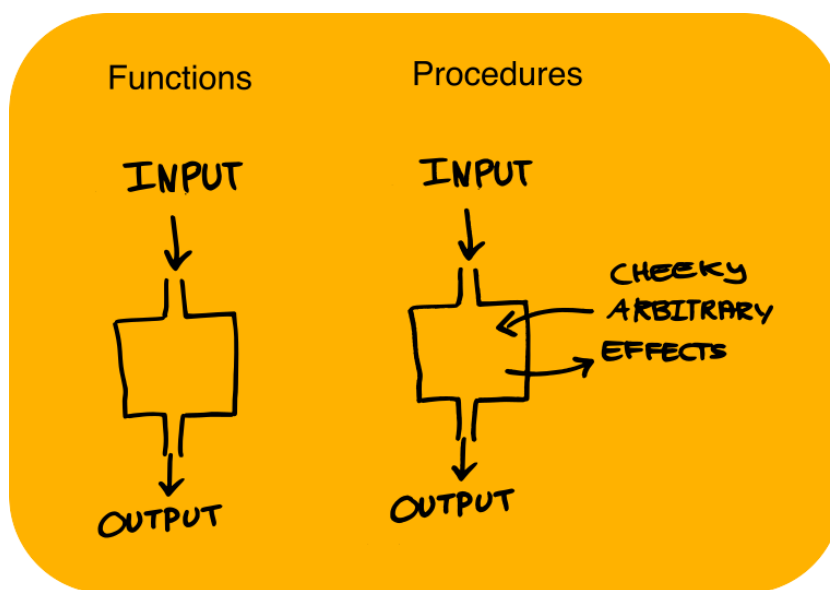


KONCEPTI PROGRAMSKIH JEZIKOV

IZTOK SAVNIK, MATJAŽ KRNC



Vaje za predmet Programiranje II

Maj, 2018 – Verzija 0.2

Koncepti programskih jezikov

Vaje za predmet Programiranje II

Avtorja: Iztok Savnik, Matjaž Krnc

Samozaložba in oblikovanje: Matjaž Krnc

ISBN: XXXXXXXX

Koper, Maj 2018

Naloge so plod ... ipd. TODO (Iztok)

Za pomoč pri pisanju resitev se zahvaljujemo študentom:

....

CIP – Kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

xxx.x(xxx)(x.xxx.x)

DISKRETNA matematika [Elektronski vir] : / avtorji I. Savnik, M. Krnc; [urednika] Matjaž Krnc, Iztok Savnik. - o.2. - El. knjiga. - Ljubljana : samozal. 2018.

Način dostopa (URL): <https://www.scribd.com/document/...>

ISBN XXXXXXXX (pdf)

1. xxxxt, xxxxx 2. xxxx, xxxxxx 286126336

KAZALO

I VAJE

1	LAMBDA RAČUN	9
2	ELEMENTI FUNKCIJSKIH JEZIKOV	11
2.1	Matematične funkcije	11
2.2	Seznami	12
2.3	Polimorfizem	14
2.4	Funkcije višjega reda	14
2.5	Implementacija funkcij	15
2.6	Rekurzivne podatkovne strukture	15
2.7	Parametrizirani tipi	17
2.8	Unije	18
3	ELEMENTI IMPERATIVNIH JEZIKOV	21
3.1	Nizi	21
3.2	Polja in matrike	22
3.3	Zapisi	23
3.4	Klasične podatkovne strukture	24
4	DELO Z RAZREDI	25
4.1	Definicija razredov	25
4.2	Hierarhije razredov	26
4.3	Abstraktni razredi	27
4.4	Parametrični razredi	27
5	DELO Z MODULI	29
5.1	Definicija modula	29
5.2	Funkcionalni	32
6	NEKATEGORIZIRANO	33
6.1	Polja	33
6.2	Seznami	33
6.3	Parametrizirani tipi	34
6.4	Drevesa	34
6.5	Razredi	35
6.5.1	Parametrizirani razredi	35

II DODATEK

Del I
VAJE

LAMBDA RAČUN

Vaja 1. Napiši izraz v lambda računu, ki za dana parametra x in y izračuna povprečno vrednost x in y .

Apliciraj prej definiran lambda izraz na konkretnih parametrih in zapiši redukcijo izraza do vrednosti.

Vaja 2. Uporabi alfa konverzijo in beta redukcijo za ovrednotenje naslednjega stavka zapisanega z λ -računom

$$(\lambda a. \lambda b. a(ab))(\lambda a. a + 1) 1.$$

- a) Izračunaj vrednost izraza.
- b) Kaj naredi funkcija?

Vaja 3. Evaluiraj naslednje lambda izraze do vrednosti.

- 1) $(\lambda f. f(\lambda x. x))(\lambda x. x)$
- 2) $(\lambda x. \lambda y. x)zw$

Vaja 4. Dane imamo naslednje standardne kombinatorje lambda računa.

$$\begin{aligned} I &\equiv \lambda x. x; \\ K &\equiv \lambda x. \lambda y. x; \\ K^* &\equiv \lambda x. \lambda y. y; \\ S &\equiv \lambda x. \lambda y. \lambda z. xz(yz) \end{aligned}$$

Poenostavi naslednje izraze:

$$\begin{aligned} M &\equiv (\lambda x. \lambda y. \lambda z. zyx)aa(\lambda p. \lambda q. q); \\ M &\equiv (\lambda y. \lambda z. zy)((\lambda x. xxx)(\lambda x. xxx))(\lambda w. I); \\ M &\equiv SKSKSK \end{aligned}$$

ELEMENTI FUNKCIJSKIH JEZIKOV

2.1 MATEMATIČNE FUNKCIJE

Vaja 5. Napiši funkcijo v ML, ki izračuna vsoto vrste:

$$1 + 4 + 9 + 16 + \dots + n^2.$$

Vaja 6. Napiši funkcijo v ML, ki izračuna vsoto vrste

$$\sum_{x=0}^n 1/(2^x) = 1/1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + \dots + 1/(2^n).$$

Preveri delovanje funkcije z implementacijo v Ocaml.

Vaja 7. V Ocaml napiši funkcijo, ki izračuna n -to Fibonaccijevo število definirano na sledeč način:

$$F_n = 1, \text{ če } n \in \{0, 1\}, \text{ ter } F_n = F_{n-1} + F_{n-2},$$

pri čemer zapis F_i predstavlja i -to Fibonaccijevo število.

Fibonaccijevo zaporedje: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

Vaja 8. Dana je OCaml funkcija naslednik (`let naslednik n = n+1`). Z uporabo funkcije naslednik in brez uporabe aritmetičnih operacij naredi funkcijo `jeVsota(a:int, b:int, c:int)`, ki preveri ali je c vsota a in b (pri čemer velja $a, b \geq 0$).

Vaja 9. Funkcija `pfib: int*int -> int*int` je definirana na sledeč način:

$$\text{pfib}(i, j) = \begin{cases} (1, 1); & i, j \leq 0; \\ \text{pfib}(i-1, 0); & j = 0; \\ \text{pfib}(0, j-1); & i = 0; \\ \text{pfib}(i-1, j-1) + \text{pfib}(i-2, j-2); & \text{else.} \end{cases}$$

Operacija `'+'` je definirana nad pari na običajen način. Definiraj funkcijo `pfib` v Ocaml.

Vaja 10. Dana je naslednja funkcija, ki je definirana z rekurzivnimi enačbami.

$$\begin{aligned} A(0, n) &= n + 1 \\ A(m+1, 0) &= A(m, 1) \\ A(m+1, n+1) &= A(m, A(m+1, n)) \end{aligned}$$

Napiši funkcijo `A : int -> int -> int`, ki izračuna za dana parametra m in n vrednost zgoraj definirane rekurzivne funkcije.

2.2 SEZNAMI

Vaja 11. Napiši funkcijo `sestej`: `int list -> int`, ki sešteje elemente celoštevilskega seznama.

Primer:

```
# sestej [1;2;3;4;5];;
- : int = 15
```

Vaja 12. Napiši funkcijo `unija` : `int list -> int list -> int list`, ki za dana seznama celih števil vrne unijo. Pazi na duplikate!

Primer:

```
# unija [1;2;4;7] [2;4;7;9];;
- : int list = [1;2;4;7;9]
```

Vaja 13. Napiši funkcijo `zdruzi` : `int list -> int list -> int list`, ki sprejeme urejena seznama kot parametra in vrne urejen seznam, ki vsebuje elemente obeh vhodnih seznamov.

Primer:

```
# zdruzi [2;3;4] [5;7;9;10;13];;
- : int list = [2;3;4;5;7;9;10;13]
```

Vaja 14. Napiši funkcijo `zdruzi` : `int list -> int list -> int list`, ki združi dva seznama v tretji seznam tako, da vzame najprej en element iz prvega seznama potem dva elementa iz drugega seznama in tako naprej dokler ne pride do konca enega izmed vhodnih seznamov. Preostanek nepraznega seznama se da na konec novega seznama.

Primer:

```
# zdruzi [1;2;3] [5;6;7;8];;
- : int list = [1;5;6;2;7;8;3]
```

Vaja 15. Napiši funkcijo `vecjeod` : `int list -> int -> int list`, ki dobi seznam in število, vrne pa seznam, ki vsebuje samo elemente večje od podanega števila.

Primer:

```
# vecjeod [2;5;26;87;2;6] 5;;
- : int list = [26;87;6]
```

Vaja 16. Napišite funkcijo `seznamnm` : `int -> int list`, ki izpiše seznam števil od števila n do m . Velja $n \leq m$.

Primer:

```
# seznamnm 5 11;;
- : int list = [5;6;7;8;9;10;11]
```

Vaja 17. Napiši funkcijo `palindrom`: `int list -> bool`, ki preveri, če je podan seznam celih števil palindrom.

Primer:

```
# palindrom [1;2;3;2;1];;
- : bool = true
# palindrom [1;2;3];;
- : bool = false
```

Vaja 18. Napiši funkcijo `vsotaSodeLihe`: `int list -> int*int`, ki za dani seznam posebej sešteje sode in liha števila, ter vrne par, ki ima na prvem položaju vsoto lihih števil, na drugem pa vsoto sodih števil.

Primer:

```
# vsotaSodeLihe [1;1;1;2;4];;
- : int*int = (3,6)
```

Vaja 19. Napiši funkcijo `podseznam`: `int list -> int list -> bool`, ki preveri ali je seznam podan kot prvi parameter `podseznam` seznama podanega kot drugi parameter funkcije.

Primer:

```
# podseznam [1;2] [3;4;1;2];;
- : bool = true
# podseznam [1;2] [1;2;3];;
- : bool = true
# podseznam [1;2] [4;2];;
- : bool = false
```

Vaja 20. Dan imamo seznam znakov tipa `char list` v katerem se lahko pojavijo samo znaka 'a' in 'b'. Napiši funkcijo `cnta`: `char list -> int list`, ki pretvori sekvence znakov v seznam celih števil po naslednjih pravilih:

```
- aaa -> 3,
- aa -> 2,
- a -> 1 in
- x -> 0, kjer je x poljuben znak.
```

Primer:

```
# cnta ['a','a','a','a','a','b','a','a'];;
- : int list = [3,2,0,2]
```

Vaja 21. Funkcijo za sortiranje seznama implementiraj na sledeč način:

1. Napiši pomožno funkcijo `zamenjaj`: `int list -> int list`, ki poišče v seznamu prvi zaporeden par `...:x::y::rep`, ki ni pravilno urejen: $x > y$. Funkcija naj vrne par sestavljen iz
 - a) istega seznama, kjer sta x in y zamenjana ter
 - b) `true` v primeru, da je bila zamenjava narejena in `false` sicer.
2. Napiši funkcijo `sortiraj`: `int list -> int list`, ki ponavlja izvajanje funkcije `zamenjaj` tako dolgo dokler ni seznam urejen.

Vaja 22. Dan je seznam, ki vsebuje znake tipa `char`. Napiši funkcijo `ace`, ki sprejme seznam znakov in vrne `true` v primeru, da seznam znakov vsebuje znake seznama `['a';'c';'e']` v danem vrstnem redu in `false` sicer.

```
# ace ['a';'b';'r';'a';'k';'a';'d';'a';'b';'r';'a'];;
- : bool = false
# ace ['a';'b';'e';'c';'e';'d';'a'];;
- : bool = true
# ace ['c';'e';'d';'r';'a'];;
- : bool = false
```

Vaja 23. Dan je seznam, ki vsebuje vrednosti `0` in `1`. Napiši funkcijo, ki naredi naslednjo transformacijo na seznamu. Vse pojavitve vzorca `111` zamenja z vrednostjo `3`, vse pojavitve vzorca `11` z vrednostjo `2` ter ohrani samostojne enice `1` in ničle `0`.

```
1 1 1 -> 3
1 1 -> 2
1 -> 1
0 -> 0
```

Funkcija vedno poskuša najprej zamenjati daljši niz enic.

