DZ 2

Zad. 3. Pretpostavite da vam je dan ključ k za pretražiti u tablici s pozicijama $0, 1, \ldots, m-1$ i pretpostavite da je dana hash f-ja h koja mapira univerz ključeva u $\{0, 1, \ldots, m-1\}$. Pretraživanje se provodi na sljedeći način:

1. Izračunaj vrijednost $j = h(k)$ i postavi $i = 0$
2. Probaj u poziciji j za ključ k. Ako je pronađeš ili je pozicija prazna, terminiraj pretraživanje.
3. Postavi $i = i+1$. Ako je i sada $i = m$, onda je tablica puna pa terminiraj pretraživanje. Inače postavi $j = (i+j) \bmod m$ i vrati se na korak 2

Pretpostavite da je m potencija broja 2.

4. Pokažite da je ovako dano pretraživanje instanca kvadratnog probiranja, t.d. date pripadne konstante c_1 i c_2 za jednadžbu $h(k,i) = (f(k) + c_1 \cdot i + c_2 \cdot i^2) \bmod m$ za $i = 0, 1, \ldots, m-1$.

$i = 0$ (početno)
$i = i+1$

$j = h(k)$
$j = (i+j) \bmod m$

$h(k,0) = f(k)$ $\qquad j = f(k) \bmod m$

$h(k,1) = f(k) + 1$ $\qquad j = (f(k)+1) \bmod m$

$h(k,2) = f(k) + 1 + 2$

$h(k,3) = f(k) + 1 + 2 + 3$

$\vdots$

$h(k,i) = f(k) + \underbrace{1+2+3+\ldots+i}$ $\qquad j = (f(k) + 1 + \ldots + i) \bmod m$

$$\sum_{i=0}^{m} i = \frac{m(m+1)}{2} = \frac{1}{2} m + \frac{1}{2} m^2$$

$$\Rightarrow \quad h(k,i) = \left(f(k) + \frac{1}{2} m + \frac{1}{2} m^2\right) \bmod m$$

* kvadratično probiranje: $h(k,i) = (f(k) + c_1 \cdot i + c_2 \cdot i^2) \bmod m$, $i = 0, 1, \ldots, m-1$

$$\overset{*}{\Rightarrow} \quad h(k,i) = f(k) + \frac{1}{2} i + \frac{1}{2} i^2 \quad \text{za} \quad c_1 = c_2 = \frac{1}{2}, \quad i = 0, 1, \ldots, m-1$$

5 Pokažite da alg pretraživanja pretraži svaku poziciju u tablici.

Ako algoritam pretražuje m pozicija i želimo pokazati da pretraži svaku poziciju, onda znači da pri pretraživanju mora uvijek doći na drugu poziciju.

Pretpostavimo da je pri 2 različita pretraživanja bio na istoj poziciji, $i < i' < m$, tada:

$$h(k) + \frac{i+i^2}{2} \equiv h(k) + \frac{i'+i'^2}{2} \mod m$$

$$\frac{i+i^2}{2} \equiv \frac{i'+i'^2}{2} \mod m$$

$$i + i^2 \equiv i' + i'^2 \mod 2m$$

$$(i'+i'^2) - (i+i^2) \equiv 0 \mod 2m$$

$$i' + i'^2 - i - i^2 \equiv 0 \mod 2m$$

$$(i'-i)(i'+i) + (i'-i) \equiv 0 \mod 2m$$

$$(i'-i)(i'+i+1) \equiv 0 \mod 2m$$

↳ promatramo 2 slučaja $\Rightarrow$ $i-i'$ paran ili $i-i'$ neparan

1° $i-i'$ neparan:

$i < i' < m \Rightarrow i - i' < m < 2m \Rightarrow$ $2m$ nije faktor od $i-i'$

$\Rightarrow$ $i-i'$ ne može biti neparan

2° $i-i'$ paran:

$\Rightarrow i + i' + 1$ neparan i može biti na 2 iste pozicije,

ali s obzirom da $i < i' < m \Rightarrow i+i'+1 < 2m$

$\Downarrow$

$2m$ nije faktor niti od $i+i'+1$

$\Rightarrow$ Pri 2 različita pretraživanja ne može biti na istoj poziciji.