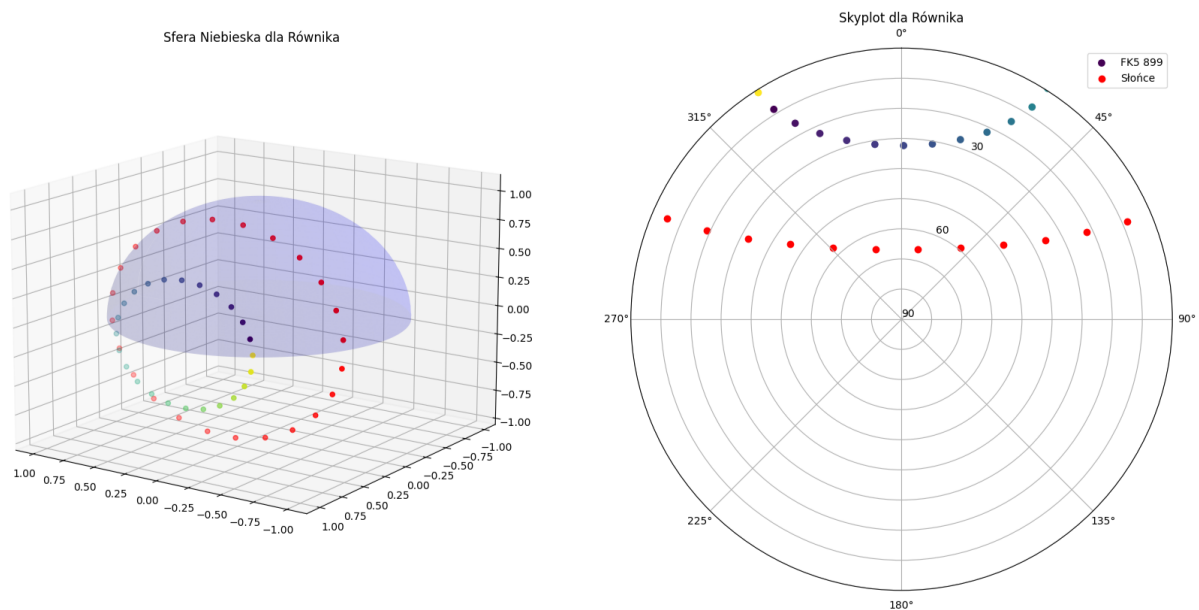
## 6 Równik

### 6.1 Ro Cassiopeiae i Słońce

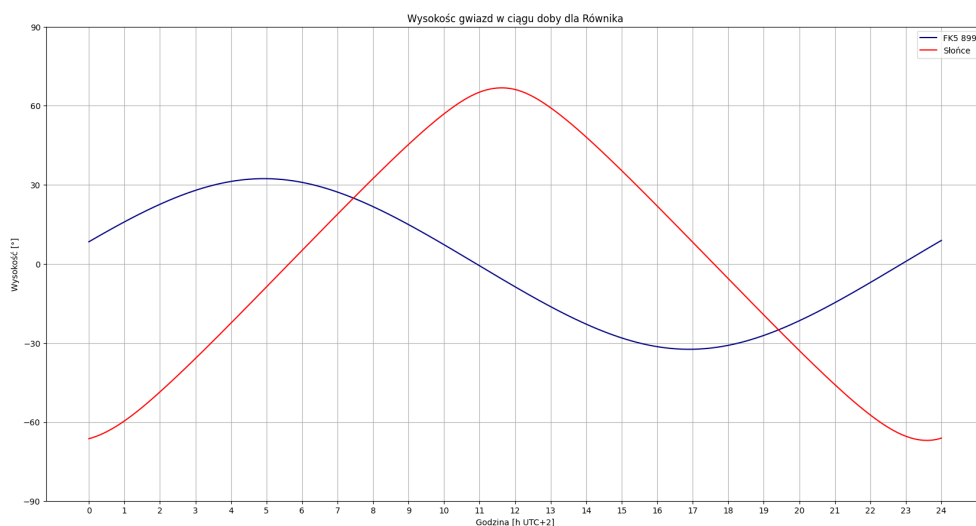
Na wykresie 8 gwiazdy możemy zauważyć, że Ro Cassiopeiae zachodzi około godziny 11:00 i nie jest widoczna aż do 23:00. Jej górowanie przypada na godzinę 5:00, tak samo jak w przypadku Warszawy.