Na primer, seznam `[1;1;0;1;1;1;1;1;0;1;0]` se pretvori v seznam `[2;0;3;2;0;1;0]`.

2.3 POLIMORFIZEM

Vaja 24. Napiši polimorfično funkcijo

```
zdruzi : 'a list -> 'a list -> ('a*'a->'a) -> 'a list,
```

ki združi dva enako dolga seznama poljubnih objektov, tako da združi istoležne objekte seznamov. Par istoležnih objektov seznamov združimo z uporabo tretjega parametra funkcije `zdruzi`, funkcijo tipa `'a*'a->'a`.

Napiši primer uporabe funkcije `zdruzi` nad seznamoma celih števil. Združitev dveh števil implementiraj z običajno vsoto.

2.4 FUNKCIJE VIŠJEGA REDA

Vaja 25. Napiši funkcijo višjega reda

```
urediPar : 'a*'a -> ('a*'a->bool) -> 'a*'a,
```

ki za dan par vrednosti tipa `'a*'a` vrne isti par vrednosti urejen po velikosti. Za določitev vrstnega reda komponent para napiši funkcijo `vecji : 'a*'a -> bool`, ki vrne `true`, če je prva komponenta večja od druge. Uporabi funkcijo `vecji` kot parameter funkcije `urediPar`.

Vaja 26. Napiši funkcijo višjega reda

```
izberi l f: 'a list -> ('a -> bool) -> 'a list,
```

ki iz seznama l izbere samo tiste elemente a za katere funkcija f vrne `true`. Primer:

```
# let f a = if a>2 then true else false;;
val f : int -> bool = <fun>
# izberi [1;2;3;5] f;;
- : int list = [3; 5]
```

2.5 IMPLEMENTACIJA FUNKCIJ

Vaja 27. Dana je funkcija:

```
let rec vsota a = match a with 0 -> 0 | x -> x + vsota (x-1);;
```

Predstavi sklad aktivacijskih zapisov, ki se razvijejo ob klicu `vsota 3`;

Vaja 28. Dana je funkcija `fib`, ki izračuna Fibonaccijevo število.

```
# let rec fib n =
if n < 2 then 1 else fib(n-1) + fib(n-2);;
val fib : int -> int = <fun>
```

Predstavi zaporedje aktivacijskih zapisov, ki se aktivirajo pri izvajanju funkcije `fib 4`.

Vaja 29. Dana je funkcija `seštej : 'a list -> int`, ki sešteje elemente danega seznama.

```
# let rec sestej l = match l with
| [] -> 0
| a::r -> a+sestoj r;;
val sestej : int list -> int = <fun>
# sestoj [1;2;3];;
- : int = 6
```

Predstavi vsa stanja aktivacijskih zapisov ob klicu funkcije `sestoj [1;2;3]`.

2.6 REKURZIVNE PODATKOVNE STRUKTURE

Vaja 30. Dan imamo seznam, definiran z rekurzivnim podatkovnim tipom `izraz`.

```

type izraz =
    Nil
  | Stevilo of int * izraz
  | Oper of char * izraz ;;

```

Izraz vsebuje aritmetične izraze, ki so lahko sestavljeni iz števil (Stevilo) in operacij (Oper). Dovoljene operacije so plus '+' in minus '-'. Predpostavljamo, da izrazi opisujejo pravilne aritmetične izraze.

Napiši funkcijo `ovrednoti : izraz -> int`, ki izračuna vrednost izraza.
Primer:

```
e = 10 + 5 - 3
```

Vaja 31. Dan imamo seznam, definiran z naslednjim tipom.

```

type 'a seznam =
    Nil
  | Vrednost of 'a * 'a seznam;;

```

Seznam je urejen v naraščajočem vrstnem redu glede na vrednost primerjalne funkcije `primerjaj : 'a -> 'a -> int`, ki vrne -1 če je prvi parameter večji od drugega, 0 če sta enaka in 1 v primeru, da je drugi parameter večji od prvega.

Napiši parametrično funkcijo:

```
dodaj : 'a seznam -> ('a -> 'a -> int) -> 'a
```

kjer je prvi parameter seznam v katerega dodajamo, drugi parameter je funkcija `primerjaj` in tretji parameter vrednost tipa 'a, ki jo dodajamo v seznam.

Vaja 32. Dano je drevo definirano z naslednjo podatkovno strukturo:

```
# type 'a tree = Empty | Node of 'a * 'a tree list ;;
```

Napiši funkcijo `"prestej : 'a tree -> int"`, ki prešteje vozlišča drevesa.

Vaja 33. Dano je drevo, ki je definirano z naslednjim razredom.

```

class Drevo {
    int elm;
    int vsota;
    Drevo levo = null;
    Drevo desno = null;
}

```

a) Napiši metodo `vsote()`, ki v vsakem vozlišču izračuna vsoto vseh vozlišč poddrevesa.

b) Izpiši korene poddreves s vsoto < 10.

Vaja 34. Dano je drevo, ki je definirano z naslednjim razredom.


```
class Drevo {
  int elm;
  int vsota;
  Drevo levo = null;
  Drevo desno = null;
}
```

Napiši metodo `preveriUrejenost()`, ki preveri ali je dano drevo urejeno: za dano vozlišče so vsa vozlišča levega pod-drevesa manjša od korena in vozlišča desnega poddervesa večja od korena.

Dodatna naloga: Kako bi sproti pri preverjanju urejenosti ponovno uredil drevo, če imaš dano metodo za vstavljanje v urejeno drevo?

Vaja 35. Dana je definicija parametričnega binarnega drevesa. Parameter tipa `bindrevo` je spremenljivka tipa `'a`, ki predstavlja tip elementov v listih drevesa.

```
type 'a bindrevo = List of 'a | Drevo of 'a bindrevo * 'a bindrevo ;;
```

a) Napiši funkcijo `izpis: 'a bindrevo -> ('a -> bool) -> unit`, ki zpiše vse liste drevesa za katere vrne drugi parameter funkcije `izpis` – funkcija tipa `'a -> bool` – vrednost `true`.

b) Napiši funkcijo `obrne: 'a bindrevo -> 'a bindrevo`, ki obrne vhodno drevo tako, da vsa leva poddrevesa zamenja z desnimi poddrevesi.

Vaja 36. Dano imamo splošno planarno drevo, ki je predstavljeno z naslednjim tipom:

```
type 'a tree = Empty
             | Node of 'a * 'a tree list ;;
```

Napiši funkcijo `filter : 'a tree -> ('a -> bool) -> 'a tree`, ki pomeče ven iz drevesa vsa poddrevesa s korenem za katerega vrne funkcija tipa `'a -> bool`, podana kot drugi parameter, vrednost `false`. Rezultat je torej novo drevo brez izbranih poddreves.

2.7 PARAMETRIZIRANI TIPI

Vaja 37. Napiši polimorfično rekurzivno funkcijo `obrne: 'a array -> 'a array`, ki obrne vsebino polja.

Primer:

```
# obrni [|1;2;3|];;
- : int array = [| 3; 2; 1 |]
```

Vaja 38. S poljem želimo implementirati parametrično podatkovno strukturo `minvrsta`, ki hrani zadnjih `n` najmanjših vrednosti vstavljenih v podatkovno strukturo. Podatkovno strukturo `minvrsta` definiramo na sledeč način:

```
# type 'a minvrsta = 'a array;;
type minvrsta = 'a array
```

Z naslednjo funkcijo kreiramo primerek minvrsta.

```
# let kreiraj n v = Array.create n v;;
val kreiraj : int -> int array = <fun>
# let a : int minvrsta = kreiraj 10 0;;
val a : int minvrsta = [|0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0|]
```

Napiši parametrično funkcijo `dodaj : 'a -> 'a minvrsta -> unit`, ki doda novo vrednost v polje. Paziti je potrebno, da polje vedno vsebuje `n` najmanjših vrednosti.

Vaja 39. Dano je drevo, ki vsebuje dve vrsti elementov. Definirano je z naslednjo podatkovno strukturo:

```
type ('a,'b) drevo =
  Prazno
  | Vozliscea of 'a * ('a,'b) drevo list;;
  | Vozlisceb of 'b * ('a,'b) drevo list;;
```

Napiši funkcijo `razcepi : ('a,'b) drevo -> 'a list * 'b list`, ki prepíše vse elemente `Vozliscea` v prvi seznam in vse elemente `Vozlisceb` v drugi seznam.

- Vaja 40.**
1. Definiraj parametrično podatkovno strukturo `'a splosnoDrevo`, kjer spremenljivka tipa `'a` predstavlja tip vrednosti vozlišča. Splošno drevo ima poljubno število poddreves.
 2. Napiši funkcijo `prestejOtroke : 'a splosnoDrevo -> int`, ki izračuna povprečno število otrok za vsa vozlišča, ki niso listi drevesa.

2.8 UNIJE

Vaja 41. Dan imamo tip

```
type geo_objekt = Tocka | Premica | Krog | Trikotnik
```

in seznam geometrijskih objektov, npr.

```
let gl: geo_objekt list =
  [ Tocka; Tocka; Premica; Krog; Krog; ... ]
```

Napiši funkcijo, ki prešteje število pojavitev posameznega geometrijskega objekta v seznamu:

```
val prestej: geo_objekt list ->
  geo_objekt -> int = <fun>
```

Vaja 42. Definiraj podatkovne strukture v Ocaml, ki predstavijo karte Briškole ali neke druge igre s kartami, ki jo dobro poznaš.

Vaja 43. Seznam vrednosti in operacij je definiran s tipom formula:

```
# type oper = PLUS | MINUS;;
type oper = PLUS | MINUS
# type elm = LP | RP | Vr of int | Op of oper;;
type elm = LP | RP | Vr of int | Op of oper
# type formula = Nil | Form of elm * formula;;
type formula = Nil | Form of elm * formula
```

Napiši funkcijo `izpis : formula -> unit`, ki izpiše formulo. Predpostavljamo, da je formula podana v pravilni obliki.

Vaja 44. Seznam vrednosti in operacij je definiran s tipom formula:

```
# type oper = PLUS | MINUS;;
type oper = PLUS | MINUS
# type elm = Vr of int | Op of oper;;
type elm = Vr of int | Op of oper
# type formula = Nil | Form of elm * formula;;
type formula = Nil | Form of elm * formula
```

Primer:

```
# let s = Form(Vr(1),Form(Op(PLUS),Form(Vr(5),
      Form(Op(MINUS),Form(Vr(3),Nil)))));;
val s : formula = Form (Vr 1, Form (Op PLUS, Form
      (Vr 5, Form (Op MINUS, Form (Vr 3, Nil)))))
```

Vrednost formule `s` predstavlja izraz $1 + 5 - 3$.

Napiši funkcijo `izracunaj : formula -> int`, ki izračuna vrednost seznama. Predpostavljamo, da je formula podana v pravilni obliki.

Vaja 45. Definiraj podatkovni tip `simplKarta` s katerim predstavimo enostavne igralne karte.

1. Imamo štiri vrste kart: kraljica, kralj, fant in punca.
2. Karte imajo štiri barve: srce, kara, pik in križ.
3. Pri definiciji tipa `simplKarta` uporabi unijo!

Definiraj seznam kart tipa `simplKarta`, ki vsebuje naslednje karte: srčevo punco, križevega kralja in pikovega fanta.

ELEMENTI IMPERATIVNIH JEZIKOV

3.1 NIZI

Vaja 46. V programskem jeziku Ocaml napišite funkcijo `obrniBesede`: `string -> string`, ki izpiše vse besede vhodnega niza v obratnem vrstnem redu!

Primer:

```
# obrniBesede "banana je lepa";;
- : string = "ananab ej apel"
```

Vaja 47. Napiši funkcijo v Ocaml, ki preveri ali je nek niz podniz nekega drugega niza. Pri tem ni nujno, da znaki drugega niza v prvem stoje zaporedoma, ujemati se mora le vrstni red.

Dva primera:

MATI	MATEMATIKA		SENO	SOSEDNOST
MAT	I		S	E NO
MA	TI		SE	NO
M	ATI			
	MATI			

Dodatna naloga: napiši funkcijo, ki vrne število vseh takšnih podnizov v danem nizu.

Vaja 48. Dan je niz znakov. Vaša naloga je izdelati metodo, ki za vhodni niz izpiše vse podnize danega niza.

