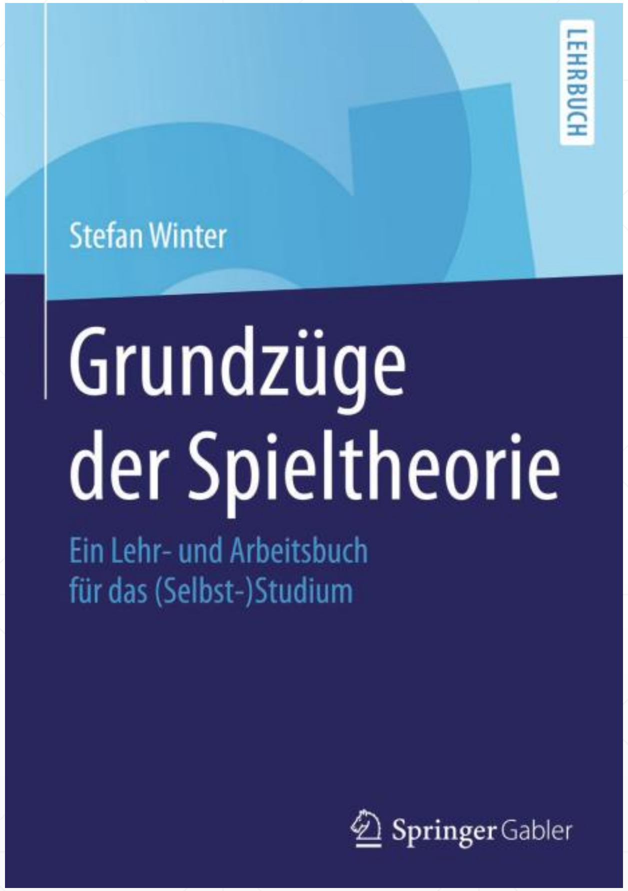
# Entscheidungstheorie Spieltheorie

Game Mechanics

hochschule aschaffenburg
university of applied sciences

# Literatur

WINTER, Stefan. *Grundzüge der Spieltheorie: Ein Lehr-und Arbeitsbuch für das (Selbst-) Studium*. Springer-Verlag, 2014.



# Entscheidungstheorie

# Entscheidungstheorie

„Die Entscheidungstheorie ist in der angewandten Wahrscheinlichkeitstheorie ein Zweig zur Evaluation der Konsequenzen von Entscheidungen.“ (Wikipedia)

„Statische Situation“

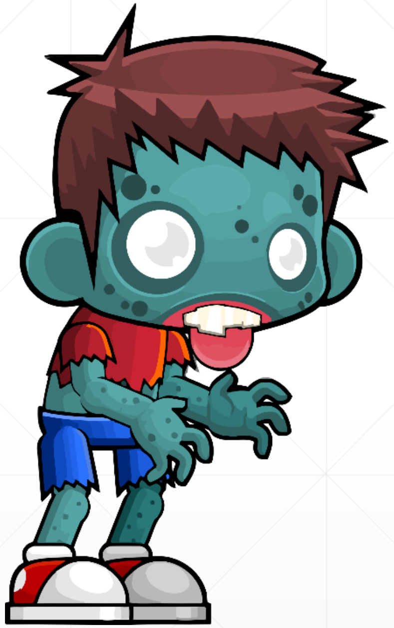
Eine Entscheidung wird unter Berücksichtigung des Umweltzustands getroffen.

„Ein häufiges Problem ist, dass der wahre Umweltzustand nicht bekannt ist. Hier spricht man von Unsicherheit. Den Gegensatz bildet eine Situation der Sicherheit, in der der Umweltzustand bekannt ist.“ (Wikipedia)

„Nicht einsetzbar ist die Entscheidungstheorie, wenn ein Entscheidungsträger mit einem rational handelnden Gegenspieler (einem Mitbewerber etwa) konkurriert, welcher ebenfalls die jeweilige Konkurrenz in seine Entscheidung einfließen lässt.“ (Wikipedia)

# Beispiel: „Vor dem Kampf"

| | | Gegner | | |
|---|---|---|---|---|
| | | *stark* | *normal* | *schwach* |
| **Aktion** | *Angreifen* | -2 | 1 | 2 |
| | *Abwarten* | -1 | 0 | 1 |
| | *Fliehen* | 0 | -1 | -2 |



Entscheidungsmatrix (Vorgabe)

# Entscheidung unter Ungewissheit

D.h. p(i) = ?