Słońce na Równiku w tym dniu widoczne jest około 12h. Góruje wysoko nad horyzontem przed godziną 12:00, i osiąga wysokość ponad 60°. Jego wykres jest symetryczny względem godzin południowych.

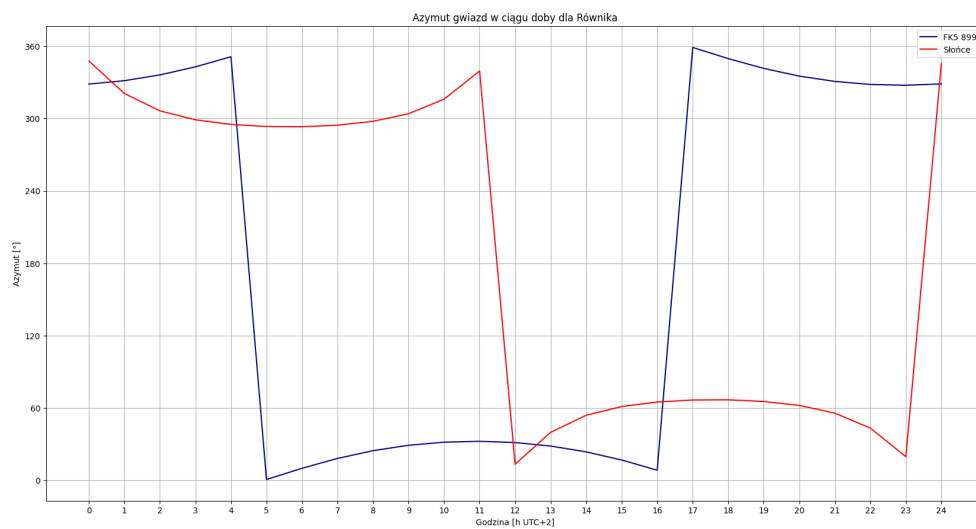




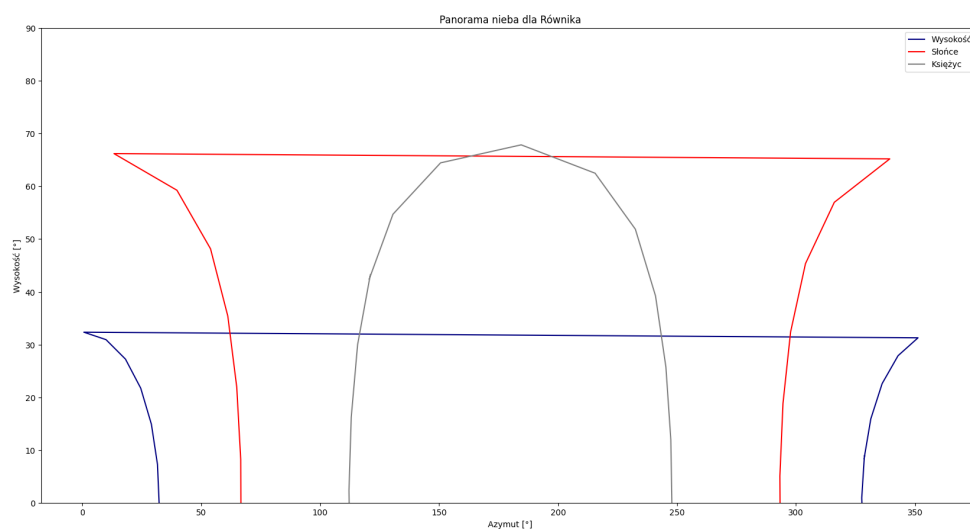
Wykres 7: Położenia gwiazd w ciągu doby z punktu obserwacji Równik