Podpis funkcije:

```
podnizi: string -> unit
```

Oglejmo si primer niza "miza":

```
"miza"; "miz"; "mi"; "m"; "iza"; "iz"; "i"; "za"; "z"; "a"
```

Iz primera lahko razberete enega od možnih algoritmov.

Vaja 49. Napiši funkcijo v ML, ki za dan vhodni niz znakov vrne `true` samo v primeru, da niz vsebuje vzorec "a+b+"t.j. enemu ali več znakov a sledi eden ali več znakov b.

Primer pravilnega niza: "uzgaaabbbbdvcg"

3.2 POLJA IN MATRIKE

Vaja 50. Napiši funkcijo v programskem jeziku ML, ki vrne število enic v polju poljubne dolžine sestavljeno iz ničel in enic. Funkcija naj ima naslednjo signaturo: `prestejEnice: int array -> int`.

Vaja 51. Kreiraj dve celoštevilski polji `a` in `b` velikosti 5 in definiraj svojo vsebino polj. Napiši funkcijo `produkt`, ki izračuna novo polje velikosti 5, katerega vsebina so produkti istoležnih komponent `a` in `b`.

Primer:

```
# let a = [|1;2;3;2;1|];;
- : int array = [| 1; 2; 3; 2; 1 |]
# let b = [|2;3;1;2;3|];;
- : int array = [| 2; 3; 1; 2; 3 |]
# produkt a b;;
- : [| 2; 6; 3; 4; 3 |]
```

Vaja 52. Zaslon mobilnega telefona ima dimenzijo 500x700 barvnih točk. Barve ene točke predstavimo z zapisom, ki ima tri komponente tipa `int`. Komponente točke predstavljajo RGB zapis: intenzivnost rdeče, zelene in modre barve.

Napisati moramo funkcijo, ki na zaslonu prikaže delujoče stanje mobilnega telefona med zagonom, izbiro operaterja, itd. Funkcija naj premika piko velikosti 3x3 po sredini zaslona od leve proti desni.

1. Definiraj podatkovne strukture v Ocaml s katerimi predstavimo zaslon mobilnega telefona.
2. Napiši funkcijo `"delam"`, ki iterativno premika piko velikosti 3x3 po sredini zaslona od leve proti desni. Ko pika pride na rob desne strani se spet pojavi na robu leve strani.

Vaja 53. Dana je matrika `edit`: `char array`, ki vsebuje tekst urejevalnika besedil. Predpostavljamo, da je tekst formatiran: besede so ločene z enim samim presledkom in ni drugih kontrolnih znakov (npr. LF, CR,...).

Definiraj funkcijo `preštej`, ki izračuna za vsako posamezno besedo iz polja `edit` število znakov v predponi besede, ki se ujemajo z nizom zanka.

Število besed, ki se ujemajo v 0, 1, 2, ... znakih shranimo v polje rezultat: `int array` in število ujemanj uporabimo za indeks polja.

Predpostavi, da sta obe polji že definirani.

Primer:

```
# prestej [|'z';'a';'n';'k';'a';' '; 'j';'e';' ';
           'z';'a';'d';'n';'j';'i';'\v c';' '; 'b';'i';
           'l';'a';' '; 'z';'a';'n';'i';'\v c'|];;
- : unit = ()
```

```
# rezultat;;
- : int array = [|2; 0; 1; 1; 0; 1|]
```

Vaja 54. Dano je dvodimenzionalno polje tipa `int array array`, ki predstavlja črno-belo sliko in posamezen element predstavlja intenziteto ene pike. Slika je predstavljena s tipom `slika`.

```
type slika = x: int; y: int; p: int array array;;
```

Vzorci so manjše slike (tipa `slika`), ki jih lahko iščemo v kompletnih slikah. Vzorec se ujema z delom slike na lokaciji (i,j) , če se intenzitete vseh pik vzorca ujemajo s delom slike pokritim z vzorcem.

a) Napiši funkcijo `ujemanje : slika -> slika -> int*int`, ki za dano sliko (prvi argument) poišče pojavitev vzorca (drugi argument) v sliki.

b) Kako bi poiskali vsa ujemanja vzorca s sliko? Opiši v kontekstu rešitve naloge a).

c) Dodatna naloga: Podobnost med dvema vzorcema je definirana na osnovi podobnosti posameznih pik. Če se dve pike razlikujeta manj kot je vrednost konstante Toleranca, potem so pike enake. Kako bi razširili metodo tako, da bi iskala podobne vzorce?

3.3 ZAPISI

Vaja 55. Dana je *n-terica*, ki predstavlja naslednje podatke študenta/ke:

1. ime in priimek,
2. letnik (1 - prvi, 2 - drugi, 3 - tretji),
3. povprečna ocena (6 - zadostno; 7 -dobro; 8,9 - prav dobro; 10 - odlično) in
4. hobiji.

Tip *n-terice* je predstavljen z naslednjo definicijo.

```
# type student = string*int*int*(string list);;
type student = string * int * int * string list
```

Napiši funkcijo `izpis : student -> unit`, ki pretvori podatke o študentu v tekstovno obliko. Poskusite uporabiti vzorce, da bi dobili kratko in razumljivo kodo.

Primer:

```
# izpis ("Tone Novak",20,1,8,("kolesarjenje"));
\v Student Tone Novak obiskuje prvi letnik.
Njegova povpre\v cna ocena je prav dobro.
Hobiji student-a/ke so: kolesarjenje.
```

3.4 KLASIČNE PODATKOVNE STRUKTURE

Vaja 56. Dana je polimorfična izvedba sklada, ki je implementirana v ocaml modulu Stack. Osnovne operacije za delo s skladom so razvidne iz naslednjega primera uporabe modula Stack.

```
# let s = Stack.create ();;
val s : '_a Stack.t = <abstr>
# Stack.push 'a' s; Stack.push 'b' s; Stack.push 'a' s;;
- : unit = ()
# Stack.iter print_char s;;
aba- : unit = ()
```

Napišite program, ki s pomočjo uporabe modula Stack ugotovi ali predstavlja vnešeni niz oklepajev pravilno gnezdeno zaporedje:

```
() OK
()() OK
(() )() OK
() )( NEOK
() () ( ) ) NEOK
```

Vaja 57. Implementirati moramo enostaven "poljski" kalkulator (HP sintaksa), ki deluje na naslednji način: - v primeru da vnesemo število, ga da na vrh delovnega sklada, - če vtipkamo operacijo (plus, minus, deli in množi) vzame! zadnja dva operanda iz sklada in izvede željeno operacijo in rezultat postavi na vrh sklada.

Primer izvajanja kalkulatorja:

```
> 1
1
> 2
2
> plus
3
> 2
2
> minus
1
>
```


DELO Z RAZREDI

4.1 DEFINICIJA RAZREDOV

Vaja 58. Definiraj naslednja dva razreda za delo s celimi števili:

1) Cela števila bi radi obravnavali kot objekte. Definiraj osnovno aritmetiko za delo s celimi števili: seštevanje, odštevanje, celoštevilsko deljenje in množenje.

2) Pozitivna cela števila skupaj z ničlo so poseben primer celih števil, ki jih imenujemo naravna števila. Vse operacije prilagodi tako, da v primeru, da je parameter operacije negativen, operacija najprej zamenja parameter z absolutno vrednostjo, ga pomnoži s 100 ter šele nato opravi željeno operacijo.

Napiši tudi konstruktorja celih in naravnih števil. Bodi pozorna(-en) na uporabo dedovanja pri konstrukciji rešitve.

Vaja 59. Definiraj razred v Javi, ki vsebuje polje celih števil sortirano po velikosti. Napiši metodo `zdruzi(a)`, ki pridruži polju celih števil našega razreda že sortirano polje `a` tako, da je rezultat sortiran.

Vaja 60. Definirajte razred matrika s katerim predstavimo dvodimenzionalno matriko. Katere attribute potrebujemo?

a) Napišite metodo `invertirajx2()`, ki invertira matriko po obeh diagonalah.

b) Napišite metodo `main()` razreda `Matrika`, ki definira matriko `A` in pokliče metodo `invertirajx2()` na `A`.

Vaja 61. Firma iz avtomobilske industrije bi želela predstaviti motorje, ki jih izdeluje v programskem jeziku Ocaml. Podatkovna struktura naj predstavi hierarhično kompozicijo motorja iz komponent.

Vsaka komponenta motorja ima identifikator, ime, stanje in seznam pod-komponent, ki jih predstavimo spet kot komponente. Imamo še naslednje podatke: - Stanje komponente pove ali je komponenta delujoča (`Dela` | `Nedela`). - Celoten motor je predstavljen kot komponenta. - Osnovne komponente (osnovni deli) nimajo pod-komponent.

a) Definiraj objektno predstavitev motorja oz. komponent motorja.

b) Predpostavimo, da imamo na voljo funkcijo `"test"`, ki za dano OSNOVNO komponento (identifikator) vrne vrednost `Dela` oz. `Nedela`.

Napiši funkcijo `"oznaci"`, ki označi vse komponente motorja z `Dela` oz. `Nedela`. Edino pravilo, ki ga moramo upoštevati: komponenta, ki ima vse delujoče pod-komponente je tudi sama delujoča (`Dela`) sicer pa ni delujoča (`Nedela`).

4.2 HIERARHIJE RAZREDOV

Vaja 62. Vrsto (FIFO) in sklad (FILO) želimo implementirati z uporabo polja. Uporabi hierarhijo razredov za implementacijo vrste in sklada.

Namig: Najprej definiraj razred, ki realizira vrsto kjer lahko dodajamo in odvijemo elemente na začetku in na koncu. Definiraj razreda vrsta in sklad kot specializacije tega razreda.

Vaja 63. Definiraj hierarhijo razredov za predstavitev geometrijskih objektov: točka, premica in krog.

Vsak geometrijski objekt naj ima funkcijo `premakni_se : int -> int -> unit`, kjer predstavljata parametra premika po x in y osi.

Vaja 64. Roboti živijo v fiksnem vnaprej definiranim dvo-dimenzionalnem svetu točk. Svet ima koordinati $x=1..100$ in $y=1..100$. Meje sveta so vgrajene v robote. Na svetu imamo tri vrste robotov.

1) Osnovni robot, ki je definiran z začetno točko x,y in odmikom dx po osi x in odmikom dy po osi y , ki ga naredi ob premiku. Ko pride do konca sveta po koordinati x se dx zamenja z $-dx$ in ko prispe do konca sveta po koordinati y se dy zamenja z $-dy$.

2) Ponikajoči robot, ki se premika na enak način kot osnovni robot le da vsakih k premikov ponikne in se ne nariše.

3) Cikcak robot, ki se prav tako premika enako kot osnovni robot le da še skače po x osi dve točki od premika osnovnega robota na levo in v naslednjem koraku dve točki na desno in tako naprej.

Definiraj svet robotov v programskem jeziku Ocaml.

a) Vsak robot naj se predstavi ob kreaciji, tako da uporabnik vidi katerim razredom robot pripada.

b) Napiši metodo premik, ki premakne robota na naslednjo pozicijo v odvisnosti od vrste robota. Metoda premik najprej izračuna naslednjo pozicijo robota in jo nato izpiše (t.j. izpiše točko x,y) oz. je tudi ne izpiše v primeru ponikajočega robota.

Vaja 65. Definirati je potrebno hierarhijo razredov za predstavitev podatkov o študentih v informacijskem sistemu ŠIS. Splošne podatke o študentih predstavimo v razredu `Oseba`. Bolj specifične podatke predstavimo v razredih `Student`, `PodiplomskiStudent` in `Asistent`.

Asistent je poseben primer podiplomskega študenta.

V razredih bi želeli hraniti naslednje podatke: - ime in priimek, - naslov, - tel.stevilka, - vpisan letnik, - vpisan program, - obstoječa izobrazba in - povprečna ocena.

a) Definiraj razrede v programskem jeziku Ocaml.

b) Realiziraj razrede tako, da inicializatorji razreda inicializirajo objekt z začetnimi vrednostmi.

c) V hierarhiji razredov implementiraj metodo predstavi, ki predstavi vse lastnosti poljubnega primerka razredov v hierarhiji. Uporabljal dedovanje in prekrivanje metod!

Vaja 66. Hiša je sestavljena iz N nadstropij in podstrešja. Vsako nadstropje ima M sob.

V vsaki sobi in na podstrešju imamo termometer. Temperaturo hiše določimo tako, da izračunamo povprečje meritev temperature v vseh sobah in na podstrešju.