<u>Entscheidungsregeln</u>

- MaxiMin $$\phi(a_i) = \max_j\left(\min_i(u_{ij})\right)$$
- MaxiMax $$\phi(a_i) = \max_j\left(\max_i(u_{ij})\right)$$
- Hurwicz Regel $$\phi(a_i) = \max_j\left(\alpha \cdot \max_i(u_{ij}) + (1-\alpha)\cdot \min_i(u_{ij})\right)$$

$$\alpha \in [0,1]$$

$$\alpha = 1 \rightarrow \text{ starker Optimist; } \alpha = 0 \rightarrow \text{ starker Pessimist}$$

# MaxiMin

| | | Gegner | | |
|---|---|---|---|---|
| | | *stark* | *normal* | *schwach* |
| **Aktion** | *Angreifen* | **-2** | **1** | **2** |
| | *Abwarten* | **-1** | **0** | **1** |
| | *Fliehen* | **0** | **-1** | **-2** |

**MaxiMin**
„risikoavers“

Min = -2

Min = -1

Min = -2

Max = -1

**Abwarten**

# MaxiMax

| | | Gegner | | |
|---|---|---|---|---|
| | | *stark* | *normal* | *schwach* |
| **Aktion** | *Angreifen* | -2 | 1 | 2 |
| | *Abwarten* | -1 | 0 | 1 |
| | *Fliehen* | 0 | -1 | -2 |

**MaxiMax**
„risikoaffin“

Max = 2

Max = 1

Max = 0

Max = 2

**Angreifen**

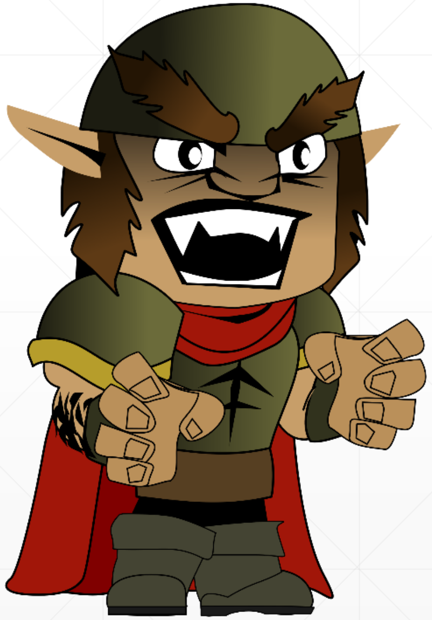
# Hurwicz

| | | Gegner | | |
|---|---|---|---|---|
| | | *stark* | *normal* | *schwach* |
| **Aktion** | *Angreifen* | -2 | 1 | 2 |
| | *Abwarten* | -1 | 0 | 1 |
| | *Fliehen* | 0 | -1 | -2 |

| **MaxiMin** „risikoavers“ | **MaxiMax** „risikoaffin“ | **Alpha = 0,5** |
|---|---|---|
| Min = -2 | Min = 2 | → 0 |
| Min = -1 | Min = 1 | → 0 |
| Min = -2 | Min = 0 | → -1 |
| Max = -1 | Max = 2 | Max = -1 |
| **Abwarten** | **Angreifen** | **Angreifen od. Abwarten** |

# Beispiel: „Vor dem Kampf“

| Schätzung (kontinuierlich) | | Gegner | | |
|---|---|---|---|---|
| | | *stark (p=50%)* | *normal (p=30%)* | *schwach (p=20%)* |
| **Aktion** | *Angreifen* | **-2** | **1** | **2** |
| | *Abwarten* | **-1** | **0** | **1** |
| | *Fliehen* | **1** | **-1** | **-2** |



Entscheidungsmatrix (Vorgabe)

# Entscheidung unter Unsicherheit (Risiko)

μ-σ-Regel

$$\phi(a_i) = \max\left(\Phi\left(\mu_i, \sigma_i\right)\right)$$

wobei:

$\Phi(\mu_i, \sigma_i) = \mu_i + \alpha \cdot \sigma_i$ = Präferenzfunktion

$\alpha$ repräsentiert Typ des Entscheiders:

$\alpha > 0 \longrightarrow$ Entscheider ist risikofreudig

$\alpha < 0 \longrightarrow$ Entscheider ist risikoavers

$\alpha = 0 \longrightarrow$ Entscheider ist risikoneutral

# Entscheidung unter Risiko

| | | Gegner | | |
|---|---|---|---|---|
| | | *stark (p=50%)* | *normal (p=30%)* | *schwach (p=20%)* |
| **Aktion** | *Angreifen* | -2 | 1 | 2 |
| | *Abwarten* | -1 | 0 | 1 |
| | *Fliehen* | 1 | -1 | -2 |

| $\mu$ | $\sigma$ | **Alpha = 1** |
|---|---|---|
| 1/3 | 2,1 | → 2,4 |
| 0 | 1 | → 1 |
| -2/3 | 1,5 | → 0,8 |