Wykres 8: Wykres wysokości gwiazd od godziny z punktu obserwacji Równik

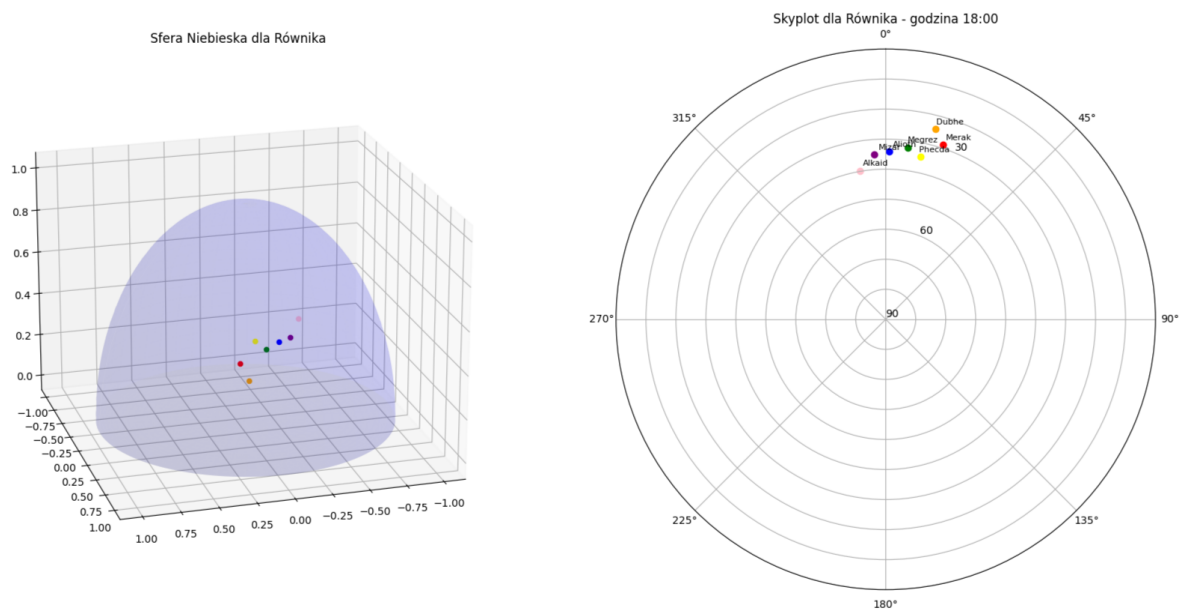


Wykres 9: Wykres azymutu gwiazd od godziny z punktu obserwacji Równik

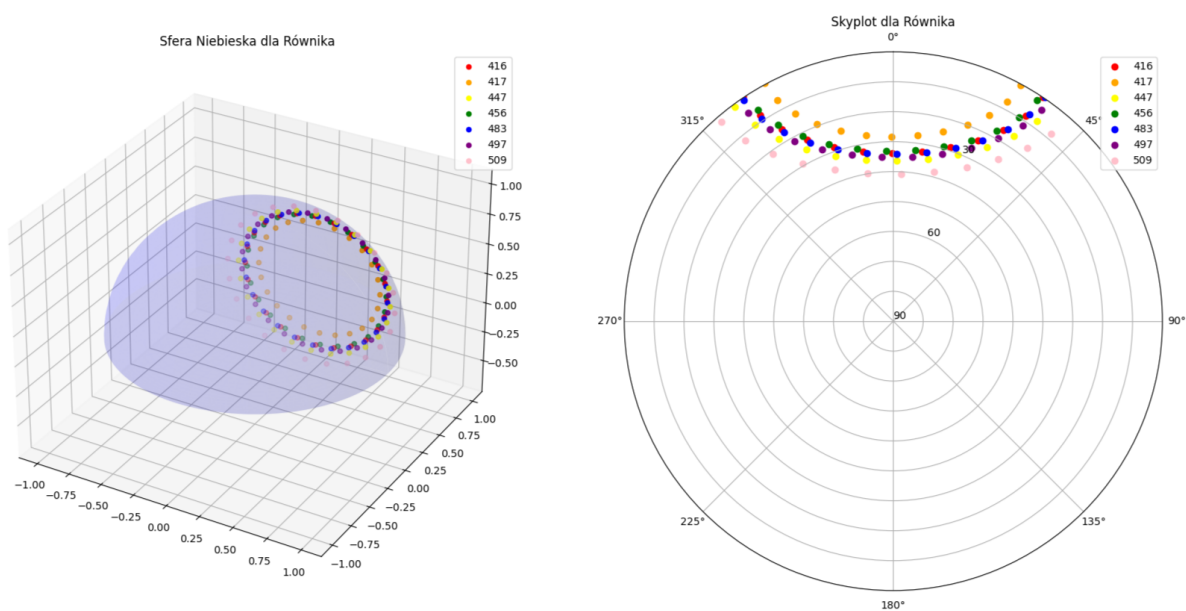


Wykres 10: Panorama nieba z punktu obserwacji Równik

## 6.2 Wielki Wóz



Wykres 11: Położenie Wielkiego Wozu o godzinie 18:00 z punktu obserwacji Równik



Wykres 12: Położenie Wielkiego Wozu w ciągu doby z punktu obserwacji Równik

Z punktu widzenia obserwatora na Równiku, wszystkie gwiazdy Wielkiego Wozu wschodzą i zachodzą. Są widoczne przez około 13h, a ich położenie na sferze niebieskiej jest podobne do analizowanej gwiazdy FK5 899.