Predpostavimo, da imamo dano funkcijo `temperatura : int -> int -> int`, ki za dano nadstropje in številko sobe vrne vrednost temperature v stopinjah. Podstrešje identificiramo kot N+1 nadstropje (soba=0).

a) Definiraj razrede s katerimi predstavimo: sobe, nadstropja, podstrešje in celotno hišo. b) Vsak razred mora imeti metodo `odcitajTemperaturo`, ki vrne temperaturo objekta in postavi trenutno vrednost temperature za dan objekt. c) Razred `hisa` mora izračunati temperaturo hise po zgoraj opisanem postopku.

4.3 ABSTRAKTNI RAZREDI

Vaja 67. Geometrijski objekt je definiran z virtualnim razredom `geo`, ki vsebuje definiciji virtualnih metod:

- `predstavi : string` predstavi geometrijski objekt z nizom znakov,
- in - `nariši : unit` nariše objekt in izpiše niz s katerim je predstavljen objekt.

Definiraj abstraktni razred `geo` in razrede `točka`, `krog` in `premica` kot implementacije abstraktnega razreda `geo`. Uporabi dedovanje kjer je mogoče.

Implementiraj metodi `predstavi` in `narisi` za vse tri konkretne razrede. Predpostavi, da imamo že napisane funkcije:

```
- narisi_tocko : int*int -> unit
- narisi_premico : int*int -> int*int -> unit
- narisi_krog : int*int -> int -> unit
```

Uporabi prekrivanje metod in kodo razporedi tako, da bolj specifične metode uporabijo prekrite metode, kjer je mogoče.

4.4 PARAMETRIČNI RAZREDI

Vaja 68. Implementiraj razred `class ['tip_sez]` seznam, ki naredi ovojnico okoli vgrajenega tipa `list`. Implementiraj metode, ki realizirajo običajne operacije nad seznamami: `::`, `@`, `member`, itd.

Vaja 69. 1. Definiraj parametriziran razred `['a]` polje, ki realizira ovojnico okoli tipa `array`. Razred `Polje` naj ima definirane metode:

- `popravi`, ki za dan indeks in vrednost tipa `'a` postavi vsebino elementa polja z danim indeksom na novo vrednost in
- `preberi`, ki vrne za dan indeks vsebino elementa polja.

Polje naj bo kreirano ob kreaciji objekta. Ob kreaciji podamo tudi velikost polja.

2. Z uporabo prej definirane razreda Polje definiraj razred RealPolje, ki vsebuje realna števila. Re-definiraj metodo preberi tako, da vrne samo celo vrednost realnega števila.

Vaja 70. Slika je predstavljena s trojicami, ki vsebujejo x in y koordinati ter barvo.

a) Definiraj parametriziran abstraktni razred class ['a] tocka, s katero definiramo točke predstavljene z dvema koordinatama tipa int in barvo tipa 'a.

Definiraj abstraktno metodo

enakost : ['a] tocka -> bool,

ki primerja dano točko s točko, ki je podana kot parameter metode enakost.

Definiraj konkreten razred itocka, kjer je tip barve celo število (int). Razred itocka podeduje vse lastnosti razreda tocka in implementira metodo enakost.

b) Z uporabo pred definirane abstraktnega razreda tocka definiraj parametriziran razred class ['a] slika, kjer tip 'a spet predstavlja tip barve točk slike.

Skiciraj konkretizacijo parametriziranega razreda ['a] slika v razred intslika, kjer je spremenljivka tipa 'a enaka tipu int.

DELO Z MODULI

5.1 DEFINICIJA MODULA

Vaja 71. Definiraj modul za delo s pari celih števil. Tip `par` je definiran z naslednjim stavkom: `type par = int*int`. Modul naj vsebuje funkcije:

```
sestěj a b: par -> par -> par
odstěj a b: par -> par -> par
mnozi a b: par -> par -> par
```

Pomen operacij `sestěj`, `odstěj` in `mnozi` je običajen:

```
sestěj (2,3) (1,2) -> (3,5)
odstěj (2,3) (1,2) -> (1,1)
odstěj (2,3) (1,2) -> (2,6)
```

Vaja 72. Implementiraj modul za delo z vrsto. V vrsto dodajamo na začetek in odvezujemo objekte na koncu vrste. Bodi pozoren/a na naslednje vidike:

- Tip elementa vrste naj se definira ob kreaciji vrste. Tip elementa je torej poljuben tip `'a` in vrsta je parametrični tip `'a vrsta`.
- Dodaj kodo, ki bo preprečevala pisanje v polno vrsto ter branje iz prazne vrste.
- Za implementacijo vrste lahko uporabiš poljubno podatkovno strukturo.

Vaja 73. Turistična Agencija počitniških aranžmajev bo implementirala informacijski sistem.

Definirajte modul `Aranzma`, ki vsebuje kodo za delo z aranžmaji. Aranžma je opisan z:

- destinacija (opisno), - tip_namestitve (opisno), - trajanje (število), in - cena (število).

Modul mora poleg same kreacije in ogleda aranžmaja omogočati še popravljanje imena destinacije, popravljanje tipa namestitve, trajanja in cene.

Za aranžma definiraj modula `Agent` in `Stranka`, kjer `Agent` v aranžmaju lahko pogleda aranžma preimenuje destinacijo, določi nov tip namestitve ter popravi trajanje in ceno. `Stranka` lahko zgolj pogleda določeni aranžma.

Vaja 74. Novo leto je za nami, vendar se želimo letos že zgodaj pripraviti na naslednje novoletno praznovanje. V ta namen boste naredili modul, ki nam bo pomagal pri izbiri jelke. Jelka naj bo sestavljena

iz krosnje in debela. Modul naj zna narediti jelko s poljubno visokim deblom in krošnjo.

a) Naredi funkcijo `ustvari()`, ki ustvari prazno jelko, funkcijo `povej-Visino`, ki vrne vsoto višine debela in krošnje, ter funkciji za nastavljanje višine debela in krošnje.

b) Naredi funkcijo za izris jelke (glej primer). Krosnja naj bo sestavljena iz zvezdic (*), deblo pa iz minusov (-). Bodi pozoren/a na presledke.

Vaja 75. Potrebujemo modul za delo s podatkovno strukturo, ki hrani urejeno sekvenco elementov danega parametričnega tipa 'a v naraščajočem vrstnem redu. Modul bomo imenovali `Usekvenca`. Tip podatkovne strukture, ki predstavlja urejeno sekvenco imenuj `Usekvenca.t`.

Ob kreiranju podatkovne strukture tipa `Usekvenca.t` podamo kot parameter funkcijo `primerjaj` : 'a -> 'a -> int, ki vrne -1 v primeru da je prvi parameter manjši od drugega, 0 v primeru, da sta parametra enaka in 1 v primeru, da je drugi parameter večji od prvega. Pozor, funkcijo `primerjaj` si mora modul zapomniti, ker jo potrebuje pri dodajanju, brisanju in iskanju elementov.

Definiraj naslednje funkcije modula:

- `kreiraj` : ('a -> 'a -> int) -> `Usekvenca.t` - `dodaj` : `Usekvenca.t` -> 'a -> unit - `izbrisi` : `Usekvenca.t` -> 'a -> unit - `min` : `Usekvenca.t` -> 'a - `max` : `Usekvenca.t` -> 'a

Implementiraj funkcijo `kreiraj`, eno izmed funkcij `dodaj` in `izbriši` ter eno izmed funkcij `min` ali `max`.

Vaja 76. Implementirati moramo enostaven kalkulator za računanje s celimi števili, ki uporablja poljsko notacijo. Kalkulator deluje na naslednji način:

V primeru da vnesemo število, ga da na vrh delovnega sklada, in če vtikamo operacijo (plus, minus, deli in množi) vzame! zadnja dva operanda iz sklada, izvede željeno operacijo in rezultat postavi na vrh sklada.

Primer izvajanja kalkulatorja:

```
> 1
1
> 2
2
> plus
3
> 2
2
> minus
1
>
```

a) Definiraj modul `Poljski`, ki implementira poljski kalkulator. Modul naj vsebuje naslednje funkcije:

```

(*inicializacija: *)
kreiraj: unit -> Poljski.t
(*vnese \v stevilo na sklad in ga vrne:*)
vnos: Poljski.t -> int -> int
(*se\v steje vrhnja dva elem iz sklada in vrne rezultat:*)
plus: Poljski.t -> int
(*od\v steje: *)
minus: Poljski.t -> int
(*zmno\v zi: *)
mnozi: Poljski.t -> int
(*deli: *)
deli: Poljski.t -> int

```

b) Kako bi posplošili kalkulator, da bi znal delati s poljubnim tipom števil npr. tudi z realnimi števili? Skiciraj na kratko rešitev.

c) Dodatna naloga: implementacija b)

Vaja 77. Napisati želimo modul Slika za delo s slikami, ki so definirane z naslednjim parametričnim tipom:

```

type 'a slika = { mutable x: int; mutable y: int;
mutable p: 'a array array };;

```

Slika je torej dvodimenzionalno polje tipa 'a array array. Posamezna točka slike je predstavljena kot vrednost tipa 'a—uporabljamo lahko različne tipe za predstavitev ene točke slike.

Napiši naslednje funkcije modula:

- kreiraj: kreira novo sliko z danimi parametri,
- zrcali_x: zrcali sliko po x osi in
- zrcali_y: zrcali sliko po y osi.

Definiraj vmesnik modula, ki omogoča dostop do predstavljenih funkcij.

Vaja 78. Definiraj modul za obdelavo dvodimenzionalnih slik Slika.

a) Slika je predstavljena s trojicami, ki vsebujejo x in y koordinati ter barvo. Vse tri vrednosti so predstavljene s celimi števili.

Definirati je potrebno tip Slika.tip, s katero predstavimo sliko.

Definiraj funkcijo Slika.kreiraj s katero kreiramo novo sliko. Sam določi parametre in rezultat funkcije Slika.kreiraj.

b) Vzorce lahko predstavimo z manjšimi slikami. Točka na sliki se ujema s točko vzorca, če se ujemata v barvah. Napiši funkcijo

Slika.ujemanje : 'a Slika.tip -> 'a Slika.tip -> (init*int) -> bool,

ki za dano sliko (1.parameter) in vzorec (2.parameter) ter koordinati (x,y) (3.parameter) vrne true v primeru, da se vzorec ujema s sliko na koordinatah (x,y) in false sicer.

c) (dodatna naloga) Recimo, da bi želeli definirati fleksibilen modul Slika, ki zna delati z različnimi predstavitvami barv.

Za delo z barvami si definiramo majhen modul Barva, ki vsebuje definicijo tipa Barva.tip in operacijo Barva.enakost : Barva.tip -> Barva.tip -> bool, ki pove ali sta dve barvi enaki.

Skiciraj definicijo funktorja Slika in modula Barva.

5.2 FUNKCIONALNI

Vaja 79. Implementiraj parametrični modul za delo z urejenimi seznamami UrejenSeznam.

Modul UrejenTip, ki služi kot parameter modulu UrejenSeznam naj bo uporabljen za definicijo tipa elementov seznama ter definicijo funkcije UrejenTip.primerjaj a b, ki vrne 0 v primeru $a=b$, 1 v primeru $a>b$ in -1 v primeru $a<b$. Funkcija UrejenTip.primerjaj definira urejenost elementov urejenega seznama.

NEKATEGORIZIRANE NALOGE (STARI IZPITI)

6.1 POLJA

Vaja 80. Urejevalnik besedil ima tekst predstavljen z dvo-dimenzionalno matriko znakov tipa tekst.

```
type tekst = char array array;;
```

Napiši funkcijo `poisci : tekst -> unit`, ki izpiše vse pojavitve vzorca "ban*ana" kjer "*" pomeni poljubno število poljubnih znakov.

Vaja 81. Definiraj tip `slika` s katerim predstavimo sliko sestavljeno iz 100x100 točk. Vsaka točka je predstavljena z intenziteto in barvo—obe vrednosti predstavimo s celim številom.

Predpostavljamo, da imamo že napisano funkcijo `pika : int*int -> bool`, ki pove ali je na dani koordinati pika. Barva pike ni pomembna.

Nekje na sliki je narisani krog z radijem 5. Napiši funkcijo `poisci : slika -> (int*int)`, ki poišče središče kroga.

Vaja 82. Urejevalnik besedil ima tekst predstavljen z dvo-dimenzionalno matriko znakov.

a) Definiraj tip `tekst`, ki predstavlja dvo-dimenzionalno matriko znakov velikosti 100x1000 (1000 vrstic po 100 znakov)..

b) Napiši funkcijo

```
zamenjaj_navpicno : tekst -> string -> string -> tekst,
```

ki poišče vse pojavitve niza (2. parameter) vertikalno v tekstu urejevalnika (1. parameter) in jih zamenja z drugim nizom (3. parameter). Predpostavimo, da sta niza enako dolga.