Max = 2,4

**Angreifen**

# Rechenhilfe

1. $$\mu = \sum_i p_i x_i$$

2. $$\sigma^2 = \sum_i p_i \left( x_i^2 - \mu^2 \right)$$

# Spieltheorie

# Beispiel

| | | Spieler 2 | |
|---|---|---|---|
| | | *links* | *rechts* |
| **Spieler 1** | *oben* | 0; 3 | 2; 1 |
| | *unten* | 1; 0 | 5; 4 |

# Lösung

| | | Spieler 2 | |
|---|---|---|---|
| | | *links* | *rechts* |
| Spieler 1 | *oben* | 0; 3 | 2; 1 |
| | *unten* | 1; 0 | 5; 4 |

# Effiziente Gleichgewichte dominanter Strategien

**Definition: Dominante Strategie**

Eine Strategie, die die beste Antwort auf alle überhaupt möglichen Strategien aller anderen Spieler ist, wird auch als „dominante Strategie“ bezeichnet.

Eine Strategie ist dann dominant, wenn die Auszahlungen, die ein Spieler mit dieser Strategie erreichen kann, grundsätzlich höher sind als die Auszahlungen, die er mit einer beliebigen anderen seiner Strategien erzielen kann, egal was die anderen Spieler tun.

(Winter, „Grundzüge der Spieltheorie“, S.34)

# Effiziente Gleichgewichte dominanter Strategien

**Vollständige Information**

… bedeutet, dass jeder Spieler das Spiel in gleicher Weise analysieren kann.

# Übung

| | | Spieler 2 | |
|---|---|---|---|
| | | *links* | *rechts* |
| Spieler 1 | *oben* | 5; 4 | 0; 1 |
| | *mittig* | 4; 2 | 2; 7 |
| | *unten* | 3; 6 | 3; 1 |

# Beispiel

| | | Spieler 2 | |
|---|---|---|---|
| | | *links* | *rechts* |
| Spieler 1 | *oben* | 5; 4 | 1; 1 |
| | *mitte* | 4; 2 | 2; 7 |
| | *unten* | 3; 6 | 3; 1 |

# Wiederholung: Optimalitätskonzept

**Zentrales Optimalitätskonzept der Spieltheorie:**

Eine Strategiekombination ist dann optimal, wenn keiner der Spieler seine Strategie nachträglich noch ändern wollen würde, nachdem er erfahren hat, welche Strategien die anderen Spieler gewählt haben.

D.h. die Strategien aller Spieler sind jeweils beste Antworten aufeinander.

**Bezeichnung:**

Eine solche Strategiekombination wird auch als Nash-Gleichgewicht bezeichnet.

# Mehrere Gleichgewichte

1. Nur ein effizientes GG:

| | | Spieler 2 | | |
|---|---|---|---|---|
| | | *Links* | *Mitte* | *Rechts* |
| Spieler 1 | *Oben* | 5; 5 | 0; 1 | 0; 2 |
| | *Mitte* | 1; 0 | 3; 3 | 1; 0 |
| | *Unten* | 2; 0 | 0; 1 | 2; 2 |

# Mehrere Gleichgewichte

2. Mehrere effiziente GGs:

| | | Spieler 2 | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Links | Mitte | Rechts |
| Spieler 1 | Oben | 5; 5 | 0; 1 | 0; 2 |
| | Mitte | 1; 0 | 5; 5 | 1; 0 |
| | Unten | 2; 0 | 0; 1 | 5; 5 |

# Mehrere Gleichgewichte

3. Interessenkonflikt:

| | | Spieler 2 | | |
|---|---|---|---|---|
| | | *Links* | *Mitte* | *Rechts* |
| Spieler 1 | *Oben* | 5; 4 | 0; 1 | 0; 2 |
| | *Mitte* | 1; 0 | 4; 5 | 1; 0 |
| | *Unten* | 2; 0 | 0; 1 | 0; 0 |

# Daraus folgt …

Empfehlung der Spieltheorie an jeden Spieler:

Wähle die Strategie, die deine beste Antwort auf die Strategien der übrigen Spieler ist!

# Test: Gefangenendilemma

| | | Spieler 2 | |
|---|---|---|---|
| | | *Schweigen* | *Gestehen* |
| Spieler 1 | *Schweigen* | -2; -2 | -10; 0 |
| | *Gestehen* | 0; -10 | -5; -5 |