## 7 Kod programu

Kod źródłowy 1: Funkcje udostępnione przez prowadzącego

```
def dms2deg(dms):
    d = dms[0]
    m = dms[1]
    s = dms[2]

    deg = d+m/60+s/3600
    return deg

def dms2rad(dms):
    d = dms[0]
    m = dms[1]
    s = dms[2]

    deg = d+m/60+s/3600
    rad = np.deg2rad(deg)
    return rad

def julday(y, m, d, h):
    if m <= 2:
        y = y - 1
        m = m + 12
    jd = np.floor(365.25*(y+4716))+np.floor(30.6001*(m+1))+d+h/24-1537.5
    return jd

def GMST(jd):
    T = (jd - 2451545) / 36525
    Tu = jd - 2451545
    g = 280.46061837 + 360.98564736629*(jd - 2451545.0) + 0.000387933*T**2-T
        **3/38710000
    g = (g%360) / 15
    return g
```

## Kod źródłowy 2: Funkcje własne

```
def horizontal_coords(alpha, delta, phi, L, gmst):
    H = (gmst * 15 + L - alpha * 15) % 360
    H = np.radians(H)
    phi = np.radians(phi)
    delta = np.radians(delta)

    h = np.arcsin(np.sin(delta)*np.sin(phi) + np.cos(delta)*np.cos(phi)*np.cos(H))
    A = np.arccos((np.sin(delta) - np.sin(phi)*np.sin(h)) / (np.cos(phi)*np.cos(h)))

    h = np.degrees(h)
    A = np.degrees(A)

    H = np.degrees(H)
    A = np.where(H > 180, 360 - A, A)

    return h, A

def interpolate(hours, h_values, label, color):
    xnew = np.linspace(min(hours), max(hours), 300)
    spl = make_interp_spline(hours, h_values, k=3)
    ynew = spl(xnew)
    # plt.fill_between(xnew, 0, ynew, where=(ynew > 0), color=color, alpha=1, label =
    # label)
```