6.2 SEZNAMI

Vaja 83. Dano imamo sekvenco DNK v obliki seznama znakov tipa `dnk list`, kjer je tip `dnk` definiran kot

```
type dnk = A | C | T | G
```

Na primer, niz znakov "ACAAGT" je predstavljen s seznamom [A;C;A;A;G;T].

Napiši funkcijo `najniz : dnk list -> int*int`, ki poišče najdaljši podniz istih znakov tipa `dnk` in izpiše pozicijo prvega znaka in dolžino niza.

Vaja 84. Napiši funkcijo `zamenjaj : int list -> int list`, ki v enem prehodu poišče v seznamu celih števil vse zaporedne pare $x:y$, ki niso urejeni po naraščajočem vrstnem redu ($x \leq y$) in jih obrne.

Z uporabo funkcije `zamenjaj` implementiraj sortiranje seznama.

Vaja 85. Dan je tip `2seznam` s katerim je predstavljen dvojno povezan seznam.

```
type 2seznam = {
  value: int;
  mutable next: 2seznam;
  mutable prev: 2seznam
} ;;
```

Cela števila hranimo po naraščajočem vrstnem redu. Napiši funkcijo

```
dodaj : 2seznam -> int -> 2seznam
```

ki doda število (2. parameter) na pravo mesto v seznam.

Vaja 86. Relacijo R predstavimo s seznamom parov celih števil. Napiši funkcijo

```
razsiri : int*int list -> int list -> int list,
```

kjer je prvi parameter seznam parov r in drugi parameter seznam celih števil s . Rezultat funkcije `razsiri` naj bo seznam, ki vsebuje vsa števila x za katera velja $(e, x) \in R$ za nek element e seznama s .

6.3 PARAMETRIZIRANI TIPI

Vaja 87. Definiraj parametriziran tip `'a seznamVrednosti` z uporabo zapisov! Zapis naj ima dve komponenti: vrednost tipa `'a` in kazalec na naslednji zapis v seznamu oz. prazen seznam.

Napiši funkcijo `dolzina : 'a seznamVrednosti -> int`, ki prešteje število vrednosti v seznamu.

6.4 DREVESA

Vaja 88. Dan je tip `grm`, ki je definiran na sledeč način:

```
# type 'a grm =
  Nic
| Ena of 'a * 'a grm
| Dva of 'a grm * 'a * 'a grm;;
```

Napiši funkcijo `dolzinevej : 'a grm -> unit`, ki izpiše dolžine vej grma po principu levo-v-globino.

6.5 RAZREDI

Vaja 89. V dvo-dimenzionalnem svetu robotov imamo dve vrsti robotov: x-robota, ki se premika samo po x-osi in y-robota, ki se premika samo po y-osi. Svet ima dimenzije $-10..10$ po x-osi in $-10..10$ po y-osi.

Premik robota po x-osi implementiramo tako, da prištejemo x-koordinati 1 oz. -1, odvisno od tega ali se robot premika desno ali levo. Ko robot pride do roba sveta zamenjamo premik iz 1 v -1 oz. obratno.

Premikanje robota po y-osi je definirano enako kot v primeru premikanja po x-osi le da so osi zamenjane in se robot premika navzgor in navzdol.

1. Definiraj razrede s katerimi predstavimo x-robota in y-robota. Definiraj skupen koren hierarhije razredov z uporabo abstraktnega razreda.
2. V abstraktnem razredu robot definiraj virtualno metodo premakni se. Implementiraj metodo premakni se v okviru obeh konkretnih razredov.

Vaja 90. 1. Definiraj razred zbirka, ki hrani zbirko celih števil urejeno po vrstnem redu določenim z uporabo funkcij za dodajanje elementov. Implementiraj naslednje metode:

```
dodaj_zacetek : int -> unit
brisi_zacetek  : int
dodaj_konec   : int -> unit
brisi_konec    : int
```

2. Razreda vrsta (FIFO) in sklad (FILO) implementiraj kot specializaciji razreda zbirka. Definiraj ustrezne metode razredov vrsta (enqueue in dequeue) in sklad (push in pop).

Nasvet: Za implementacijo razreda zbirka uporabi čim bolj enostavno podatkovno strukturo!

6.5.1 Parametrizirani razredi

Vaja 91. Definiraj razred vozlisce s katerim bo predstavljeno navadno binarno drevo. Vozlišča drevesa so torej primerki razreda vozlisce.

1. Vrednost vozlišča naj bo primerek poljubnega tipa 'a definirana kot parameter razreda vozlisce.
2. Pod-drevesi danega vozlišča definiraj kot opsijske vrednosti s čimer se izognemo definiciji praznega pod-drevesa. Opcijske vrednosti definiramo z uporabo tipa 'a option.

```
type 'a option = Some of 'a | None
```

3. Napiši metodo, ki vstavi novo vozlišče v skrajno levo vejo drevesa.

Vaja 92. Urejevalnik besedil ima tekst predstavljen z dvo-dimenzionalno matriko znakov tipa tekst.

```
type tekst = char array array;;
```

Napiši funkcijo `poisci : tekst -> unit`, ki izpiše vse besede teksta, ki se končajo z nizom "ana".

Vaja 93. V programskem jeziku Ocaml imamo definirano podatkovno strukturo binarno drevo.

```
type 'a drevo = {
  mutable levo:'a bin_drevo;
  mutable vozlisce:'a;
  mutable desno:'a bin_drevo
}
and 'a bin_drevo = Prazen | Vozlisce of 'a drevo ;;
```

Napiši funkcijo, ki izpiše vsa vozlišča tretjega nivoja drevesa, če obstaja.

Vaja 94. a) Binarno drevo naj bo definirano z objekti, ki predstavljajo vozlišča drevesa. Definiraj parametriziran razred `Vozlisce` katerega parameter tip `'a` naj predstavlja tip vrednosti vozlišča.

b) Pod-drevesi danega vozlišča definiraj kot opcijske vrednosti s čimer se izognemo definiciji praznega pod-drevesa.

c) Napiši metodo, ki vstavi novo vozlišče v skrajno levo vejo drevesa.

Vaja 95. Dano imamo sekvenco DNK v obliki seznama znakov. Na primer, niz znakov `ACAAGATGCCATTGTCCCCGACAACCCAGCCACAC` spremljen v seznam znakov.

Napišite funkcijo `prestej : char list -> char*int list`, ki sešteje enake zaporedne znake v sekvenci in za vsako skupino kreira par, ki vsebuje znak in število pojavitev znaka.

Primer:

```
seznam "ACAAGCC--> [('A',1);('C',1);('A',2);('G',1);('C',2)]
```

Vaja 96. Program za obdelavo slik ima sliko predstavljeno kot dvo-dimenzionalno polje celih števil:

```
type slika = int array array;;
```

Napiši funkcijo `zasukaj : slika n -> slika`, ki zasučje sliko za kot $n \times 90^\circ$ v smeri urinega kazalca.

Vaja 97. V programskem jeziku Ocaml imamo definirano podatkovno strukturo seznam na naslednji način:

```
type 'a element = mutable vrednost:'a; mutable naslednji:'a seznam and 'a seznam = Prazen | Element of 'a element ;;
```

Recimo, da smo pretvorili DNK sekvenco znakov v seznam znakov definiran kot 'a seznam. Napiši funkcijo podvoji : 'a seznam -> 'a seznam, ki podvoji vsako pojavitev znaka v seznamu.

Primer:

ACCAGA C -> ACCCCAGA

Vaja 98. V svetu eno-dimenzionalnih robotov se roboti pomikajo po premici levo in desno. Premica ima izhodišče, ki ima vrednost 0. Roboti se lahko pomikajo za korak levo ali korak desno. Vsak korak ima N enot.

Imamo dve vrsti robotov, ki se premikajo po področju [-100..100]:

1) Robot se premakne za eno enoto v izbrano smer. Ko pride do meje se obrne. To vrsto robota predstavimo z razredom robot1.

2) Robot se premika naključno za eno enoto desno ali levo. To vrsto robota predstavimo z razredom robot2.

a) Definiraj robote z razredi povezanimi v hierarhijo dedovanja.

b) Vrh hierarhije dedovanja naj bo razred robot.

c) Definiraj za vse robote metodo premik, ki naredi naslednji premik robota.

d) Definiraj razred robot3 kot podrazred razreda robot1. Z uporabo prekrivanja definiraj premik tega robota kot dvakraten premik robota iz razreda robot1.

Vaja 99. Napiši funkcijo

zdruzi : int list -> int list -> int list,

ki združi urejena seznama tako, da je rezultat urejen in hkrati izloči večkratne ponovitve elementov.

Vaja 100. Definiraj parametrični tip slika, ki predstavlja dvo-dimenzionalno računalniško sliko z neznanim tipom elementov (pik) polja, ki ga označimo z 'a.

Dano imamo funkcijo zdruzi 'a -> 'a -> 'a, ki združi dve piki v eno samo.

Napiši funkcijo višjega reda

kombiniraj : 'a slika -> 'a slika -> ('a->'a->'a) -> 'a slika,

ki združi dve sliki tako, da združi vse istoležne pike.

Vaja 101. V programskem jeziku Ocaml imamo definirano podatkovno strukturo seznam na naslednji način:

```
type 'a element = mutable vrednost:'a; mutable naslednji:'a seznam and 'a seznam = Prazen | Element of 'a element ;;
```

Napiši funkcijo spni : 'a seznam -> 'a seznam -> 'a seznam, ki združi elemente dveh seznamov (1. in 2. parameter) v en sam seznam brez, da bi se izhodni seznam ponovno konstruiral !

Vaja 102. Imamo naprave, ki so sestavljene iz manjših naprav, ki so spet lahko sestavljene iz manjših naprav, itd. Vsaka naprava ima svoje ime in težo.

- a) Definiraj razred Naprava z uporabo jezika Ocaml.
- b) Napiši funkcijo `izpisiListe` : `Naprava -> unit`, ki izpiše imena naprav, ki nimajo več komponent.

Vaja 103. Slika neke računalniške naprave je definirana z naslednjim tipom

```
type slika = array array int,
```

kjer so pike, ki sestavljajo sliko predstajene z 0 ali 1. Pika je osvetljena, če ima vrednost 1.

Napiši funkcijo

```
xor : slika -> slika -> slika,
```

ki dve slike kombinira tako, da naredi operacijo xor nad istoležnimi pikami.

Predpostavimo, da so vhodne slike istih dimenzij.

Vaja 104. Napiši funkcijo višjega reda

```
skrci : (int * int -> int) -> list int -> int,
```

ki aplicira binarno funkcijo (`1.parameter`) na seznamu celih števil (`2.parameter`) na naslednji način.

Naj bo `f` funkcija, ki predstavlja `1. parameter`, in `l = [i1; i2; ...; in]` seznam, ki predstavlja `2. parameter`.

```
skrci f l = f i1 (f i2 f(...(f in-1 in)))
```

Predpostavi, da ima seznam `l` vsaj dva elementa!

Vaja 105. Izrazi zelo enostavnega jezika TP so sestavljeni iz vrednosti med katerimi so postavljene operaciji TIMES ali PLUS, where both operations are left associative and TIMES has higher priority than PLUS. Primer izraza je:

`1 PLUS 2 TIMES 3 TIMES 4,`

kar ustreza aritmetičnemu izrazu $1 + ((2 * 3) * 4)$. Izraze jezika TP lahko definiramo z naslednjimi tipi:

```
# type operation = PLUS | MINUS;;
type operation = PLUS | MINUS
# type element = Val of int | Op of operation;;
type element = Val of int | Op of operation
# type expr = list element;;
type expr = list element
```

Napiši funkcijo `calc` : `expr -> int`, ki preveri ali je izraz pravilno napisan.

Vaja 106. Binarno drevo je definirano s tipom

type bdrevo = List of int | Drevo of bdrevo * int * bdrevo,
 ki ima vrednosti v listih definirane kot List(v), kjer je v celo število.
 Notranja vozlišča so definirana kot trojica Drevo(l, v, d), kjer sta l in d levo in desno poddrevo, v pa je vrednost, ki je začetno o za vsa notranja vozlišča.

a) (25) Napiši funkcijo prestej : bdrevo -> bdrevo, ki drugo komponento vseh notranjih vozlišč izhodnega drevesa zamenja z vsoto vseh listov poddrevesa.

b) (15) Napiši funkcijo prestej : bdrevo -> int, ki sešteje vrednosti podane v listih vhodnega drevesa.

Vaja 107. Napiši polimorfično funkcijo oštevilci : 'a list -> (int * 'a) list, ki oštevilči elemente od 1 do n, če je n dolžina vhodnega seznama. Funkcija oštevilci naj vrne seznam parov, kjer je prva komponenta indeks in druga komponenta originalna vrednost iz seznama.

Primer:

```
# oštevilci ['a'; 'b'; 'c'; 'd'];;  
- : (int * char) list = [(1, 'a'); (2, 'b'); (3, 'c'); (4, 'd')]
```

Vaja 108. Slika neke računalniške naprave je definirana z naslednjim tipom

type slika = array array int,
 kjer so pike, ki sestavljajo sliko predstavljene z 0 ali 1. Pika je osvetljena, če ima vrednost 1.

Napiši funkcijo

zasucigo : slika -> slika,

ki zasucje sliko za 90 stopinj v smeri urinega kazalca. Pazi na dimenzije slik!

Vaja 109. V programskem jeziku Ocaml imamo definirano podatkovno strukturo seznam na naslednji način:

type 'a element = mutable vrednost:'a; mutable naslednji:'a seznam and 'a seznam = Prazen | Element of 'a element ;;

Napiši funkcijo zdruzi : 'a seznam -> 'b seznam -> ('a * 'b) seznam, ki združi elemente dveh seznamov v en sam seznam tako, da prepíše istoležne elemente v pare. če ne obstaja istoležni par potem naj ima komponenta vrednost () : unit.

Vaja 110. Imamo naprave, ki so sestavljene iz manjših naprav, ki so spet lahko sestavljene iz manjših naprav, itd. Vsaka naprava ima svoje ime in tip. Naprave definiramo z naslednjim razredom naprava.

```
# class naprava (im:string) (tp:string) (ln:naprava list) =  
object  
  val ime = im  
  val tip = tp  
  val mutable komponente = ln
```

```

end;;
class naprava :
  string ->
  string ->
  naprava list ->
  object
    val ime : string
    val mutable komponente : naprava list
    val tip : string
  end

```

Napiši metodo `izpisi_liste`, ki izpiše imena in tipe vseh listov. Napiši metodo `napravi`, ki nimajo nobene komponente.

Vaja 111. Napiši funkcijo `cikli : int -> int -> int`, ki za klic `cikli m n` generira seznam `n` ciklov števil od `o` do `m-1`.
Primer:

```

# cikli 3 4;;
- : int list = [0; 1; 2; 0; 1; 2; 0; 1; 2; 0; 1; 2]

```

Vaja 112. Napiši polimorfično funkcijo `rapp : ('a->'a)->int->('a->'a)`. Klic `rapp f n` applicira funkcijo `f` `n`-krat na danem parametru:

```
rapp f n = (function x -> f (...(f x)...))
```

Primer:

```

# let f x = x+3;;
val f : int -> int = <fun>
# (rapp f 3) 1;;
- : int = 10

```

Namig: Uporabiš lahko funkcijo `compose`:

```

# let compose f g x = f (g x) ;;
val compose : ('a -> 'b) -> ('c -> 'a) -> 'c -> 'b = <fun>

```

Vaja 113. Definiraj uporabniški tip `'a btree`, ki predstavlja binarno drevo katerega vozlišča vsebujejo vrednost tipa `'a`.

Napiši funkcijo `izomorfni : 'a btree -> 'a btree -> bool`, ki preveri če imata podani drevesi enako strukturo ne glede na vrednosti v vozliščih.

Vaja 114. a) Definiraj razred matrika, ki predstavlja `m` \times `n` matrike realnih števil. Razred naj se inicializira s parametroma `m` in `n`.

b) Definiraj naslednje metode razreda `Matrika`:

```

get : int -> int -> float
set : int -> int -> float -> unit
mul : matrika -> unit

```

Vse metode spreminjajo matriko predstavljeno z objektom, ki izvrši metodo. Na primer, metoda `mul` pomnoži dano matriko (objekt) z

matriko, ki je podana kot parameter. Rezultat je shranjen v matriko (objekt), ki izvrši metodo.

c) Definiraj podrazred kmatrika, ki predstavlja kvadratno matriko $n \times n$.

Vaja 115. Dana je funkcija fib3, ki je definirana na sledeč način:

$\text{fib3}(n) = 1$, za $n=1,2,3$ $\text{fib3}(n) = \text{fib3}(n-1) + \text{fib3}(n-2) + \text{fib3}(n-3)$, za $n>3$.

Napiši funkcijo fib3list : int -> int list, ki generira seznam vrednosti funkcije fib3 od 1 do n, kjer je $n>0$ parameter funkcije.

Primer:

```
# fib3 6;;
_ : int list = [1; 1; 1; 3; 5; 9]
```

Vaja 116. Dan je seznam parov, ki vsebujejo ključ tipa 'k in vrednost tipa 'v. Napiši funkcijo

filter ('v->bool) -> 'k*'v list -> 'k list,

ki iz seznama parov določenim z 2. parametrom izbere tiste ključke za katere vrne funkcija ('v->bool) določena s 1. parameterom vrednost true. Rezultat funkcije filter je seznam takšnih ključev.

Primer:

```
# filter (function x -> x=0) [(1,0);(2,1);(3,0);(4,1)];;
_ : int list = [1; 3]
```

Vaja 117. Dan je tip 'a struc definiran na naslednji način.

type 'a struc = Elm of 'a | Pair of 'a struc * 'a struc | Triple of 'a struc * 'a struc * 'a struc

Napiši polimorfično funkcijo

smap : ('a->'b) -> ('a struc) -> ('b struc),

ki aplicira funkcijo f določeno s 1. parametrom na vseh komponentah Elm x, ki so del 2. parametra. Rezultat naj bo struktura tipa 'b struc.

Primer:

```
# smap (function x -> x+1)
      (Triple (Pair (Elm 1, Elm 2), Elm 3, Elm 4));;
_ : int struc = Triple (Pair (Elm 2, Elm 3), Elm 4, Elm 5)
```

Vaja 118. Binarno drevo je definirano s tipom itree, ki predstavlja binarno drevo katerega vozlišča vsebujejo vrednost tipa int.

type itree = Nil | Node of itree*int*itree;;

Napiši funkcijo sumsub : itree -> itree, ki iz vhodnega drevesa konstruira novo drevo, ki namesto originalnih vrednosti v vozliščih vsebuje vsoto vrednosti vozlišč levega in desnega pod-drevesa ter vrednosti danega vozlišča.

Primer:

```
# sumsub Node(Node(Nil,3,Nil),5,Node(Nil,2,Node(Nil,1,Nil)));;
_ : itree = Node(Node(Nil,3,Nil),11,Node(Nil,3,Node(Nil,1,Nil)))
```

Vaja 119. Dano imamo tabelo funkcij definirano z naslednjim tipom
`type 'a ftab = ('a->'a) array`
 Napiši funkcijo
`tapply : int*'a list -> 'a ftab -> 'a list.`

Naj ima funkcija `tapply` 1 t parametra `l`, ki je seznam parov oblike `(i,a)` in parameter `t`, ki je tabela funkcij. Funkcija `tapply` pretvori `l` v seznam vrednosti, ki jih dobimo z aplikacijo funkcij `t.(i)` na `a`.

Vaja 120. Definiraj parametrični `('k, 'v) ppolje`, ki predstavlja polje parov `'k*'v`. Prva komponenta para je ključ tipa `'k` in druga vrednost tipa `'v`.

Predpostavlja:

a) Imamo dano funkcijo `enako : 'k->'k->bool`, ki definira enakost ključev, in funkcijo `zdruzi : 'v->'v->'v`, ki združi dve vrednosti tipa `'v` v eno samo.

b) Polja tipa `('k, 'v) ppolje` so vedno sortirana po vrednosti ključa `'k`! Napiši funkcijo:

`stik ('k, 'v) ppolje -> ('k, 'v) ppolje -> ('k, 'v) ppolje,`
 ki naredi stik polj tako, da s funkcijo `zdruzi` združi vrednosti vseh parov, ki se ujemajo v ključu. Rezultat naj bo torej seznam parov tipa `('k, 'v)`.

Vaja 121. Dani so tip `'a izraz`, ki predstavlja aritmetične izraze nad vrednostmi tipa `'a`

`type operacija = PLUS | MINUS;; type 'a izraz = 'a | 'a izraz * operacija * 'a izraz;;`

ter funkciji `plus : 'a->'a->'a` in `minus : 'a->'a->'a`, ki izračunata vsoto in razliko vrednosti tipa `'a`.

Napiši funkcijo `izracun : 'a izraz -> 'a`, ki izračuna vrednost izraza tipa `'a izraz`.

Primer:

```
# izracun (2,plus,(3,minus,1));;
- : int = 4
```

Vaja 122. Definiraj hierarhijo razredov za geometrijske objekte točko, krog in kvadrat. Poskusi v čim večji meri uporabiti gradnike objektno-usmerjenega modela za učinkovito predstavitev hierarhije.

a) Definiraj razrede točka, krog in kvadrat. Uporabi abstraktni razred za vrh hierarhije razredov.

b) Za vse geometrijske objekte definiraj metodo `premakni`, ki premakne dan geometrijski objekt. Uporabi dedovanje in prekrivanje metod!

c) Opiši potek inicializacije objekta ob kreiranju novega objekta.

Vaja 123. Napiši funkcijo v Ocaml, ki za dani seznam celih števil sešteje soda in liha števila, ter vrne par, ki ima na prvem mestu vsoto lihih števil, na drugem pa vsoto sodih števil.

Vaja 124. Definiraj parametrični tip 'v ppolje, ki predstavlja polje (array!) parov string*'v. Prva komponenta para je ključ tipa string in druga vrednost tipa 'v.

Predpostavlja, da je polje tipa 'v ppolje sortirano po vrednosti ključa tipa string!

Napiši funkcijo

stik 'v ppolje -> 'v ppolje -> 'v ppolje,

ki naredi stik dveh polj tako, da rezultat vsebuje pare obeh polj urejenih po ključu tipa string.

Primer:

```
# stik [|("ab",10),("de",9) |] [| ("bc",8),("cd",12) |];;
- : int ppolje = [|("ab",10),("bc",8),("cd",12),("de",9) |]
```

Vaja 125. Dan je tip bdrevo, ki je definiran na naslednji način

type bdrevo = Leaf of int | Node of bdrevo * int * bdrevo;;

Napiši funkcijo bapply : bdrevo -> (int -> int) -> bdrevo, ki aplicira funkcijo (int -> int) na vseh vozliščih drevesa.

Vaja 126. Hiša je sestavljena iz N nadstropij. Vsako nadstropje ima M sob. V vsaki sobi imamo termometer. Temperaturo hiše določimo tako, da izračunamo povprečje meritev temperature v vseh sobah.

Predpostavimo, da imamo dano funkcijo temperatura : int -> int -> int, ki za dano nadstropje in številko sobe vrne vrednost temperature v stopinjah.

a) Definiraj razrede s katerimi predstavimo: sobe, nadstropja in celotno hišo. b) Vsak razred mora imeti metodo odcitajTemperaturo, ki vrne temperaturo objekta in postavi trenutno vrednost temperature za dan objekt. c) Razred hiša mora izračunati temperaturo hiše po zgoraj opisanem postopku.

Vaja 127. a) V naslednjih λ -izrazih prikaži vse oklepaje.

- $(\lambda x.xa)ax$
- $(\lambda z.zxz)(\lambda y.yx)z$

b) Poišči vse proste (nevezane) spremenljivke v naslednjih λ -izrazih.

- $(\lambda b.xba)xb$
- $\lambda x.zy\lambda y.yx$

c) Napiši naslednji izraz z čim manj oklepajev.

- $((xy)(\lambda y.(\lambda z.(z(\lambda y.(xy)))x)y))$

Vaja 128. a) Z uporabo unije definiraj tip 'a element, ki predstavi elemente naslednjih oblik:

1. elemente tipa 'a ali 2. sezname elementov tipa 'a element.

Primer elementa:

```
val a : int element = L [E 1; E 2; L [E 3; E 4]]
```

b) Napiši funkcijo `print : 'a element -> unit`, ki izpiše elemente po pravilu najprej-levo-v-globino.