### Kod źródłowy 3: Implementacja wykresów położenia gwiazdy FK5 899

```
# Współrzędne gwiazd
alpha_hms = [23, 55, 34.219]
delta_hms = [57, 37, 48.71]
alpha = dms2deg(alpha_hms)
delta = dms2deg(delta_hms)

# Słońce
alpha_s = dms2deg([6, 37, 43.973])
delta_s = dms2deg([23, 8, 11.85])

# Współrzędne obserwatorów
locations = {
    'Warszawy': {'phi': 52, 'L': 21},
    'Równika': {'phi': 0, 'L': 21},
}

if __name__ == '__main__':
    # Tworzenie wykresów
    for location, coords in locations.items():
        phi = coords['phi']
        L = coords['L']

        # Obliczanie lokalnych współrzędnych horyzontalnych co godzinę
        hours = np.arange(0, 25, 1)
        h_values = []
        A_values = []

        # Te same obliczenia zostały wykonane dla Słońca i Księżyca
        for hour in hours:
            jd = julday(2023, 7, 1, hour - 1) # UTC+2 dla Polski
            gmst = GMST(jd)
            h, A = horizontal_coords(alpha, delta, phi, L, gmst)
            h_values.append(h)
            A_values.append(A)

        h_values = np.array(h_values)
        A_values = np.array(A_values)

        # Sfera Niebieska
        fig = plt.figure(figsize=(10, 10))
        ax = fig.add_subplot(121, projection='3d')
        u, v = np.mgrid[0:(2 * np.pi):0.01, 0:np.pi:0.01]
        x = np.cos(u) * np.sin(v)
        y = np.sin(u) * np.sin(v)
        z = np.cos(v)
        z[z < 0] = 0
        ax.plot_surface(x, y, z, alpha=0.1, color='b')
        gx = np.sin(np.radians(A_values)) * np.cos(np.radians(h_values))
        gy = np.cos(np.radians(A_values)) * np.cos(np.radians(h_values))
        gz = np.sin(np.radians(h_values))
        ax.scatter(gx, gy, gz, c=hours, cmap='viridis', label = 'FK5 899')

        ax.set_title(f'Sfera Niebieska dla {location}')

    # Skyplot
```

```

ax = plt.subplot(122, polar=True)
ax.set_theta_zero_location('N')
ax.set_theta_direction(-1)
ax.set_yticks(range(0, 90+10, 10))
yLabel = ['90', '', '', '60', '', '', '30', '', '', '']
ax.set_yticklabels(yLabel)
ax.set_rlim(0, 90)
ax.scatter(np.radians(A_values), 90 - h_values, c=hours, cmap='viridis', label
          = 'FK5 899')
ax.set_title(f'Skyplot dla {location}')
ax.legend()

# Wykresy zależności wysokości i azymutu od czasu
# Azymut
plt.figure(figsize=(10, 5))
plt.plot(hours, A_values, label='FK5 899', color = 'navy')
plt.xticks(range(25))
plt.xlabel('Godzina [h UTC+2]')
plt.ylabel('Azymut [\degree]')
plt.yticks(np.arange(0, 361, 60))
plt.legend()
plt.grid()
plt.title(f'Azymut gwiazd w ciągu doby dla {location}')

# Wysokość
plt.figure(figsize=(10, 5))
plt.plot(hours, h_values, label='FK5 899', color = 'navy')
plt.xticks(range(25))
plt.yticks(np.arange(-90, 91, 30))
plt.xlabel('Godzina [h UTC+2]')
plt.ylabel('Wysokość [\degree]')
plt.legend()
plt.grid()
plt.title(f'Wysokość gwiazd w ciągu doby dla {location}')

# Panorama
plt.figure(figsize=(10, 5))
plt.plot(A_values, h_values, label = 'Wysokość', color = 'navy')
plt.ylim(0, 90)
plt.title(f'Panorama nieba dla {location}')
plt.xlabel('Azymut [\degree]')
plt.ylabel('Wysokość [\degree]')
plt.legend()

plt.show()