Vaja 129. Izrazi enostavnega jezika z imenom TP vsebujejo cela števila ter operaciji PLUS in TIMES. Predpostavimo, da imata operaciji isto prioriteto. Naslednji izraz

```
1 PLUS 2 TIMES 3 TIMES 4,
```

ustreza aritmetičnem izrazu $((1 + 2) * 3) * 4$. Izrazi jezika TP so definirani z naslednjimi tipi.

```
# type operation = PLUS | TIMES;;
type operation = PLUS | TIMES
# type element = Val of int | Op of operation;;
type element = Val of int | Op of operation
# type expr = list element;;
type expr = list element
```

Napiši funkcijo `calc : expr -> int`, ki izračuna vrednost danega izraza.

Vaja 130. Predpostavi, da je definiran razred Array, ki vsebuje polje elementov tipa 'a.

```
class ['a] Array (ini: 'a) =
  object
    method size : int
    method set : int -> 'a -> unit
    method get : int -> 'a
  end
```

Definiraj podrazred ArrayM, ki za dan indeks tipa int lahko vsebuje več kot eno vrednost tipa 'a. Definiraj naslednje metode razreda.

`get : int -> 'a list` (vrni elemente z indeksom i) `set : int -> 'a -> unit` (dodaj element tipa 'a k elementom z indeksom i) `del : int -> 'a -> unit` (izbriši el. tipa 'a iz množice elementov z indeksom i)
 čim bolje uporabi metode razreda Array.

Vaja 131. a) Definiraj parametrični tip slovar, ki vsebuje seznam parov. Prvi element parov naj vsebuje ključ tipa int in drugi element vsebuje vrednost poljubnega tipa.

b) Napiši funkcijo

`preberi : slovar -> int -> 'a`,

kjer 'a predstavlja tip druge komponente para v slovarju. Funkcija `preberi` vrne za dan ključ (2. parameter) iz slovarja (1. parameter) pripadajočo vrednost tipa 'a.

Vaja 132. Matrika je predstavljena s tipom `int array array`. Napiši funkcijo

`podniz : int array array -> int array -> bool`,
ki preveri ali se niz celih števil (2. parameter) pojavi v matriki (1. parameter) na kateri izmed diagonalnih črt, ki poteka iz točk na levi in spodnji strani matrike navzgor proti desni in zgornji strani matrike.

Vaja 133. Dan je tip drevo, ki je definiran na sledeč način:

```
# type 'a drevo =
  List
| Veja of 'a * 'a drevo
| Rogovila of 'a drevo * 'a * 'a drevo;;
```

Napiši funkcijo `dolzinevej : 'a drevo -> int list`, ki izpiše seznam globin listov drevesa po principu levo-v-globino. Pri tem velja, da je top vozlišče na nivoju 0.

Primer uporabe:

```
# dolzinevej (Rogovila (Veja (4,List),6,
                    Rogovila (List,7,Veja (8,List))));;
âĖŁŠ: int list = [2;2;3]
```

Vaja 134. Dan je razred `Sklad`, ki realizira običajen sklad celih števil

```
class Sklad =
object
  method size : int
  method push : int -> unit
  method pop : int
end
```

Definiraj razred `Vrsta`, ki implementira vrsto z dvema skladoma. Prvi sklad predstavlja začetek vrste in drugi sklad predstavlja konec vrste. Razred `Vrsta` naj vsebuje operaciji:

```
enqueue : int -> unit,
dequeue : int.
```

V primeru, da je drugi sklad prazen in uporabimo operacijo `dequeue`, potem najprej obrnemo prvi sklad in ga shranimo kot drugi sklad.

Vaja 135. Drevo je definirano z naslednjim tipom.

```
type bindrevo = List of int | Drevo of bindrevo * bindrevo ;;
```

Napiši funkcijo `izpis : bindrevo -> int -> unit`, ki izpiše vse liste katerih vrednost je večja od drugega parametra.

Vaja 136. Definiraj parametrični tip `key_value`, ki predstavlja zapis z dvema komponentama, prva komponenta je ključ tipa `'a` in druga komponenta je vrednost tipa `'b`.

Na osnovi tipa `key_value` definiraj parametrični tip slovar, ki je implementiran s poljem!

Dano imamo polimorfično funkcijo `equal : 'a -> 'a -> bool`, ki vrne `true` v primeru, da je prvi parameter enak drugemu in `false` sicer.

Napiši funkcijo `duplikati : slovar -> slovar`, ki iz slovarja odstrani vse duplikate.

Vaja 137. Seznam imamo definiran na nasledni način.

```
# type 'a rnode = { mutable cont:'a; mutable next:'a rlist }
and 'a rlist = Nil | Elm of 'a rnode;;
```

Napiši funkcijop `filter : 'a rlist -> ('a -> 'a -> bool) -> 'a rlist`, ki vrne elemente seznama (1. parameter) za katere funkcija podana z 2. parametrom vrne vrednost `true`.

Funkcijo `filter` napiši tako, da ohraniš kopije elementov, oz. tako, da se ne kreira nov seznam!

Vaja 138. Dan je razred sklad, ki realizira parametriziran sklad celih števil

```
class ['a] Sklad =
object
  method size : 'a
  method push : 'a -> unit
  method pop : 'a
end
```

Definiraj razred Kalkulator, ki bo osnova za implementacijo enostavnega kalkulatorja, ki deluje z uporabo obrnjene poljske notacije. Kalkulator deluje na naslednji način.

število, ki ga vnesemo da na vrh delovnega sklada. Operacije plus, minus, množi in deli vzamejo zadnja dva operanda iz sklada, opravijo operacijo in vrnejo rezultat na sklad.

Kako bi naredili splošen kalkulator, ki lahko uporablja poljubno predstavitev števil?

Vaja 139. Napiši funkcijo višjega reda

```
foldx : 'a list -> 'b -> ('a -> 'b -> 'b) list -> 'b,
```

ki nad seznamom, ki je podan s prvim argumentom, in začetno vrednostjo podano z drugim argumentom, aplicira funkcije iz seznama podanega kot tretji argument na sledeč način.

Naj bo prvi argument enak $[a_1, a_2, \dots, a_n]$, drugi argument b , in tretji argument enak $[f_1, f_2, \dots, f_n]$. Rezultat dobimo na sledeč način:

$f_1 a_1 (f_2 a_2 \dots (f_n a_n b) \dots)$

Vaja 140. Definiraj funkcijo

zmesaj : 'a array -> (int*int) array -> 'a array,

ki kot prvi parameter sprejme polje vrednosti tipa 'a, kot drugi parameter pa polje parov s katerimi so definirane zamenjave elementov. Funkcija naj vrne zakodirano polje.

Polje parov vsebuje pare indeksov s katerimi je definirana zamenjava dveh elementov vhodnega polja.

Vaja 141. Dano je drevo, ki vsebuje dve vrsti elementov in je definirano z naslednjo podatkovno strukturo:

```
type ('a, 'b) tree =
  Nil
| Nodea of 'a * ('a, 'b) tree list
| Nodeb of 'b * ('a, 'b) tree list;;
```

Napiši funkcijo

razcepi: ('a,'b) drevo -> 'a list * 'b list,

ki prepiše vse elemente Nodea v prvi seznam, ki postane prvi element vrnjenega para, in vse elemente Nodeb v drugi seznam, ki postane drugi element vrnjenega para.

Vaja 142. Podan je modul Stack, ki realizira sklad elementov tipa 'a..

```
module type Stack =
sig
  type 'a t
  exception Empty
  val create: unit -> 'a t
  val push: 'a -> 'a t -> unit
  val pop: 'a t -> 'a
end
```

Definiraj modul Queue, ki s pomočjo dveh skladov implementira vrsto. Prvi sklad predstavlja začetek vrste in drugi sklad predstavlja konec vrste. Implementiraj funkciji enqueue and dequeue !

Namig: če je kateri izmed skladov prazen potem lahko drugega "obrnemo".

Vaja 143. Tip ('a*'b) list opisuje seznam parov kjer je prva komponenta ključ tipa 'a in druga komponenta vrednost tipa 'b.

Napiši funkcijo

meet : ('a*'b) list -> ('a*'b) list -> ('a*('b*'b)) list,

ki združi dva seznama sortirana po ključu tipa 'a. Pari iz vhodnih seznamov se združijo samo v primeru, da se ujemajo v ključu. Rezultat funkcije so pari sestavljeni iz ključa in vrednosti, ki vsebuje obe vrednosti iz vhodnih parov.

Primer:

```
meet [(1,2);(2,3);(4,5);(4,9)] [(2,4);(4,6)] -> [(2,(3,4));(4,(5,6));(4,(9,6))]
```

Vaja 144. Dano imamo sortirano polje celih števil. Definiraj funkcijo `encode`, ki vrne polje parov kjer je prva komponenta element vhodnega polja in druga komponenta število pojavitev elementa v polju.

Primer:

```
encode [1;1;3;4;4;5] -> [(1,2);(3,1);(4,2);(5,1)]
```

Vaja 145. Boolovi izrazi so predstavljeni z naslednjim rekurzivnim tipom.

```
type bool_exp =
  | Val of bool
  | Not of bool_exp
  | And of bool_exp * bool_exp
  | Or of bool_exp * bool_exp;
```

Napiši funkcijo

```
eval : bool_exp -> bool,
```

ki evaluiira boolov izraz v vrednost.

Dodatna naloga: Napiši funkcijo, ki izpiše pravilnostno tabelo za dan boolov izraz.

Vaja 146. a) Definiraj razred `matrix` za predstavitev matrik, ki shranjujejo elemente poljubnega tipa 'a.

1. Argumenti razreda naj definirajo dimenzije matrike in začetno vrednost elementov.

2. Napiši metodo `set : int*int -> 'a -> unit`, kjer prvi parameter predstavlja indekse elementa in drugi parameter hrani novo vrednost indeksiranega elementa.

3. Napiši metodo `get : int*int -> 'a`, ki vrne vrednost elementa indeksiranega s prvim parametrom metode.

b) Definiraj razred `int_matrix` kot podrazred razreda `matrix`.

c) V razredih `matrix` in `int_matrix` definiraj metodo `equals : int*int -> int*int -> bool`, ki primerja dva elementa matrike in vrne boolovo vrednost `true`, če sta enaka in `false` sicer.

Vaja 147. Tip ('a*'b) list opisuje seznam parov, kjer je prva komponenta para ključ tipa 'a in druga komponenta vrednost tipa 'b.

Predpostavimo, da so vhodni seznam sortirani po ključu tipa 'a. Napiši funkcijo


```
diff : ('a*'b) list -> ('a*'b) list -> ('a*'b) list,
```

ki izračuna razliko dveh seznamov. Rezultat vsebuje vse pare iz prvega seznama s ključi, ki se ne pojavijo v drugem seznamu.

Primer:

```
diff [(1,2);(2,3);(4,5)];(5,6)] [(2,4);(4,6)] -> [(1,2);(5,6)]
```

Vaja 148. Tip `text` definira predstavitev teksta v urejevalniku besedil.

Primerek tipa `text` je sestavljen iz vrstic, ki so sestavljene iz besed.

```
type text = Eot | Line of line * text
and line = Eol | Word of string * line
```

Napiši funkcijo `search : text -> line -> bool`, ki vrne `true`, če je sekvenca besed definirana z drugim parametrom pod-sekvenca v tekstu, ki je podan kot prvi parameter. Predstavimo, da je iskana sekvenca vedno v eni vrstici.

Vaja 149. Splošno drevo `'a tree` je definirano na naslednji način.

```
type 'a tree = { mutable key:'a; mutable trees: 'a tree }
```

Napiši funkcijo `tree_apply : 'a tree -> ('a -> 'b) -> 'b tree`. Ključi vozlišč vhodnega drevesa se zamenjajo z vrednostmi funkcije (definirane z drugim parametrom) aplicirane na ključu vozlišča.

Vaja 150. Kalkulatorji, ki uporabljajo obrnjeno poljsko notacijo shranjujejo operande na skladu.

Operacije kalkulatorja so `plus`, `minus`, `mult` in `divide`. Vsaka operacija vzame iz sklada vrhnje dve vrednosti, izračuna operacijo in vrne rezultat na vrh sklada.

a) Definiraj abstraktni razred `rpc`, ki implementira kalkulator osnovan na obrnjeni poljski notaciji. Vrednosti s katerimi dela kalkulator naj bodo poljubnega tipa `'a`. Abstraktni razred `rpc` naj implementira tudi operaciji `push` in `pop`. Bodi pozor-na/-en na virtualne oz. konkretne metode !

b) Definiraj konkreten razred `int_rpc` kot implementacijo razreda `rpc` for za konkreten tip `'a=int`.

Vaja 151. Seznam tipa `(string*string) list` predstavlja lete neke letalske družbe. Vsak par opiše direkten let med dvema mesti. Napiši funkcijo

```
povezava : (string*string) -> (string*string) list -> bool,
```

ki preveri ali obstaja povezava med dvema mesti podanimi s prvim parametrom. Povezava je lahko direktna ali z enim vmesnim postankom. Seznam letov letalske družbe je podan z drugim parametrom. Funkcija vrne `true` v primeru, da povezava obstaja in `false` sicer.

Dodatne točke: Naj povezava pomeni poljubno povezavo, ki je sestavljena iz poljubnega števila vmesnih postankov.

Vaja 152. Naloga je sestavljena iz dveh delov:

- Definiraj parametrični tip `('a,'b) key_val`, ki predstavlja zapis z dvema imenovanima komponentama:
 - komponente key tipa `'a` in
 - komponente value tipa `'b`.
- Napiši polimorfično funkcijo višjega reda

```
array_filter : ('a,'b) key_val array -> ('a -> bool) ->
              ('a,'b) key_val array
```

ki iz polja podanega s prvim parametrom prepíše v končno polje samo tiste zapise s ključem tipa `'a`, za katere funkcija podana z drugim parametrom vrne `true`.

Vaja 153. Drevo `int_tree` je definirano na naslednji način.

```
type int_tree = { mutable key:int; mutable trees: int_tree list}
```

Napiši funkcijo višjega reda

```
tree_filter : int_tree -> int -> int list.
```

Funkcija vrne seznam vseh ključev iz drevesa podanega s prvim parametrom, ki so večji od vrednosti podane z drugim parametrom funkcije.

Vaja 154. a) Definiraj razred vmesnik, ki implementira FIFO vrsto elementov poljubnega tipa `'a`. Razred naj vsebuje dve metodi:

- 1) dodajanje `n` novih elementov na konec vrste, in
- 2) odvzemanje `k` elementov iz začetka vrste.

b) Na osnovi razreda vmesnik definiraj podrazred `float_vmesnik`, ki implementira vmesnik elementov tipa `float`.

Vaja 155. a) Definiraj tip `plist`, ki predstavi seznam parov. Prva komponenta para vsebuje ključ tipa `int` in druga komponenta vrednosti tipa `string`.

b) Napiši funkcijo `vapply : plist -> (string -> string) -> plist`, ki aplicira funkcijo tipa `string -> string` (drugi parameter) na vseh drugih komponentah parov, ki so podani s prvim parametrom funkcije.

Rezultat naj bo seznam parov kjer jer druga komponenta vhodnih parov zamenjana z vrednostjo funkcije `string -> string`.

Vaja 156. Tekst urejevalnika je shranjen kot polje seznamov besed:

```
type text = string list array;;
```

Definiraj funkcijo `find_replace : text -> string -> string -> text`, ki zamenja vse pojavitve niza podanega z drugim parametrom z nizom znakov podanim s tretjim parametrom v tekstu podanim s prvim parametrom. Rezultat je tekst z zamenjanim nizom.

Vaja 157. Drevo `a_tree` je definirano na naslednji način.

```
type 'a a_tree = { mutable key:'a; mutable trees: a_tree list }
```

Napiši funkcijo višjega reda

```
tree_filter : 'a a_tree -> ('a -> bool) -> 'a list.
```

Funkcija vrne seznam vseh ključev iz drevesa podanega s prvim parametrom, za katere vrne funkcija podana z drugim parametrom vrednost `true`.

Vaja 158. Definiraj razred `queue`, ki implementira običajno vrsto z uporabo polja. Vrsta naj vsebuje elemente tipa `int`. Razred naj vsebuje naslednje metode.

enqueue: Elemente dodajamo po vrsti v polje. V primeru, da pridemo do konca polja začnemo dodajati spet na začetku. Pri dodajanju preveri ali je vrsta že polna.

dequeue: Elemente jemljemo po vrsti iz začetka polja. Ko pridemo do konca polja, začnemo od začetka. Pri jemanju elementov iz vrste preveri ali je vrsta prazna.

Velikost vrste naj bo parameter razreda, ki se takoj pri kreaciji objekta zaokrži navzgor na KB.

Inicializator razreda naj takoj po kreaciji objekta vstavi v vrsto 10 ničel.

Vaja 159. Napiši parametrično funkcijo

```
podseznam : 'a list -> int*int -> 'a list,
```

ki iz danega seznama izlušči podseznam določen z 2. parametrom funkcije (z,k) , kjer z predstavlja indeks začetka podseznama in k indeks konca podseznama.

Predpostavimo, da je $z < k$ in $k < l$, kjer je l dolžina vhodnega seznama.

Vaja 160. Definiraj modul, ki zna delati z enodimenzionalnimi polji poljubnega (!) tipa. Tip elementa polja je torej spremenljivka tipa `e`.

Funkcije: kreiranje, spajanje, uničevanje, odvzem.

Vaja 161. Naredi modul "garaža", ki:

a) odpira in zapira vrata garaže z enim samim ukazom (če so vrata odprta jih zapre, sicer naj jih odpre);

b) parkira (odpelje/pripelje) avtomobile ali motorje, pri čemer je število vozil omejeno, motor pa zasede polovico prostora avtomobila;

c) izpiše število in tip vozil v parkiranih v garaži.

Del II

DODATEK

REŠITVE

Rešitev za vajo 5:

```
function n -> n * (n + 1) * (2*n + 1)/6
```

Rešitev za vajo 6:

```
let rec vsota_vrst n = match n with  
| 1 -> 1.  
| _ -> 1./2.**(float_of_int n) +. (vsota_vrst (n-1))
```

Rešitev za vajo 7:

```
let rec fib n = match n with  
| 0 -> 1  
| 1 -> 1  
| _ -> fib (n-2) + fib (n-1);;
```

Rešitev za vajo 8:

```
let rec jeVsota (a, b, c) = match b with  
| 0 -> if (a = c) then true  
else false  
| b -> jeVsota ((naslednjik a), b-1, c)
```

Rešitev za vajo 9:

```
let vsota (a,b)(c,d) = (a+c, b+d)  
  
let rec pfib (a,b) = match (a,b) with  
| (i, j) when i <= 0 && j<=0 -> (1,1)  
| (i, 0) -> pfib (i-1, 0)  
| (0, j) -> pfib (0, j-1)  
| (i, j) -> vsota (pfib (i-1, j-1)) (pfib (i-2, j-2))
```

Rešitev za vajo 11:

```

let rec sestej sez = match sez with
| [] -> 0
| hd::tl -> hd+(sestej tl)

```

Rešitev za vajo 12:

```

let rec najdi e = function
| [] -> false
| h::t -> if (h == e) then true else najdi e t

```

```

let rec unija l1 l2 =
match l1 with
| [] -> l2
| h::t -> if najdi h l2 then unija t l2
else unija t (h::l2)

```

Rešitev za vajo 13:

```

let zdruzi sez1 sez2 = sez1 @sez2

```

(* ali *)

```

let rec zdruzi sez1 sez2 = match (sez1, sez2) with
| ([], s) -> s
| (t, []) -> t
| (a::b, c::d) -> if a<=c then [a]@ (zdruzi b (c::d))
else [c]@(zdruzi (a::b) d)

```

Rešitev za vajo 14:

```

et rec zdruzi (sez1,sez2) = match (sez1,sez2) with
| ([],x) -> x
| (x,[]) -> x
| (g1::[],g2::r2) -> g1::g2::r2
| (g1::r1,g2::[]) -> g1::g2::r1
| (g1::r1,g2::g22::r2) -> g1::g2::g22:: zdruzi (r1,r2);;

```

Rešitev za vajo 15:

```

let rec vecjeod sez n = match sez with
| [] -> []
| hd::tl -> if(hd>n) then hd::(vecjeod tl n) else (vecjeod tl n)

```


Rešitev za vajo 16:

```
let rec seznamnm n m =
  if n > m then []
  else n :: seznamnm (n+1) m;;
```

Rešitev za vajo 17:

```
let palindrom sez =
  sez = List.rev sez
```

Rešitev za vajo 18:

```
let rec vsotaSodeLihe sez = match sez with
| [] -> (0, 0)
| a::b -> let (l,s) = vsotaSodeLihe b in
  if (a mod 2 = 1) then
    (l+a, s)
  else
    (l, s+a)
```

Rešitev za vajo 19:

```
let rec podseznam sez1 sez2 = match (sez1, sez2) with
| ([], _) -> true
| (a::b, c::d) when List.length sez1 <= List.length sez2 -> if (a=c) then podseznam b d else false
| _ -> false
```

Rešitev za vajo 20:

```
let rec cnta sez = match sez with
| [] -> []
| 'a'::'a'::'a'::r -> 3 :: cnta r
| 'a'::'a'::r -> 2 :: cnta r
| 'a'::r -> 1 :: cnta r
| _::r -> 0 :: cnta r;;
```

Rešitev za vajo 22:

```
let rec ace1 sez count = match sez with
| [] -> false
| a::b -> if (count = 0 && a = 'a') then ace1 b 1
  else if (count = 1 && a = 'c') then ace1 b 2
  else if (count = 2 && a = 'e') then true
  else ace1 b count
```

```
let ace sez = ace1 sez 0
```

Rešitev za vajo 23:

```

let rec fja list = match list with
| [] -> []
| a::[] -> [a]
| a::b when a=0 -> a::(fja b)
| a::b::c when a=1 && b=0 -> [a; b]@(fja c)
| a::b::c when a=1 && b=1 && c=[] -> [2]@(fja c)
| a::b::c::d when a=1 && b=1 -> if c=1 then [3]@(fja d)
else [2; c]@(fja d)

```

Rešitev za vajo 27:

```

vsota(3) = 3 + vsota(2)
vsota(2) = 2+ vsota(1)
vsota(1) = 1+ vsota (0)
vsota (0) = 0
vsota(1) = 1+0=1
vsota(2) = 2+1=3
vsota(3) = 3+3=6

```

Rešitev za vajo 28:

```

fib(4) = fib(3) + fib(2)
fib(3) = fib(2) + fib(1)
fib(2) = fib(1) + fib(0)=1
fib(2) = 1+0 = 1
fib(3) = 1+1 = 2
fib(4) = 2+1 = 3

```

Rešitev za vajo 29:

```

sestej [1;2;3] = 1+ sestej [2;3]
sestej [2;3] = 2+ sestej [1]
sestej [1] = 1+ sestej []
sestej [] = 0
sestej [1] = 1+ 0=1
sestej [2;3] = 2+ 1=3
sestej [1;2;3] = 1+ 3=4

```

Rešitev za vajo 37:

```

let obrni polje = let len=Array.length polje in
for i=0 to (len/2) do
let temp = polje.(i) in
polje.(i) <- polje.(len-i-1);
polje.(len-i-1) <- temp
done;
polje;;

```

Rešitev za vajo 39:

```

let razcepi drevo =
let a = ref[] in
let b = ref[] in
let rec raz dr = match dr with
| Prazno ->(!a,!b)
| Vozliscea(x,y) -> a := !a @ [x]; raz y
| Vozlisceb(x,y) -> b := !b @ [x]; raz y
in
raz drevo;;

```

Rešitev za vajo 41:

```

let rec prestej sez geo_objekt= match sez with
| [] -> 0
| hd::tl -> if(hd = geo_objekt)then 1 + (prestej tl geo_objekt) else prestej tl geo_objekt

```

Rešitev za vajo 45:

```

type vrstaKarte = Kraljica | Kralj | Fant | Punca
type barvaKarte = Srce | Kara | Pik | Kriz
type simplKarta = Vrst of vrstaKarte*barvaKarte
let seznamKart = [(Punca,Srce);(Kralj,Kriz);(Fant,Pik)]

```

Rešitev za vajo 50:

```

let stEnic polje =
let count = Array.make 1 0 in
for i = 0 to Array.length polje - 1 do
if (polje.(i) = 1) then count.(0) <- count.(0) + 1 done; count.(0);;

```

Rešitev za vajo 51:

```

let produkt a b =
let polje = Array.make 5 0 in
for i=0 to 4 do
polje.(i) <- a.(i)*b.(i)
done;
polje;;

```

Rešitev za vajo 99:

```

let rec zdruzi list1 list2 = match (list1, list2) with
| ([], []) -> []
| (a, []) -> a
| ([], b) -> b
| (a::b, c::d) -> if (a < c) then
a::(zdruzi b (c::d))
else if (c<a) then
c::(zdruzi (a::b) d)
else
a::(zdruzi b d)

```

Rešitev za vajo 111:

```

let rec stevila n m = let x=m-1 in
if n > x then []
else n :: stevila (n+1) m;;

let rec cikli m n = match n with
| 0 -> []
| _ -> (stevila 0 m)@cikli m (n-1)

```