```

#### Kod źródłowy 4: Animacja położenia gwiazd Wielkiego Wozu

```
# Współrzędne gwiazd
FK5 = {
    'Merak' : {'alpha' : [11, 3, 14.669], 'delta' : [56, 15, 21.18]}, #416
    'Dubhe' : {'alpha' : [11, 5, 9.530], 'delta' : [61, 37, 24.44]}, #417
    'Phecda' : {'alpha' : [11, 55, 3.388], 'delta' : [53, 33, 50.55]}, #447
    'Megrez' : {'alpha' : [12, 16, 34.755], 'delta' : [56, 54, 7.8]}, #456
    'Alioth' : {'alpha' : [12, 55, 3.395], 'delta' : [55, 49, 57.62]}, #483
    'Mizar' : {'alpha' : [13, 24, 52.075], 'delta' : [54, 48, 11.5]}, #497
    'Alkaid' : {'alpha' : [13, 48, 27.861], 'delta' : [49, 11, 48.04]}, #509
}

colors = ['red', 'orange', 'yellow', 'green', 'blue', 'purple', 'pink']
color_index = 0

# Współrzędne obserwatorów
locations = {
    'Warszawy': {'phi': 52, 'L': 21},
    'Równika': {'phi': 0, 'L': 21},
}

for location, coords in locations.items():
    # Sfera Niebieska
    fig = plt.figure(figsize=(10, 10))
    ax = fig.add_subplot(121, projection='3d')
    u, v = np.mgrid[0:(2 * np.pi):0.01, 0:np.pi:0.01]
    x = np.cos(u) * np.sin(v)
    y = np.sin(u) * np.sin(v)
    z = np.cos(v)
    z[z < 0] = 0
    ax.plot_surface(x, y, z, alpha=0.1, color='b')

    # Skyplot
    ax2 = plt.subplot(122, polar=True)
    ax2.set_theta_zero_location('N')
    ax2.set_theta_direction(-1)
    ax2.set_yticks(range(0, 90+10, 10))
    yLabel = ['90', '', '', '60', '', '', '30', '', '', '']
    ax2.set_yticklabels(yLabel)
    ax2.set_rlim(0, 90)

    color_index = 0
    phi = coords['phi']
    L = coords['L']

    ax.set_title(f'Sfera Niebieska dla {location}')
    ax2.set_title(f'Skyplot dla {location}')

    lines_sfera = []
    lines_skyplot = []

    # Pobranie danych o gwiazdach
    for star_name, star_coords in FK5.items():
        alpha = dms2deg(star_coords['alpha'])
        delta = dms2deg(star_coords['delta'])
        color = colors[color_index]
```



```

line_sfera, = ax.plot([], [], 'o-', color=color, label=star_name)
line_skyplot, = ax2.plot([], [], 'o-', color=color, label=star_name)

lines_sfera.append(line_sfera)
lines_skyplot.append(line_skyplot)

color_index = (color_index + 1) % len(colors)

ax.legend(loc = 'upper right')
ax2.legend(loc = 'upper right')

# Obliczanie lokalnych współrzędnych horyzontalnych co godzinę
for hour in np.arange(0, 24, 1):
    h_values_all = []
    A_values_all = []
    gx_all = []
    gy_all = []
    gz_all = []

    for star_coords in FK5.values():
        h_values = []
        A_values = []
        alpha = dms2deg(star_coords['alpha'])
        delta = dms2deg(star_coords['delta'])

        jd = julday(2023, 7, 1, hour - 1)
        gmst = GMST(jd)
        h, A = horizontal_coords(alpha, delta, phi, L, gmst)
        h_values.append(h)
        A_values.append(A)

        h_values = np.array(h_values)
        A_values = np.array(A_values)

        gx = np.sin(np.radians(A_values)) * np.cos(np.radians(h_values))
        gy = np.cos(np.radians(A_values)) * np.cos(np.radians(h_values))
        gz = np.sin(np.radians(h_values))

        gx_all.append(gx)
        gy_all.append(gy)
        gz_all.append(gz)
        h_values_all.append(h_values)
        A_values_all.append(A_values)

    # Zaktualizowanie danych na wykresach
    for i in range(len(FK5)):
        lines_sfera[i].set_data(gx_all[i], gy_all[i])
        lines_sfera[i].set_3d_properties(gz_all[i])
        lines_skyplot[i].set_data(np.radians(A_values_all[i]), 90 - h_values_all[i])

    plt.draw()
    plt.pause(0.5)

plt.show()

```

## Spis tabel

1	Współrzędne badanych obiektów z Rocznika Astronomicznego na epokę 2023.5 . . . . .	2
2	Współrzędne gwiazd Wielkiego Wozu na epokę 2023.5 . . . . .	3
3	Współrzędne obserwatora . . . . .	3

## Spis rysunków

1	Położenia gwiazd w ciągu doby z punktu obserwacji Warszawa . . . . .	4
2	Wykres wysokości gwiazd od godziny z punktu obserwacji Warszawa . . . . .	5
3	Wykres azymutu gwiazd od godziny z punktu obserwacji Warszawa . . . . .	5
4	Panorama nieba z punktu obserwacji Warszawa . . . . .	6
5	Położenie gwiazd Wielkiego Wozu o godzinie 0:00 z punktu obserwacji Warszawa . . . . .	6
6	Położenie gwiazd Wielkiego Wozu w ciągu doby z punktu obserwacji Warszawa . . . . .	7
7	Położenia gwiazd w ciągu doby z punktu obserwacji Równik . . . . .	8
8	Wykres wysokości gwiazd od godziny z punktu obserwacji Równik . . . . .	8
9	Wykres azymutu gwiazd od godziny z punktu obserwacji Równik . . . . .	9
10	Panorama nieba z punktu obserwacji Równik . . . . .	9
11	Położenie Wielkiego Wozu o godzinie 18:00 z punktu obserwacji Równik . . . . .	10
12	Położenie Wielkiego Wozu w ciągu doby z punktu obserwacji Równik . . . . .	10

## Spis kodów źródłowych

1	Funkcje udostępnione przez prowadzącego . . . . .	11
2	Funkcje własne . . . . .	12
3	Implementacja wykresów położenia gwiazdy FK5 899 . . . . .	13
4	Animacja położenia gwiazd Wielkiego Wozu . . . . .	15